Núcleo central de la sección

FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO
JOSE VICENTE VALDENEBRO GARCIA, ARQUITECTO

RESUMEN. **Demostración de que el núcleo central se obtiene como el área comprendida por el lugar geométrico de los antipolos de todas las rectas tangentes al contorno de la sección respecto la elipse central de inercia, partiendo de unas hipótesis de comportamiento estructural.**

SUMMARY. A demonstration which shows that the central nucleus is obtained as the area comprised by the geometrical place of the antipoles of all the straight tangent lines of the perimeter of the section with respect to the central ellipse of inertia, beginning with a structural behaviour hypothesis.

INDICE GENERAL

1. HIPOTESIS BASICAS DE COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

En las piezas de sección llena o hueca las tensiones pueden determinarse admitiendo las hipótesis simplificadoras siguientes:

• **Hipótesis 1ª**. Las acciones directas, que se ejercen en las partículas diferenciales exaédricas que componen la rebanada, acciones másicas en cada una de las ellas y acciones superficiales en las del contorno, se sustituyen por un sistema de acciones en seis componentes, aplicado en la directriz. Igualmente las acciones indirectas o deformaciones impuestas, térmicas, reológicas, etc. Estas simplificaciones se basan en el principio de SAINT-VENANT.

• **Hipótesis 2ª**. El tensor de tensión es plano.

• **Hipótesis 3ª**. Dos ejes principales de la sección coinciden con los ejes de inercia de la sección.

• **Hipótesis 4ª**, o de NAVIER-BERNOULLI. La sección después de la deformación se mantiene plana, es decir, gira alrededor de una recta L denominada línea neutra.

• **Hipótesis 5ª**, o de KIRKCROFF. Conservación de la ortogonalidad de las normales a la directriz.

2. PRINCIPIO DE SUPERPOSICION

En un elemento resistente de material elástico, con sustentaciones y acciones dadas, se demuestra que la solución es única, es decir, que el estado de tensión y el desplazamiento de cada punto pueden determinarse sin ambigüedad sí se admite el principio de superposición enunciado así: Si sobre un elemento resistente un sistema de acciones produce en cada punto un desplazamiento y otro sistema produce otro desplazamiento, aplicando el sistema suma de acciones, el desplazamiento producido será también la suma de los desplazamientos.

3. PRINCIPIO DE SAINT-VENANT

Si en una área A de la superficie exterior de un elemento resistente se sustituye el sistema de acciones exteriores aplicado por otro equivalente el estado de tensiones y deformaciones en todo el elemento resistente es sensiblemente el mismo, salvo en una zona de perturbación contigua al área A, de dimensiones análogas a las de éste.

Este principio es de gran aplicación para simplificar los problemas, permitiendo sustituir las reacciones de la zonas de unión por sus resultantes, o utilizar acciones exteriores de ecuaciones mas sencillas.

Las variaciones del estado tensional en la zona de perturbación se suelen estudiar por separado.

4. EXCENTRICIDADES. TENSIONES NORMALES

La solicitación normal, de componentes: N, M_y, M_z, equivale a un esfuerzo normal N que actúa en un punto de acción c cuyas coordenadas son (figura 1):

$$e_y = \frac{M_z}{N} \qquad e_z = \frac{M_y}{N}$$

y se denominan componentes por la excentricidad del esfuerzo normal. La tensión normal se escribe como:

$$\sigma = \frac{N}{A}\left[1 + \frac{e_y}{i_z^2}\,y + \frac{e_z}{i_y^2}\,z\right]$$

siendo: i_y, i_z los radios de giro de la sección respecto a los ejes y, z, cuyo valor es:

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \qquad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

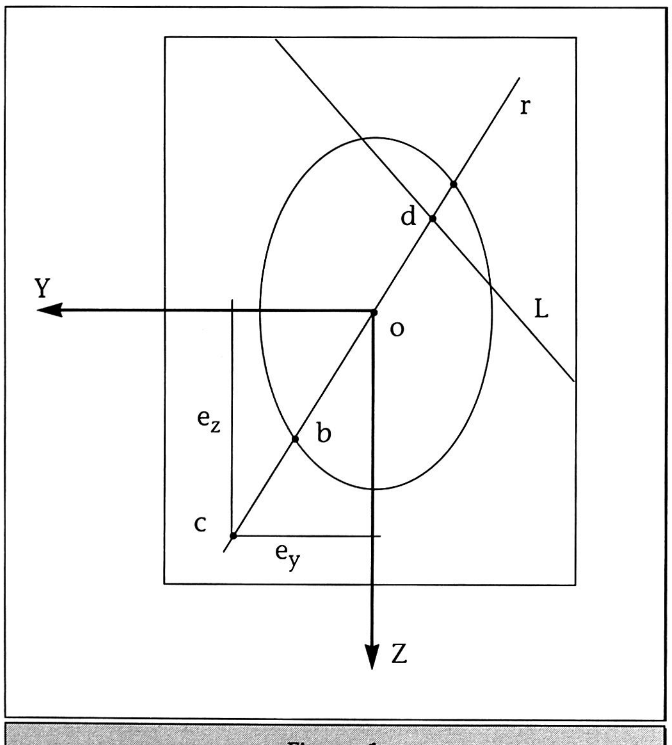

Figura 1

5. LINEA NEUTRA. ELIPSE CENTRAL DE INERCIA

La ecuación de la linea neutra se obtiene igualando la tensión a cero.

$$1 + \frac{e_y}{i_z^2}\,y + \frac{e_z}{i_y^2}\,z = 0$$

Se define elipse central de inercia, aquella elipse cuyos semidiámetros son los radios de giro, por tanto su ecuación es:

$$\frac{y^2}{i_z^2} + \frac{z^2}{i_y^2} = 1$$

6. RELACION ENTRE EL PUNTO DE ACCION Y LA LINEA NEUTRA

La linea neutra es la recta antipolar del punto de acción c con respecto a la elipse central de inercia; es decir se cumple que (figura 1):

$$\vec{co} \cdot \vec{do} = -\vec{bo}^{\,2}$$

Para demostrarlo, obtenemos las coordenadas de ***b*** que es el punto de intersección de la elipse central de inercia y de la recta ***r***.

Ecuación de la recta ***r*** es:

$$y = \frac{e_y}{e_z}\,z$$

por tanto:

$$\frac{\dfrac{e_y^2}{e_z^2}\,z_b^2}{i_z^2} + \frac{z_b^2}{i_z^2} = 1$$

esto implica que:

$$z_b = \frac{e_z\, i_y\, i_z}{\sqrt{e_y^2\, i_y^2 + e_z^2\, i_z^2}} \qquad y_b = \frac{e_y\, i_y\, i_z}{\sqrt{e_y^2\, i_y^2 + e_z^2\, i_z^2}}$$

y en consecuencia:

$$\vec{bo}^{\,2} = \frac{\left(e_y^2 + e_z^2\right) i_y^2\ i_z^2}{e_y^2\ i_y^2\ e_z^2\ i_z^2}$$

Las coordenadas de punto ***d*** se obtienen como las intersección de la linea neutra y la recta ***r***.

$$1 + \frac{e_y}{i_z^2}\ \frac{e_y}{e_z}\ z_d + \frac{e_z}{i_z^2}\ z_d = 0$$

por tanto:

$$z_d = \frac{-\,e_z\ i_y^2\ i_z^2}{e_y^2\ i_y^2 + e_z^2\ i_z^2} \qquad y_d = \frac{-\,e_y\ i_y^2\ i_z^2}{e_y^2\ i_y^2 + e_z^2\ i_z^2}$$

y en consecuencia:

$$\vec{do} = -\,\frac{\sqrt{e_y^2 + e_z^2}\ \ i_y^2\ i_z^2}{e_y^2\ i_y^2 + e_z^2\ i_z^2}$$

y como:

$$\vec{co} = \sqrt{e_y^2 + e_z^2}$$

queda demostrado que la línea neutra es la recta antipolar del punto de acción respecto a la elipse central de inercia.

7. NUCLEO CENTRAL DE LA SECCION

El núcleo central es la zona de la sección donde ha de estar aplicado el esfuerzo normal para que las tensiones normales sean en toda la sección del mismo signo, o tracción o compresión, por tanto la linea neutra no corta a la sección. Podemos obtener el perímetro del núcleo central como lugar geométrico de los antipolos ***c*** de todas las rectas tangentes al contorno de la sección.