<u>TEMA 2</u> <u>Dispositivos Pasivos de Microondas:</u> Redes de 1 y 2 accesos

Una vez aterrizados en el mundo de las frecuencias de Microondas y vistas las propiedades y comportamiento de componentes básicos como las líneas de transmisión y guías de onda , vamos a empezar a describir y analizar dispositivos usados en estas frecuencias, clasificándolos en pasivos y activos por un lado, y por el número de puertos que presentan por otro. Así veremos dispositivos como Componentes discretos (Resistencias, Condensadores e Inductancias), Resonadores, Filtros-Tema 2-, e Híbridos de 3dB, Acopladores, etc.-Tema3-.El objetivo de este tema y el siguiente será completar la paleta de la que vamos a disponer para, junto con los dispositivos activos, poder construir subsistemas como osciladores, mezcladores, multiplicadores, etc.

1. COMPONENTES DISCRETOS: RESISTENCIAS, CAPACIDADES, INDUCTANCIAS

Como todo lo visto hasta ahora, también estos componentes discretos pasan a tener que cumplir especificaciones mucho más exigentes a la hora de utilizarlos en frecuencias elevadas: debemos prestar especial atención a como es su estructura física para intuir cómo se van a comportar en altas frecuencias.

De hecho, en circuitos híbridos de frecuencias de microondas el uso de resistencias y capacidades siguen siendo extensivo. Otra cosa son las bobinas, que habitualmente se fabrican en el mismo circuito impreso.

1.1 Resistencias SMD

La principal característica que debemos considerar es la frecuencia de resonancia propia, que puede cambiar sustancialmente la función para la que hemos puesto la R. Sabemos que, por lo menos, vamos a tener una inductancia y capacidades parásitas debido al encapsulado, lo que dará lugar a un circuito equivalente con un determinado comportamiento frecuencial.

A este modelo sencillo, podemos añadir los efectos debidos al plano de masa y al dieléctrico del sustrato, efectos de borde (fringing fields = campos eléctricos intensos en los bordes), efectos de proximidad y soldadura, etc. En conjunto tendremos un modelo que nos describirá el comportamiento real del componente. La validez de ese modelo se contrasta realizando medidas y comparando.

El Circuito Equivalente suele ser válido, seguro, hasta la 1^a frecuencia de resonancia f_{res} , aunque muchas veces necesitamos llegar a frecuencias mayores y por tanto el modelo sólo lo podemos extraer si usamos simuladores electromagnéticos completos en 3D.

EJEMPLO 1: Vamos a ver un ejemplo de ADS, en el que comparamos el resultado de simular la impedancia que presenta una Resistencia SMD 0603 del fabricante AVX-KYOCERA, con un modelo que desconocemos por ser propiedad del mismo, con un modelo que se le pueda aproximar, basado en un circuito equivalente.



Vemos que el rango de validez del modelo es limitado: hasta los 20GHz la aproximación es suficiente, pero a partir de ahí se manifiesta la necesidad de utilizar un modelo algo más complejo. Para usar la resistencia como elemento serie, deberemos dividir en dos el efecto de L, C y R, tal y como vemos en la ref. [2.1].

Dentro de ese rango de validez, comparamos el modelo con dos resistencias de fabricantes (AVXTM y VishayTM-DaleTM) y comparamos con los datos de catálogo dado por el fabricante **EEE**_{componentes}TM (antigua PHILIPSTM, división componentes), en este caso de resistencias MELF* específicas para alta frecuencia.

* MELF: **Metal Electrode Face** encapsulado de vidrio y metalizaciones muy utilizado en alta frecuencia









Fuente: http://www.vishay.com/resistors-discrete/melf/

Vemos que el comportamiento es similar, sólo que la frecuencia de resonancia de la MELF MMU 0102 HF de 50 Ω es superior y, por tanto, su comportamiento en frecuencias de

microondas será mejor. En la última gráfica llama la atención el diferente comportamiento de la impedancia normalizada para resistencias MELF de diferentes valores. Esto ocurre para todos los tipos en frecuencias altas.

Podemos resumir los siguientes datos generales para las R en alta frecuencia:

- La impedancia compleja del circuito equivalente en altas frecuencias la podemos aproximar por:

$$Z = R \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{L}{R}\right)}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \cong R \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{L}{R}\right)}{1 + j\omega RC}, \quad \omega^2 LC << 1 \text{ en resistencias de alta}$$

frecuencia.

- Para valores de 0.8<|Z|/R<1.2 la resistencia puede considerarse prácticamente resistiva.
- La inductancia predomina en valores de resistencias de hasta aproximadamente 75Ω en MELF y 120Ω en chip. Como se ve en la gráfica anterior, a partir de esos valores predomina el efecto capacitivo.
- Teóricamente al menos, si L/R = RC la impedancia de la resistencia será independiente de la frecuencia, pero esto no es fácil de conseguir.
- Este tipo de resistencias específicas de microondas ofrecen buen comportamiento hasta 10GHz y a partir de ahí, deberemos considerar los efectos de las reactancias.

La otra característica que será importante, si la aplicación implica potencias altas de señal, es la potencia disipable por la resistencia. Son típicas aplicaciones en atenuadores, divisores, cargas terminales en aisladores, etc.



Fuente: www.vishay.com

2-4

1.2 Capacidades discretas

Al igual que las resistencias, los condensadores chip son utilizados en altas frecuencias sobretodo en aplicaciones de desacoplo de la señal en los puntos de alimentación de tensión. Rara vez se utilizan en filtros debido a las pérdidas de inserción adicionales que causan. Este tipo de aplicaciones, en las que los valores de C son normalmente bajos, se basan en estructuras distribuidas o ejecutadas directamente en circuito impreso (condensadores interdigitales).

Recordamos los principales parámetros que caracterizan el condensador y su comportamiento con la frecuencia:

- *Capacidad*: es el valor nominal, normalmente a 1MHz con lo que deberemos predecir su valor en altas frecuencias aplicando un modelo concreto; el más sencillo es la LCR serie.



Habitualmente se habla de una *Capacidad Efectiva* C_e , que en el caso de un equivalente LC serie (despreciando por tanto la R_s) toma un valor de $C_e = \frac{C_{1MHz}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}$, con

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_s C}}$$
 la frecuencia de resonancia serie.



Fuente: www.atceramics.com

 Factor de calidad Q y Tangente de pérdidas tgδ : son los dos parámetros que indican la calidad del condensador, en base a su capacidad de almacenar energía – es la Q - o al porcentaje de potencia que se disipa en el condensador en forma de calor –es la tg δ -. Esta última tiene una definición más general: es la relación entre la parte resistiva y la reactiva de la impedancia.

$$tg\delta = \left|\frac{R}{X}\right| = \frac{R_p + R_s \left[1 + \left(\omega CR_p\right)^2\right]}{\left(\omega CR_p\right)^2 - \omega L \left[1 + \left(\omega CR_p\right)^2\right]}, \text{ con } R_p \text{ la Resistencia de aislamiento en el}$$

dieléctrico. Normalmente es muy alta en dieléctricos de calidad usados en microondas y, por tanto, en la zona por debajo de la frecuencia de resonancia propia la podemos aproximar por,

 $tg\delta = \omega CR_s = \frac{1}{Q}$, dónde C se puede considerar como C_e si queremos incluir el efecto

de la L_s.



Fuente: Catálogo de Philips de Condensadores Cerámicos

Resistencia equivalente serie ESR: es otra denominación para la R_s del modelo RLC serie. Veamos un ejemplo numérico,

Frequency (MHz)	Capacitor (pF)	Rsd (m-ohm)	Rsm (m-ohm)	ESR (m-ohm)
1	180R220	145	7	152
3	180R220	48.2	7.8	56
30	180R220	4.82	9.18	14
300	180R220	0.48	28.51	29

Table 1: Contribution of Dielectric and Metal Losses for a 22pF ATC180R Series Capacitor.

Fuente: www.atceramics.com

- *Tolerancia*: valores típicos son 5%, 10 %, 20%. Caso de usar en filtros de RF puede ser necesario 2%, 1% o incluso más bajos.
- Coeficiente de temperatura: se expresa en partes por millón por ° Centígrado → ppm/°C. En general interesan bajos coeficientes para mayor estabilidad con la variación de temperatura, pero hay casos en los que se busca un coeficiente de signo y valor determinados para compensar otras variaciones.
- Resonancias Serie y Paralelo: atendiendo al circuito equivalente RLC serie, si lo analizamos en frecuencia, está claro que la impedancia partirá de infinito para f =0 e irá descendiendo hasta la frecuencia de resonancia F_{SR} en la que la reactancia de la impedancia del componente se anulará \rightarrow es la Resonancia Serie o Self-Resonance y a partir de ella la reactancia aumenta como si fuera una inductancia. Si en el modelo añadimos una Cp (debido a la construcción del condensador o a su incorporación a un circuito impreso) tendremos una nueva resonancia F_{PR}, en este caso Paralelo, que hará que de nuevo el componente se comporte como una capacidad.



Fuente: www.atceramics.com

En la frecuencia de resonancia paralelo el circuito Ls // Cp es un circuito abierto y se producirá un mínimo de transmisión en forma de valle. Más adelante veremos un ejemplo con estos efectos.

1.2.1 Capacidades multicapa

Son condensadores de uso en el rango de RF aunque, bajo ciertas condiciones, los usamos también en frecuencias más altas. De hecho, si su tamaño es mucho menor ($<\lambda/10$) que la longitud de onda, podemos despreciar los efectos de borde y tratarlos como capacidades con pérdidas y resonancias.



Fuente: Catálogo de Philips de Condensadores Cerámicos y www.atceramics.com

Ya hemos dicho que las dos funciones en las que este tipo de capacidades se usan en microondas son como desacoplos de alimentación (bypass) y como condensadores de paso entre etapas de amplificación. En ambos casos lo que se le pide al componente es un buen comportamiento en banda muy ancha: bajas pérdidas y ausencia de resonancias paralelo. Y también en ambos casos se ha de ser consciente de la reactancia inductiva que presenta por encima de su resonancia serie.

Resumimos sus principales características,

- Las cerámicas que se usan se clasifican en Clase I y Clase II:
- Un condensador tipo NPO de Clase I tendrá menores pérdidas que uno de Clase II tipo X7R, pero por su construcción (ε_r↓↓, tgδ↓↓), necesitará más placas con lo que tendremos resonancias paralelo que no nos convienen.





- En la función de desacoplo de alimentación interesa que la F_{SR} sea algo superior a la frecuencia de trabajo.
- En la función de condensador de paso deberemos evaluar en qué zona de frecuencia está la banda de trabajo para disponer la capacidad adecuada.
- La profundidad de los valles de pérdidas de paso en las resonancias paralelo son inversamente proporcionales a la ESR. En la resonancia paralelo la capacidad equivale a una resistencia Rp de valor aproximado $R_p = \frac{1}{R_s(\omega_p C_p)^2} = \frac{L_s}{R_s C_p} \rightarrow a$

menor Rs, mayor Rp y mayor profundidad en el valle.

- Dicho de otro modo, si tenemos que trabajar en la zona de las Resonancias Paralelo (FPR), por encima de la Resonancia Serie (FSR), deberemos elegir condensadores de ESR elevada para que la profundidad de los valles sea pequeña y se vea "camuflada" por las pérdidas: utilizaremos condensadores de Clase II.
- En las aplicaciones sensibles a los cambios de fase bruscos, deberemos considerar que en la FPR tenemos dichos cambios y por tanto habrá que evitarlos.
- El comportamiento parásito (Ls y Rs) de la capacidad depende de factores internos de construcción y externos de aplicación. De los internos: el factor de forma anchura/longitud cuanto mayor mejor-, composición de los electrodos, pérdidas del dieléctrico, altura, etc. De los externos: la calidad del sustrato, el espesor del mismo y el trazado de las pistas donde se monta también influyen en la Ls.
- además podemos minimizar las resonancias paralelo si montamos el condensador en vertical, aunque esto perjudicará a la resonancia serie y la llevará a una frecuencia menor al haber aumentado ligeramente la Ls.

- Como siempre cuanto más cortas sean las pistas que sirvan de soporte a los condensadores mejor.
- Una solución muy utilizada sobre todo a la hora de implementar desacoplos de alimentación, es la acumulación de varios condensadores en paralelo de forma que podamos darle una verdadera naturaleza de banda ancha a la capacidad resultante.

1.2.2 Capacidades de una capa

Son los que más se parecen a una capacidad ideal de bajas pérdidas, y los que mejor se adaptan a los circuitos de microondas. Entre ellos vamos a poner como ejemplo el Di- $Cap^{(B)}$ de Dielectric LaboratoriesTM.

En la referencia [2.1] podemos encontrar un estudio de este tipo de condensadores, en sus dos montajes vertical y horizontal, y el planteamiento de un circuito equivalente basado en líneas de transmisión: se plantea la capacidad como un stub en abierto conectado en serie con dos líneas de transmisión. Por tanto, un modelo de parámetros distribuidos. También se incluye un circuito equivalente de parámetros concentrados que incluye el modelado de las resonancias paralelo.



Leaded DiCap@ Dimensions

- See DiCap[®]Termination Code Table for available lead configurations. .
- Lead material is 0.002° pure silver, (Ag), 0.002°±.0005° thick. Leads are attached with AuSn, 80%/20% eutectic alloy. Re-flow temperature is 280°C minimum. ٠ Pure Gold, (Au) leads are available. Consult factory for details

 Fore bold, (Adj leads are available, consult lactory for details. 						
Style	W (Min) Lead Width (Minimum)		W (N Lead V (Maxir	L Lead Length ² (Minimum)		
	Inches	mm	Inches	mm	Inches	mm
D10	.0035	.0889	.007	.1778	250	6.350
D12	.0045	.1143	.009	.2286	250	6.350
D15	.0065	.1651	.013	.3302	250	6.350
D20	.0085	.2159	.017	.2169	250	6.350
D25	.011	.2794	.022	.5588	250	6.350
D30	.0135	.3429	.027	.6858	250	6.350
D35	.015	.381	.030	.762	250	6.350
D50	.020	.608	.040	1.016	250	6.350
D70	.030	.762	.060	1.624	250	6.350
D90	040	1016	080	2 032	250	6.350

Notes:

Chip dimensions per DiCap[®] dimensions table. Custom Lead dimensions are available. Consult factory for details. 1.





DiCap® Designer Kits C Mal

Too Capacitors,	TO Each of	to values									-
Order Number	Capacitor	10 Capacitors of each value									
Order Number	Width	Dielectric	pF	Tol.	pF	Tol.	pF	Tol.	pF	Tol.	1
DIOXYVITASEX	0.102	Closs I, see	.1	ш	.6	С	1.5	С	2.7		1
		codes on pg.4	.4	m	1.0	С	2.2		3.3		
a isoacht car a		Class II, see	3.9		5.6	м	8.2	M	20	M	1
		codes on pg.4	4.7		6.2	M	10	M	33	M	
		Closs I, see	.1	в	.6	С	1.5	С	3.3		1
D15XXKITA5PX	.015"	codes on pg.4	.4	m	1.0	С	2.2	С	5.6		
D20XXKITA5PX	.020*	Class II, see	6.8	к	10	к	20	M	50	M	1
		codes on pg.4	8.2	ĸ	15	к	-33	M	100	M	
	.025° .030°	Closed and	.4	ш	1.5	С	3.3	D	8.2	К	1
DOSVAVITASDA		andor on or d	.6	С	2.2	С	4.7	D	10	К	
DSOXXXITASPX		books on pg.4	1.0	С	2.7	С	5.6	D	20	К	~
LISSAADTI APLA		Closs II, see	33	м	50	м	100	м	180	M	D D
		codes on pg.4	22		3		100		100		
DLI reserves the right to substitute values as required. Customer may request particular cap value and material for sample kit to prove out designs.											
Dielectric Laboratories Inc. 2777 Route 20 East, Cazenovia, NY 12035-9477 Phone: 315-655-8710 Facsimile: 315-655-0445 e-mail: sales@diabs.com web: http://www.dilabs.com											
QUALITY SYSTEM ISO 9001 CERTIFIED/ENVIRONMENTAL SYSTEM ISO 14001 CERTIFIED 9 May 2,03											



EJEMPLO 2: de nuevo acudimos a ADS para ver el comportamiento frecuencial de varios tipos de condensadores y compararlos entre ellos. Primero comparamos un 0603 de la serie Microwave Series de la antigua Philips™ (hoy BCcomponents™) con el modelo sencillo para alta frecuencia. Hemos ajustado los valores para igualar las respuestas.





Vemos que las respuestas se ajustan bastante hasta 5GHz, con la resonancia serie en 1,59GHz. En frecuencias superiores la respuesta medida evidentemente muestra las resonancias paralelo y el modelo no. Tendríamos que, por tanto, complicarlo para poder afinar esa zona.

Vamos a analizar el S21 para poder ver esas resonancias con mayor claridad:



Tema 2 – Dispositivos Pasivos de Microondas: Redes de 1 y 2 puertos

Vemos que el rango en el que las respuestas de componente y modelo son coincidentes es el mismo, hasta 8GHz. Ahí es donde comienza a diferenciarse el componente real con sus resonancias paralelo, de una gran profundidad en el caso de la resonancia en 13GHz. Para modelar esto tenemos que complicar el modelo. En [2.1] podemos encontrar una propuesta, aunque el ajuste del modelo a cada caso de valor y fabricante no es evidente ni inmediato.

Lo más habitual es acudir a medidas de los parámetros S que podemos realizar nosotros mismos con un TEST FIXTURE o Accesorio para Pruebas correctamente calibrados, y que nos permite contar con un fichero de parámetros S que nos caracteriza el componente en el rango frecuencial que queramos. La otra alternativa es acudir a los datos que da el mismo fabricante y fiarnos de ellos. Es lo que tiene ADS integrado en su Librería de Componentes.



Fuente: Catálogo de Philips de Condensadores Cerámicos

EJEMPLO 3: vamos a ver otro ejemplo en el que un condensador es de una sola capa de tipo DiCap de Dielectric Laboratories y otro es del mismo fabricante pero multicapa. Introduciremos la influencia del soporte de circuito impreso.



Attention should be given on the mounting orientation of the DILABMLC capacitor (whether it is flat or edge-mounted). The orientation of the capacitor relative to the gap in the microstrip affects the sequence of resonances.

When the internal electrodes are parallel to the plane of the microstrip (flat mounted) parallel resonances occur when the equivalent line length is either an even or odd multiple of a half wave-length.

When the internal electrodes are normal to the substrate (edge mounted), resonances occur only when the multiple is even. This suppression of odd-ordered

Microondas

resonances is the result of exciting the equivalent line at its centre rather than at one end .Consecuently resonance occurs at higher frequencies when edge mounted.



Vemos claramente que el comportamiento del condensador de placa única es mejor en cuanto a resonancias que el multicapa, aunque éste está montado con las placas en perpendicular al sustrato. Si lo montamos en paralelo la resonancia serie baja más en frecuencia.



Veamos ahora cómo es la S₂₁ comparativa en magnitud y fase,



También pierde menos en paso el Di-Cap, aunque también para éste hemos escogido el montaje más favorable: en vertical y soldando a las líneas impresas directamente. Si montamos el Di-Cap en horizontal deberemos acceder al circuito a través de un hilo soldado que, siempre, empeorará la respuesta en frecuencia debido al efecto de su L serie.

1.2.3 Capacidades interdigitales

No es que sea un condensador discreto, pues su análisis detallado exige el uso de parámetros distribuidos, pero al ser muy utilizado en microondas vamos a dar sus principales datos de diseño. En todo caso si sus dimensiones son mucho menores que la longitud de onda, de hecho lo podremos considerar como elemento concentrado.



Fuente: http://www.imst.de/coplan/library_structure/library_structure.html

Las capacidades que se logran habitualmente son en el rango de 0,05 a 0,5pF; para mayores valores hay que jugar con la constante dieléctrica del sustrato, aumentar el área total, o cubrir todo con un material de alta permeabilidad que haga a su vez el papel de cubierta de protección.

Su análisis detallado se puede realizar en base a suma de subcircuitos equivalentes, tales como líneas de transmisión, líneas acopladas, etc. Los simuladores electromagnéticos pueden ser

la alternativa más completa. Todo este estudio desborda la capacidad de este curso -ver la referencia [2.1]-; nos limitamos a ejecutar un ejemplo de capacidad interdigital en ADS y la compararemos con una capacidad discreta de tipo monocapa.

EJEMPLO 4:

Sea la capacidad de la figura y su simulación. Es fácil inferir, con una sencillo cálculo en la zona lineal de la repuesta (|1/cwj|) o utilizando el simulador para comparar con una C ideal, que la capacidad construida tiene un valor de 0,3pF.



Tema 2 – Dispositivos Pasivos de Microondas: Redes de 1 y 2 puertos

De nuevo vemos la superioridad del condensador monoplaca, pero el comportamiento del interdigital es bueno hasta una frecuencia de 20GHz. Además, consideremos que el interdigital es una capacidad gratuita, mientras que cada condensador DiCap puede costar >1€. Añadido a esto puede haber aplicaciones, como es el caso del acoplo de osciladores a mezcladores, en las que la presencia de resonancias nos puede servir para atenuar un 2º armónico el oscilador por ejemplo.



Veamos las pérdidas de paso o S₂₁,

 i_{i} Sorpresa?? \rightarrow La capacidad monoplaca tiene un comportamiento de banda ancha muy bueno debido a su estructura física y, por el contrario, el interdigital exactamente por lo mismo tiene un comportamiento peor al no existir adaptación salvo en una zona concreta de la respuesta. Para algo debe servir el precio que pagamos por el componente más caro.

Podríamos mejorar mucho el comportamiento en este sentido si la capacidad interdigital la construimos sobre un soporte de constante dieléctrica más alta, de forma que la estructura física de las líneas, su anchura, sea más acorde con impedancias que se acerquen a los 50Ω .

1.3 Inductancias discretas en alta frecuencia

La utilización de inductancias en circuitos de microondas es muy extensa, sobretodo en los circuitos integrados especialmente abundantes en la parte baja, en RF. Específica de microondas es, sin embargo, la necesidad de caracterizar exactamente un elemento tan común como el hilo de interconexión (wire ribbon), muy utilizado en la técnica de bonding de los circuitos integrados monolíticos de microondas.

Al igual que las capacidades, la frecuencia de resonancia propia de la inductancia (Self-Resonant frequency-SRF) es la limitación clave, pues por encima de ella la bobina se comporta como un circuito equivalente mucho más complejo. Nos limitaremos a la descripción de las estructuras que tienen más alta SRF.

La otra característica principal es el factor de calidad Q, que conocemos con la fórmula

$$Q = Q_{eff} = \frac{\text{Im}[Z_{in}]}{\text{Re}[Z_{in}]} = \frac{X}{R} = \frac{\omega L_e}{R}$$
, donde L_e es la inductancia efectiva de valor

 $L_e = \frac{L}{1 - (\omega / \omega_p)^2}$, con ω_p la frecuencia de resonancia paralelo (PRF), y que corresponde a un

valor ligeramente superior al valor nominal cuando estamos por debajo de la frecuencia de resonancia.

Vamos a ver algo de los dos tipos principales de inductancias utilizadas en la tecnología de circuito impreso en microondas: las de circuito impreso y las de hilo. Dejamos de lado los inductores utilizados en los circuitos integrados en tecnología de Silicio y de AsGa, donde las características de los procesos son diferentes y dan lugar a otro tipo de estructuras.

En cuanto a las inductancias en chip es rara su utilización en frecuencias por encima de la banda C puesto que su construcción hace inviable su uso en frecuencias tan altas. Veamos un ejemplo comparativo en ADS, entre un discreto de Coilcraft[™] y una L de circuito impreso tipo espiral.



Vemos que la resonancia paralelo está en la zona de 8-12GHz y será difícil superar estas frecuencias, a no ser que construyamos inductancias en el aire.

1.3.1 Inductancias impresas

Los sustratos utilizados en los circuitos impresos se parecen más al AsGa utilizado en los circuitos integrados de microondas (MMIC), por lo que la extensa descripción en la referencia [2.1] es válida en sus resultados para las inductancias de circuito impreso en PTFE.

En frecuencias por encima de 10GHz la única posibilidad que tenemos es usar la línea microstrip como L impresa o pasar a usar hilos. Veamos un ejemplo, en el que comparamos una inductancia ideal con una línea microstrip fina. El objetivo sería conseguir un L efectiva de 1.6nH en 20GHz, en un sustrato tipo PTFE.



El simulador nos dice que necesitamos una línea de sólo 2mm de L y 0.1mm de W. Vemos que no salen unas medidas muy prácticas, lo que implica que en estas frecuencias el uso de inductancias discretas sea muy raro. Dicho de otra forma, deberemos estar muy atentos a cualquier longitud mínima de pista por su comportamiento como línea de transmisión.

1.3.2 Inductancias de hilo

Las inductancias consistentes en un hilo entre dos puntos no suelen ser utilizadas debido a su ensamblado manual y, por tanto, poca consideración de proceso automatizable. Sin embargo, si hay una aplicación que necesita su precisa caracterización frecuencial: el bonding o soldadura eutéctica por ultrasonidos.

Este método es muy utilizado para acceder desde el circuito impreso a circuitos integrados monolíticos de microondas, que en frecuencias altas suelen estar sin encapsular. En ella se utilizan hilos de oro de 0,025mm, que hacen de conexión tanto de las tensiones de alimentación que necesita el monolítico como de conexiones de RF. En la ref. [2.1] hay expresiones de la L equivalente de estos hilos en diferentes situaciones de colocación.

2. CIRCUITOS RESONANTES Y RESONADORES

Todas las gráficas y ecuaciones de este apartado y el 2.1 se han extraído de "Circuitos de Microondas con líneas de transmisión", Javier Bará Temes, Ediciones UPC

Ya tenemos un estudio previo de los circuitos resonantes o resonadores, analizados de modo teórico en el curso previo, en Redes (RLC) y en Electromagnetismo (Cavidades Resonantes), de forma que rápidamente pasaremos a describir las estructuras más utilizadas. Recordar el teorema del invariante adiabático (ver ref. [2.4]) que permite derivar gran número de las propiedades de los circuitos resonantes sin necesidad de recurrir a la disposición concreta de sus elementos componentes (R, L, C): con él reducimos cualquier configuración de pérdidas a un circuito equivalente RLC paralelo.

También,

$$G\nu(t) + C\frac{d}{dt}\nu(t) + \frac{1}{L}\int^{t}\nu(t) dt = 0$$

$$e^{st} \rightarrow G + CS + \frac{1}{LS} = 0$$

Sabemos que la frecuencia natural de resonancia del circuito abandonado a sí mismo, en oscilación libre, es f_{nr} no es en general igual a la frecuencia de resonancia en régimen permanente f_r ; pero en el caso de bajas pérdidas ambas se puede considerar iguales, y es lo que denominamos habitualmente como ω_0 .

Por tanto, si ahora el circuito de la figura se excita mediante un generador senoidal de frecuencia f conectado entre los dos terminales indicados, se define la frecuencia de resonancia f_r como aquella para la que se cumple una de las dos condiciones equivalentes siguientes:

a) La impedancia de entrada del circuito es real.

b) Las energías medias magnética, U_m, y eléctrica, U_e, almacenadas en el circuito son iguales.

La equivalencia entre estas condiciones se omite. Pero nótese que si $U_m = U_e$ la inductancia y la capacidad intercambian sus energías entre sí exactamente sin que exista sobrante perceptible por el generador, que se limita a entregar la potencia disipada por la resistencia. Cuando la frecuencia no coincide con f_r y $U_m \neq U_e$, el exceso de energía que predomina se intercambia con el generador, que percibe, por tanto, una impedancia reactiva.

$$U_{m} = \frac{1}{4} L |I|^{2} = \frac{1}{4} L \frac{|V|^{2}}{\omega_{e}^{2} L^{2}} ; \quad U_{e} = \frac{1}{4} C |V|^{2}$$
(4.7)

si igualamos ambas,

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_o$$

Otro factor a considerar en los resonadores es el factor de calidad Q que, en régimen permanente senoidal es, por definición:

$$Q = \omega_r \frac{energia media almacenada}{potencia media disipada} \bigg|_{m=m}$$

que para el caso del circuito resonante paralelo y en su frecuencia de resonancia, es:

$$Q = \omega_{r} \frac{U_{m} + U_{e}}{P_{L}} \bigg|_{\omega = \omega_{r}} = \omega_{o} \frac{2 U_{e}}{P_{L}} = \omega_{o} \frac{2 \frac{1}{4} C |V|^{2}}{\frac{1}{2} G |V|^{2}} = \frac{\omega_{o} C}{G}$$
(4.9)

Si suponemos las pérdidas bajas $\rightarrow G << 2\omega_0 C \rightarrow Q >> 1$.

Lo habitual suele ser contar con factores de calidad del orden de 100 a 10000. Y por último, tenemos la admitancia de entrada:

$$Y = G(1 + 2jQ\delta) , f = f_{o}(1 + \delta)$$
(4.15)

Para $f = f_0$, |Y| tiene un mínimo (|Z| un máximo), y que el ancho de banda relativo W a 3dB, definida a partir de las frecuencias para las que |Z| disminuye en el factor $\sqrt{2}$ es igual al inverso del factor Q del circuito, como puede calcularse fácilmente a partir de la ecuación anterior.



Se puede demostrar que, en las cercanías de la resonancia, todas las pérdidas asociadas al resonador se pueden englobar en una única resistencia de pérdidas en paralelo.

Para
$$\omega \cong \omega_0$$
,



Para el caso aún más general de pérdidas en ambos componentes reactivos:



Todo lo anterior se ha explicitado para el circuito resonante paralelo pero, por el Teorema de la Dualidad, podemos extraer el equivalente serie:



$$y(w) = Z'(w) = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{C}{L}}(1+2jQ\delta) = \frac{1}{Q'}\sqrt{\frac{L'}{C'}(1+2jQ'\delta)}$$

Con estos circuitos equivalentes sistematizamos el análisis de cualquier resonador de microondas utilizando su equivalente serie o paralelo.

Otra herramienta útil es, como hemos dicho, el Teorema del invariante adiabático de Boltzmann y Ehrenfest, que demuestra que cuando un circuito resonante se perturba ligeramente de forma que su energía media varíe en δU su frecuencia de resonancia varía en $\delta \omega_0$. De forma que:

$$\frac{\delta \omega_o}{\omega_o} = \frac{\delta U}{U} \tag{4.29}$$

Aplicando este teorema, podemos estudiar las cavidades resonantes en guía.

→ Excitación de los Resonadores. Factor de Acoplo g

Todos los resonadores se han de excitar/acoplar de alguna forma desde/hacia el exterior, de forma que podamos intercambiar el máximo de energía entre el circuito exterior y el resonador. Para ello, éste ha de estar adaptado al excitador en la frecuencia de resonancia; se dice que existe Acoplo Crítico, g = 1, y se define un Factor de Acoplo g,

 $g = \frac{Q}{Q_e}$, donde Q es el factor de calidad no cargado, propio del resonador y Q_e es el

factor de calidad externo debido a la resistencia interna de generador Rg, definido como:

 $Q_e = \omega_0 \frac{Energia \, almacenada}{Potencia \, perdida \, en \, R_g} \bigg|_{\omega = \omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R_g} \text{ para el caso de la RLC serie. Para } g > 1 \text{ hay}$

sobreacoplo y para g < 1 hay subacoplo.

Este factor de acoplo se puede aplicar tanto a los circuitos serie, $g = \frac{Z_0}{R}$ con Z_0 la impedancia de la línea de alimentación, como a los paralelo $g = \frac{R}{Z_0}$.

2.1 Resonadores en líneas de transmisión

Consideremos una sección de longitud L de línea ideal en cortocircuito. Sabemos que una de las condiciones de resonancia es que la impedancia de entrada que presenta el circuito debe ser real -en este caso es cero debido a la no presencia de pérdidas-.



Si nos fijamos en la función de la impedancia y en su gráfica (Fig. 2.17, ref. [2.4]), vemos que la línea tiene infinitos ceros e infinitos polos, en función de la longitud de la misma y la frecuencia de trabajo. Por lo tanto, tiene infinitas frecuencias de resonancia de acuerdo con la condición parte reactiva cero.

Por otra parte, dado que el circuito es sin pérdidas y los polos y ceros de Z (o bien Y) están alternados, admite los dos posibles circuitos equivalentes de la figura anterior (formas de Foster). El de *a*) pone de manifiesto los ceros de Z, con ω_{sn} las frecuencias a las que $l = n \cdot \lambda/2$ y el de *b*), los de Y, con ω_{pn} , frecuencias a las que $l = (2n-1) \cdot \lambda/4$ (múltiplos impares del cuarto de longitud de onda \rightarrow resonancia paralelo o antiresonancia).

Los valores equivalentes para los elementos concentrados se pueden calcular aproximando el circuito por su equivalente en las cercanías de la resonancia. En la ref. [2.4] se tiene la deducción completa. Y el resumen aparece en la gráfica anterior.

De la misma forma, y por el principio de dualidad, podemos resumir el comportamiento de la línea ideal en circuito abierto, resumiéndolo en la siguiente gráfica:



De aquí se deduce claramente la aparición de múltiples resonancias cuando vamos barriendo en frecuencia la respuesta de una línea de determinada longitud.

Frecuentemente, el comportamiento de estos circuitos solo interesan en las proximidades de una determinada resonancia, en cuyo caso el circuito equivalente puede simplificarse considerando únicamente aquel circuito L-C que produce el cero o el polo en cuestión. Si además, como es normal, las resonancias de interés se limitan a las dos primeras, los circuitos equivalentes simplificados son:



2.1.1 Resonancia y ondas estacionarias

Hemos obtenido los circuitos resonantes equivalentes a partir del análisis de polos y ceros de la inmitancia de entrada (impedancia o admitancia). Pero también podemos pensar en otro concepto de resonancia: es la situación que se produce cuando al circuito se le dota de energía inicial y luego se abandona a sí mismo. Está demostrado que para pérdidas bajas las dos definiciones de resonancia son equivalentes.

Con este criterio analizamos una línea ideal en cortocircuito y observamos el comportamiento de la onda estacionaria creada en ella por una excitación:



Así, para todos los planos que distan del c.c. un número impar de $\lambda/4$ (A₁, A₂,...) la corriente *I* es nula y, por tanto, los conductores pueden cortarse sin perturbar el sistema ni a la izquierda ni a la derecha, con lo que se obtienen de esta manera trozos de línea aislados con distribuciones de corriente y tensión idénticos a los que tenían antes de ser cortados.

Análogamente, en los planos que distan n $\cdot \lambda/2$ del c.c. (B₁, B₂,...), por ser la tensión nula, podemos conectar entre sí los dos conductores de la línea mediante dos hilos y posteriormente cortar como en el caso anterior. Ahora obtendremos trozos de línea con sus extremos en c.c.

Tema 2 – Dispositivos Pasivos de Microondas: Redes de 1 y 2 puertos

De igual manera podríamos proceder partiendo de una línea en c.a., llegando, en definitiva, a las tres posibles situaciones básicas de la figura anterior, donde se han dibujado las distribuciones de |I| y de |V| para los modos resonantes más bajos. Es evidente que, desde este punto de vista, hemos vuelto a encontrar las mismas resonancias del párrafo anterior.

Por otra parte, también existe una onda estacionaria con ceros de |V| y de |I| si la impedancia de carga es puramente reactiva, ya que también produce una reflexión total. De manera que la construcción de la figura anterior podríamos haberla realizado en este caso más general, sin más diferencia que ahora en la carga no habría ni un mínimo ni un máximo de |V| o |I| y las secciones obtenidas no serían de longitud $\lambda/4$ o $\lambda/2$.

Podemos, por tanto, preguntarnos por las resonancias de una sección de línea con dos reactancias en sus extremos ya que es una estructura sin pérdidas. La respuesta puede darse, en vista de las anteriores, interpretando la resonancia como una onda estacionaria atrapada entre las dos reflexiones totales de los extremos. Si elegimos un plano de referencia cualquiera y denominamos $Z_D y Z_I$, a las impedancias vistas a la derecha y la izquierda, respectivamente, y V⁺ y V⁻ a las amplitudes de las ondas positiva y negativa en el plano, tendremos, según miremos a la derecha o a la izquierda:

$$\begin{array}{c}
 & \underbrace{V}_{-} \\ \downarrow jx_{1} & z_{0} & \underbrace{V}_{+} \\ \downarrow jx_{1} & z_{0} & \underbrace{V}_{-} \\ \downarrow jx_{1} & z_{0} & \underbrace{V}_{-} \\ \downarrow jx_{2} & \underbrace{V}_{-}$$

El cumplimiento de las condiciones de la figura nos dará, por tanto, las resonancias del circuito.

2.1.2 Efecto de las pérdidas

Cuando la línea tiene pérdidas (bajas), es necesario rehacer los cálculos que proporcionan los valores de los elementos de los circuitos equivalentes de las figuras anteriores. En la ref. [2.4] está el cálculo completo para la línea en c.c. de bajas pérdidas; nos limitamos a poner una figura resumen en la página siguiente, en la que los circuitos equivalentes han de modificarse introduciendo resistencias de valor adecuado en cada circuito resonante, de manera que proporcionen un valor de $Q = \beta/2\alpha$.

Microondas

La expresión para el Q es independiente de n, es decir, del orden de la resonancia, y puede comprobarse que también es válida para las resonancias en paralelo, así como para una sección de línea en circuito abierto.



En todos los casos $Q = \beta/2\alpha$

2.1.3 Resonadores Microstrip

Parece inmediato particularizar lo anterior a las líneas microstrip; normalmente se usa el acoplo de tipo capacitivo para conectarlos al mundo exterior, que es también una línea, normalmente de 50Ω .

Este tipo de acoplo lo tenemos estudiado tanto en [2.2] como en [2.3], y da lugar a los resonadores tipo Gap-Coupled. Sus reglas de diseño se extraen del análisis de la impedancia de entrada en el condensador en serie equivalente y haciendo cero su valor en resonancia. Son:

$$b_c = \sqrt{\frac{\pi}{2Q}}$$
, y $g = \frac{R}{Z_0} = \frac{\pi}{2Qb_c^2}$, donde b_c es la admitancia normalizada del condensador

de acoplo.

Veamos el ejemplo de la Figura 6.20 de [2.3] –Ejemplo 6.6 - y lo contrastaremos en ADS.

EJEMPLO 5: Sea un resonador con línea microstrip de 50 Ω en abierto y acoplado capacitivamente a una línea de 50 Ω . La línea resonante es de 2,175cm de longitud, con $\varepsilon_{ef} = 1,9$, y una atenuación de 0,01dB/cm en las cercanías de su resonancia paralelo. Hallar el valor de la capacidad de acoplo crítico.

La 1^a resonancia paralelo ocurre cuando 1 = $\lambda_g/2$, y la frecuencia de resonancia aproximada será:

$$f_0 = \frac{\nu_p}{\lambda_g} = \frac{c}{2\ell\sqrt{\varepsilon_e}} = \frac{3 \times 10^8}{2(0,02175)\sqrt{1,9}} = 5GHz$$

No estamos incluyendo el efecto de la capacidad de acoplo, que afectará sobre la frecuencia. Calculemos el Q no cargado del resonador:

 $Q = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{\pi}{\lambda_g \alpha} = \frac{\pi}{2\ell \alpha}$, con la constante de atenuación en Nepers/metro \rightarrow

 $Q = \frac{\pi (8.7 \ dB / Np)}{2(0.02175 \ m)(1 \ dB / m)} = 628$. La susceptancia de la capacidad normalizada de acoplo será:

$$b_c = \sqrt{\frac{\pi}{2Q}} = 0,05$$
, y por tanto la capacidad tendrá un valor de

 $C = \frac{b_c}{\omega Z_0} = \frac{0.05}{2\pi (5 \times 10^9)(50)} = 0.032 \, pF$, que da el acoplo crítico de resonador a línea. Respecto

al valor exacto de la frecuencia de resonancia, sabemos que será ligeramente más baja que la teórica debido al efecto de la capacidad de acoplo. Para hallar el valor exacto debemos hacer 0 la impedancia de entrada, incluida esa capacidad, que como se ve en [2.3] coincide con:

 $\tan \beta \ell + b_c = 0$, de aquí y por cálculos sucesivos, se ve que es 4,918GHz \rightarrow es un 1,6% menor que la resonancia propia.

Veamos qué respuesta da ADS:



Microondas

Vemos que la frecuencia es ligeramente diferente, porque los cálculos para la línea de 50Ω se han hecho en LineCalc y las pérdidas en dB/m no son exactamente las del enunciado. De hecho, para el circuito de la figura, vemos que la adaptación no está en el óptimo y por tanto el acoplo no es crítico. Por tanto tendremos que variar ligeramente la capacidad de acoplo.



Volvemos a simular, y en este caso utilizamos el componente adecuado que ofrece ADS en su librería: el Microstrip Gap, que tiene en cuenta que el acoplo capacitivo no es sólo una capacidad serie ideal. Lo vemos analizado en la ref. [2.2]





2.2 Resonadores en guía de onda

Ya se han estudiado en Electromagnetismo de 3º y allí, se citaba que los resonadores en guía se pueden reducir a sus equivalentes circuitales de forma que se puedan tratar como los de líneas de transmisión. Por lo tanto todo lo estudiado en general para los circuitos RLC vale para los resonadores en guía.

Las Ecuaciones a continuación se han extraído de los apuntes de Electromagnetismo de 3º, de I. Sancho, salvo las indicadas expresamente.

Sus principales características serían:

- Las cavidades rectangulares resuenan en función de sus dimensiones en modos que se denominan $TE_{mnp} \rightarrow$ es el modo de propagación TE_{mn} con un nuevo índice que se refiere a la dimensión en z a la que se cierra la guía para formar la cavidad.
- **En la cavidad rectangular** el modo dominante será el TE_{10p}, con las siguientes expresiones significativas para los campos:

$$E_{x0} = E_{z0} = H_{y0} = 0$$

$$E_{y} = E_{y0} \cdot e^{j\beta_{10}z} + \Gamma \cdot E_{y0} \cdot e^{-j\beta_{10}z} = E_{y0} \cdot \left(e^{j\beta_{10}z} - e^{-j\beta_{10}z}\right) = 2j \cdot E_{y0} \cdot \operatorname{sen}(\beta_{10}z), \text{ donde}$$

hemos asumido que hay una reflexión perfecta en el conductor. Sabemos que la constante de propagación será:

$$\beta_{10}^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

con una frecuencia de corte mínima de

$$\omega_{c10} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \frac{\pi}{a}$$

y unos campo en el origen

$$E_{y0} = \frac{-j\omega\mu \cdot H_0 a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$
$$H_{x0} = \frac{-j \cdot \beta_{10} \cdot H_0 a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$
$$H_{z0}(x, y) = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right)$$

Esto da como resultado una expresión para el campo eléctrico de TE_{10p},

$$E_{y} = 2j \cdot \frac{-j\omega\mu \cdot H_{0}a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \operatorname{sen}(\beta_{10}z) = \frac{2\omega\mu \cdot H_{0}a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \operatorname{sen}(\beta_{10}z)$$

, y si aplicamos la condición de contorno de que se debe anular el campo eléctrico transversal en la pared conductora situada en z = L, tendremos:

$$\operatorname{sen}\beta_{10} \cdot L = 0 \rightarrow \beta_{10}L = p\pi \quad p = 1, 2, 3...$$

, que implica que la longitud de la cavidad debe ser un múltiplo entero de semilongitudes de onda en la frecuencia de resonancia. Podríamos considerar al resonador rectangular como equivalente al resonador de $\lambda/2$ en línea de transmisión cortocircuitada (ya la hemos visto).

Microondas

La expresión de los campos, que se comportarán como ondas estacionarias en la cavidad, quedará:

$$E_{y} = \frac{2 \cdot \omega \mu \cdot H_{0}a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{p\pi z}{L}\right)$$
$$H_{x} = \frac{-2j \cdot \beta_{10} \cdot H_{0}a}{\pi} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{p\pi z}{L}\right)$$
$$H_{z} = 2j \cdot H_{0} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{p\pi z}{L}\right)$$

La frecuencia de resonancia para el modo TE_{10p} valdrá:

$$\beta_{10}^{2} = \omega^{2} \mu \varepsilon - \left(\frac{\pi}{a}\right)^{2} = \left(\frac{p\pi}{L}\right)^{2} \rightarrow f_{r,10p} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mu\varepsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^{2}}$$

, y en general para cualquier modo superior:

$$f_{r,mnp} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$

La expresión para la Q de la cavidad se calcula haciendo el balance de Energías y las Pérdidas de potencia en conductores y dieléctrico. Lo tenemos desarrollado en la referencia [2.2] y da como resultado:

$$Q_{C} = \omega_{r} \cdot \frac{W_{e} + W_{m}}{P_{LC}}$$

$$Q_{c} = \frac{(k_{101}aL)^{3}b\eta_{0}}{2\pi^{2}R_{s}(2a^{3}b + 2L^{3}b + a^{3}L + L^{3}a)} \qquad \qquad Q_{D} = \frac{1}{tg\delta} \qquad \qquad Q = \left(\frac{1}{Q_{C}} + \frac{1}{Q_{D}}\right)^{-1}$$

Como Ejemplo de cálculo de diseño de un resonador en guía rectangular ver el EXAMPLE 6.3 de la referencia [2.3]

Respecto a las cavidades cilíndricas, su análisis lo podemos encontrar en esta misma referencia [2.3], con las expresiones de los campos transversales en coordenadas cilíndricas; cualitativamente se parte de los modos de propagación en las guías circulares de las que se representa un resumen en la siguiente figura:



Circular Waveguide Modes

Fuente: http://www.ee.surrey.ac.uk/Personal/D.Jefferies/wguide.html

El modo dominante como vemos es el TE₁₁ lo que dará lugar al modo resonante TE₁₁₁ en un resonador con longitud L. De nuevo las condiciones de contorno en z = 0 y z = L obligan a que los campos eléctricos transversales E_{ρ} y E_{ϕ} se anulen e implican que la longitud L sea un múltiplo entero de semilongitudes de onda, como en la guía rectangular.

Las frecuencias de resonancia serán:

- para los modos TE_{mnp}:

$$f_{r,mnp} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$

- y para los modos TM_{mnp} :

$$f_{r,mnp} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$

, recordando que χ_{mn} y χ'_{mn} son respectivamente los ceros enésimos de la función de Bessel de primera especie de orden m y de su derivada respecto al argumento de la misma función.

En cuanto al factor de calidad, las cavidades cilíndricas destacan por la posibilidad de implementar Qs de valores10 veces mayores que las de las cavidades rectangulares. De ahí que uno de sus usos sea como frecuencímetro de microondas: la señal a medir viaja por una guía rectangular que se acopla a la cavidad, sintonizable por una pared móvil que modifica la longitud L y por tanto la frecuencia a la que resuena.

La resolución de medida dependerá de la Q de la cavidad y por eso buscamos el que se propague el modo TE_{011} en lugar del dominante TE_{111} , por presentar una Q aproximadamente 4 veces mayor (ver las gráficas de [2.3] en las páginas 320 y 322).

El factor de calidad se calcula de forma análoga a la empleada en cavidades rectangulares y da unas fórmulas, para el modo TE_{01p} de:

$$Q_{\rm C} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \sqrt{\frac{\omega_{\rm r}\mu\sigma}{2}} \cdot \frac{aL \cdot \left(\left(\chi_{01}^{'}\right)^2 L^2 + p^2 \pi^2 a^2 \right)}{\left(\left(\chi_{01}^{'}\right)^2 L^3 + 2p^2 \pi^2 a^3 \right)}$$

, que presenta un máximo aproximadamente en L = 2a.

Para los modos TM_{0m0} el factor de calidad es:

$$Q_{\rm C} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \sqrt{\frac{\omega_{\rm r} \mu \sigma}{2}} \cdot \frac{aL}{(a+L)}$$

y como la frecuencia de resonancia en estos modos no depende de L se puede ajustar ésta para conseguir factores de calidad mayores.

 Por último, la conexión de las cavidades resonantes, tanto rectangulares como circulares, al mundo exterior sigue los mismos criterios que ya describimos en el TEMA 1 al hacer un resumen de las guías de onda: se trata de utilizar una sonda excitadora/extractora o de acoplar con una pequeña apertura.

El caso de las sondas o pequeños lazos se suele estudiar reduciendo su comportamiento a equivalentes circuitales, como siempre, pero para deducir los valores y estructura hay que hacer una Análisis Modal de los campos electromagnéticos que, por su entidad, sólo se puede ejecutar con los simuladores electromagnéticos disponibles hoy en día. En la ref. [2.3] capítulo 4, párrafo 4.6, tenemos un resumen de en qué consiste este tipo de Análisis.

En cuanto a las aperturas, ya sabemos por lo visto en Electromagnetismo y en Antenas que la posición de esa apertura y su tamaño hará que se comporte como una distribución equivalente de corriente que funciona como una pequeña antena con un rendimiento determinado y una directividad o máxima ganancia en la dirección perpendicular a la apertura.

Al aplicar esta teoría, válida para aperturas pequeñas en función de la longitud de onda y cuando no están situadas muy cerca de los bordes de la guía, se llega a la conclusión de que las ranuras se comportan como dipolos elementales eléctricos y/o magnéticos (duales de los realmente existentes dipolos eléctricos). Por tanto si conocemos las corrientes equivalentes de polarización que sustituyan a la ranura, podremos saber cuales son los campos generados y hallar un equivalente circuital de esa ranura.

Este es el razonamiento que se sigue en el apartado 4.8 de [2.3] para llegar a la conclusión de que una pequeña ranura equivale a una pequeña inductancia colocada en paralelo en la guía o, mejor, en su equivalente como línea de transmisión.

EJEMPLO 6: Diseño de una apertura circular de acoplo a un resonador en guía rectangular.

El caso se puede aproximar en la resonancia por un resonador con una línea de transmisión de $\ell = \frac{\lambda_g}{2}$ cortocircuitada en su extremo y con una pequeña susceptancia en paralelo *jB* en su entrada.

Observamos que la situación es la dual de la del Ejemplo anterior del resonador en microstrip acoplado capacitivamente. Por tanto seguimos el procedimiento dual de ver los ceros de la admitancia de entrada.

La admitancia normalizada de entrada será:

$$\overline{Y} = Z_0 Y = Z_0 \left(-j \frac{1}{X_L} - j Y_0 \cot \beta \ell \right) = -j \left(\frac{\tan \beta \ell + \overline{X}_L}{\overline{X}_L \tan \beta \ell} \right), \text{ donde } \overline{X}_L \text{ es la reactancia}$$

normalizada de la apertura. Como en el ejemplo anterior nº 5 la primera resonancia paralelo (antiresonancia) se produce cuando se anula el numerador:

 $X_L = \frac{1}{\overline{B}} = -\tan\beta\ell$, que como sabemos por lo visto antes tiene infinitas soluciones

(resonancias) como múltiples cruces tiene la recta de la reactancia con la función tan $\beta \ell$.

Siguiendo el mismo procedimiento de desarrollar en Serie de Taylor la admitancia en las cercanías de la resonancia y con la aproximación de que $\overline{X}_L \ll 1$, se llega al resultado final de que, (está el desarrollo completo en [2.3])

 $X_L = \eta_0 \sqrt{\frac{\pi k_0 \omega_1}{2Q\beta^2 c}} = \frac{1}{B}$, con B la susceptancia de la pequeña inductancia equivalente de la apertura para un acoplo crítico, que por otro lado vemos en [2.2] y [2.3] tiene un valor normalizado $\overline{B} = \frac{3ab}{8\beta r_0^3}$ en función del radio de la apertura.

Pongamos números.

Si a =b =L =3cm en una cavidad rectangular de cobre (conductividad σ = 5,8 x 10⁷S/m), queremos hallar la frecuencia de resonancia para el modo principal TE₁₀₁,

$$f_{r,mnp} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$

, da un valor de 7,07 GHz. Respecto a la Q:

$$Q_c = \frac{(k_{101}aL)^3 b \eta_0}{2\pi^2 R_s (2a^3b + 2L^3b + a^3L + L^3a)}$$

, da con una resistencia superficial $R_s = \frac{1}{\sigma \delta_s} = \frac{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}{\sigma} = 0,022 \Omega$, un valor de Q = 12.700, con

dieléctrico aire. La δ_s es la profundidad de penetración. Con estos valores podemos calcular la reactancia equivalente normalizada necesaria para el acoplo crítico en la frecuencia de resonancia ω_1 .

$$X_L = \eta_0 \sqrt{\frac{\pi k_0 \omega_1}{2Q\beta^2 c}} = \frac{1}{B}$$

Aplicando los números que ya conocemos, $X_L / Z_0 = 0,0157 (<< 1) \rightarrow r_0 = 0,37cm$. Corroboramos que la aproximación de reactancia normalizada <<1 se cumple y el tamaño del agujero de acoplo es razonablemente pequeño comparado con el tamaño de la cavidad.

2.3 Resonadores cerámicos

Quizá es uno de los más empleados como parte de los circuitos osciladores que estudiaremos en el Tema 5. Es un resonador abierto, que consiste en una pieza de material de constante dieléctrica alta y con forma cilíndrica, esférica o cúbica. La más utilizada es la cilíndrica; como la de la figura.



Fuente: Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience

En Electromagnetismo de 3° ya se citó este tipo de resonador y se dijo que los modos resonantes soportados son similares a los de la cavidad metálica cilíndrica y que el modo más utilizado es el denominado $TE_{01\delta}$, que presenta un diagrama de campos similar al modo TE_{011} de

las cavidades, pero considerando que las dimensiones serán menores en un factor $\sqrt[]{\sqrt{\varepsilon_r}}$ lo que es una ventaja importante.

$$H < \lambda_g / 2 \rightarrow \delta = \frac{2H}{\lambda_g} < 1$$
, con λ_g la longitud de onda en la guía dieléctrica del modo

TE₀₁.

Las ε_r cubren un amplio espectro desde valores de 10 hasta >100, por lo tanto las dimensiones pueden ser incluso 10 veces más pequeñas que las cavidades convencionales. Como también vemos en la figura, es un resonador que encaja muy bien con la tecnología microstrip pues podemos acoplarlo electromagnéticamente a una línea de transmisión, por cercanía a la misma. Estas ventajas hacen que sea muy utilizado.

En cuanto a las pérdidas, deberemos considerar las pérdidas en el material, directamente relacionadas con la tg δ como sabemos. Los órdenes de magnitud de ésta suele ser de 10⁻⁴. Como ejemplo concreto, tenemos el bario tetratitanato con una constante dieléctrica de 40 y un factor de pérdidas de 0.0005. Por tanto la Q propia del material sería de 2000 y sería el máximo valor alcanzable en el resonador.

A continuación vemos una Tabla Resumen de los principales materiales utilizados en la fabricación de resonadores cerámicos.

Material Composition	Dielectric Constant	Loss Tangent at 4 GHz	Temperature Coefficient, ppm/°C	Manufacturer
BarTioOro	40	1×10^{-4}	+2	Bell Labs
BaTi ₄ O ₉	39	1×10^{-4}	+4	Raytheon, Transteel
(Zr–Sn)TiO ₄	38	1×10^{-4}	-4-10 adjustable	Transtech, Murata Siemens, Tekelec NTK
$Ba(Zn_{1/3}Nb_{2/3})O_2$ $Ba(Zn_{1/3}Ta_{2/3})O_2$	30	4×10^{-5}	0-10 adjustable	Murata, Panasonic
BaO-PbO-Nd ₂ O ₃ - TiO ₂	90	2 × 10 ⁻⁴ at 1 GHz	+10 to -10 adjustable	Murata, Transtech
MgTiO ₃ -CaTiO ₃	21	1×10^{-4}	+10 to $-10adjustable$	Murata

Table 3.2	Properties of Di	ielectric Resonators
-----------	------------------	----------------------

Fuente: Microwave Engineering. David M. Pozar. John Wiley & Sons,Inc

El otro factor de pérdidas proviene de las pérdidas de radiación, que serán menores cuanto mayor es la constante dieléctrica, porque tenderá a concentrar más los campos. Para tangentes de pérdidas < 0,001 las pérdidas en el dieléctrico son < 10% de las pérdidas por radiación, con lo que estas conforman la mayor parte de las pérdidas y minimizarlas puede ser importante.

Hay una forma de minimizar la radiación y es rodear el resonador con una cavidad metálica, aunque deberemos considerar que el blindaje no afecte a los campos y a los modos de resonancia en el resonador y que no se exciten modos no deseados en la cavidad resultante. Para ello tenemos que cumplir la condición de que $c < \lambda_0/2$, donde c es la altura de la cavidad. Condición que no es difícil de cumplir, teniendo en cuenta que la altura del resonador es del orden de $\lambda_0/10$. El efecto del blindaje es mejorar la Q no cargada del resonador, si cumplimos la condición de no generar modos espurios en la cavidad.
El modo dominante $TE_{01\delta}$ consiste en un campo eléctrico transversal E_{ϕ} , sin variación en azimut y con variación en el eje z (H), pero sin llegar a formarse una verdadera onda estacionaria debido a que las dimensiones son pequeñas y la onda no llega a formar un medio ciclo en ese eje. De ahí el símbolo " δ ".

El cálculo de los campos exactos en el resonador es realmente complejo. En la referencia [2.3] podemos encontrar una solución aproximada que ignora los campos en el borde del resonador y que, por tanto, nos limita la exactitud de los resultados a un error del 10%. Podemos resumir varios puntos de esta solución:

- El análisis parte del presupuesto de que el modo propagado es el dual del TM₀₁ de una cavidad cilíndrica metálica. Utilizando coordenadas cilíndricas ρ , $\phi y z$, podemos suponer que existe una pared ideal magnética en el borde del resonador, en $\rho = a$. Es decir que el coeficiente de reflexión en el borde será prácticamente 1, si ε_r es grande:

 $\Gamma = \frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0 + \eta} = \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} \to 1, \quad si \quad \varepsilon_r \to \infty. \text{ El equivalente en línea de transmisión sería}$

un circuito abierto.

- En la dimensión z el resonador no llega a tener landa medios, pero la situación puede dar lugar también a una onda estacionaria no ideal en esa dirección, si consideramos el equivalente de una línea de transmisión terminada en reactancias puras. Ver lo dicho para las líneas de transmisión previamente.
- Se comienza por calcular el modo TE_{01} de una guía dieléctrica con sus componentes transversales de campo E_{ϕ} y H_{ρ} y la componente longitudinal en H_z . Se aplican las condiciones de contorna en $\rho = a$ y z = +-H/2 y el resultado es que la condición de resonancia si el resonador está rodeado por el vacío resulta ser:

$$tg\left(\frac{\beta L}{2}\right) = \frac{\alpha}{\beta} \qquad \qquad \alpha^2 = k_c^2 - k_0^2 \qquad \qquad \alpha = \sqrt{\left(\frac{\chi_{01}}{a}\right)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0} \\ \beta^2 = \varepsilon_r k_0^2 - k_c^2 \qquad \qquad \beta = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r - \left(\frac{\chi_{01}}{a}\right)^2}$$

, con β la constante de propagación real en el interior del resonador y α la constante de propagación imaginaria en el exterior (por tanto una atenuación de la onda). Como vemos ambas dependen de la χ_{01} o primer cero de la función de Bessel de orden $0 \rightarrow \chi_{01} = 2,405$.

La ecuación a resolver es trascendental, y podemos resolverla numéricamente, con cualquier algoritmo que encuentre la frecuencia que iguale ambos términos de la ecuación: el método de los intervalos mitad o el de Newton-Raphson pueden valer. Lo veremos en un ejemplo después.

Unas vez conocida la frecuencia de resonancia y la Q (ambas aproximadamente), nos queda conocer como conectar el resonador al mundo exterior. El acoplo típico se hace por proximidad a una línea de transmisión, tal y como se ve en la figura del encabezamiento, excitando por acoplo una onda que se propagará por la línea. Vemos un circuito equivalente genérico en el que la R representa la $Q_{no cargada} = w_0$.C. R y la L será aquella que de la frecuencia de resonancia junto con C. La relación n del transformador estará evidentemente relacionada con la separación entre resonador y línea.



Fuente: Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience

El valor de R y de la relación *n* del transformador es parte del diseño del resonador. Normalmente el valor de n se calcula a través de una medida del coeficiente de reflexión en la línea cargada en serie con la R equivalente n²R, a través de la ecuación $(n^2 R / Z_C) = (2\Gamma / 1 - \Gamma)$

En la realidad el resonador no se va a montar sobre un plano de tierra, sino sobre una fina capa de sustrato sobre el plano de tierra. Esto cambiará ligeramente los campos alrededor del resonador y variará ligeramente la frecuencia de resonancia.

Suele ser habitual añadir un elemento de sintonía que ayude a centrar la frecuencia de resonancia al valor deseado. En el caso de utilizar una cavidad de blindaje el método habitual es el de la figura, en el que un tornillo acerca un disco metálico al resonador, variando la frecuencia de modo controlado.



Fuente: Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience

El último factor a considerar es el comportamiento con la Temperatura, que tal y como vemos en la Tabla Resumen de los materiales está en el orden de los +-10ppm/°C o incluso menores. Además los fabricantes dan la opción de ajustar la cifra al valor que queramos para que el diseño al que va destinado el resonador tenga un comportamiento óptimo con la T.

2.3.1 Resonadores cerámicos: Fórmulas aproximadas

Otro enfoque posible para buscar fórmulas que nos permita diseñar resonadores cerámicos es la limitación en la generalidad de los resonadores analizados y utilizar aproximaciones numéricas que tengan un error admisible. Esto es lo que se explica en la referencia [2.6] en el que encontramos expresiones con error < 2%, y que pueden servir como 1^a aproximación de diseño.

a) Resonador cilíndrico aislado, de radio a y altura H

$$f_r = \frac{34}{a\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{a}{H} + 3,45\right)$$
, válido para el rango $0,5 < a/H < 2 y 30 < \varepsilon_r < 50$.

También los fabricantes de estos elementos nos facilitan la labor con Calculadoras que nos ayudan a elegir el resonador adecuado.

Lo vemos en el ejemplo, con una calculadora de un fabricante que ya ha dejado de fabricar este tipo de resonadores.

EJEMPLO 7: diseño para un resonador cilíndrico en 10GHz.

Tres métodos:

1. Calculadora fabricante TEMEXTM:



Catalogue Reference : D045 E600 T L0268

Dielectric Resonator Characteristics				
Frequency :	9,999 GHz			
Eps.:	44,50			
Dielectric Series :	E6000			
Tf:	0 ppm/°C			
Temperature Coef. Tolerance :	±2ppm/°C			
Q Factor :	8000@5GHz			
Diameter :	4,50 mm	0,177 inch		
Thickness :	2,68 mm	0,106 inch		

2. Fórmula aproximada

$$f_r = \frac{34}{a\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{a}{H} + 3,45\right)$$

 $u\sqrt{v_r}$, da para los valores anteriores 9,717GHz \rightarrow es un error del 2,82 % comparado con la calculadora del fabricante.

3. Resolución numérica

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{\chi_{01}}{a}\right)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}$$
$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r - \left(\frac{\chi_{01}}{a}\right)^2}$$

 $\sqrt{(u')}$, da por aproximaciones sucesivas de búsqueda de la raíz de la función una frecuencia de 10,36GHz, con un error de 3,6 %.

La calculadora de TEMEXTM permite además el cálculo de los valores de acoplo a la línea microstrip, con lo que permite hacer un diseño completo de resonador cerámico. Aunque no incluye el blindaje, cosa que incluimos en el siguiente apartado.

 b) Resonador blindado sobre soporte dieléctrico y acoplado a una línea microstrip → son valores y gráficas extraídos de la referencia [2.6].



Figure 3.29 Resonant frequency as function of cover height.

(a) The diameter (D = 2a) of the resonator is selected to be

$$\frac{5.4}{k_0\sqrt{\epsilon_s}} > 2a > \frac{5.4}{k_0\sqrt{\epsilon_r}} \tag{3.50}$$

where ε_s and ε_r are the relative permittivities of the substrate and the resonator, respectively, and k₀ is the free-space propagation constant
(b) Calculate k' from

$$k' = \frac{2.405}{a} + \frac{Y_0}{2.405a[1 + (2.43/Y_0) + 0.291Y_0]}$$
(3.51)

where

$$Y_0 = \sqrt{(k_0 a)^2 (\epsilon_r - 1) - 2.405^2}$$
(3.5?)

(c) Calculate propagation constant β for the TE_{01 δ} mode as

$$\beta = \sqrt{k_0^2 \epsilon_r - k^2} \tag{3.5}$$

(d) Evaluate the attenuation constants α_1 and α_2 :

$$\alpha_1 = \sqrt{k'^2 - k_0^2 \epsilon_s} \qquad \alpha_2 = \sqrt{k'^2 - k_0^2}$$
 (3.54)

(e) Find the resonator height H from

$$H = \frac{1}{\beta} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\alpha_1}{\beta} \operatorname{coth}(\alpha_1 h) \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_2}{\beta} \operatorname{coth}(\alpha_2 d_s) \right) \right] \quad (3.5)$$

The preceding relations can also be used to determine the frequency of a dielectric resonator with known dimensions. Figure 3.29 presents the variation of resonant frequency with the cover height. The measured points show that the accuracy of this method is within $\pm 2\%$.

Fuente: "Microwave Solid State Design", 2nd Edition, Inder Bahl and Prakash Bhartia, Ed. Wiley-Interscience

2.4 Resonadores de muy alta frecuencia

Cuando la frecuencia es muy alta, los resonadores cerrados dejan de ser operativos por su tamaño inmanejable por pequeño y por sus altas pérdidas (bajas Q) debido a las cada vez mayores pérdidas de los conductores. Entonces, tenemos que pasar a utilizar resonadores abiertos, como los denominados **Fabry-Perot** que provienen del campo de la interferometría óptica. Su descripción la podemos ver en la ref. [2.2] y no nos extendemos más, debido a su poco uso práctico en circuitos de transmisores y receptores.

Otro tipo de **resonadores** son los denominados **YIG** (Yttrium Iron garnet = Ferrita de Itrio Hierro). Para conocer cómo funcionan estos resonadores se ha de saber previamente lo que son las ferritas o materiales ferrimagnéticos. Son materiales, no totalmente conductores, con tangentes de δ del orden de 0,001 y constantes dieléctricas entre 8 y 16 pero que se pueden magnetizar con un campo magnético fuerte en su presencia. La permeabilidad relativa del material, además, es controlable con la Intensidad de Campo Magnético, con lo que podemos controlar la frecuencia de resonancia en base a modificar la corriente DC y el campo magnético en un electroimán.

Tenemos más datos de este tipo de resonadores en la referencia [2.6]

2.5 Perturbación de cavidades

Muchas veces las cavidades resonantes se perturban ligeramente para conseguir un pequeño margen de sintonía o un ligero cambio de sus propiedades.

Entre las perturbaciones más evidentes está la introducción de un elemento conductor, normalmente un tornillo, de forma que cambiando las dimensiones de la cavidad modificamos ligeramente la frecuencia de resonancia. Otro método habitual es introducir un obstáculo de material dieléctrico, con el que conseguiremos modificar tanto la frecuencia de resonancia como la Q de la cavidad.

Estas técnicas se usan mucho en la confección de Filtros como veremos en el apartado 5.

3. REDES DE 2 PUERTOS: GENERALIDADES

Todas las gráficas y ecuaciones de este apartado y el 3.1 se han extraído de "Circuitos de Microondas con líneas de transmisión", Javier Bará Temes, Ediciones UPC, salvo las indicadas expresamente

Es muy común manejar los circuitos de 2 puertos o accesos (cuadripolos), en base a sus parámetros de impedancia Z o admitancia Y. Lo que da lugar a los siguientes circuitos equivalentes muy conocidos.

a)



Como ejemplo más sencillo tenemos el caso de un tramo de línea de transmisión, cuya matriz de admitancias o impedancias son fáciles de calcular a partir de la impedancia de entrada de la línea (sin pérdidas) en función de su longitud $l \rightarrow \Phi = \beta l$ es la longitud eléctrica.

$$Y_{12} = j \frac{Y_o}{\sin \phi} \qquad ; \qquad Y = \frac{jY_o}{\sin \phi} \begin{pmatrix} -\cos \phi & 1\\ 1 & -\cos \phi \end{pmatrix}$$
(5.59)



Si aplicamos la inversa:

$$Z = \frac{-jZ_o}{\sin\phi} \begin{pmatrix} \cos\phi & 1\\ 1 & \cos\phi \end{pmatrix}$$
(5.60)

Cuando esa longitud se hace $\lambda/4$ o $3\lambda/4$ se dan dos casos a destacar:

a) $\ell = \lambda/4$. En este caso $\phi = \pi/2$ y:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & jY_o \\ jY_o & 0 \end{pmatrix} \qquad Z = \begin{pmatrix} 0 & -jZ_o \\ -jZ_o & 0 \end{pmatrix}$$
(5.61)

b) $\ell = 3\lambda/4$. Ahora es $\phi = 3\pi/2$ y:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -jY_o \\ -jY_o & 0 \end{pmatrix} \qquad Z = \begin{pmatrix} 0 & jZ_o \\ jZ_o & 0 \end{pmatrix}$$
(5.62)

Lo que lleva a que cualquier red recíproca se pueda sintetizar con tramos de líneas en esas longitudes, siempre a una frecuencia dada o en una banda limitada. Así:

a)

b)

$$\sum_{i=1}^{z_{11}-z_{12}-z_{12}-z_{12}-z_{22}}_{Y_{12}-y_{12}-y_{12}-z_{$$

Sabiendo que las impedancias y admitancias de entrada o salida las podemos sustituir también por tramos de líneas, vemos que cualquier cuadripolo recíproco y sin pérdidas (y los filtros son casos particulares de ellos, con pérdidas bajas) lo podemos implementar en líneas de transmisión. Lo vemos en la siguiente figura resumen.





Los circuitos de Microondas, sean de 1, 2 o más puertos se caracterizan históricamente por sus parámetros S, en lugar de los Z o Y, sobretodo porque la medida de los S es más coherente con la situación de propagación de ondas en la que nos movemos en estas frecuencias. Tienen que ser parámetros directamente relacionados con fenómenos como la reflexión, y por ello se utilizan estos Parámetros de Scattering o de Dispersión, poniendo de manifiesto los aspectos de propagación del circuito que se estudie.

En Electrónica de Comunicaciones ya hemos visto la definición de estos parámetros.

$$\begin{pmatrix} b_{1} \\ b_{2} \\ . \\ . \\ . \\ b_{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & . & . & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & . & . & S_{2N} \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ S_{N1} & S_{N2} & . & . & S_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1} \\ a_{2} \\ . \\ . \\ a_{N} \end{pmatrix} \implies [b] = [S] [a]$$
(5.9)

$$S_{ii} = \frac{b_i}{a_i} \bigg|_{a_k = 0 \ (k \neq i)} = \frac{\overline{V}_i^-}{\overline{V}_i^+} \bigg|_{\overline{V}_i^+ = 0 \ (k \neq i)}$$
(5.11)

$$S_{ji} = \frac{b_j}{a_i} \bigg|_{a_k = 0 \ (k \star i)} = \frac{\overline{V}_j^-}{\overline{V}_i^+} \bigg|_{\overline{V}_k^+ = 0 \ (k \star i)}$$
(5.12)

Los parámetros [S] representan las amplitudes normalizadas de las ondas reflejadas en función de las ondas incidentes. La condición de que los accesos estén *terminados* ($a_k = 0$) se consigue cargando el puerto o acceso con su impedancia característica.

- *S_{ii}* es el coeficiente de reflexión visto desde el plano de referencia í-ésimo cuando situamos en este acceso un generador y todos los demás están terminados.
- *S_{ji}* es el coeficiente de transmisión: señal saliente en el plano de referencia *j* y dividido por la señal entrante en el plano de referencia *i*, en la misma situación anterior, es decir, con un generador en el acceso *i*, y todos los demás terminados.

Podemos ver la situación para un N-puertos general en la figura de la página siguiente. Como vemos el desplazamiento de planos de referencia produce un cambio en la fase del parámetro S pero no un cambio en su magnitud, si consideramos líneas sin pérdidas o pérdidas bajas. Tampoco importaría en qué plano situamos físicamente la carga para terminar el puerto.

Parece una situación muy interesante a la hora de proceder a la medición de los parámetros, como efectivamente sucede. De hecho gran parte de la razón de uso de estos parámetros está en su facilidad de medición y en las buenas condiciones (carga resistiva) que se impone a los elementos activos a medir.

Tenemos amplia bibliografía (p. ej. [2.3]) en la que se nos informa de las relaciones entre los parámetros [S] y el resto de familias de parámetros: [Z], [Y], de transferencia [A] y de transmisión [T], de forma que podemos utilizar los que más nos interesan dependiendo de la aplicación. Eso sí normalmente, salvo en las redes muy sencillas, partimos de los parámetros [S] por que son los más fáciles de medir.

La utilidad de los parámetros [A] y [T] está en que son utilizables directamente cuando ponemos redes en cascada, cosa que no podemos hacer con los [S]. Simplemente reflejamos la definición de estos parámetros y ponemos un caso concreto: el de la línea sin pérdidas.

$$\begin{pmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{V}_2 \\ -\overline{I}_2 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b2 \\ a2 \end{pmatrix}$$



$$\beta_k \ell_k = \phi_k$$
, $k = 1, 2, 3... N$ (5.13)

$$a'_{k} = a_{k} e^{j\phi_{k}}$$
, $b'_{k} = b_{k} e^{-j\phi_{k}}$ (5.14)

a)



b)







3.1 Expresiones de un 2-accesos en función de los parámetros [S]

Si particularizamos las relaciones básicas de los parámetros S para un 2-accesos:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

Nos interesa poner las expresiones más utilizadas en los cuadripolos, tales como Impedancia de entrada y salida y Ganancia de Transferencia de Potencia (Transducer Power Gain, G_T).

- Impedancia de entrada: lo hacemos a través del coeficiente de reflexión de entrada. En el Diagrama de Smith uno y otro los podemos leer directamente. La deducción la tenemos en la ref. [2.4]

$$\rho_i = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \rho_L}{1 - S_{22} \rho_L}$$
(5.64)

- Impedancia o coeficiente de reflexión de salida

$$\rho_o = \frac{b_2}{a_2} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_s}{1 - S_{11}\rho_s}$$
(5.65)

- G_T: si es un cuadripolo activo se refiere a la ganancia y tendrá un valor positivo. Si es pasivo, será la atenuación en valor numérico.

$$G_T = \frac{\text{Potencia entregada a la carga}}{\text{Potencia disponible del generador}} = \frac{P_L}{P_{avs}}$$
 (5.66)

, siendo P_{avs} la potencia entregada por el generador a una impedancia igual a Z^* (la conjugada de su impedancia interna). Y la expresión que se deduce es:

$$G_{T} = \frac{|S_{21}|^{2} (1 - |\rho_{s}|^{2}) (1 - |\rho_{L}|^{2})}{|(1 - S_{11} \rho_{s}) (1 - S_{22} \rho_{L}) - S_{12} S_{21} \rho_{s} \rho_{L}|^{2}}$$

EJEMPLO 8: Inversor de Inmitancias.

Los inversores son importantes para el estudio posterior de los filtros, de hecho van a ser el bloque básico que va a aparecer en sus modelos equivalentes y podremos utilizar las expresiones de los mismos para diseñar los elementos del filtro.

En el caso ideal, lo definiremos como una red de dos accesos recíproca, sin pérdidas y simétrica tal que, para una impedancia de carga $Z_L(Y_L)$, a la entrada vemos la inversa de la misma. En la figura vemos la definición del inversor, la síntesis básica a partir de las matrices Z e Y, y la matriz de parámetros S equivalente:



 $K^2 = J^2$ son reales y positivas y son denominadas constantes del inversor. *K* ha de tener dimensiones de ohmios (Ω) y *J* de Siemens (S). La figura b) nos dice que *X* y *B* pueden ser negativas o positivas, y se comportarán igualmente como inversores. El signo afectará a la relación de fase entre entrada y salida.

La figura c) nos lleva a la definición de que *un inversor es cualquier 2-accesos recíproco y sin* pérdidas con $S_{11} = S_{22}$ reales.

Vamos a ver dos casos concretos y útiles de inversores:

1. La línea en $\lambda/4$ de impedancia característica Z_0 ', en la que $K = Z_0$ ', y $Z_i = Z_0'^2 / Z_L$ y que es muy utilizada como red de adaptación sencilla, entre dos cargas diferentes.

2. La 2^a implementación conocida de inversor es menos evidente y va a ser de utilidad en el diseño de filtros. La demostración de su identidad como inversor la tenemos en [2.4] y consiste, como se ve en la figura, en reactancias en serie o paralelo y dos secciones iguales de línea a ambos lados, con una longitud determinada. Lo vemos en la figura siguiente:



Estamos utilizando, como vemos, constantes normalizadas para el inversor y valores normalizados para la susceptancia y reactancia.

De las 4 posibilidades de realización que tenemos, preferimos las que nos dan longitudes de línea negativas –tangentes negativas- porque de este modo las podemos incorporar a las líneas de entrada y salida, restando sus longitudes y haciendo la realización física más compacta y, además, el comportamiento frecuencial mejor.

Son las que resumimos en la figura siguiente:



Fuente: Microwave Engineering. David M. Pozar. John Wiley & Sons,Inc

4. FILTROS EN MICROSTRIP

La síntesis de filtros cualesquiera partiendo del prototipo paso-bajo, es una técnica de diseño que se adapta perfectamente a los elementos concentrados y a su aplicación en frecuencias de RF. La asignatura Electrónica de Comunicaciones cubre este aspecto. En cambio, en frecuencias de Microondas, al no contar con esos componentes, la aproximación al diseño de filtros es ligeramente diferente.

Una posibilidad es utilizar todo ese conocimiento clásico de síntesis de filtros, y transformarlo a líneas de transmisión, fácilmente implementables en frecuencias altas. Esto es lo que se hace a través de la Transformación de Richard y de las Identidades de Kuroda, que nos lleva a los equivalentes en líneas de transmisión de los prototipos paso-bajo que se han estudiado en RF. En el mismo sentido, el concepto de Inversor de Impedancia o Admitancia visto en el ejemplo anterior nos ayuda a esa equivalencia entre componentes discretos y líneas.

Otra posibilidad más utilizada en microondas y sobretodo, más práctica, es considerar las diferentes estructuras paso-bajo, paso-banda, paso-alto y paso banda eliminada, que ya están estudiadas y aplicarlas a nuestra necesidad concreta. Normalmente contaremos con las ecuaciones de diseño que acompañan a la estructura concreta y, además, podremos utilizar simuladores para contrastar resultados.

El otro aspecto que tendremos que considerar será si las líneas de transmisión se implementan en forma microstrip, coaxial o incluso en guía de onda. Este último tipo será imprescindible cuando pretendamos manejar potencias elevadas, que podrían poner en riesgo la integridad de las líneas.

4.1 Transformación de Richard e Identidades de Kuroda

La Transformación de Richard nos permite una 1^a equivalencia entre componentes discretos y líneas. Se basa en hacer una transformación de dominio en el que $\Omega = \tan \beta l$, y el dominio ω se transforma en el dominio Ω , de forma que la reactancia de una bobina queda como

$$jX_L = j\omega L = j\Omega L = j L \tan \beta l.$$

Del mismo modo la susceptancia de una capacidad,

$$jB_C = j\Omega C = j C \tan \beta l.$$

Para los prototipos paso bajo la frecuencia de corte es 1, para el filtro transformado de Richard será, $\Omega = 1 = \tan \beta l$. Es decir, $l = \lambda/8$.



Richard's transformation. (a) For an inductor to a short-circuited stub. (b) For a capacitor to an open-circuited stub.

Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Para la frecuencia doble de la de corte (una octava), las longitudes de la línea serán el doble, $\lambda/4$, y se producirán polos de la función de atenuación. Más arriba, la impedancia que presentan las líneas equivalentes se alejará de la de los elementos concentrados y la respuesta del filtro se alejará de la deseada. Por otro lado, y dada la característica periódica de la impedancia de las líneas, la respuesta en transmisión será periódica, repitiéndose cada $4\omega_c$.

En cuanto a las Identidades de Kuroda, su objetivo es conseguir implementaciones prácticas de filtros en líneas de transmisión, de forma que pueda solventar los problemas que normalmente nos aparecerán.



TABLE 8.7 The Four Kuroda Identities

Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Los elementos de cada caja (elementos unitarios) son líneas de longitud $\lambda/8$ en la frecuencia de corte ω_c . Las inductancias y capacidades representan stubs en c.c. y c.a. Vemos que las identidades nos permiten poner cualquier estructura en forma de sólo stubs en serie o sólo en paralelo; esto significa una buena posibilidad de hacer circuitos físicamente sencillos a partir de los prototipos paso bajo.

La 1^a identidad equivaldría al siguiente circuito, y de la misma forma se podrían desarrollar las otras. La equivalencia se puede demostrar verificando que las matrices ABCD de ambos circuitos son iguales.





Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Con un ejemplo, veremos como diseñar un filtro paso bajo basado en líneas y utilizando las herramientas anteriores.

EJEMPLO 9: Se trata de diseñar un filtro paso bajo con líneas microstrip \rightarrow sobre 50 ohmios, de orden 3, con frecuencia de corte 4GHz y rizado de 3dB en la banda de paso.

Los valores del prototipo son según Tablas para 3dB de rizado:

$$g1 = g3 = 3,3487, g2 = 0,7117, g4 = 1$$

Aplicamos la Transformación de Richard, y añadimos un par de elementos unitarios en los extremos para poder aplicar la 1^a Identidad de Kuroda, de forma que pasamos de stubs en serie, muy difíciles de hacer en microstrip, a stubs en paralelo, mucho más sencillos.



Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Para aplicar la identidad debemos utilizar el valor:

$$n^2 = 1 + Z_2 / Z_1 \rightarrow 1 + 1 / 3,3487 = 1,299$$

y posteriormente desnormalizamos respecto a 50 ohmios y escalamos, teniendo en cuenta que las longitudes son $\lambda/8$ en 4 GHz.



Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

El resultado lo vemos en la gráfica siguiente, simulado en ADS y comparando el resultado de líneas de transmisión ideales con lo que dan los elementos discretos ideales. Observar la respuesta en alta frecuencia periódica en 4 * 4 = 16GHz. Este puede ser el principal inconveniente de los filtros basados en estas herramientas.



Vemos también que la respuesta es similar en la banda de paso (si las transformaciones fueran sin aproximaciones, debieran ser exactas), y que la respuesta de las líneas es más brusca, rechaza más la zona intermedia entre respuestas periódicas.

Si además construimos el filtro y lo medimos (en ADS) veremos que la respuesta sufre otra degradación debido a las pérdidas, efectos de borde, etc. Y que además, a la vista de las dimensiones resultantes, es irrealizable (por lo menos en microstrip en fibra de vidrio normal): las líneas serie salen de anchura 0,00088mm = 0,8 micras, no se pueden fabricar.



La posible solución es utilizar mejor sustrato y de constante dieléctrica más baja de forma que pueda manejar anchuras mayores de pista y pueda alcanzar la impedancia característica de 217.5 ohmios. Otra posibilidad sería evitar el plano de masa debajo de esas pistas en serie de forma que pasen a ser microstrip de Sustrato Suspendido.

Si lo hacemos con ese modelo de sustrato, resulta que:



4.2 Filtros Paso-Bajo

Ya hemos visto una estructura de filtro paso bajo como fruto de aplicar las Identidades de Kuroda. Debemos tener siempre en cuenta el comportamiento periódico de las líneas para deducir que la respuesta en la banda de rechazo no será ni mucho menos ideal.

4.2.1 Filtro de Impedancia en Saltos (Stepped - Impedance)

Es la 1^a equivalencia sencilla que se nos puede ocurrir intuitivamente. El prototipo pasobajo LC serie, lo convertimos a líneas equivalentes de Z_0 baja para las C y de Z_0 alta para las L. Las fórmulas para poder diseñar los filtros las podemos extraer del estudio de los circuitos equivalentes de líneas cortas de muy alta y muy baja impedancia.

El circuito equivalente en T ya lo conocemos y la matriz para una línea cualquiera de longitud Φ = β l también. Con β l < $\pi/2$ la rama serie tendrá una reactancia positiva (bobina) y la rama paralelo una reactancia negativa (condensador) y podremos poner el circuito equivalente como el de la figura.



Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Los valores de la rama serie: $X/2 = Z_0 \tan \beta l/2$

El de la rama paralelo: $B = (1/Z_0)^* (\text{sen }\beta l)$

Para valores $\beta l < \pi/4$ y grandes de impedancia característica, $X_L \approx Z_0 \beta l$ y $B \approx 0$

Para valores $\beta l < \pi/4$ y baja impedancia característica, $X_L \approx 0$, y $B \approx Y_0 \beta l$, que es lo que vemos en la figura.

Estas aproximaciones serán mucho más ciertas cuanto más extremas sean las impedancias baja Z_l y alta Z_h de las líneas. El límite para esto suele estar en la realización práctica. Por ejemplo, en microstrip la $Z_l \approx 10$ ohmios y la $Z_h \approx 150$ ohmios. Fuera de estos valores los efectos parásitos y la dificultad de ejecución hacen imposible su implementación.

Como siempre los valores de longitud e impedancias hay que desnormalizarlos respecto a la impedancia de referencia R_0 y la frecuencia de corte ω_c .

Es decir,

Inductancia, $\beta l = g_k R_0 / Z_h$

Capacidad, $\beta l = g_k Z_l / R_0$, donde g_k son los valores del prototipo.

EJEMPLO 10: Filtro stepped con frecuencia de corte 2,5GHz, 20dB de rechazo a 4GHz, respuesta lo más constante posible en la banda de paso.

La última condición nos dirige a unas tablas determinadas que podemos encontrar en la bibliografía y que nos darán los valores normalizados para cada elemento del Filtro. Pero 1° debemos saber el orden del mismo, que como sabemos será función del rechazo exigido y que podemos extraer también de unas gráficas que representan la pendiente de rechazo para cada orden en función de ω / ω_c y el orden n.

En nuestro caso, $(\omega / \omega_c) - 1 = (4 / 2,5) - 1 = 0,6$. De la gráfica y la tabla, por ejemplo en el apartado 8.3 de la referencia [2.3], y dando un ligero margen para cumplir las especificaciones, concluimos:

$$n = 6$$
, $g_1 = g_6 = 0.5176$, $g_2 = g_5 = 1.4142$, $g_3 = g_4 = 1.9318$

Elegimos el filtro que comienza con capacidad en paralelo con lo que el prototipo sería el de la figura.



Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Los valores:

$$\begin{split} \beta l &= g_k Z_l / R_0 \Rightarrow \beta l_1 = g_1 Z_l / R_0 = 0,517 \ (10/50) = 0,1034 \ \text{radianes} \Rightarrow 5,9^\circ \\ \beta l_3 &= g_3 Z_l / R_0 = 1,9318 \ (10/50) = 0,38636 \ \text{radianes} \Rightarrow 22,1^\circ \\ \beta l_5 &= g_5 Z_l / R_0 = 1,4142 \ (10/50) = 0,283 \ \text{radianes} \Rightarrow 16,2^\circ \\ \beta l_2 &= g_2 R_0 / Z_h = 1,4142 \ (50/150) = 0,4714 \ \text{radianes} \Rightarrow 27^\circ \\ \beta l_4 &= g_4 R_0 / Z_h = 1,9318 \ (50/150) = 0,6439 \ \text{radianes} \Rightarrow 36,9^\circ \\ \beta l_6 &= g_6 R_0 / Z_h = 0,517 \ (50/150) = 0,1713 \ \text{radianes} \Rightarrow 9,9^\circ \end{split}$$

Y el layout será el de la figura. Si vemos los resultados en ADS, los podremos comparar con un filtro ideal de componentes discretos y ver que como siempre en la banda de rechazo la respuesta real se aleja de la ideal. Además en este caso, al no ser las líneas de una longitud divisor exacto de la longitud de onda, la respuesta del filtro no será perfectamente periódica.

Vemos las gráficas a continuación: los elementos concentrados ideales, que no existen, no tienen respuestas armónicas. Los distribuidos si.



4.2.2 Filtro paso bajo con stubs en paralelo

Son filtros que se usan habitualmente en las LNB. Su análisis parte de un filtro concreto implementado como filtro de rechazo de frecuencia imagen en una LNB del fabricante Swedish Microwave mod.1210. Podríamos pensar en una línea de transmisión a lo largo de la cual colocamos unos resonadores en abierto para rechazar la frecuencia imagen de entrada y colocar otro cero de transmisión por encima de la frecuencia de corte superior.

Veámoslo con ADS. La banda de entrada para este filtro es 11,7 a 12,5GHz y el OL posterior está en 10,75GHz. Por lo tanto la banda imagen será de 9 a 9,8 GHz.



Hemos cogido pistas de 1mm y de 0,8mm para los stubs porque de ese orden son en el filtro real. La respuesta del filtro paso-bajo es la de la página siguiente y vemos que efectivamente el corte está en 12,5 y además la estructura presenta el cero de transmisión en el 2° armónico del oscilador 2 * 10,75 = 21,5GHz.

Ahora añadimos el filtro de rechazo de imagen con otros stubs más largos que coloquen un cero de transmisión en el centro de la banda imagen \rightarrow 9,4GHz. Con LineCalc podemos ver qué longitud de línea tengo que poner para un cero en esa frecuencia y sale: 6mm para $\lambda/4$; así y retocando las longitudes se logra la banda de paso necesaria. Por el contrario vemos, ahora que el 2º armónico de OL está adaptado en el filtro....pero esto es lo que nos interesa para absorberlo y que no nos entre al mezclador que viene a continuación del filtro.



4.3 Filtros Paso-Banda

Los filtros paso banda simétricos permiten una aproximación sencilla, como acumulación de varios resonadores simples ligeramente desintonizados y acoplados entre sí. Esto nos conduce a un método experimental de diseño de filtros, detallado en [2.6] y de una gran utilidad, si contamos con los medios para ejecutar las medidas previas necesarias.

De todas formas, existen métodos analíticos de diseño de filtro paso banda, basándonos en los inversores de inmitancia que hemos visto en un ejemplo anterior. Vamos a verlo.

4.3.1 Filtros con Resonadores acoplados

Ya hemos visto los resonadores en microstrip. ¿Que pasará si colocamos varios de ellos en serie ligeramente desintonizados? Parece intuitivo pensar que vamos a tener una respuesta de paso en una banda determinada y limitada: será un filtro paso banda. Veamos.

- 1. Las capacidades de acoplo las modelamos en principio como capacidades serie, aunque en realidad su comportamiento es algo más complejo y se acerca a una PI de capacidades. Tal y como hicimos en el estudio del resonador sencillo, utilizaremos ADS para contrastar los modelos. El 1er. Modelo del filtro será el de la figura b) donde las longitudes aproximadas de los resonadores es $\lambda/2$ en la frecuencia central.
- 2. En el siguiente paso, añadimos unas longitudes negativas de forma que podamos aplicar el circuito equivalente en base a inversores de admitancia con constantes J.



Fuente: "Microwave Engineering", David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

3. El equivalente final constará de líneas alternadas con inversores, de los cuales ya conocemos sus expresiones, estudiadas en el EJEMPLO 8. Y a la vista de los modelos de la figura podemos escribir que:

$$\theta_i = \pi + \frac{1}{2}\phi_i + \frac{1}{2}\phi_{i+1}$$
, para $i = 1, 2, ..., N$, con $\phi_i < 0$

y dado que las líneas de longitud ϕ deben ser $\lambda/2$ en w_0 .

4. De los inversores podemos extraer las expresiones que nos interesan:

$$\phi_i = -\tan^{-1}(2Z_0B_i), \quad B_i = \frac{J_i}{1 - (Z_0J_i)^2} \Rightarrow \theta_i = \pi - \frac{1}{2} \left[\tan^{-1}(2Z_0B_i) + \tan^{-1}(2Z_0B_{i+1}) \right]$$

 Por tanto lo que necesitamos saber para resolver el filtro son las constantes de los inversores del modelo equivalente. Estas constantes están deducidas tanto en la ref. [2.3] como [2.4] y tienen el valor de:

$$Z_0 J_1 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}}, \ Z_0 J_n = \frac{\pi \Delta}{2\sqrt{g_{n-1}g_n}}$$
 para n = 2,3,..., N, $Z_0 J_{N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_N g_{N+1}}}$

en función de los valores que necesitamos del prototipo paso bajo elegido y de la transformación a pasa banda a través del ancho de banda relativo:

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

EJEMPLO 11: Diseño de un filtro paso banda en base a resonadores acoplados, con 0.5dB de rizado en la banda de paso, $f_c = 2$ GHz, Δ de 10%, atenuación de, al menos, 15dB en 2,2GHz e impedancias 50 Ω .

Para determinar el orden necesario del filtro debemos, primero, transformar la frecuencia de paso banda a su equivalente paso bajo:

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0,1} \left(\frac{2,2}{2} - \frac{2}{2,2} \right) = 1,91 \rightarrow \left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| - 1 = 1,91 - 1 = 0,91$$

Por tanto debemos mirar en la gráfica de rizado 0,5dB, por ejemplo en la página 453 de la referencia [2.3], para deducir que para 0,91 y > 15dB de rechazo, el orden es n = N = 3 y los coeficientes del prototipo correspondiente:

N+1	g _n	Z_0J_n	B _n	C _n	ϑ_n
1	1,5963	0,3137	6,96E-3	0,554 pF	155,8°
2	1,0967	0,1187	2,41E-3	0,192 pF	166,5°
3	1,5963	0,1187	2,41E-3	0,192 pF	155,8°
4	1	0,3137	6,96E-3	0,554 pF	

Para hallar los valores de la tabla basta con aplicar las fórmulas anteriores. A la vista de los datos podemos visualizar los resultados con ayuda de ADS® y su herramienta de cálculo de líneas LineCalc. Vemos en la gráfica la comparación entre las líneas ideales y las líneas en microstrip sobre sustrato de RF FR-4 N4000-2 del fabricante Park Nelco[™].

Tema 2 – Dispositivos Pasivos de Microondas: Redes de 1 y 2 puertos



Vemos que la respuesta con las líneas ideales cumple los requisitos en la banda de paso, y de manera más limitada en la banda de rechazo superior; el origen de esto está, de nuevo, en el comportamiento periódico de las líneas que hace que a $2*f_0$ de nuevo tengamos respuesta de paso, lo que afecta al rechazo en 2,2GHz, pero no en 1,8GHz. La respuesta con líneas reales sobre sustrato real pierde unos 4 dB, mayormente debidos al dieléctrico, pues estamos hablando de un sustrato de propósito general y baja calidad.

El otro problema a resolver serían las capacidades serie. Son valores pequeños para que sean chips SMD y altos para ser del tipo GAP. Según la ref. [2.2], pag. 493, el hueco necesario para conseguir ese valor de 0,192 pF con el dieléctrico que estamos usando es:

 $S \le 0.05 \times 1.46 \text{mm} \rightarrow 0.0073 \text{mm} = 17.3 \mu\text{m}!$

, una cifra evidentemente muy difícil de llevar a la práctica. La única solución sería aumentar la constante dieléctrica a 9,6 con sustratos del tipo Alúmina, con lo que si podríamos llegar a esos valores.

Por tanto la mejor alternativa parece usar discretos. Se visualiza el resultado con chips reales de 0,2 y 0,6pF del fabricante AVX y con un sustrato 10 veces mejor en pérdidas (0,002). Habría otra posibilidad que es usar capacidades interdigitales.

De todas formas, la conclusión es clara: *las simulaciones las debemos hacer con componentes reales* y no ideales si queremos que la realidad se corresponda aproximadamente con las mismas. Vemos que al usar modelos de fabricantes la respuesta en más alta frecuencia influye en la banda de paso y hay un ligero desplazamiento hacia abajo en frecuencia y algo más de pérdidas. Esto suele ser muy común en los diseños reales.



4.3.2 Filtros con Líneas Acopladas y Hairpin

Las líneas acopladas son dispositivos de 4 accesos que estudiaremos en mayor detalle en el Tema siguiente y con ellas se hacen gran parte de los filtros en tecnología planar en Microondas. De todas formas las podemos considerar como resonadores acoplados como los del apartado anterior, pero el acoplo entre resonadores se hace por la cara ancha en lugar de la estrecha con lo que, en principio, se conseguirán mayores capacidades de acoplo sin tener que aproximar tanto los resonadores entre sí. Parece intuitivo pensar, bajo ese prisma, que las líneas acopladas servirán para hacer filtros.

El estudio de las mismas se hace basado en la matriz de impedancias de una red 4accesos, y con las herramientas que da el análisis de las líneas acopladas: la existencia de un modo de excitación y propagación PAR, con una impedancia característica Z_{0e} (even), y otro modo de excitación y propagación IMPAR, con una impedancia característica Z_{0o} (odd). Ya se ha visto el mismo tipo de análisis para el Puente de Wilkinson en Electrónica de Comunicaciones.

Si dejamos dos de los accesos del acoplador en corto o en abierto, tendremos 10 posibles diferentes Redes 2-accesos que tendrán diferentes comportamientos como filtro. A estas redes se las denomina como *Canónicas*. Esto es lo que se refleja en la tabla de la página siguiente. El caso que aparece en 3er lugar, serían dos resonadores en abierto y acoplados por su cara ancha, y es el caso que vamos a ver con un poco de detalle y algún ejemplo.

Observar que la respuesta se repite periódicamente en $3\pi/2$, etc. Esto significa que la respuesta en frecuencia se repetirá cada $3^* f_0$.

En esta Tabla, además de las impedancias par e impar, aparece la Impedancia Imagen Z_{i1} : es la impedancia de entrada del acceso 1 cuando el 2 está cargado con Z_{i2} . Este tipo de Impedancia es útil cuando analizamos cuadripolos en cascada, en los que interesa que cada cuadripolo esté cargado en su salida por la impedancia de entrada del siguiente, de forma que adapte y maximice la transferencia de señal.

Al ser el filtro de líneas acopladas un conjunto de celdas básicas 2-accesos en cascada, se justifica la aparición de la Impedancia Imagen en su análisis.

-

Circuit	Image Impedance	Response	
$\begin{array}{c} & & \theta \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ Z_{i1} \end{array} \xrightarrow{\bullet} \begin{array}{c} & \\ \hline \\ Z_{i2} \end{array}$	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0e}\cos\theta}{\sqrt{(Z_{0e} + Z_{0e})^2\cos^2\theta - (Z_{0e} - Z_{0e})^2}}$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e}Z_{0e}}{Z_{i1}}$	$Re(Z_{t1})$ 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
$ \begin{array}{c} $	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}\sin\theta}{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2\cos^2\theta}}$	$Re(Z_{i1})$ 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
$\begin{array}{c} \bullet \longrightarrow \\ \hline \\$	$Z_{i1} = \frac{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}{2 \sin \theta}$	$Re(Z_{i1})$ $ \underbrace{\uparrow}_{0} \underbrace{\frac{\pi}{2}}_{\text{Bandpass}} \underbrace{\pi}_{i_{1}} \underbrace{\pi}_{i_{2}}$	
$Z_{i2} \longrightarrow \theta \longrightarrow \\ = \\ Z_{i1} \longrightarrow \theta \longrightarrow \\ = \\ = \\ Z_{i1} \longrightarrow \theta \longrightarrow \\ = \\ = \\ = \\ = \\ = \\ = \\ = \\ = \\ = \\$	$Z_{i1} = \frac{\sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}{(Z_{0e} + Z_{0o}) \sin \theta}$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e} Z_{0o}}{Z_{i1}}$	$Re(Z_{i1})$ $ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \frac{\pi}{2} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \pi}{3\pi} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} 3\pi}{2} \\ \end{array} $ Bandpass	
$\begin{array}{c} & & \\ & & \\ \hline \\ \hline \\ Z_{i1} \end{array} \circ \begin{array}{c} & \\ \hline \\ Z_{i1} \end{array} \circ \begin{array}{c} \\ \hline \\ \\ Z_{i1} \end{array} \circ \begin{array}{c} \\ \hline \\ \\ \\ \end{array} \right) $	$Z_{i1} = \frac{Z_{0c} + Z_{0o}}{2}$	All pass	
$\begin{array}{c} & & & \\ & & & \\ & & \\ \hline \\ Z_{i1} \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array} \end{array}$	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$	All pass	
$Z_{i1} \longrightarrow \theta \longrightarrow$ $Z_{i1} \longrightarrow \phi \longrightarrow$	$Z_{i1} = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$	All pass	
$\overbrace{Z_{i1}}^{\bullet} \stackrel{\theta \longrightarrow}{\longrightarrow} \overbrace{Z_{i2}}^{\bullet}$	$Z_{i1} = -j \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \cot \theta$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{i1}}$	All stop	
$ \begin{array}{c} $	$Z_{i1} = j \sqrt{Z_{0e} Z_{0e}} \tan \theta$	All stop	
$\overrightarrow{Z_{i1}} \sim \overrightarrow{Z_{i1}} \sim \overrightarrow{\theta} \rightarrow \overrightarrow{\theta}$	$Z_{i1} = -j \ \sqrt{Z_{0e} Z_{0e}} \ \cot \theta$	All stop	

Fuente: "Microwave Engineering"; David M. Pozar; John Wiley & Sons, Inc.

Microondas

Para el caso en que los resonadores sean de longitud $\lambda/4 \rightarrow \theta = \pi/2 \rightarrow Z_i = \frac{1}{2} (Z_{0e} - Z_{0o})$, que

será el valor de pico de la banda de paso de la figura de la tabla. De la misma forma si $\theta = \pi$, se producirá un infinito de impedancia de entrada y, por tanto, un cero de transmisión (stop-band).

Los datos que faltarían para completar la respuesta de la celda de 2 líneas acopladas serían las frecuencias de corte $\vartheta_1 y \vartheta_2 y$ la constante de propagación:

$$\cos \theta_{1} = -\cos \theta_{2} = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$
$$\cos \beta = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} - Z_{0o}} \cos \theta$$

Para el diseño de estos filtros, tiramos de nuevo del modelo equivalente basado en inversores. En este caso la celda de 2 líneas acopladas será modelable por un tramo de línea θ , seguido de un inversor J (-90°) y otro tramo de línea θ . La demostración se hace calculando la Impedancia Imagen y la Constante de Propagación para longitud de $\lambda/4$ y corroborando que son aproximadamente iguales que las de la celda. Lo podemos ver en la referencia [2.3].

En la misma referencia podemos encontrar las ecuaciones que nos dan las impedancias características del modo par e impar, Z_{0e} y Z_{0o} , en función de las constantes de los inversores, y las que nos relacionan las constantes de los inversores con los valores del filtro prototipo que vayamos a usar. Estas últimas son las mismas que hemos visto en los filtros de resonadores acoplados, dado que los modelos equivalentes en líneas e inversores son iguales para ambos tipos de filtros.

$$Z_{0e} = Z_0 \Big[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2 \Big]$$
$$Z_{0e} = Z_0 \Big[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2 \Big]$$

El filtro paso-banda se constituye con N+1 celdas de éstas en cascada, tal y como vemos en la figura de la página siguiente. Deberemos conocer las impedancias características del modo par e impar, Z_{0e} y Z_{0o} , para poder inferir con ello la distancia de acoplo entre líneas. Una vez conocidas esas impedancias podremos acudir a las fórmulas de diseño de los acopladores direccionales, que veremos en el Tema siguiente.

Veámoslo con el ejemplo anterior, el 11, de forma que podremos comparar resultados de ambas configuraciones y su implementación práctica.

EJEMPLO 12: Filtro de Líneas Acopladas, con 0.5dB de rizado en la banda de paso, $f_c = 2$ GHz, Δ de 10%, y orden N = 3 (impedancias 50 Ω). Calcular la atenuación en 1,8GHz.

En este caso se nos da el orden del filtro y deberemos seguir los mismos pasos que antes.

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0,1} \left(\frac{1,8}{2} - \frac{2}{1,8} \right) = -2,11 \rightarrow \left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| - 1 = 2,11 - 1 = 1,11$$

, lo que nos da aproximadamente 20dB de atenuación en esa frecuencia.

Ahora construimos una tabla como la anterior con los valores del prototipo y el resto de datos que necesitamos para diseñar el filtro.





n	g _n	$Z_0 J_n$	Z _{0e}	Z ₀₀	S
1	1,5963	0,3137	70,61	39,24	0,24
2	1,0967	0,1187	56,64	44,77	0,89
3	1,5963	0,1187	56,64	44,77	0,89
4	1	0,3137	70,61	39,24	0,24

Las impedancias par e impar las hemos calculado usando las ecuaciones:

$$Z_{0e} = Z_0 \left[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2 \right]$$
$$Z_{0e} = Z_0 \left[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2 \right]$$

Veamos el resultado en ADS para acopladores con líneas ideales y lo compararemos con líneas reales hechas en microstrip.



Ya vemos que el de líneas ideales sale perfecto y además simétrico, cosa que no pasaba en el filtro de resonadores acoplados ideales. La causa la tenemos en que la celda básica de ahora es de longitud $\lambda/4$ con lo que la periodicidad de la respuesta es de 3 * f₀ y afecta menos que la de periodicidad 2 * f₀

Y la separación S entre resonadores la hemos extraído de la herramienta LineCalc que permite calcular ese valor una vez conocidas las impedancias par e impar. Vemos que la respuesta real se aleja de la ideal, de nuevo hacia abajo en frecuencia y con pérdidas, como ocurría antes. El uso del simulador es muy apropiado para estos casos, puesto que cuenta con herramientas de optimización que nos permitirán ajustar los valores de diseño para conseguir una respuesta centrada y con las mínimas pérdidas.

Edición 2009/1

Veamos los valores que nos han quedado:



Destaquemos que las dimensiones involucradas en este tipo de filtro son más utilizables; no tenemos separaciones de micras como en el caso anterior ni longitudes del orden de 35mm para esta frecuencia de 2GHz. Hay que darse cuenta que los tres resonadores puestos en serie miden prácticamente 100mm. Excesivo quizá.

Por tanto las líneas acopladas, más compactas y fáciles de fabricar, constituyen una de las mejores estructuras para ejecutar filtros paso-banda en microstrip.

4.3.2.1 Filtros Hairpin

Son un caso particular de los de líneas acopladas en los que éstas se distribuyen con una geometría característica en U y que da origen a su nombre. Vamos a ver un caso real, que ya citamos en el Tema 1, de un filtro paso-banda en 14,125GHz con una anchura de banda de 250MHz, y un orden N = 5.

El filtro forma parte del transceiver VSA-111, producto descatalogado de la empresa IKUSITM.



En la figura se ve la respuesta medida: Color azul: curva de mayor ganancia \rightarrow Circuito impreso de espesor 0,254mm (0,1 pulgadas), tipo Park-Nelco[®] N-9000 con $\varepsilon_r = 2,17$ y tg $\delta = 0,0008$, con espesor de cobre de 30µm, y adherido posteriormente con soldadura de Indio a baja

Temperatura (150°) a un soporte de latón. Recordar que la curva de menor nivel es la correspondiente a un sustrato fabricado con un plano de tierra de 3mm.

Ya hemos dicho que en la ref. [2.6] se describe un método experimental válido para este tipo de filtro basado en resonadores acoplados.

Veamos la simulación en ADS. Las medidas del filtro están cogidas de la realidad. Para contar con sus ecuaciones de diseño hay que acudir a la bibliografía especializada en filtros, como la ref. [2.7].



Vemos que, al ser un filtro con muchas secciones, la realidad está ligeramente alejada de la simulación, aunque la frecuencia central está prácticamente igual. En cuanto a los rechazos, vemos que la medida no tiene el suficiente margen dinámico para poder evaluar los 80dB de rechazo que da el simulador en 13GHz, que es donde se supone que está el OL. El stub en corto de la entrada, de 4,2mm de longitud no está incluido en la simulación, pero produciría un efecto de mejora de la adaptación en la entrada.

Con cálculos sencillos podemos ver que la longitud para $\lambda/4$ es de aprox. 4mm (3,9mm en realidad) y vemos que el filtro peine se comporta como dos líneas acopladas de $\lambda/4 + \lambda/4 = \lambda/2$ colocadas en forma de U y separadas, por tanto, por una línea que deberá tener la suficiente longitud para evitar que haya acoplo entre líneas de la misma U.

4.3.2.2 Filtros Interdigitales

~ .

Si lo que buscamos es compactar aun más el filtro lo que hacemos es colocar los resonadores uno al lado del otro y acoplarlos electromagnéticamente. Se denominan interdigitales, y suelen contar con otra ventaja, el acoplo denominado tapered, que significa que ataco directamente al 1er resonador y al último en un punto de 50 Ω de impedancia con lo que me ahorro las líneas de acoplo de entrada y salida.

También destacar la desventaja: es una estructura con stubs a masa y esto implica la necesidad de modelar correctamente las vías que van a hacer esa conexión a masa del final de los stubs. Es, de hecho, un filtro que depende de manera crítica de la posición de esas vías a masa.

En la ref. [2.6] tenemos un diseño concreto, basado en las ecuaciones deducidas del diseño experimental antes comentado. Los resonadores son de longitud $\lambda/4$ y el acoplo entre ellos se calcula con:

$$K_{n,n+1} = \frac{BW}{f_0 \sqrt{g_n g_{n+1}}}$$

, que son los coeficientes de acoplo normalizados entre resonadores, Para saber la longitud a la que hay que poner las tomas de entrada y salida:

$$Q_L = \frac{f_0}{BW}g_1 = \frac{f_0}{BW}g_n$$

EJEMPLO 13: Filtro Interdigital, 4GHz, rizado 0,2dB Chebyshev, BW = 0,4GHz, Puntos de atenuación 35dB = 4 + 0.4GHz, sustrato de h = 1,27mm y ε_r = 9,8.

 $\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0,1} \left(\frac{4,4}{4} - \frac{4}{4,4} \right) = 1,91 \rightarrow 1$

prototipos nos da n = 5 y por tanto serán 5 resonadores. Los factores de acoplo:

$$K_{1,2} = \frac{0.4}{4\sqrt{1,3394 \cdot 1,3370}} = 0,0747 = K_{45}; \text{ igualmente } \rightarrow K_{23} = K_{34} = 0,0588.$$

En la ref. [2.6] tenemos la figura que nos da la relación S/h para este dieléctrico y una relación W/h = $0.7 \rightarrow W = 0.889$, lo que implica que los resonadores van en líneas de impedancia característica de 58 Ω . Podrían utilizarse también otros valores, pero deberíamos seguir el procedimiento de medida explicado para calcular otras gráficas que nos pudieran dar el valor de S para esas anchuras.

La longitud de los resonadores es $\lambda/4 \rightarrow L = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} \frac{1}{f_0} \frac{1}{4} = 7,43mm$, para lo que hemos

utilizado LineCalc. La gráfica de la página 277 -[2.6]- nos dice que las distancias son:

$$S_{12} = S_{45} = 2,2 \text{ mm y } S_{23} = S_{34} = 2,52 \text{mm}$$

Y la gráfica de la pag. 279 – [2.6]- nos indica que para $Q_L = \frac{4}{0,4}$ 1,3394 = 13,4, la

relación entre el tap y la longitud es: $1/L = 0.145 \rightarrow 1 = 1.077$ mm.

Lo debemos contrastar en algún simulador o con alguna medida experimental. En el caso de ADS deberemos utilizar la librería de líneas de transmisión *Multilayer* para encontrar estas líneas multi-acopladas o si no, siempre cabe la posibilidad de usar el simulador electromagnético 2D Momentum, en el que podemos simular cualquier estructura planar.

Microondas

Además, ADS cuenta con una herramienta de diseño que son las *Design Guides* en las que el propio programa sintetiza los filtros que tiene en su base de datos. Definimos las características del filtro y el sustrato y una ventana de control de diseño nos permite sintetizar, simular y optimizar el filtro. Es el caso que vemos en la figura para el filtro interdigital.



Fuente: Manual de ADS de Agilent™

Existen de todos modos un buen número de paquetes de software que ofrecen la posibilidad de conseguir una versión gratuita, que los fabricantes denominan como educativa o versión de estudiantes, y en el que podemos hacer una primera aproximación al diseño de este tipo de filtros. Por dar una posibilidad, tenemos el del fabricante ANSOFTTM Designer Student Versión en <u>http://www.ansoft.com/ansoftdesignersv/</u>, aunque existen más. Otra posibilidad es programar las ecuaciones de diseño en un software de cálculo tipo MatlabTM.

4.4 Filtros Paso-Alto

Los filtros paso-alto como tal son difíciles de ejecutar en microstrip, sobre todo porque la respuesta por arriba en frecuencia está limitada tecnológicamente. Por tanto, prácticamente, estaríamos hablando de filtros paso banda con una banda de paso más amplia.

De todas formas contamos con una estructura que es la de Stubs a tierra directamente acoplados, citado en la ref. [2.6], y que se quiere parecer a la traslación en líneas del prototipo paso alto en componentes discretos.

4.5 Otros tipos de Filtros

Hay multitud de tipos de filtros que no citaremos por falta de espacio y tiempo, pero consideremos que cualquier estructura basada en resonadores puede dar lugar a esa función.

Aparte de los basados en elementos concentrados en la parte baja de la banda de microondas, uno de los más utilizados y sencillos son los filtros paso-banda basados en Resonadores Cerámicos, que consisten básicamente en una serie de resonadores puestos en serie dentro de una cavidad y conectados en entrada y salida por medio de una acoplo por cercanía de pistas en un sustrato soporte. En la ref. [2.6] podemos ver una breve descripción de los mismos.

5. FILTROS EN GUÍA DE ONDA.

La estructura más utilizada es la de resonadores en guía acoplados por pequeñas ventanas, denominadas *iris*, que dan lugar a un modelo equivalente basado de nuevo en inversores y tramos de línea. Es, por tanto, una estructura paso banda.

Si suponemos que la perturbación de la cavidad es mínima, podemos diseñar la misma para la frecuencia central de la cavidad y aplicar fórmulas aproximadas para las ventanas de acoplo. La referencia [2.7] es ampliamente utilizada para el diseño de estos filtros en cavidades.

Por limitación de tiempo, vamos a ver exclusivamente un par de ejemplos de filtros en cavidades rectangulares, con un tipo de acoplo basado en pequeñas ventanas rectangulares o circulares, que ya se han visto en el caso de los resonadores en guía. Allí decíamos que esas ventanas equivalen a colocar susceptancias en paralelo a lo largo de la guía.

Evidentemente el tamaño de la cavidad será el necesario para que se propague el modo fundamental TE_{10} a la frecuencia que queramos diseñar el filtro paso-banda. Vamos a ver dos tipos de filtros de cavidades:

5.1 Filtro de cavidades acopladas mediante cavidades de cuarto de longitud de onda

Las ecuaciones y gráficas de este apartado están extraídas de Fuente: Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience

Son lo más parecido a los filtros de líneas acopladas que hemos visto antes, ejecutadas en microstrip, puesto que el modelo equivalente, y por tanto los cálculos de diseño, se basará en tramos de línea e inversores de inmitancias. Veamos la estructura básica de estos filtros:



FIGURE 8.50 Quarter-wave-coupled waveguide-cavity filter.

Son secciones de cuarto de longitud de onda – $l_{k,k+1}$ -que acoplan entre sí a cavidades mediante un determinado factor de acoplo o susceptancia equivalente. La última cavidad esta cargada por la impedancia de referencia, en este caso 1 al estar con valores normalizados.

El análisis básico de las cavidades es como el de las líneas de transmisión, con la salvedad de trabajar con la variable $(\beta/k_0) \omega = \beta.c$ en lugar de la variable ω . Este criterio, fue demostrado por *W. W. Mumford en "Maximally Flat Filters in Waveguides", Bell System Tech. Journals* en 1948. En ese estudio encontramos las ecuaciones de diseño del filtro, basadas en la equivalencia entre el tramo de guía l_k terminada por dos iris iguales $-j\overline{B}_k$ en los extremos y dos tramos de línea de longitud determinada θ_{Ik} y una susceptancia $j\overline{B}$ equivalente también determinada [2.2]. De ahí se deducen las ecuaciones de diseño.
Por un lado tenemos que el espaciamiento entre diafragmas para una óptima transferencia en $\omega = \omega_0$ es:

$$\tan\beta_0 l_k = -\frac{2}{\overline{B}_k}$$

Y la Q cargada de cada cavidad *k* es, en función de los valores prototipo:

$$Q_k = \frac{\beta_0}{\beta_2 - \beta_1} \frac{g_k}{2}$$

, donde β_0 , $\beta_1 y \beta_2$ son las constantes de fase de propagación en el centro y en los extremos de la banda de paso, que son valores conocidos una vez conocidas las dimensiones de la guía. Una vez conocida la Q, podemos calcular la susceptancia normalizada con la siguiente fórmula:

$$Q_{k} = \frac{\pi - \tan^{-1}(2/\overline{B}_{k})}{2\sin^{-1}\frac{2}{\left(\overline{B}_{k}^{4} + 4\overline{B}_{k}^{2}\right)^{1/2}}}$$
$$\approx \frac{\left(\overline{B}_{k}^{4} + 4\overline{B}_{k}^{2}\right)^{1/2}}{4}\tan^{-1}\frac{2}{\overline{B}_{k}}$$

, o con su aproximación para casos de Q alta de cavidad:

$$\overline{B}_k = 2 \left(Q_k^2 - 1 \right)^{1/2}$$

, con lo que nos quedaría por diseñar las longitudes de las cavidades de acoplo: líneas de cuarto de longitud de onda a las que se han incorporado los tramos de línea procedentes de los circuitos equivalentes de las cavidades adyacentes. Supuesta la condición de que esos tramos θ_{Ik} junto con la longitud de la cavidad θ_{Ik} sumen una longitud de $\lambda_{g'}/2$ -longitud eléctrica π -, es fácil demostrar que la longitud de las cavidades de acoplo es:

$$l_{k,k+1} = \frac{1}{\beta_0} \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{1k} - \theta_{1k+1} \right)$$
$$= \frac{\lambda_{g0}}{2\pi} \left(\frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2} - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{l_k + l_{k+1}}{2} - \frac{\lambda_{g0}}{4}$$

Como se ve son de aproximadamente $\lambda_g/4$. La longitud de la cavidad l_k la extraemos de la 1^a fórmula de la página anterior. Estos cálculos hay que repetirlos para todos los tramos de guía y las cavidades acopladas.

EJEMPLO 14: Asumamos que queremos un filtro de 5 secciones, con respuesta de rizado plano de 0,1dB, centro en 10,2GHz y BW = 10 a 10,4GHz. Se debe calcular la susceptancia equivalente de la primera cavidad.

5.2 De cavidades directamente acopladas

Las ecuaciones y gráficas de este apartado están extraídas de Fuente: Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience

Este tipo de filtros es más compacto, tal y como vemos en la figura, pues se basa en una estructura en la que tanto las longitudes como los acoples son independientes entre sí, con lo que nos ahorramos los tramos en cuarto de longitud de onda.



FIGURE 8.53

A direct-coupled waveguide-cavity filter.

Eso sí, cada tramo es de aproximadamente media longitud de onda, así que las dimensiones finales tampoco serán pequeñas. Como siempre, partimos de un modelo equivalente,



FIGURE 8.51

A waveguide cavity and its equivalent circuit.

, en el que podemos despreciar la susceptancia de la cavidad frente a la del acoplo, suponiendo que ésta es grande para Q's altas de la cavidad. La reactancia serie la podemos modelar con el inversor,



, y las longitudes negativas resultante las incorporaremos a los tramos de media longitud de onda. Así, fue S. B. Cohn el que propuso estos modelos y las ecuaciones a utilizar, tanto para las susceptancias de acoplo como para las longitudes de las cavidades.

Partiendo, por tanto, de las ecuaciones típicas de un inversor, se puede llegar a las ecuaciones de la página siguiente, en las que podremos hallar los valores de las susceptancias de acoplo y las longitudes de las cavidades, siempre en función de los valores del prototipo que nos garanticen el cumplimiento de las especificaciones.

$$\overline{B}_1 = \frac{1 - w/g_1}{\sqrt{w/g_1}}$$

$$\overline{B}_2 = \frac{1}{w} \left(1 - \frac{w^2}{g_1 g_2} \right) \sqrt{g_1 g_2}$$

$$\overline{B}_k = \frac{1}{w} \left(1 - \frac{w^2}{g_k g_{k-1}} \right) \sqrt{g_k g_{k-1}}$$

$$\overline{B}_N = \frac{1 - wR/g_{N-1}}{\sqrt{wR/g_{N-1}}} \quad R = 1 \text{ for } N \text{ even}$$

where

$$w = \frac{\pi}{2} \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_0}$$

, y en cuanto a las longitudes:

$$l_{k} = \frac{\lambda_{g0}}{2} - \frac{\lambda_{g0}}{4\pi} \left(\tan^{-1} \frac{2}{\overline{B}_{k+1}} + \tan^{-1} \frac{2}{\overline{B}_{k}} \right)$$

Restaría conocer el tamaño de las ventanas inductivas, a partir de las susceptancias normalizadas equivalentes. En la ref. [2.5] se nos da una fórmula sencilla, válida en una 1ª aproximación:

$$d = \frac{2a}{\pi} \cdot \operatorname{arc} tg \sqrt{\frac{\lambda_g}{a\overline{B}}}$$

EJEMPLO 15: Veamos un cálculo del Filtro de Recepción del Diplexor del Transceiver VSAT que se analiza en el Tema 8. La banda descendente es en 12,5 - 12,75GHz y la ascendente en 14 - 14,5. Asumamos que queremos un rechazo de al menos 80dB en el peor caso y un rizado de 0,01dB en la banda de paso. Se deben calcular longitudes y aperturas de ventanas de las secciones resultantes.

6. BIBLIOGRAFIA Y ENLACES

Lumped Elements for RF and Microwave Circuits. Inder Bahl. Ed. Artech House	[2.1]
Foundation for Microwave Engineering. Second Edition. Robert E. Collin. Wiley-Interscience	[2.2]
Microwave Engineering. David M. Pozar. John Wiley & Sons, Inc	[2.3]
Circuitos de Microondas con Líneas de Transmisión. Javier Bará Temes. Ediciones UPC.	[2.4]
Fields and waves in communication electronics / Simon Ramo 2 ^a ed New York : John Wiley & Sons Limited, 1965	[2.5]
Microwave Solid State Design. Second Edition. Inder Bahl and Prakash Bhartia. Ed. Wiley-Interscience.	[2.6]
Matthaei, Young & Jones, Microwave Filters, Impedance Matching Networks and Coupling Structures, available from Artech House, 1980	[2.7]