

Cálculo de estructuras con Cespla 7

Juan Tomás Celigüeta

Dr. Ingeniero Industrial



tecnun
Universidad
de Navarra
Escuela de Ingenieros



tecnun
Universidad
de Navarra
Escuela de Ingenieros

Cálculo de estructuras con Cespla 7

Juan Tomás Celigüeta

Copyright © Universidad de Navarra, Juan Tomás Celigüeta Lizarza.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita del titular del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

ISBN: 978-84-8081-085-8

D. L. SS-763-2011

Primera edición: junio 2011.

Edita: Universidad de Navarra - Servicio de Publicaciones
Campus Universitario
31.080 Pamplona

Imprime: UNICOPIA C.B.
Manuel Lardizábal, 13
20.018 Donostia - San Sebastián

Contenido

INTRODUCCIÓN	1
GENERALIDADES SOBRE ESTRUCTURAS PLANAS	2
Tipos de estructuras planas	3
Estabilidad externa de las estructuras planas	5
Estabilidad interna de las estructuras planas	6
MÉTODO DE RIGIDEZ	12
Grados de libertad de la estructura	12
Fundamentos teóricos del método de rigidez	13
Sistemas de coordenadas locales y generales	17
Ecuaciones generales	18
Propiedades de la matriz de rigidez	19
PROPIEDADES DE RIGIDEZ DE LOS ELEMENTOS PLANOS	21
Barra articulada en ambos extremos	21
Viga empotrada en ambos extremos	22
Viga empotrada - articulada	25
Muelles de esfuerzo axial	27
Muelles al giro	28
Influencia del esfuerzo cortante	29
FUERZAS EXTERIORES	31
Fuerzas sobre los nudos	31
Fuerzas sobre los elementos	31
Fuerzas debidas a las temperaturas	32
Errores en la forma de los elementos	34
Pretensión inicial en elementos	35

Condiciones de ligadura	39
Apoyos elásticos	41
GENERALIDADES SOBRE EL PROGRAMA CESPLA 7	44
Incógnitas	45
Elementos estructurales	46
Propiedades de las barras	47
Fuerzas exteriores admitidas	48
Sistemas de coordenadas	49
Unidades	50
Interfaz de usuario	50
Operaciones con documentos	53
Representación gráfica de la estructura	54
Limitaciones	55
DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA	56
Definición de los nudos	56
Creación de un material	57
Perfiles normalizados	58
Creación de un perfil estructural	58
Definición de las barras	60
Propiedades por defecto de las barras	64
Definición de uniones flexibles al giro	64
Definición de las condiciones de ligadura	65
Definición de apoyos elásticos	67
Definición de las hipótesis de carga	67
Suma de hipótesis de carga	68
Definición de las cargas exteriores	70
Deformaciones impuestas en los apoyos	78

MODIFICACIÓN DE LA ESTRUCTURA	80
Modificación de los nudos	80
Modificación de las barras	81
Modificación de las uniones elásticas	82
Borrar componentes de la estructura	82
CÁLCULO DE LA ESTRUCTURA	84
Cálculo estático	84
Cálculo de estabilidad	84
RESULTADOS	86
Resultados del análisis estático	86
Resultados del análisis de estabilidad	91
Visualización gráfica de los resultados	92
Obtención de los resultados en forma numérica	96
Obtención de resultados combinados	103
Redimensionamiento de perfiles	109
Obtención de resultados mediante el ratón	111
Impresión y listado de los resultados	112
CONTROL DE LA VISUALIZACIÓN	113
OPCIONES	118
Opciones de dibujo	118
Escalas	119
Colores	120
Opciones de cálculo	121
Malla de apoyo	122
FORMATO DEL DOCUMENTO CESPLA	123
Elemento raíz del documento	124

Elemento Nudo	124
Elemento Elemento	125
Elemento Material	126
Elemento Perfil	127
Elemento PuntoTension	128
Elemento Ligadura	129
Elemento Hipotesis	129
Elemento FuerzaNudo	130
Elemento CargaBarra	131
Elemento Deformación	133
Elemento GrupoHipotesis	134
Elemento HipoComponente	134
Elemento Opciones	135
DEFINICIÓN DE PERFILES NORMALIZADOS	136
Elemento raíz	136
Elemento Familia	137
Elemento Perfil	138

Introducción

El cálculo de estructuras planas resulta del mayor interés para el analista de estructuras, debido a que muchas estructuras reales pueden asimilarse a modelos planos, lo cual disminuye notablemente la complejidad de su cálculo. En la docencia del análisis estructural las estructuras planas juegan también un papel muy importante, pues permiten presentar los mismos problemas que ocurren en las estructuras espaciales, pero sin complicar en exceso su estudio.

A pesar de su mayor sencillez frente a las estructuras espaciales, las planas pueden ser, en los casos reales, lo suficientemente complicadas como para necesitar de métodos de cálculo sofisticados. Para su cálculo se desarrollaron una gran cantidad de métodos, de carácter más o menos general. Entre ellos debe citarse en primer lugar el método de Cross, quizás el más universalmente empleado en su tiempo para el cálculo manual de todo tipo de pórticos planos y vigas. Otros métodos, de aplicación menos general, son los de la ménsula y del portal, destinados a situaciones particulares. El empleo a mano de todos estos métodos requiere de tediosos cálculos, muy repetitivos, que son una posible fuente de errores.

La aparición de los computadores digitales, y sobre todo su popularización, cambiaron totalmente el panorama del cálculo de estructuras. La facilidad de los computadores para el manejo de grandes volúmenes de información y para la realización de operaciones con matrices y vectores encaja perfectamente con el método de rigidez en formulación matricial. Este método, que no se usaba como tal con anterioridad, requiere de dichos tipos de operaciones, por lo que se presta fácilmente a su programación en un ordenador. De hecho una de las primeras aplicaciones de los computadores en el campo técnico fue el cálculo de estructuras empleando el método de rigidez en formulación matricial. Todo lo anterior ha permitido que se desarrollen programas de cálculo en ordenador que brindan a los analistas de estructuras una herramienta potentísima, que permite el cálculo de estructuras de gran complejidad en un tiempo muy pequeño y con total fiabilidad.

En este texto se presenta una solución para el cálculo de estructuras planas mediante un programa de ordenador, orientada a la docencia. Se incluye en primer lugar una descripción rigurosa y detallada del método de rigidez, en el que se basan los programas de cálculo de estructuras modernos, prestando especial atención a la descripción de las propiedades de los elementos estructurales planos. A continuación se describe la forma práctica de empleo del programa de cálculo de estructuras planas Cespla, desarrollado por el autor en la Escuela de Ingenieros Industriales de San Sebastián (Universidad de Navarra).

Generalidades sobre estructuras planas

Una estructura es un conjunto de elementos discretos conectados entre sí de forma rígida, que está destinada a soportar las fuerzas exteriores aplicadas y transmitir las a la cimentación, sin que se produzca en ella una excesiva deformación o rotura del material, que llevaría a su fracaso. El modelo idealizado de una estructura plana que se considerará aquí se basa en las siguientes suposiciones:

- La estructura es reticular, es decir que está compuesta por barras prismáticas cuya sección transversal es despreciable frente a su longitud y cuyo eje geométrico es recto. Las barras pueden absorber esfuerzos axiales, cortantes y de flexión.
- Los ejes geométricos de todas las barras están contenidos en un mismo plano, que es el plano de la estructura, y que se toma como el plano XY. El eje Z es perpendicular a la estructura y saliente respecto al plano XY.
- Todas las barras tienen uno de los ejes principales de inercia de su sección recta contenido en el plano de la estructura.
- El material es elástico y lineal. Las deformaciones son pequeñas, comparadas con las dimensiones de la estructura sin deformar.
- Las barras se unen entre ellas en sus extremos, en una serie de puntos denominados nudos. La unión de las barras con los nudos se efectúa mediante uniones de distintos tipos: rígidas (empotramientos) que transmiten esfuerzos axiales y cortantes y momentos flectores. También pueden existir uniones de otros tipos que transmiten sólo algunos de los esfuerzos anteriores. La más frecuente es la articulación, que impide la transmisión de un momento.
- Todas las fuerzas aplicadas sobre la estructura están contenidas en el propio plano de la estructura (fuerzas en las direcciones X e Y); y si son momentos son perpendiculares a él (según el eje Z). Las fuerzas pueden estar aplicadas sobre los nudos o sobre las barras, y pueden ser distribuidas o puntuales.

Bajo las condiciones anteriores la estructura responde de la forma siguiente:

- La deformación es plana, teniendo cada punto dos desplazamientos contenidos en el plano de la estructura (XY) y un giro perpendicular a él.
- Los esfuerzos internos que aparecen en cada barra de la estructura son esfuerzo axial, momento flector y esfuerzo cortante. La energía elástica acumulada es debida al esfuerzo axial y al momento flector, y opcionalmente puede también considerarse asimismo la debida al esfuerzo cortante. Según cuál sea la

GENERALIDADES SOBRE ESTRUCTURAS PLANAS

disposición de los elementos y la manera de conectarse entre sí, algunos de los esfuerzos anteriores podrán ser nulos.

- Las reacciones en los apoyos están formadas, en el caso general, por dos fuerzas según los ejes X, Y y un momento perpendicular a dicho plano. Según el tipo de apoyo pueden ser nulos algunos de los esfuerzos anteriores.

Tipos de estructuras planas

La definición anterior de una estructura plana es general, pero en función de una serie de características particulares pueden encontrarse estructuras planas que obedecen a tipologías estructurales más concretas y bien conocidas, que se describen a continuación.

Nótese que no se incluye ninguna clasificación relativa a la naturaleza isostática o hiperestática de la estructura. Ello es debido a que el método de análisis de rigidez, que se emplea para el cálculo por ordenador, y que se describe en los capítulos siguientes, no requiere distinguir entre estructuras isostáticas o hiperestáticas para ser aplicado.

Celosías

En este caso se cumple, además de las condiciones anteriores, que todas las barras están articuladas en ambos extremos, con lo cual no es necesario, en principio, considerar el giro de los nudos. Si además las cargas exteriores están aplicadas sobre los nudos, sucede que las barras trabajan sólo a esfuerzo axial, y no aparecen esfuerzos de flexión en ellas, por lo que la deformada de cada barra es una línea recta.

Puede ocurrir también que aún estando todas las barras articuladas en sus extremos, haya cargas aplicadas sobre las barras, bien sean puntuales o distribuidas. En este caso aparecen esfuerzos de flexión locales en las barras donde haya cargas aplicadas y estas barras adoptan una deformada curva. En todo caso, al haberse supuesto pequeñas deformaciones, los problemas de flexión y esfuerzo axial están desacoplados, con lo que pueden calcularse los esfuerzos de flexión locales en las barras con independencia de los esfuerzos axiales.

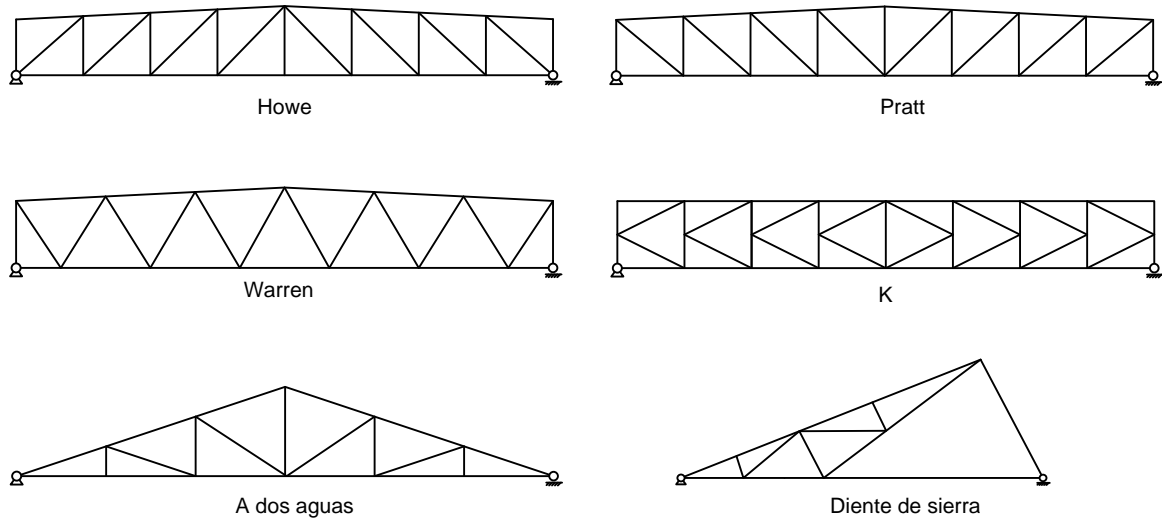


Figura 1. Estructuras de celosía planas

Vigas

En las vigas todos los elementos de la estructura están alineados, con lo que ésta es realmente unidimensional. Las cargas pueden tener tres componentes: fuerzas en las direcciones X e Y y momentos según el eje Z, aunque lo más habitual es que las fuerzas estén orientadas según el eje Y. Las uniones entre los distintos elementos suelen ser rígidas, aunque también es frecuente la presencia de articulaciones. La sustentación suele ser a través de puntos fijos, deslizantes o empotrados.

En las vigas coexisten dos fenómenos de flexión y axial, que están desacoplados al haberse efectuado la hipótesis de pequeñas deformaciones. Puede por lo tanto estudiarse por un lado el problema de la deformación axial, que depende únicamente de las cargas según el eje X, y por otro lado el problema de flexión, que sólo depende de las cargas transversales a la viga y de los momentos.

Pórticos

Los pórticos son el tipo más general de estructuras planas, cumpliendo con todas las características indicadas al principio. La unión entre las barras es principalmente mediante uniones rígidas, aunque puede haber uniones articuladas.

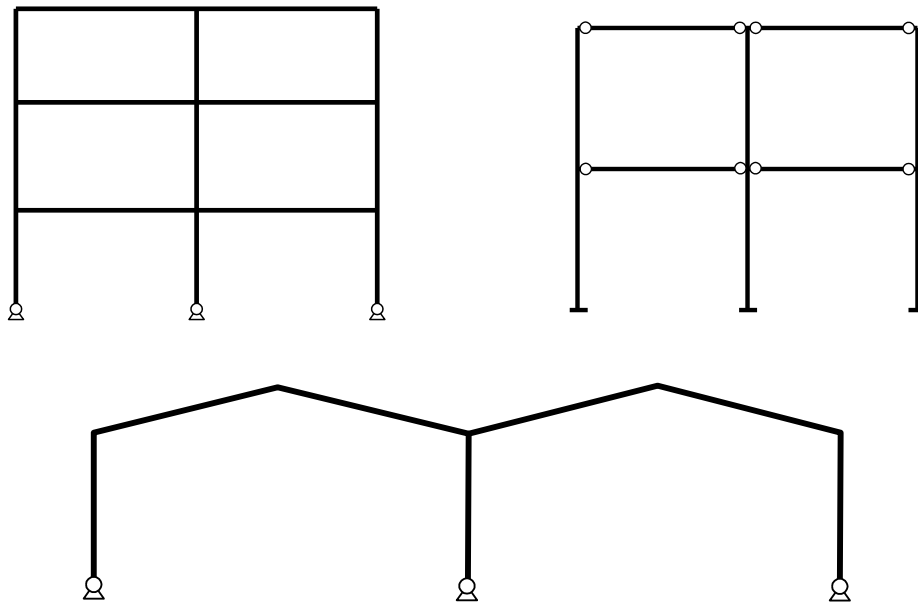


Figura 2. Estructuras de tipo pórtico plano

Estabilidad externa de las estructuras planas

Para estudiar la estabilidad externa de una estructura se debe de establecer el diagrama de sólido libre de toda ella. En este diagrama se considera a toda la estructura como un sólido rígido; se sustituyen las ligaduras por sus reacciones correspondientes, y por lo tanto se obtienen tantas incógnitas como reacciones tenga.

La estática facilita 3 ecuaciones de equilibrio en el caso plano, por lo que se presentan tres casos diferentes en función de cómo sea el número de reacciones incógnita en relación con este número de ecuaciones de equilibrio. Dichos casos son:

- a) El número de reacciones es menor que el de ecuaciones de equilibrio (3). La estructura es estáticamente inestable externamente. Sin embargo bajo ciertas fuerzas exteriores la estructura puede encontrarse en equilibrio, que se denomina equilibrio inestable.
- b) El número de reacciones es igual a 3. En principio la estructura es isostática externamente ya que hay ecuaciones de la estática suficientes para calcular las reacciones. Sin embargo esta condición es necesaria pero no suficiente para garantizar que la estructura es externamente isostática. En efecto, puede ocurrir que el número de reacciones sea el correcto pero que su dirección sea tal que la estructura sea inestable: se dice en este caso que tiene inestabilidad externa. Esto ocurre por ejemplo en una estructura plana cuando las tres reacciones se cortan en un punto o son paralelas.

c) El número de reacciones es mayor que 3. La estructura es en principio estáticamente indeterminada externamente, y es necesario introducir nuevas condiciones, además de las de la estática, para calcular las reacciones exteriores. Al igual que en el caso anterior esta condición es necesaria pero no suficiente, pues puede ocurrir que aunque haya reacciones en exceso, éstas tengan una disposición espacial tal que no impidan algún tipo de inestabilidad en alguna otra dirección.

Normalmente la inestabilidad externa suele ir acompañada de algún tipo de hiperestaticidad externa en alguna otra dirección, de tal manera que el cómputo global de incógnitas y ecuaciones no da una respuesta correcta. La tabla siguiente resume la situación:

	Nº reacciones < 3	→ Inestable externamente
Isostática externamente →	Nº reacciones = 3	
Hiperestática externamente→	Nº reacciones > 3	

Puede concluirse que la comparación del número de reacciones con el número de ecuaciones de la estática brinda nada más que un balance global del estado de la estructura, pero no permite determinar con precisión su situación. Esto requiere en general una inspección de la misma y un análisis de si existen posibles situaciones de inestabilidad (Figura 3).

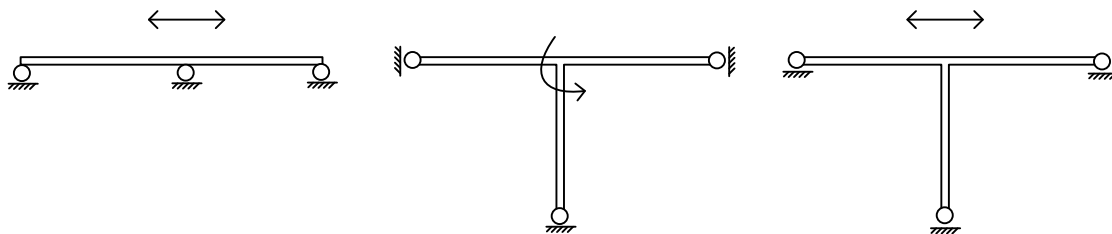


Figura 3. Inestabilidad exterior de una estructura plana

Estabilidad interna de las estructuras planas

El estudio de la estabilidad interior de las estructuras planas se basa en efectuar una comparación entre el número de ecuaciones de la estática y el número de fuerzas incógnita que existen en la estructura. Como incógnitas se consideran las fuerzas en los dos extremos de las barras, y las reacciones exteriores en los apoyos. Como ecuaciones se consideran las de equilibrio de las barras y las de los nudos. Además se consideran las denominadas *condiciones de construcción*. Éstas son condiciones de esfuerzo nulo impuestas en las uniones entre los elementos de la estructura. Aunque pueden considerarse otras condiciones de construcción más

GENERALIDADES SOBRE ESTRUCTURAS PLANAS

generales, la más habitual en la práctica corresponde a la articulación plana, en la que se impone la condición de que el momento flector es nulo $M=0$.

El análisis de la estabilidad interior debe hacerse por independiente para cada tipo de estructura. Se denomina r al número de reacciones en los apoyos, c al número de condiciones de construcción, b al número de barras y n al número de nudos.

Celosías

Una celosía tiene como incógnitas los esfuerzos axiales en las barras (b) y las reacciones en los apoyos (r). El número de incógnitas por lo tanto es de $b+r$.

Como ecuaciones de la estática se dispone de 2 ecuaciones de equilibrio de fuerzas según las direcciones X e Y en cada nudo, por lo que el número total de ecuaciones es $2n$. Nótese que no se ha considerado la ecuación de equilibrio axial para cada barra. Ello es debido a que sólo se ha considerado una fuerza incógnita en cada barra, y no dos (una en cada extremo), ya que ambas son iguales debido precisamente a la ecuación de equilibrio axial de la barra. Las distintas situaciones que pueden producirse son:

a)	$b+r < 2n \rightarrow$	Inestable
b)	Isostática $\rightarrow b+r = 2n$	
c)	Hiperestática $\rightarrow b+r > 2n$	

Estas relaciones definen la condición de estabilidad de la celosía considerándola como un todo único. La condición a) es suficiente para indicar que la celosía tiene algún tipo de inestabilidad, pero sin indicar su origen interior o exterior. Las condiciones b) y c) son necesarias pero no suficientes ya que se requiere además que haya una disposición de barras y reacciones tal que no exista inestabilidad exterior ni interior, en ningún subconjunto de la celosía.

En todo caso, además de la aplicación de las fórmulas anteriores, se requiere normalmente un análisis visual de la estructura para su correcta clasificación. Por ejemplo, en la Figura 4 se cumple la condición $b+r=2n$, pero variando la disposición de las barras y reacciones se pueden obtener distintas situaciones de estabilidad.

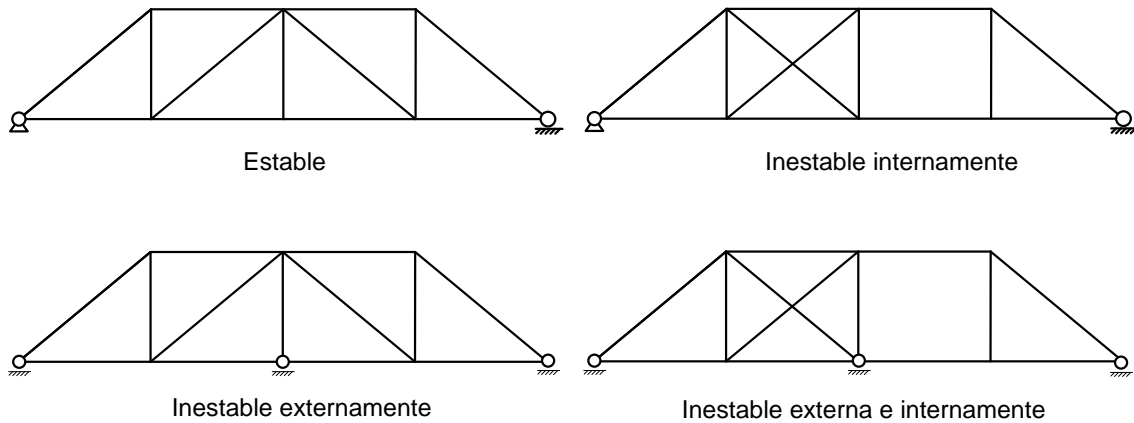


Figura 4. Estabilidad de celosías.

Vigas

En las vigas coexisten dos fenómenos de flexión y axial, que están desacoplados. El análisis de estabilidad debe de hacerse por lo tanto por separado para ambos efectos, incluyendo en cada uno de ellos sólo las magnitudes que les afecten.

Estabilidad a flexión y cortadura

De las 3 ecuaciones de la estática disponibles en el plano, sólo 2 se pueden usar para estudiar la estabilidad a flexión: la ecuación de equilibrio de fuerzas verticales y la ecuación de equilibrio de momentos. Sean r el número de reacciones en los apoyos que afecten a la flexión, es decir reacciones en dirección Y y momentos y c el número de condiciones de construcción que afecten a la flexión, que pueden ser articulaciones (momento flector nulo) o deslizaderas verticales (esfuerzo cortante nulo).

El número de fuerzas incógnita en una viga es: cuatro para cada barra (dos fuerzas cortantes y dos momentos en cada extremo), más r incógnitas debidas a las reacciones. El número de ecuaciones de equilibrio disponibles es: $2b$ ecuaciones debidas a las b barras (una ecuación de equilibrio de fuerzas y otra de momentos), más $2(b+1)$ ecuaciones debidas a los $n=b+1$ nudos (una ecuación de equilibrio de fuerzas y otra de momentos), más c ecuaciones debidas a las condiciones de construcción.

Las condiciones de estabilidad referentes a la flexión se resumen en la tabla siguiente:

a)	$4b + r < 4b + 2 + c \rightarrow$	Inestable
b)	Isostática $\rightarrow 4b + r = 4b + 2 + c$	
c)	Hiperestática $\rightarrow 4b + r > 4b + 2 + c$	

GENERALIDADES SOBRE ESTRUCTURAS PLANAS

La condición a) es suficiente para indicar que la viga tiene algún tipo de inestabilidad, pero sin indicar su origen interior o exterior. El número de grados de libertad de la viga es $g=2+c-r$. Las condiciones b) y c) son necesarias pero no suficientes, ya que se requiere además que haya una disposición de las barras y las reacciones tal que no exista inestabilidad exterior ni interior, en ningún subconjunto de la viga. Si esta disposición es adecuada, el grado de hiperestaticidad en el caso c) es $h=2+c-r$.

Estabilidad a esfuerzo axial

En la dirección axial sólo hay una ecuación de equilibrio estático de las 3 existentes en el plano y es con respecto a ella con quien se comparan las incógnitas existentes. Sean ra el número de reacciones en los apoyos que afecten al esfuerzo axial (reacciones en dirección X), y ca el número de condiciones de construcción que afecten al esfuerzo axial (deslizaderas longitudinales con esfuerzo axial nulo).

Existe una ecuación de equilibrio en dirección axial para cada barra y otra más para cada nudo, y hay dos esfuerzos incógnita en cada barra. Las condiciones de estabilidad referentes al esfuerzo axial se resumen en la tabla siguiente.

a)	$2b + ra < 2b + 1 + ca \rightarrow$ Inestable
b)	Isostática $\rightarrow 2b + ra = 2b + 1 + ca$
c)	Hiperestática $\rightarrow 2b + ra > 2b + 1 + ca$

La condición a) es suficiente para indicar que la viga tiene algún tipo de inestabilidad axial, pero sin indicar su origen interior o exterior. El número de grados de libertad de la viga es $ga=1+ca-ra$. Las condiciones b) y c) son necesarias pero no suficientes, ya que se requiere además que haya una disposición de las barras y las reacciones axiales tales que no exista inestabilidad exterior ni interior, en ningún subconjunto de la viga. Si esta disposición es adecuada, el grado de hiperestaticidad en el caso c) es $ha=1+ca-ra$.

En todo caso, además de la aplicación de las fórmulas anteriores, se requiere normalmente un análisis visual de la estructura para su correcta clasificación.

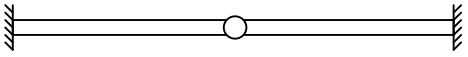
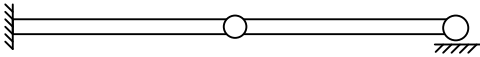
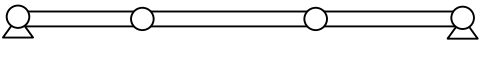
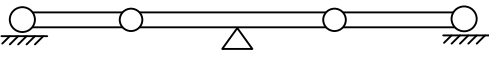
	Flexión	Axial
	$r=4$ $c=1$ $r>2+c$ hiperestática $h=1$	$r_a=2$ $c_a=0$ $r_a>1+c_a$ hiperestática $h_a=1$
	$r=3$ $c=1$ $r=2+c$ isostática	$r_a=1$ $c_a=0$ $r_a=1+c_a$ isostática
	$r=2$ $c=2$ $r<2+c$ inestable $g=2$	$r_a=2$ $c_a=0$ $r_a>1+c_a$ hiperestática $h_a=1$
	$r=3$ $c=2$ $r<2+c$ inestable $g=1$	$r_a=1$ $c_a=0$ $r_a=1+c_a$ isostática

Figura 5. Estabilidad de vigas

Pórticos

En los pórticos la mayor parte de las barras están empotradas entre sí, por lo que no suelen presentarse problemas de estabilidad, y el grado de indeterminación estática suele ser muy alto. En este caso las reacciones en los apoyos pueden ser dos fuerzas en las direcciones X e Y, y un momento en la dirección Z. En función del tipo de apoyo pueden existir sólo algunas de ellas.

Las condiciones de construcción más habituales suelen ser las ser articulaciones: condición de momento flector nulo. Pueden existir también, aunque son menos habituales, las deslizaderas en sentido axial o transversal a cada barra que generan respectivamente una fuerza axial o cortante nula.

El número de ecuaciones de la estática que pueden plantearse es 3 por cada nudo y 3 más por cada barra, que unidas a las c condiciones de construcción dan $3n+3b+c$ ecuaciones. Por otro lado el número de fuerzas incógnita es de 6 por cada barra (3 en cada extremo), más las r reacciones exteriores, dando $6b+r$ incógnitas. Con estas magnitudes, las condiciones de estabilidad del pórtico se resumen en la tabla siguiente:

a)	$6b + r < 3n + 3b + c$	→ Inestable
b)	Isostático → $6b + r = 3n + 3b + c$	
c)	Hiperestático → $6b + r > 3n + 3b + c$	

GENERALIDADES SOBRE ESTRUCTURAS PLANAS

La condición a) es suficiente para indicar que el pórtico tiene algún tipo de inestabilidad, pero sin indicar su origen interior o exterior. El número de grados de libertad como mecanismo es $g=3n-3b+c-r$. Las condiciones b) y c) son necesarias pero no suficientes ya que se requiere además, que haya una disposición de las barras y las reacciones tal que no exista inestabilidad exterior ni interior, en ningún subconjunto del pórtico. Si esta disposición es adecuada, el grado de hiperestaticidad en el caso c) es $h=3n+c-3b-r$.

La Figura 6 muestra algunas disposiciones de pórticos, y en ella se observa el alto grado de hiperestaticidad, aún en casos sencillos.

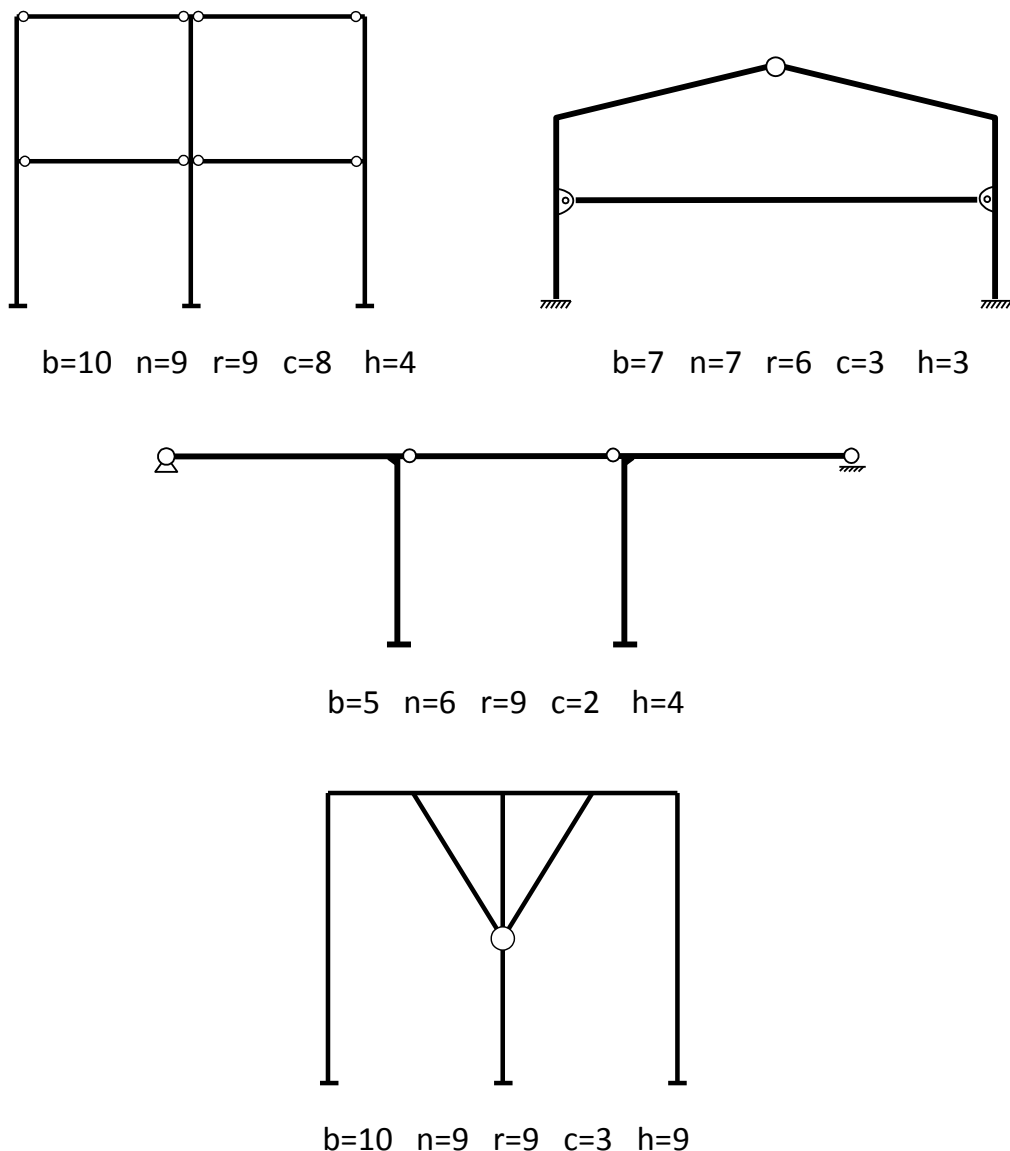


Figura 6. Estabilidad de pórticos planos

Método de rigidez

El cálculo de estructuras mediante ordenador se basa en el empleo del método de rigidez, ya que éste tiene unas propiedades que lo hacen especialmente adecuado para su tratamiento por un ordenador. Entre estas propiedades quizás la más importante es que las ecuaciones de equilibrio a que conduce el método de rigidez pueden formularse de manera automática, de forma muy simple y sistemática, sin necesidad de tomar decisiones que requieran efectuar aplicar razonamientos complicados. De hecho la formulación del método de rigidez data de hace cierto tiempo pero fue precisamente la aparición de los computadores, la que dio un gran empuje a su empleo.

El método de rigidez es muy general, pero aquí los se presentará únicamente bajo el supuesto habitual de pequeñas deformaciones: la estructura deformada coincide con la estructura sin deformar. Por lo tanto el equilibrio de los distintos elementos que componen la estructura (barras y nudos) se plantea en la posición indeformada, que es la que se conoce. Además se supondrá un material elástico y lineal. Con estas suposiciones es aplicable la superposición de fuerzas y desplazamientos.

Grados de libertad de la estructura

Se llaman *grados de libertad* de una estructura a un conjunto de deformaciones (desplazamientos o giros) que definen unívocamente su posición deformada. Existe un número mínimo de ellos para definir la deformada, que corresponde a los desplazamientos y giros de todos los nudos; pero pueden adoptarse más, por encima de este número mínimo.

En realidad la estructura tiene tantos grados de libertad como sean necesarios para definir la posición deformada de todos y cada uno de sus elementos, es decir tantos grados de libertad como aparezcan en las ecuaciones de equilibrio de los distintos elementos. Los grados de libertad aparecen por lo tanto en los elementos (en sus ecuaciones de equilibrio) y se van acumulando en los distintos nudos donde se unen dichos elementos, configurando de esta forma el conjunto de grados de libertad de la estructura.

Es muy importante recalcar este hecho de que los grados de libertad se originan en los elementos, que los necesitan para definir su posición deformada y por lo tanto su ecuación de equilibrio. La estructura tendrá por lo tanto todos aquellos grados de libertad que requiera cada elemento, en función de su naturaleza.

Dado que los grados de libertad se originan en las barras y se van agrupando en los nudos, es la forma de unión de unos elementos con otros en los nudos la que define

MÉTODO DE RIGIDEZ

qué grados de libertad son compartidos entre unos elementos y otros y cuáles no, y por lo tanto cuál es el conjunto final de grados de libertad de la estructura.

Por ejemplo, en el caso A de la Figura 7, los dos elementos de celosía unidos en un nudo comparten los dos desplazamientos que tiene cada barra, con lo que el nudo tiene dos grados de libertad. En el caso B, dos elementos viga a flexión comparten los desplazamientos y el giro, con lo que el nudo tiene tres grados de libertad.

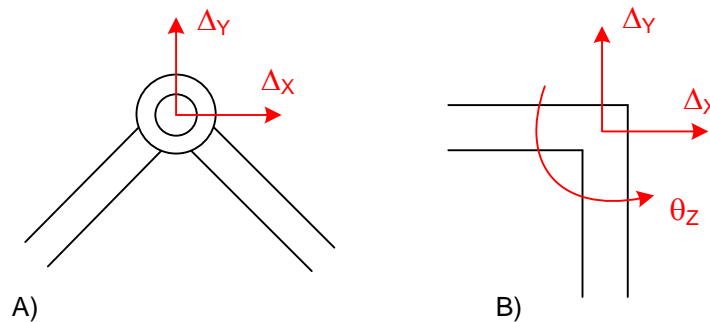


Figura 7. Grados de libertad

La introducción de las condiciones de compatibilidad de desplazamientos en los nudos se efectúa por lo tanto de manera automática en el método de rigidez, si el vector de grados de libertad de la estructura se forma como se ha indicado, por unión de los grados de libertad de los elementos.

Fundamentos teóricos del método de rigidez

La deformación de una estructura reticular se puede definir mediante un conjunto de n grados de libertad Δ , que serán giros o desplazamientos de los nudos:

$$\Delta = [\Delta_1 \quad \Delta_2 \quad \dots \quad \Delta_n]^T$$

Sobre estos grados de libertad hay aplicados un conjunto de fuerzas y momentos generalizados F_i :

$$\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2 \quad \dots \quad F_n]^T$$

La energía elástica U almacenada en la estructura es igual al trabajo efectuado por estas fuerzas:

$$U = \frac{1}{2} \sum F_j \Delta_j = \frac{1}{2} \mathbf{F}^T \Delta$$

Aplicando el primer Teorema de Castigliano, una cualquiera de las fuerzas valdrá:

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial \Delta_i}$$

Derivando la expresión de la energía se obtiene:

$$F_i = \frac{1}{2} \left(F_i + \sum_j \frac{\partial F_j}{\partial \Delta_i} \Delta_j \right)$$

Reordenando:

$$F_i = \sum_j \frac{\partial F_j}{\partial \Delta_i} \Delta_j$$

Esta expresión se cumple para todas las fuerzas F_i , con lo que las n ecuaciones se pueden agrupar en forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \Delta_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta_1} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial \Delta_1} \\ \frac{\partial F_1}{\partial \Delta_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial \Delta_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_1}{\partial \Delta_n} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta_n} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial \Delta_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \dots \\ \Delta_n \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{\Delta}$$

donde \mathbf{K} es la matriz de rigidez de la estructura. La resolución del sistema anterior permite obtener las deformaciones de todos los nudos de la estructura. La ecuación anterior es la ecuación fundamental del método de rigidez, o método de los desplazamientos. Los elementos de la matriz de rigidez son los *coeficientes de rigidez* de la estructura, que valen:

$$K_{ij} = \frac{\partial F_j}{\partial \Delta_i}$$

Resulta muy sencillo demostrar que la matriz \mathbf{K} es simétrica, utilizando nuevamente el primer teorema de Castigliano para determinar F_j y considerando la independencia del orden de derivación.

MÉTODO DE RIGIDEZ

Significado físico de la matriz de rigidez

La matriz de rigidez tiene un significado físico muy claro. Este puede ponerse de manifiesto aplicando sobre la estructura un estado de deformación impuesta definido de la siguiente manera: se impone un valor unidad al grado de libertad j ($\Delta_j = 1$) y un valor nulo a todos los demás grados de libertad ($\Delta_i = 0 \quad i \neq j$).

La ecuación de equilibrio en esta situación es:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ \dots \\ F_j \\ \dots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & K_{jj} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & \dots & K_{nj} & \dots & K_{nm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 = 0 \\ \dots \\ \Delta_j = 1 \\ \dots \\ \Delta_n = 0 \end{Bmatrix}$$

En ella se observa que las fuerzas a efectuar sobre los grados de libertad corresponden únicamente a la columna j de la matriz de rigidez.

Se puede decir entonces que la columna j de la matriz de rigidez está formada por las fuerzas y momentos que hay que aplicar sobre todos los grados de libertad de la estructura para imponer un estado de formación compuesto por un desplazamiento unitario en la dirección j , y cero en todas las demás (Figura 8).

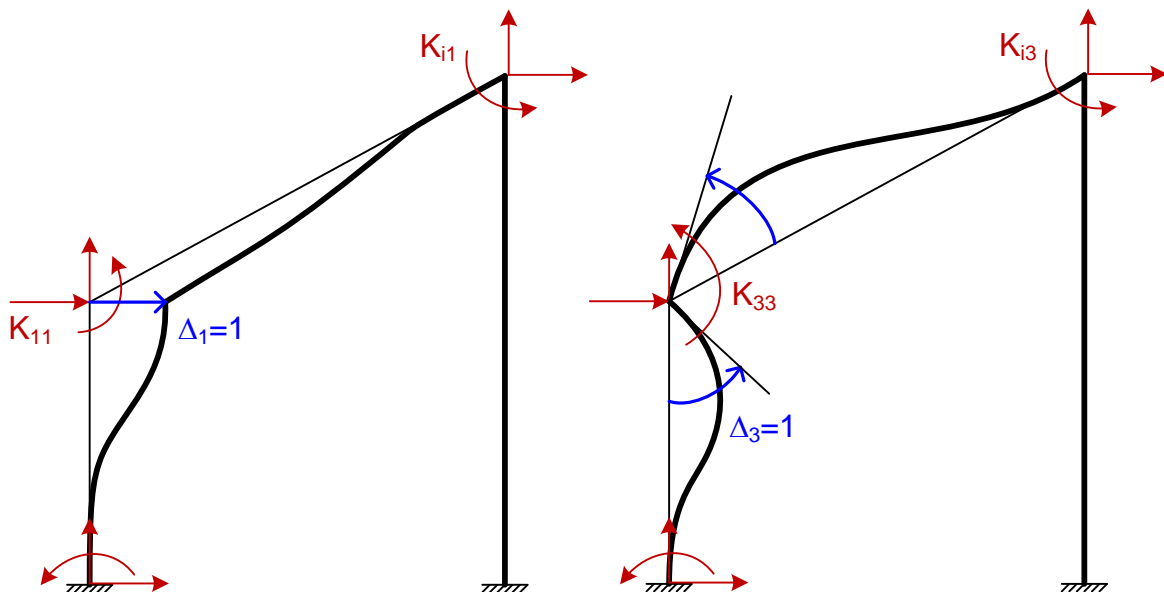


Figura 8. Significado físico de la matriz de rigidez

Estas fuerzas que hay que aplicar sobre los grados de libertad son:

- Sobre el grado de libertad j hay que aplicar una fuerza exterior de valor $F_j = K_{jj}$, que es precisamente la fuerza necesaria para producir el $\Delta_j = 1$. Estas fuerzas corresponde a término de la diagonal de \mathbf{K} .
- Sobre todos los demás grados de libertad, que están fijos, aparecen unas fuerzas de reacción, precisamente para que no se muevan, de valor $F_i = K_{ij}$

En particular uno cualquiera de los términos de la columna j , K_{ij} representa la fuerza de reacción que aparece en la dirección i , al aplicarse un desplazamiento unitario en la dirección j ($\Delta_j = 1$), siendo cero todos los demás desplazamientos ($\Delta_i = 0 \quad i \neq j$).

Todo el desarrollo anterior se ha efectuado con fuerzas y traslaciones, pero el planteamiento es totalmente general y puede hacerse igualmente con giros y momentos. Es decir que las F_i anteriores pueden ser fuerzas o momentos y las Δ_i traslaciones o giros. Los términos de \mathbf{K} serán en general cocientes entre fuerzas o momentos y traslaciones o giros. Sus unidades serán por lo tanto: F/L si son relación entre una fuerza y una deformación; o FL si relacionan un momento con un giro; o bien F si relacionan una fuerza con un giro, o un momento con una traslación.

Cálculo de deformaciones. Energía elástica

Una vez obtenida la matriz \mathbf{K} , conociendo las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema \mathbf{F} se obtienen sus desplazamientos Δ por solución del sistema de ecuaciones de equilibrio.

La expresión de la energía elástica acumulada en la estructura es $U = \frac{1}{2} \mathbf{F}^T \Delta$.

Sustituyendo en ella la ecuación de equilibrio se obtiene:

$$U = \frac{1}{2} \Delta^T \mathbf{K} \Delta$$

Es decir que la energía elástica almacenada es una forma cuadrática formada por la matriz de rigidez de la estructura \mathbf{K} , y las deformaciones a que está sometida. Esta energía es siempre positiva para cualquier estado de deformaciones Δ no nulo, y sólo se anula si Δ es nulo. Esto indica que la matriz \mathbf{K} de la forma cuadrática es definida positiva.

Sistemas de coordenadas locales y generales

Para definir la configuración de una estructura es necesario utilizar un sistema de coordenadas, en el que puedan expresarse las diversas magnitudes que la forman, como la posición de los nudos, forma de sus elementos, dirección de las fuerzas y desplazamientos... Este sistema al que se refiere la totalidad de la estructura se suele llamar sistema de coordenadas general o global, y se designará por X_G, Y_G . Sin embargo el estudio de los distintos elementos que forman la estructura es más sencillo si a cada uno de ellos se le asocia un sistema de coordenadas propio de dicho elemento, o sistema de ejes local al elemento, que se denominará X_L, Y_L .

La principal ventaja del uso de sistemas locales radica en que el estudio de un elemento en sus ejes locales es independiente de la posición que dicho elemento tenga en la estructura total. De esta forma es suficiente con estudiar únicamente aquellos elementos que son distintos entre sí por sus características resistentes propias, p.e. si están empotrados en ambos extremos, o articulados en uno, o biarticulados, etc.

Por lo tanto el número de tipos distintos de elementos a estudiar se ve reducido a una cantidad muy pequeña, y para cada uno de ellos sus características de rigidez tienen una forma única y normalizada si se calculan en su sistema local.

El problema de adoptar sistemas de ejes distintos es que las magnitudes vectoriales que aparecen en el análisis tendrán componentes distintas según cuál sea el sistema a que se refieran. Será necesario por lo tanto transformar las componentes de una magnitud vectorial de un sistema a otro.

Sean dos sistemas de coordenadas ortogonales, de origen coincidente X_L, Y_L y X_G, Y_G . La posición relativa entre ellos se define en el plano con un único parámetro, habitualmente el ángulo α que forma X_L con X_G . La relación entre las componentes de un vector cualquiera \mathbf{V} en ambos sistemas de coordenadas se puede expresar como:

$$\begin{Bmatrix} V_{LX} \\ V_{LY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{GX} \\ V_{GY} \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{T} \mathbf{V}_G$$

La matriz \mathbf{T} es la matriz de rotación, que permite pasar del sistema de ejes general G al sistema de ejes local L . Con esta definición de la matriz \mathbf{T} sus filas son los cosenos directores de los ejes locales L , respecto de los generales G . Como se sabe esta matriz es ortogonal.

Ecuaciones generales

Las ecuaciones de equilibrio del método de rigidez se obtienen a base de imponer el equilibrio estático de fuerzas en la dirección de todos y cada uno de los grados de libertad de la estructura. Al estar estos grados de libertad concentrados en los nudos se puede decir por lo tanto que las ecuaciones de equilibrio son las correspondientes a todos los nudos, según sus distintos grados de libertad.

El objetivo es obtener dichas ecuaciones de equilibrio expresadas en función de los grados de libertad. Para ello se plantean en primer lugar las ecuaciones de equilibrio de los distintos elementos de la estructura, en las que interviene su matriz de rigidez, como se ha visto con anterioridad. A continuación se plantean las ecuaciones de equilibrio de fuerzas en los nudos, en las que se sustituyen las fuerzas ejercidas sobre ellos por los distintos elementos. De esta forma se llega a un conjunto de ecuaciones de equilibrio de los nudos en el que intervienen sus grados de libertad y las matrices de rigidez de todos los elementos.

Para un elemento cualquiera sus ecuaciones de equilibrio se pueden expresar en el sistema de coordenadas generales de la estructura en la forma:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_I^e \\ \mathbf{F}_J^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II}^e & \mathbf{K}_{IJ}^e \\ \mathbf{K}_{JI}^e & \mathbf{K}_{JJ}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_I \\ \Delta_J \end{Bmatrix}$$

donde I, J son los nudos extremos del elemento, y el superíndice (e) indica el elemento de que se trata. Δ_I y Δ_J son los grados de libertad de los nudos I y J que afectan al elemento (e). La ecuación anterior es válida para cualquier tipo de elemento estructural, variando únicamente el tamaño de las matrices que intervienen.

Sea un nudo cualquiera de la estructura I , sobre él actúan las siguientes fuerzas:

- Fuerzas exteriores aplicadas directamente sobre el nudo. En este primer análisis se supone que no hay fuerzas aplicadas en el interior de los elementos. El tratamiento de éstas se efectuará más adelante. Se denominará a estas fuerzas \mathbf{F}_I^{ext} .
- Fuerzas efectuadas sobre el nudo por los elementos que confluyen en él. Habrá tantas como barras lleguen al nudo, y se denominarán \mathbf{F}_I^e siendo e un elemento cualquiera.

La ecuación vectorial de equilibrio de fuerzas del nudo I es:

MÉTODO DE RIGIDEZ

$$\sum_{e=1, n_I} \mathbf{F}_I^e = \mathbf{F}_I^{ext}$$

El sumatorio se extiende a todas las barras que confluyen en el nudo I, cuyo número es n_I . Sustituyendo el valor de las fuerzas producidas por los elementos, en función de la rigidez de cada elemento, y agrupando las ecuaciones para todos los nudos de se obtiene la ecuación de equilibrio de la estructura:

$$\mathbf{K} \Delta = \mathbf{F}^{ext}$$

En esta expresión se identifican la *matriz de rigidez de la estructura* \mathbf{K} y el vector de grados de libertad de la misma Δ .

Propiedades de la matriz de rigidez

La matriz de rigidez global de la estructura \mathbf{K} es una matriz cuadrada y simétrica, de tamaño igual al número total de grados de libertad de la estructura. Si ésta tiene n nudos y cada uno de ellos tiene m grados de libertad, la matriz \mathbf{K} tiene n x m filas y columnas, siendo m =2 para celosías planas y m=3 para pórticos planos y vigas.

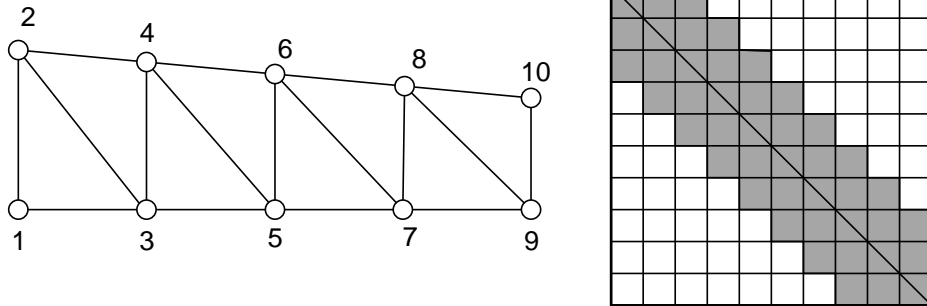
La matriz \mathbf{K} se obtiene por ensamblaje de las matrices de rigidez de los distintos elementos que forman la estructura, en los grados de libertad correspondientes a aquellos nudos a los que se une cada elemento.

La matriz de rigidez tiene una estructura dispersa. Cada elemento solamente aporta rigidez a aquellos nudos a los que se une dicho elemento. Si un nudo I no está relacionado directamente con otro nudo J, en la posición I,J de \mathbf{K} no se añade ninguna rigidez. Esto hace que la matriz \mathbf{K} tenga muchos ceros, es decir sea de estructura dispersa. Por otra parte si la numeración de los nudos es adecuada ocurre que los términos no nulos de la matriz se agrupan alrededor de la diagonal, en lo que se llama estructura de banda.

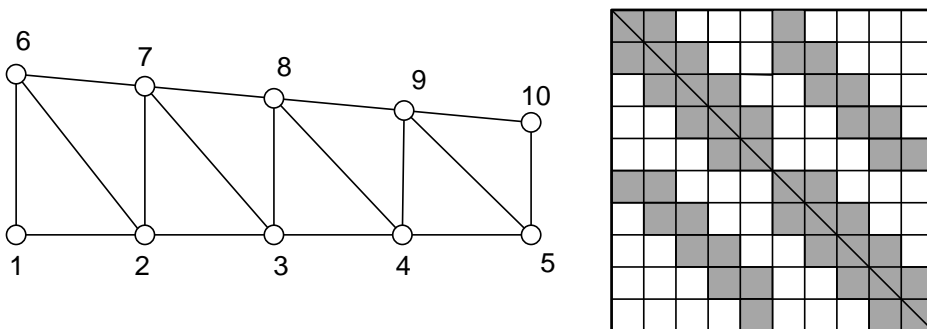
Naturalmente el aspecto que adopta la matriz \mathbf{K} , depende de la numeración que se haya hecho de los nudos, y de cómo están relacionados éstos a través de los elementos. Por lo tanto el elegir una numeración correcta es importante en estructuras muy grandes, pues permite generar muchos más ceros en \mathbf{K} , facilitando su manejo. Existen algoritmos que son capaces de cambiar la numeración inicial y obtener otra que genere un ancho de banda menor.

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

Por ejemplo, en la estructura de la figura la numeración de los nudos empleada permite obtener una estructura de banda muy compacta, siendo necesario almacenar y operar sólo con los términos marcados en gris, que son 27 en lugar de los 100 que tendría la matriz completa. Nótese que al ser una celosía cada nudo tiene 2 grados de libertad por lo que cada celdilla es de tamaño 2x2.



Sin embargo, con la numeración de la figura siguiente, la matriz de rigidez tiene una estructura mucho más dispersa.



Propiedades de rigidez de los elementos planos

La construcción de la matriz de rigidez \mathbf{K} para la totalidad de la estructura de forma directa no es sencilla. La solución para formarla de forma simple consiste en realizar el análisis elemento a elemento, construyendo la matriz de rigidez de cada uno de ellos en su sistema de ejes local, para a continuación proyectarla sobre el sistema global de ejes, y finalmente ensamblar las matrices de todos los elementos. Resulta por lo tanto del máximo interés el disponer de la expresión de la matriz de rigidez de cada tipo de elemento estructural diferente.

Barra articulada en ambos extremos

Este elemento tiene dos grados de libertad de desplazamiento en cada uno de sus dos nudos extremos. Sólo puede absorber un esfuerzo axial en su propia dirección, y ningún esfuerzo transversal. Es el elemento que forma las celosías planas (Figura 9).

Se adopta un sistema de ejes local, cuyo eje X_L coincide con el eje del elemento, y cuyo origen está en uno cualquiera de los nudos, que se llama nudo I, mientras que el opuesto es el J. Se considera que el elemento es de material homogéneo, con sección transversal constante A , módulo de elasticidad E , y longitud L .

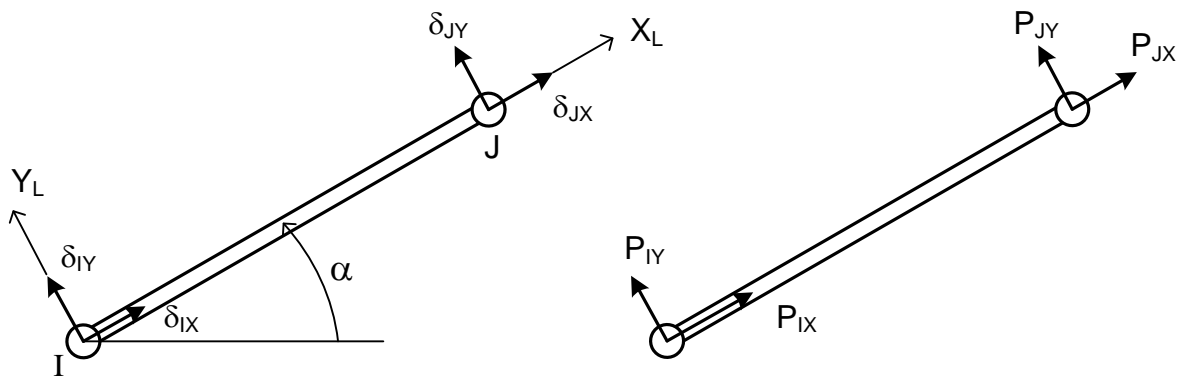


Figura 9. Barra biarticulada en su sistema local

La ecuación de equilibrio en el sistema local es:

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & -EA/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & 0 & EA/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \end{Bmatrix}$$

Se observa que los grados de libertad δ_{IY} δ_{JY} no aportan rigidez, es decir que pueden tener cualquier valor sin que se produzcan fuerzas en los extremos de la barra y que solamente colaboran a la rigidez los grados de libertad de deformación axial δ_{IX} δ_{JX} . Los esfuerzos en la dirección Y_L son siempre nulos, sean cuales sean las deformaciones de la barra.

La ecuación de rotación al sistema general de las deformaciones de un nudo es:

$$\begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \end{Bmatrix}$$

La ecuación de equilibrio en el sistema general se obtiene aplicando la rotación anterior a los grados de libertad y a las fuerzas. Se obtiene (Figura 10):

$$\begin{Bmatrix} F_{IX} \\ F_{IY} \\ F_{JX} \\ F_{JY} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & -s^2 \\ \hline -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \\ \Delta_{JX} \\ \Delta_{JY} \end{Bmatrix}$$

siendo $c=\cos\alpha$, $s=\text{sen}\alpha$ los dos cosenos directores del eje X_L de la barra.

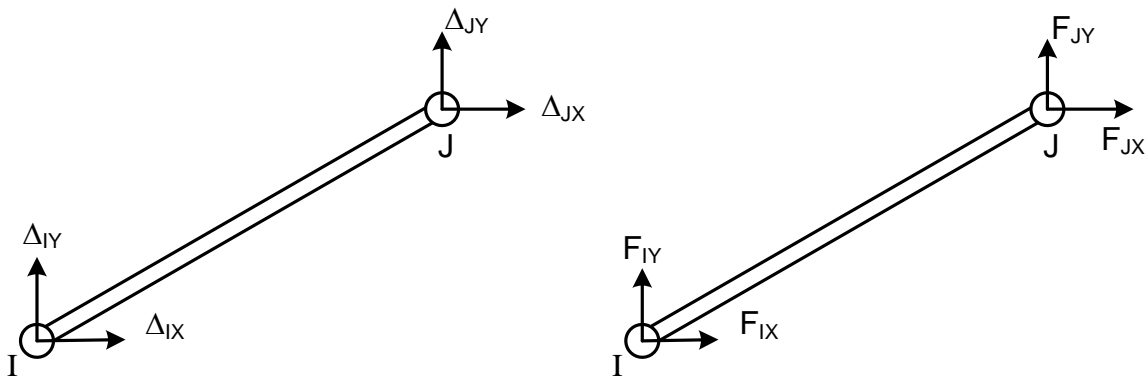


Figura 10. Barra biarticulada en el sistema general

Viga empotrada en ambos extremos

Para este elemento se adopta un sistema de ejes local con su eje X_L coincidente con la viga, y su origen en el nudo I del elemento. Los ejes Z general y local son coincidentes.

Para cada nudo los 3 grados de libertad son: desplazamiento axial según X_L , desplazamiento transversal según Y_L , y giro según el eje Z. Los esfuerzos

PROPIEDADES DE RIGIDEZ DE LOS ELEMENTOS PLANOS

correspondientes son: fuerza axial según X_L , cortante según Y_L y flector según Z (Figura 11).

$$\delta = \begin{Bmatrix} \delta_I \\ \delta_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_I \\ \mathbf{P}_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix}$$

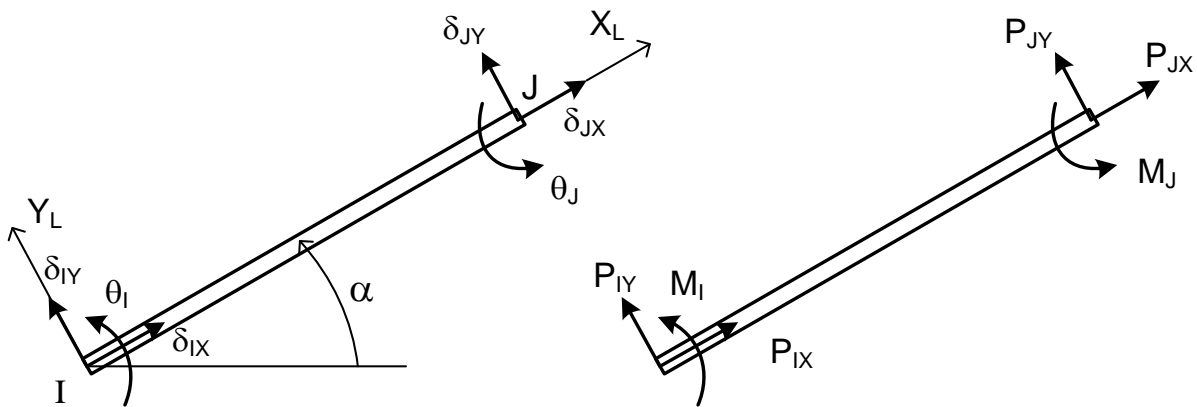


Figura 11. Viga empotrada plana en su sistema local

El elemento tiene capacidad para absorber energía de flexión y de esfuerzo axial. La flexión se produce en el plano XY , y está controlada por el momento de inercia de la sección respecto al eje Z , que se denominará I . Como ya se sabe ambos efectos están desacoplados.

La matriz de rigidez es de 6×6 ; sus términos se calculan aplicando sucesivamente desplazamientos unitarios a cada uno de los 6 grados de libertad, y calculando en cada caso las fuerzas de reacción que aparecen sobre la barra. La resolución de cada caso proporciona una columna de la matriz de rigidez. Agrupándolas se obtiene:

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

La no existencia de términos de rigidez entre los grados de libertad axiales y de flexión muestra el desacoplamiento entre ambos efectos.

La transformación de las deformaciones de un nudo del sistema local al general es:

$$\delta_I = \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha & 0 \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \\ \theta_I \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \Delta_I$$

Esta es la misma matriz que se emplea para la transformación de un vector en dos dimensiones, pero añadiéndole una fila y columna más, a fin de transformar el giro, que es el mismo en los sistemas de ejes local y general. La misma matriz se emplea para la transformación de esfuerzos.

La ecuación de equilibrio en el sistema general es $\mathbf{F} = \mathbf{K}_G \Delta$, siendo la matriz de rigidez proyectada $\mathbf{K}_G = \mathbf{T}_2^T \mathbf{K}_L \mathbf{T}_2$, cuya expresión detallada es:

$$\begin{Bmatrix} F_{IX} \\ F_{IY} \\ M_I \\ F_{JX} \\ F_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA c^2 / L & EA s c / L & -6EIs / L^2 & -EA c^2 / L & -EA s c / L & -6EIs / L^2 \\ +12EIs^2 / L^3 & -12EIs c / L^3 & & -12EIs^2 / L^3 & +12EIs c / L^3 & \\ EA s c / L & EA s^2 / L & 6EIc / L^2 & -EA s c / L & -EA s^2 / L & 6EIc / L^2 \\ -12EIs c / L^3 & +12EIc^2 / L^3 & & +12EIs c / L^3 & -12EIc^2 / L^3 & \\ -6EIs / L^2 & 6EIc / L^2 & 4EI / L & 6EIs / L^2 & -6EIc / L^2 & 2EI / L \\ -EA c^2 / L & -EA s c / L & 6EIs / L^2 & EA c^2 / L & EA s c / L & 6EIs / L^2 \\ -12EIs^2 / L^3 & +12EIs c / L^3 & & +12EIs^2 / L^3 & -12EIs c / L^3 & \\ -EA s c / L & -EA s^2 / L & -6EIc / L^2 & EA s c / L & EA s^2 / L & -6EIc / L^2 \\ +12EIs c / L^3 & -12EIc^2 / L^3 & & -12EIs c / L^3 & +12EIc^2 / L^3 & \\ -6EIs / L^2 & 6EIc / L^2 & 2EI / L & 6EIs / L^2 & -6EIc / L^2 & 4EI / L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \\ \theta_I \\ \Delta_{JX} \\ \Delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

$$c = \cos \alpha \quad s = \text{sen } \alpha$$

PROPIEDADES DE RIGIDEZ DE LOS ELEMENTOS PLANOS

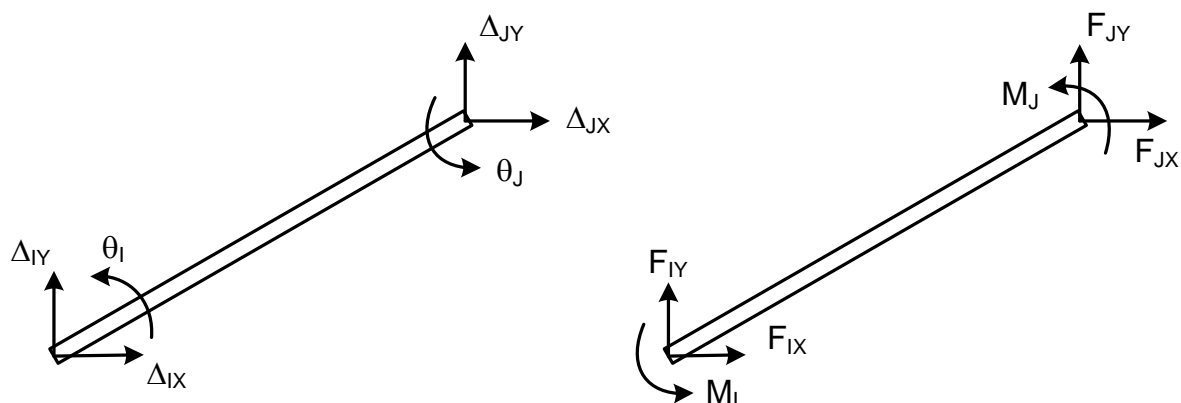


Figura 12. Viga empotrada en el sistema de ejes general

Viga empotrada - articulada

En este elemento existe una articulación en el nudo J, y por lo tanto se cumple que $M_J = 0$ (Figura 13). Al imponer esta condición de momento nulo se debe prescindir de un grado de libertad, que es el giro en el nudo J. La ecuación del nuevo elemento, que ya incluye el hecho de que $M_J = 0$ es:

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & 3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^3 & 0 \\ 0 & 3EI/L^2 & 3EI/L & 0 & -3EI/L^2 & 0 \\ \hline -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & -3EI/L^2 & 0 & 3EI/L^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

En ella se observa que la fila y la columna correspondientes al giro en J son nulas. Ello quiere decir que el momento en el nudo J es siempre 0, para cualquier valor de los otros 5 grados de libertad y que el grado de libertad al giro en el nudo J θ_J no afecta a las fuerzas en los extremos del elemento.

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

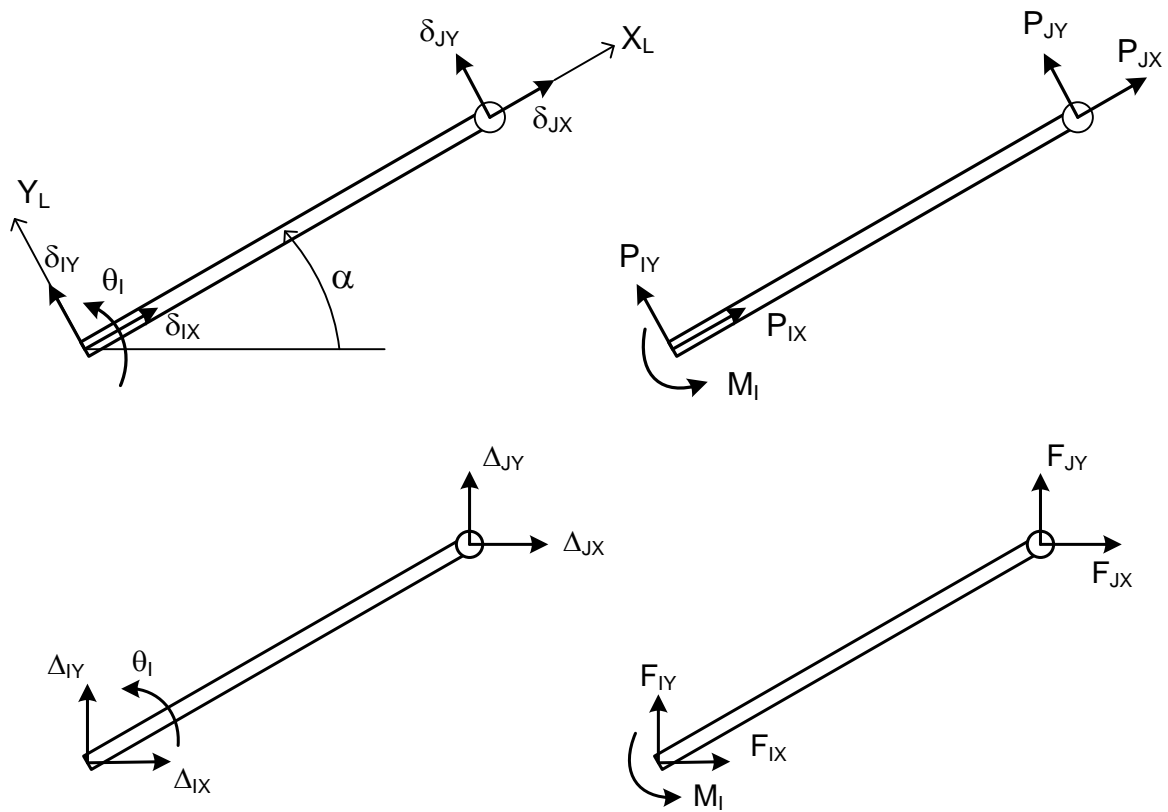


Figura 13. Viga empotrada - articulada

La ecuación de equilibrio en el sistema general es

$$\begin{bmatrix} F_{IX} \\ F_{IY} \\ M_I \\ F_{JX} \\ F_{JY} \\ M_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA c^2 / L & EA s c / L & -3EI s / L^2 & -EA c^2 / L & -EA s c / L & 0 \\ +3EI s^2 / L^3 & -3EI s c / L^3 & -3EI s / L^2 & -3EI s^2 / L^3 & +3EI s c / L^3 & 0 \\ EA s c / L & EA s^2 / L & 3EI c / L^2 & -EA s c / L & -EA s^2 / L & 0 \\ -3EI s c / L^3 & +3EI c^2 / L^3 & 3EI c / L^2 & +3EI s c / L^3 & -3EI c^2 / L^3 & 0 \\ -3EI s / L^2 & 3EI c / L^2 & 3EI / L & 3EI s / L^2 & -3EI c / L^2 & 0 \\ -EA c^2 / L & -EA s c / L & 3EI s / L^2 & EA c^2 / L & EA s c / L & 0 \\ -3EI s^2 / L^3 & +3EI s c / L^3 & 3EI s / L^2 & +3EI s^2 / L^3 & -3EI s c / L^3 & 0 \\ -EA s c / L & -EA s^2 / L & -3EI c / L^2 & EA s c / L & EA s^2 / L & 0 \\ +3EI s c / L^3 & -3EI c^2 / L^3 & -3EI c / L^2 & -3EI s c / L^3 & +3EI c^2 / L^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \\ \theta_I \\ \Delta_{JX} \\ \Delta_{JY} \\ \theta_J \end{bmatrix}$$

Muelles de esfuerzo axial

Los muelles de esfuerzo axial se comportan exactamente igual que las barras biarticuladas: sólo pueden absorber fuerza axial y sólo la deformación axial acumula energía. El comportamiento del muelle viene caracterizado por su rigidez K .

Se adopta un sistema de ejes local tal que el X_L está en la dirección del muelle. La ecuación de equilibrio en este sistema es (Figura 14):

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 & -K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \end{Bmatrix}$$

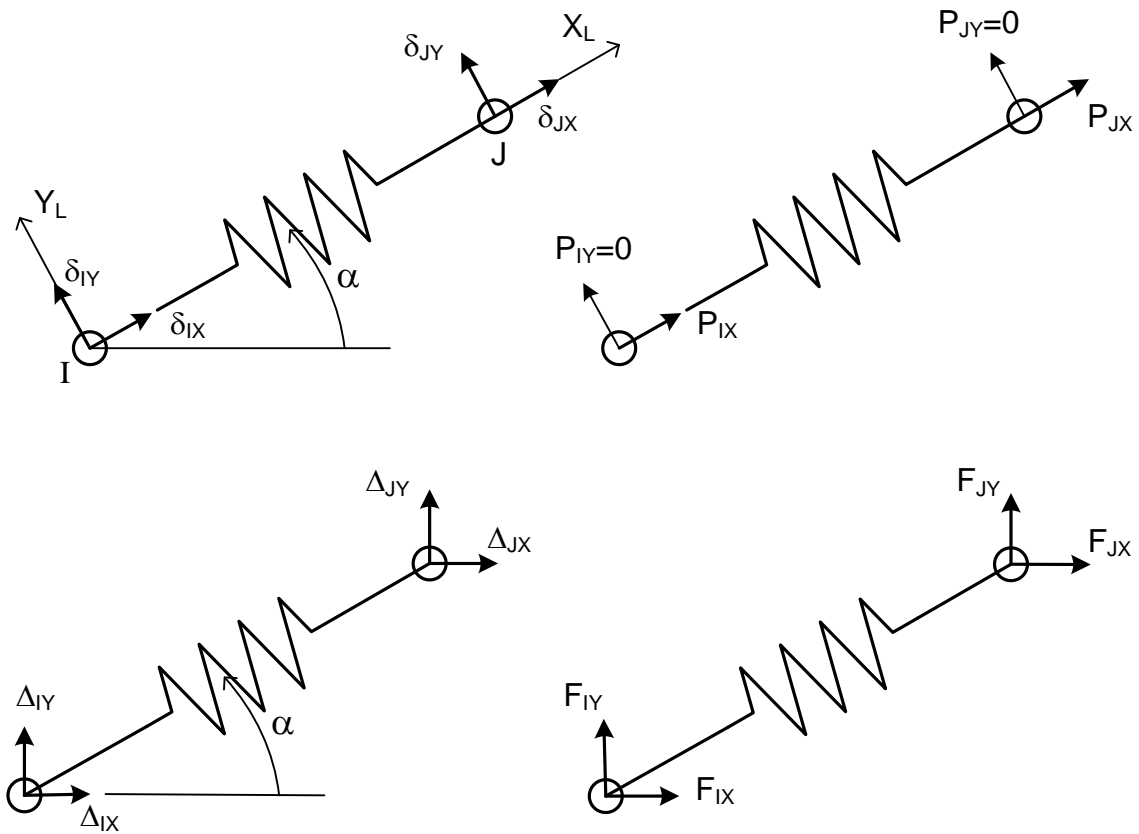


Figura 14. Muelle a esfuerzo axial

La ecuación de equilibrio en el sistema general resulta ser:

$$\begin{Bmatrix} F_{IX} \\ F_{IY} \\ F_{JX} \\ F_{JY} \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & -s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \\ \Delta_{JX} \\ \Delta_{JY} \end{Bmatrix}$$

Siendo $c = \cos\alpha$, $s = \sin\alpha$ los dos cosenos directores del eje X_L del muelle.

Como puede verse en las ecuaciones de equilibrio anteriores, el comportamiento de un muelle es igual que el de una barra articulada en ambos extremos, sustituyendo la constante K del muelle por el producto $E A / L$ de la barra.

Muelles al giro

Los muelles al giro acoplan dos grados de libertad de rotación Z, aplicando sobre ellos dos momentos Z iguales y de sentido contrario. Sólo transmiten el momento, y no afectan para nada a la transmisión de fuerzas, ni a los grados de libertad de desplazamiento del nudo: se supone que las barras unidas por el muelle al giro tienen los mismos desplazamientos y que por lo tanto hay una perfecta transmisión de fuerzas entre ellas. Únicamente los giros son distintos y el muelle aplica un momento proporcional a su diferencia.

La materialización habitual de estos muelles es mediante un resorte plano, o una barra de torsión de longitud despreciable, a fin de que las dos barras unidas por el muelle estén en contacto, y haya transmisión de fuerzas.

Su ecuación de equilibrio es:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

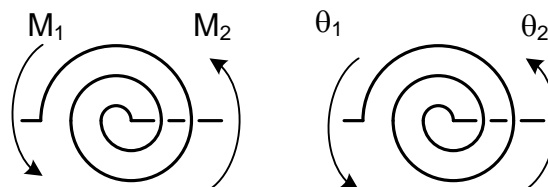


Figura 15. Muelle al giro.

Influencia del esfuerzo cortante

La deformación debida al esfuerzo cortante puede tenerse en cuenta en el método de rigidez, si en la deducción de los coeficientes de rigidez se emplea una expresión de la energía elástica que incluya la energía debida al esfuerzo cortante.

Admitiendo la hipótesis de que las secciones rectas perpendiculares a la fibra neutra se mantienen rectas en el estado deformado, la expresión de la energía elástica acumulada en un elemento estructural de viga recta es:

$$U = \int \frac{M^2 \mu}{2} dx + \int \frac{N^2 \gamma}{2} dx + \int \frac{Q^2 \eta}{2} dx$$

donde $\mu = 1/EI$ es la flexibilidad correspondiente a la flexión, $\gamma = 1/EA$ es la del esfuerzo axial y $\eta = 1/GA'$ es la correspondiente al esfuerzo cortante, siendo A' el área equivalente de la sección.

La ecuación de equilibrio de una barra empotrada en ambos extremos, en su sistema de ejes local es:

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+\kappa)L^3} & \frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & 0 & -\frac{12EI}{(1+\kappa)L^3} & \frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & \frac{(4+\kappa)EI}{(1+\kappa)L} & 0 & -\frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & \frac{(2-\kappa)EI}{(1+\kappa)L} \\ \hline -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{(1+\kappa)L^3} & -\frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & 0 & \frac{12EI}{(1+\kappa)L^3} & -\frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & \frac{(2-\kappa)EI}{(1+\kappa)L} & 0 & -\frac{6EI}{(1+\kappa)L^2} & \frac{(4+\kappa)EI}{(1+\kappa)L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

Donde se ha empleado el *factor de rigidez a cortante* κ , que depende de la rigidez relativa a flexión y a cortante:

$$\kappa = \frac{12EI}{GA' L^2}$$

Si la viga es infinitamente rígida a cortante, este factor es nulo, y la matriz de rigidez anterior coincide con la del elemento sin rigidez a cortante. Nótese que este factor depende de la relación entre la rigidez a flexión (EI) y a esfuerzo cortante (GA') y del cuadrado de la longitud de la viga. Para vigas muy cortas el factor L^2 tiene gran

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

importancia, y el factor κ puede ser alto, disminuyendo notablemente la rigidez de la viga.

Fuerzas exteriores

Fuerzas sobre los nudos

Las fuerzas exteriores aplicadas sobre los nudos pasan directamente al vector de fuerzas nodales equivalentes \mathbf{F} , es decir que cada fuerza aplicada en un nudo se añade directamente al término de \mathbf{F} correspondiente al grado de libertad sobre el que actúa.

Este hecho se ha tenido en cuenta en la deducción de las ecuaciones de equilibrio de la estructura, en las que se impuso el equilibrio de cada nudo según cada uno de sus grados de libertad, equilibrando las fuerzas que hacen los elementos sobre el nudo a las fuerzas exteriores que actúan sobre el nudo.

Fuerzas sobre los elementos

Se considera aquí el tratamiento de cualquier tipo de carga aplicada sobre los elementos, como fuerzas distribuidas, fuerzas o momentos puntuales no aplicados en los nudos, efectos térmicos... La presencia de estas cargas provoca unas deformaciones y unos esfuerzos cuya determinación requiere considerar los términos adecuados en las ecuaciones de equilibrio.

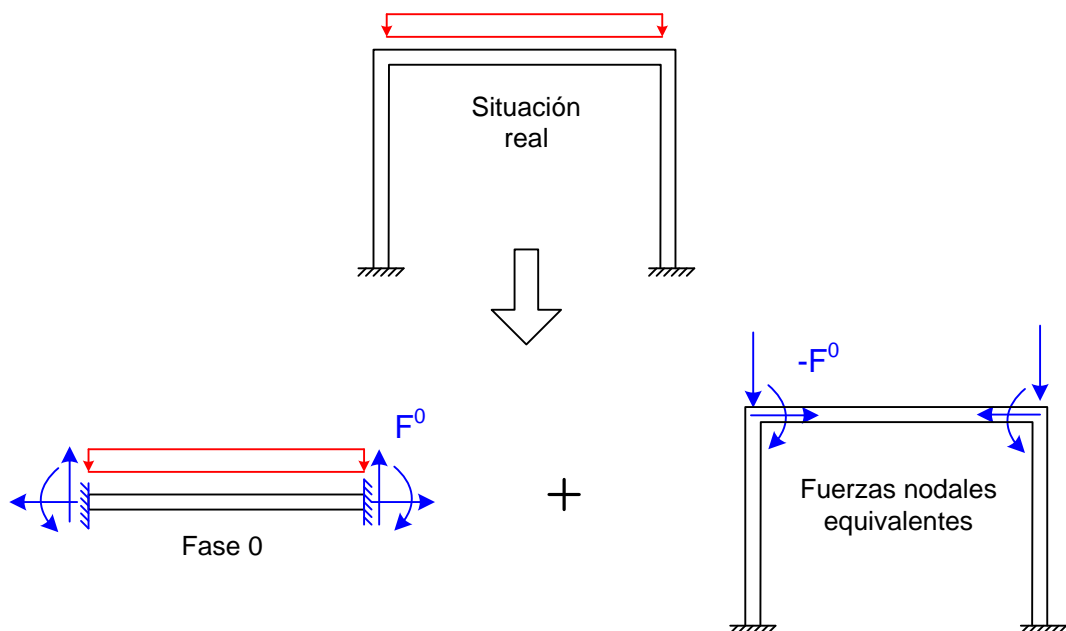


Figura 16. Fuerzas nodales equivalentes a las fuerzas sobre las barras.

Para todas las fuerzas actuantes sobre los elementos el objetivo es determinar unas fuerzas equivalentes a ellas, denominadas *fuerzas nodales equivalentes*, que

están aplicadas sobre los nudos y que producen las mismas deformaciones nodales en la estructura (Figura 16). Estas fuerzas nodales equivalentes a las cargas aplicadas sobre las barras, coinciden con las fuerzas en los extremos de la barra suponiendo que ambos extremos están perfectamente empotrados, y con signo menos. Por esta razón se les denomina fuerzas de empotramiento perfecto o de fase 0.

Fuerzas debidas a las temperaturas

La existencia de variaciones en la temperatura del material con respecto a la temperatura a la que se montó la estructura, origina una serie de deformaciones y esfuerzos interiores, que se suman a los producidos por las fuerzas exteriores. La variación en la temperatura del material se traduce en una serie de cargas equivalentes, de origen térmico, cuya magnitud se trata de evaluar.

Al estar las variaciones de temperatura localizadas en los elementos de la estructura, las cargas térmicas se tratan al igual que todas las acciones actuantes sobre las barras: se deben de determinar las fuerzas de fase 0 producidas por dichas variaciones de temperatura. Por lo tanto el problema a resolver es simplemente una viga biempotrada sometida a variaciones de temperatura, para la cual se deben de determinar las fuerzas de empotramiento perfecto.

Se supone una viga plana cualquiera, sin precisarse por el momento las condiciones en sus extremos (articulado, empotrado..). Sean h su canto (distancia entre sus caras superior e inferior) y α el coeficiente de dilatación lineal del material, que se suponen constantes en toda su longitud. Se emplea su sistema de ejes local X_L, Y_L con el eje X_L orientado desde el nudo inicial I al final J.

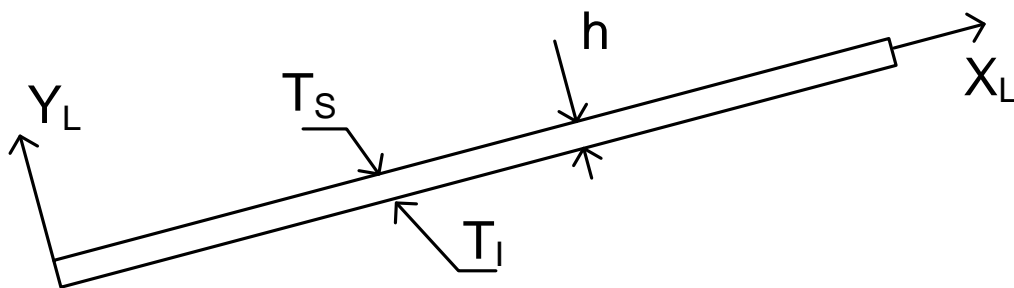


Figura 17. Campo de temperaturas en los elementos planos

Se supone una distribución de temperaturas lineal entre dos valores extremos T_S en la cara superior (Y_L positivo) y T_I en la cara inferior (Y_L negativo). Esta distribución de temperatura se supone constante en toda la longitud de la viga. La temperatura en un punto cualquiera situado a una distancia y del eje de la viga es:

FUERZAS EXTERIORES

$$T = T_s + T_I / 2 + y T_s - T_I / h$$

$$T = T_m + yT_g$$

donde se han definido la temperatura media $T_m = T_s + T_I / 2$ y la temperatura gradiente entre ambas caras $T_g = T_s - T_I / h$.

Barra biarticulada

La expresión de los esfuerzos nodales equivalentes a las temperaturas es:

$$\mathbf{P}_T^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EA\alpha T_m \\ 0 \\ -EA\alpha T_m \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Se observa que sólo afecta la temperatura media de la barra, y que aparece en ella una fuerza de compresión de valor $EA\alpha T_m$, que es la fuerza que hay que aplicar en la barra para mantenerla con sus dos extremos fijos, cuando ella se dilata una magnitud $\alpha T_m L$

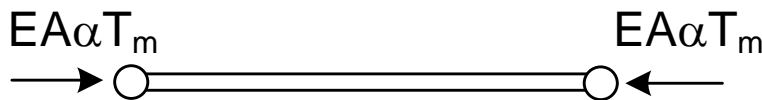


Figura 18. Esfuerzos térmicos de fase 0 en una barra biarticulada

Viga empotrada en ambos extremos

La expresión de los esfuerzos nodales equivalentes a las temperaturas es:

$$\mathbf{P}_T^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EA\alpha T_m \\ 0 \\ -EI\alpha T_g \\ -EA\alpha T_m \\ 0 \\ EI\alpha T_g \end{Bmatrix}$$

Se observa que los esfuerzos son: una compresión de valor $EA\alpha T_m$, y dos momentos iguales y de signo contrario, de valor $EI\alpha T_g$. Los esfuerzos cortantes nulos: la barra está en un estado de flexión pura.

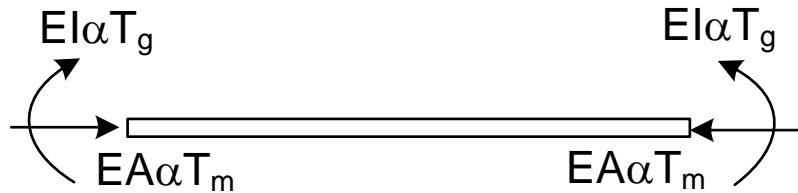


Figura 19. Esfuerzos térmicos en una viga biempotrada

Viga empotrada - articulada

La expresión de los esfuerzos nodales equivalentes a las temperaturas es:

$$\mathbf{P}_T^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EA\alpha T_m \\ -3EI\alpha T_g / 2L \\ -3EI\alpha T_g / 2 \\ -EA\alpha T_m \\ 3EI\alpha T_g / 2L \\ 0 \end{Bmatrix}$$

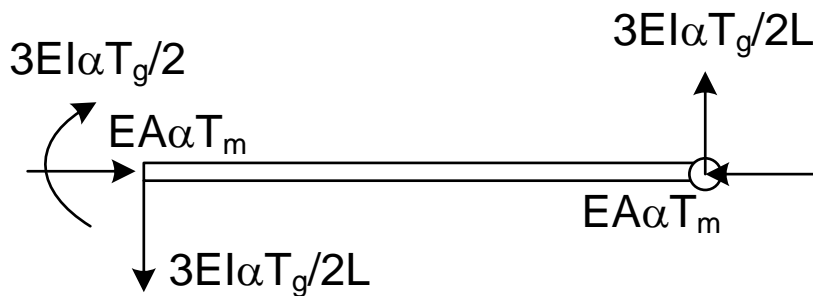


Figura 20. Esfuerzos térmicos en una viga empotrada articulada

En este caso sí que existen esfuerzos cortantes, para equilibrar el único momento que aparece en el nudo I.

Errores en la forma de los elementos

La existencia de errores en el tamaño o la forma de los elementos de la estructura, con respecto a su forma teórica, origina una serie de deformaciones y esfuerzos

FUERZAS EXTERIORES

interiores, que se suman a los producidos por las fuerzas exteriores. Es decir que la variación en la forma del elemento se traduce en una serie de cargas nodales equivalentes, cuya magnitud se trata de evaluar.

Al estar los errores de forma localizados en los elementos de la estructura, su efecto se trata igual que todas las demás acciones actuantes sobre las barras: se deben de determinar las fuerzas de empotramiento perfecto (fase 0) producidas por los errores de forma. Por lo tanto el problema a resolver es simplemente una viga biempotrada cuya forma o tamaño tiene una serie de errores, y para ella se deben de determinar las fuerzas de empotramiento perfecto.

La cuantificación de los errores se hace de manera muy simple definiendo un vector de deformaciones de los nudos δ_E , que contenga los valores de las deformaciones que tiene el elemento real con relación a su forma teórica. A estos efectos se considera como forma teórica a la que tiene que tener el elemento una vez montado en la estructura, es decir que el fenómeno de errores en la forma tiene que ver con la discrepancia entre la forma real del elemento y la forma que debe tener una vez montado (Figura 21).

Una vez cuantificados los errores, las fuerzas nodales equivalentes a ellos son:

$$\mathbf{P}_E^0 = -\mathbf{K}_L \delta_E$$

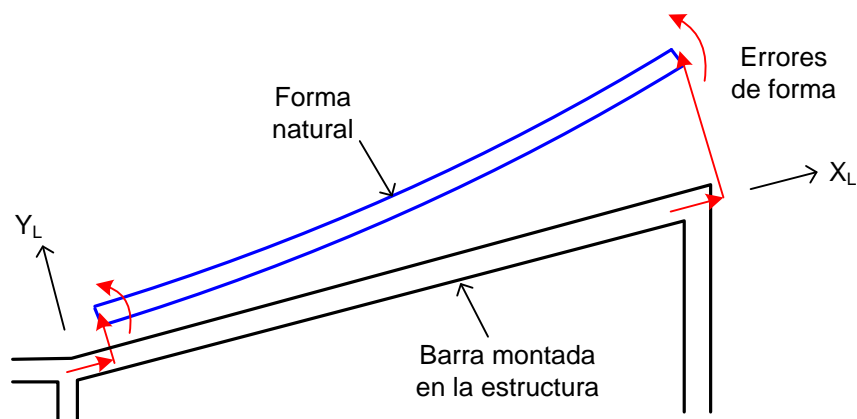


Figura 21. Error de forma en una barra

Pretensión inicial en elementos

Se entiende por esfuerzos de pretensión inicial de un elemento a aquellos esfuerzos que hay que aplicar *sobre él* para poderlo montar en la estructura. Estos esfuerzos de pretensión inicial se originan por diferencias entre el tamaño (forma geométrica) real del elemento y el espacio de montaje en la estructura. A consecuencia de esta diferencia es necesario aplicar sobre el elemento unos

esfuerzos exteriores para poderlo montar, que se eliminan una vez montado el elemento, pero que al desaparecer hacen que el elemento tienda a volver a su situación natural, produciendo deformaciones en la estructura (Figura 22).

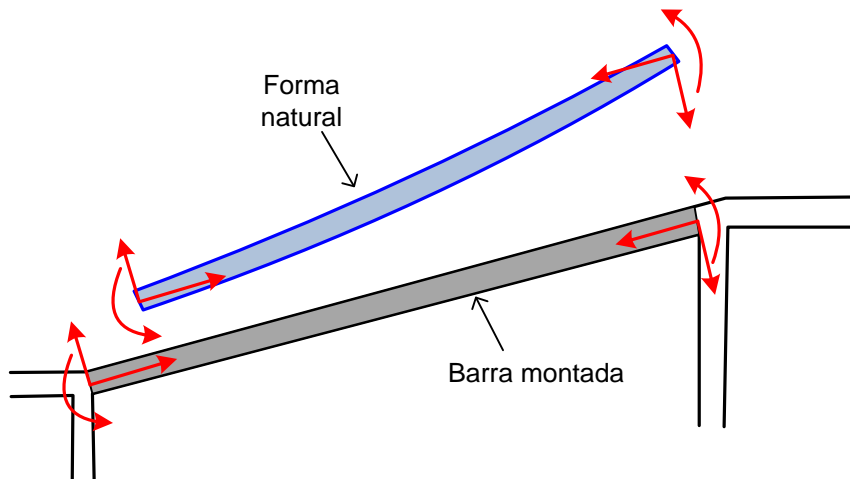


Figura 22. Fuerzas de pretensión sobre una barra

Se trata por lo tanto del mismo problema que el de errores en la forma del elemento, pero en este caso no se conocen los errores δ_E en sí mismos, sino las fuerzas que hay que aplicar sobre el elemento para poderlo montar. Estas son directamente las fuerzas de fase 0, que se denominarán igual que las debidas a los errores: \mathbf{P}_E^0 .

Por ejemplo, para un elemento de articulado o empotrado en ambos extremos que necesita ser comprimido con un esfuerzo de valor N para ser montado en la estructura, las fuerzas de fase 0 son:

$$\mathbf{P}_E^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +N \\ 0 \\ -N \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pretensión inicial en muelles de esfuerzo axial

Los muelles siguen el mismo tratamiento que los demás elementos para sus esfuerzos de pretensión inicial y sus errores de forma. La ecuación de equilibrio de un muelle es:

$$S = K(\Delta - \Delta_0)$$

FUERZAS EXTERIORES

donde S es el esfuerzo y Δ es la deformación relativa entre sus extremos. Δ_0 es el error en la longitud del muelle, diferencia entre su longitud natural L_N (estado descargado) y su longitud de montaje en la estructura L_M : $\Delta_0 = L_N - L_M$.

La ecuación anterior también puede ponerse como $S = K\Delta + S_0$ donde $S_0 = -K\Delta_0$ es el esfuerzo de pretensión inicial que hay que aplicarle al muelle para montarlo.

Las fuerzas de pretensión necesarias para el montaje del muelle son:

$$\mathbf{P}_E^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K\Delta_0 \\ 0 \\ -K\Delta_0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Si en lugar del error se conoce la fuerza de pretensión S_0 , el vector de esfuerzos de montaje es directamente:

$$\mathbf{P}_E^0 = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ P_{JX} \\ P_{JY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -S_0 \\ 0 \\ +S_0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

donde S_0 es positivo si actúa a tracción sobre el muelle.

Pretensión inicial en muelles al giro

Los esfuerzos de pretensión en muelles al giro se originan a consecuencia de una desalineación angular entre los dos extremos del muelle. La ecuación constitutiva es:

$$M = K(\theta - \theta_0)$$

donde M es el momento y θ es la deformación relativa entre sus extremos. θ_0 es el error angular en el muelle (desalineación), que es igual a su ángulo natural θ_N (estado descargado) menos su ángulo de montaje en la estructura θ_M : $\theta_0 = \theta_N - \theta_M$.

También puede ponerse como $M = K\theta + M_0$, siendo $M_0 = -K\theta_0$ el esfuerzo de pretensión inicial que hay que aplicarle para montarlo, que depende del desalineamiento relativo entre ambos extremos del muelle θ_0 .

Con lo que los momentos de pretensión originados por un desalineamiento θ_0 son

$$\mathbf{P}_E^0 = \begin{Bmatrix} M_{E1} \\ M_{E2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +K\theta_0 \\ -K\theta_0 \end{Bmatrix}$$

Si en lugar del error se conoce la fuerza de pretensión M_0 , el vector de esfuerzos de montaje (fase 0) es directamente:

$$\mathbf{P}_E^0 = \begin{Bmatrix} M_{E1} \\ M_{E2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_0 \\ +M_0 \end{Bmatrix}$$

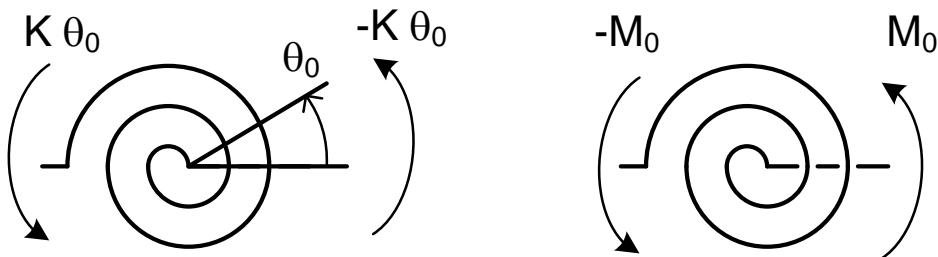


Figura 23. Esfuerzos de pretensión en un muelle al giro

Condiciones de ligadura

La ecuación de equilibrio de una estructura se representa mediante el sistema de ecuaciones lineales $\mathbf{K} \Delta = \mathbf{F}$, siendo \mathbf{K} es la matriz de rigidez de toda la estructura, obtenida por ensamblaje de las matrices de cada uno de los elementos que la componen, \mathbf{F} es el vector de fuerzas nodales equivalentes a todas las acciones exteriores, y Δ es el vector de grados de libertad, que incluye a todas las posibles deformaciones nodales de la estructura. Su solución permite obtener el valor de dichos grados de libertad.

Ligaduras de desplazamiento conocido

En este tipo de condición se conoce el valor que adopta un determinado grado de libertad de la estructura (por ejemplo en caso de un asiento conocido en un punto de apoyo), y en principio se supondrá que dichos valores son distintos de cero, pues el caso nulo ya ha sido tratado.

El vector Δ de grados de libertad totales se divide en 2 partes:

$$\Delta = \begin{Bmatrix} \Delta_D \\ \Delta_C \end{Bmatrix}$$

Δ_C es el vector que agrupa a todos los grados de libertad cuyo valor se conoce, que serán distintos de cero y Δ_D el vector que agrupa a los restantes grados de libertad, de valor desconocido. El sistema de ecuaciones de equilibrio inicial se puede dividir por lo tanto en:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{DD} & \mathbf{K}_{DC} \\ \mathbf{K}_{CD} & \mathbf{K}_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_D \\ \Delta_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_D \\ \mathbf{F}_C + \mathbf{R}_C \end{Bmatrix}$$

\mathbf{R}_C son las fuerzas que hay que hacer desde el exterior, sobre los grados de libertad con desplazamiento conocido Δ_C , para obligarles a desplazarse precisamente el valor deseado. De la primera ecuación se obtiene que:

$$\mathbf{K}_{DD} \Delta_D = \mathbf{F}_D - \mathbf{K}_{DC} \Delta_C$$

Esta es la ecuación final de equilibrio de la estructura, de la que puede calcularse Δ_D . La presencia de las deformaciones conocidas Δ_C añade un nuevo término al vector de cargas de valor $-\mathbf{K}_{DC} \Delta_C$ que se suma a las cargas exteriores actuantes.

Este vector de fuerzas representa a unas fuerzas nodales aplicadas sobre los grados de libertad Δ_D que son equivalentes a los desplazamientos impuestos Δ_C .

Una vez obtenidos de la ecuación anterior los Δ_D , las fuerzas de reacción en los grados de libertad conocidos R_C se obtienen de la segunda parte de la ecuación anterior.

Método de la rigidez ficticia

El proceso descrito en los apartados anteriores es teóricamente correcto, y es el que se usa para resolver problemas manualmente. Sin embargo este método puede ser engorroso para su utilización práctica en ciertos programas de computador, pues requiere el reordenar las matrices, o el separar parte de ellas para realizar las operaciones algebraicas indicadas. Por esta razón se utiliza otro, que aunque aproximado, da resultados suficientemente buenos en la práctica, y es muy sencillo de aplicar. El proceso es el siguiente:

- Para introducir un desplazamiento conocido Δ_{Ci} en el grado de libertad i , se multiplica el término de la diagonal de dicho grado de libertad por un número muy grande M , usualmente $M=10^{10}$, denominado rigidez ficticia. Esta operación equivale a aplicar una rigidez de gran valor según el grado de libertad cuyo valor se impone.
- Se modifica el término de la fila i del vector de cargas, sustituyéndolo por el valor $K_{ii}\Delta_{Ci}M$.
- Se resuelve el sistema de ecuaciones resultante, y se obtendrá un valor de Δ_i sensiblemente igual a Δ_{Ci} .

Por ejemplo, si se considera un sistema con 3 grados de libertad, cuyas 3 ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum_j K_{ij}\Delta_j = F_i \quad i = 1, 3$$

Imponiendo un valor conocido a Δ_3 , la tercera ecuación queda:

$$\sum_{j=1,2} K_{3j}\Delta_j + K_{33}M\Delta_3 = K_{33}M\Delta_{C3}$$

Despejando Δ_3 de esta ecuación se obtiene:

FUERZAS EXTERIORES

$$\Delta_3 = \Delta_{C3} - \frac{\sum_{j=1,2} K_{3j} \Delta_j}{MK_{33}} \approx \Delta_{C3}$$

El segundo sumando es muy pequeño, al ser M mucho mayor que los restantes términos, por lo que se obtiene como resultado para el grado de libertad 3 el valor impuesto.

Si el grado de libertad está fijo, se sigue el proceso anterior con un valor de $\Delta_{C_i} = 0$, lo cual equivale a multiplicar la diagonal de \mathbf{K} por el número M , y a sustituir el término correspondiente del vector de fuerzas F_i por 0.

Apoyos elásticos

Otra forma de apoyo de una estructura consiste en que un determinado punto no tiene sus desplazamientos impuestos, como en los casos anteriores, ni tampoco es totalmente libre de moverse, sino que está unido a la sustentación a través de uno o más muelles, de rigideces conocidas.

En realidad estos apoyos no deben considerarse condiciones de ligadura de la estructura en sentido estricto, pues los muelles del apoyo son unos elementos estructurales más, y como tales deben considerarse. Por lo tanto para tratar un apoyo elástico se deberá en primer lugar identificar los grados de libertad del nudo donde está el apoyo elástico, calcular la matriz de rigidez del muelle de apoyo, y ensamblar dicha matriz en la matriz de la estructura.

Este tipo de apoyos no debe confundirse con las condiciones de contorno de desplazamiento impuesto. En estas últimas, los desplazamientos del nudo son de magnitud conocida y no están controlados por las cargas actuantes sobre la estructura, mientras que en los apoyos elásticos, la deformación del apoyo está controlada por las fuerzas actuantes y por la propia rigidez de la estructura, entre la que se incluye la del propio apoyo elástico.

El caso más habitual es el de un nudo de la estructura que está unido al suelo mediante dos muelles de rigideces conocidas K_{MX} , K_{MY} del tal forma que están desacoplados, es decir que cada uno de ellos actúa independientemente de los demás. Además dichas rigideces se suponen conocidas en el sistema de ejes global.

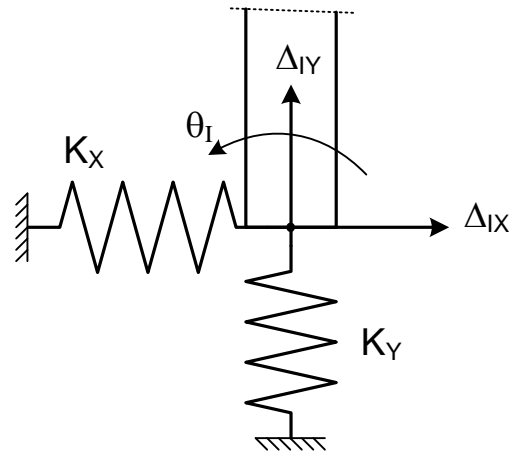


Figura 24. Apoyo elástico

La ecuación de equilibrio de los muelles que forman el apoyo elástico es:

$$\begin{Bmatrix} F_{IX}^m \\ F_{IY}^m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{MX} & 0 \\ 0 & K_{MY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \end{Bmatrix}$$

La matriz de rigidez del muelle se ensambla en la matriz de rigidez total de la estructura. De la solución de las ecuaciones de equilibrio del conjunto se obtienen los valores de las deformaciones del nudo, y a partir de ellas se pueden obtener las fuerzas en los muelles mediante la ecuación anterior.

De la misma forma se tratan los casos (menos frecuentes) en que los muelles están acoplados entre sí. En este caso la matriz de rigidez del muelle es llena, al haber rigideces cruzadas entre unas direcciones y otras.

Un caso más frecuente que da lugar a matrices llenas es el de un muelle orientado en una dirección distinta de los ejes generales (Figura 25). En este caso hay que elegir un sistema de ejes local al muelle, en el que se conocerá su característica de rigidez K_M . La rigidez aportada por el muelle en los ejes generales es:

$$\begin{Bmatrix} F_{IX}^m \\ F_{IY}^m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_M \cos^2 \alpha & -K_M \sin \alpha \cos \alpha \\ -K_M \sin \alpha \cos \alpha & K_M \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{IX} \\ \Delta_{IY} \end{Bmatrix}$$

FUERZAS EXTERIORES

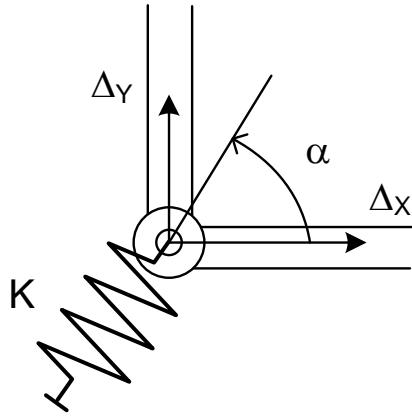


Figura 25. Apoyo elástico no orientado según los ejes generales

Generalidades sobre el programa Cespla 7

El programa Cespla (Cálculo de estructuras planas) efectúa el análisis de estructuras reticulares planas de cualquier tipo, como celosías, pórticos o vigas. El programa utiliza el método de rigidez, por su sencillez de programación y generalidad y se basa en los fundamentos teóricos antes explicados.

Cespla es un programa interactivo, que permite efectuar el análisis completo de la estructura desde el entorno de ventanas de un ordenador personal. La definición de la estructura se puede efectuar desde dicho entorno de ventanas, sin necesidad de escribir ficheros de datos. Para ello el programa está dotado de una interfaz de usuario compuesta por menús y barras de herramientas, que se corresponden con los elementos típicos del análisis estructural: nudos, vigas, apoyos, fuerzas, resortes, etc. El cálculo de la estructura se efectúa asimismo actuando sobre estos iconos. Los resultados obtenidos se muestran de forma interactiva, en el mismo entorno de ventanas, de forma sencilla y fácil de interpretar. Además, pueden obtenerse listados numéricos de los resultados.

A pesar de que el programa tiene una clara vocación docente, su capacidad de modelización de estructuras planas de todo tipo y su capacidad de cálculo de estructuras de gran tamaño, permiten utilizarlo más allá del ámbito de la docencia, en el cálculo de estructuras reales en ingeniería.

Las estructuras analizadas pueden estar formadas por barras empotradas y/o articuladas, en cualquier disposición en el plano. Además se pueden considerar elementos tipo resorte al giro, con objeto de simular uniones flexibles entre las barras. También pueden emplearse vigas en fundación elástica.

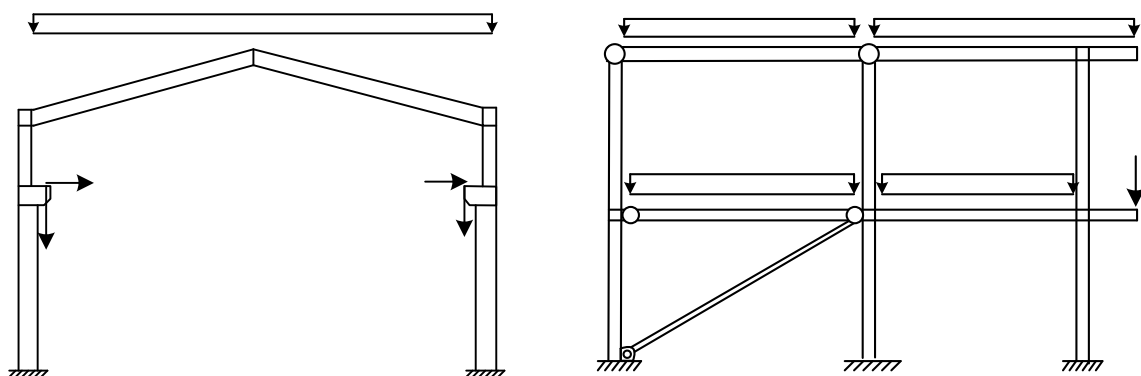


Figura 26. Estructuras reticulares planas

Pueden aplicarse fuerzas sobre los nudos o sobre los elementos. Estas últimas pueden ser puntuales, distribuidas, de origen térmico, debidas a errores de forma o debidas a esfuerzos de pretensión durante el montaje. Se pueden considerar

apoyos elásticos, así como imponer deformaciones de valor conocido en los apoyos.

El programa calcula y representa gráficamente las deformaciones de los nudos y barras, las reacciones en los apoyos, y los esfuerzos internos y tensiones en los elementos. Asimismo calcula la carga crítica de pandeo global de la estructura y el modo de pandeo correspondiente.

El programa Cespla es de uso público y gratuito para actividades de formación y docencia. Puede obtenerse en la siguiente dirección de Internet de la Universidad de Navarra: <http://www.unav.es/asignatura/estructuras1/>.

Incógnitas

El programa emplea el método de rigidez, y por lo tanto utiliza como grados de libertad de la estructura las deformaciones de los nudos en los que se conectan las barras. Cada nudo puede tener los siguientes grados de libertad:

- Desplazamientos en las direcciones X e Y del sistema de ejes general de la estructura. Estos dos desplazamientos existen para todos los nudos.
- Giro alrededor del eje Z: los nudos pueden tener un número variable de grados de libertad de giro Z, como se muestra en la Figura 27. En los nudos donde todas las barras están articuladas (p.e. en una celosía), no hay ningún grado de libertad de giro (Figura 27.a). En los nudos donde todas las barras están empotradas entre sí (p.e. en un pórtico) existe un sólo giro (Figura 27.b). En los nudos donde hay grupos de barras unidas entre sí, y que a su vez están articulados con otros grupos, el número de giros puede ser variable (Figura 27.c). No existe límite al número de giros Z que puede haber en un nudo.

Con esta disposición de grados de libertad en cada nudo, el número total de grados de libertad de la estructura es variable. Su valor mínimo es $2n$ (siendo n el número de nudos) si todas las barras son biarticuladas (p.e. en una celosía). Si todas las barras están empotradas entre sí el número de grados de libertad es $3n$, y puede ser superior a $3n$ si existen nudos con varios giros.

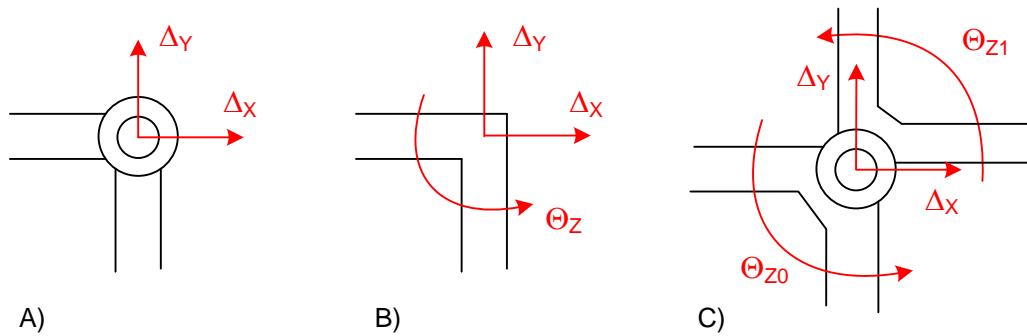


Figura 27. Posibles grados de libertad de un nudo en Cespla

Elementos estructurales

El programa permite emplear los siguientes tipos de elementos estructurales:

Barra articulada en ambos extremos

Tiene dos grados de libertad de desplazamiento X e Y en cada nudo extremo (Figura 28.a). Este elemento sólo produce rigidez en su dirección axial, y absorbe principalmente esfuerzos axiales, pero se ha incluido la posibilidad de aplicarle fuerzas transversales, térmicas y de pretensión inicial. Las fuerzas transversales producen un efecto de flexión local en el elemento. Se utiliza básicamente para modelizar celosías.

Viga empotrada en ambos extremos

Este elemento tiene tres grados de libertad en cada extremo: dos desplazamientos según X e Y, y un giro Z (Figura 28.b). Este elemento absorbe esfuerzos axiales, de cortadura y de flexión. Incluye la posibilidad de considerar la energía de esfuerzo cortante. Se utiliza básicamente para modelizar pórticos.

Viga empotrada en un extremo y articulada en el otro

Este elemento es intermedio entre los dos anteriores, y tiene cinco grados de libertad (Figura 28.c). Se obtiene a partir del elemento anterior, por eliminación del giro del nudo final con la condición de que el momento flector en dicho punto sea nulo. Incluye la posibilidad de considerar la energía de esfuerzo cortante. Se utiliza para modelizar puntos articulados en estructuras tipo pórtico.

Resorte al giro Z

Tiene dos grados de libertad al giro, y produce un momento proporcional a la diferencia entre los dos giros (Figura 28.e). Se utiliza básicamente para modelizar

uniones flexibles entre las barras y los nudos. En el análisis de estabilidad este elemento aporta rigidez, pero no aporta rigidez geométrica.

Elemento viga en fundación elástica

Se trata de una viga apoyada en un medio elástico deformable, empotrada en ambos extremos, con 6 grados de libertad (Figura 28.d). En el análisis de estabilidad este elemento aporta rigidez, pero no aporta rigidez geométrica.

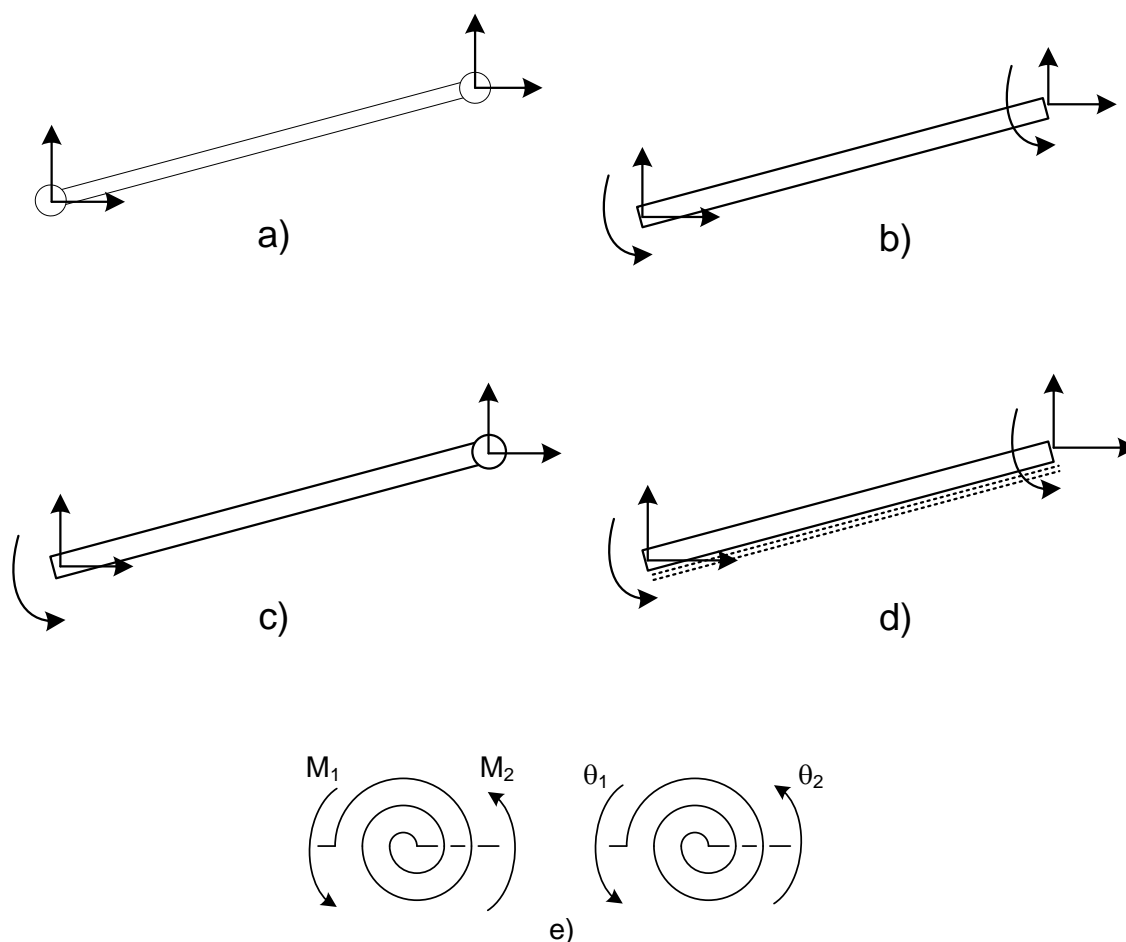


Figura 28. Elementos estructurales empleados por Cespla

Propiedades de las barras

Las propiedades resistentes de las barras se agrupan en dos categorías: propiedades del perfil y propiedades del material. Para ello cada barra lleva asociados un perfil y un material.

Perfil

El perfil asociado a la barra define las características resistentes de la sección transversal de la barra: área, momentos de inercia, etc. Los perfiles están agrupados en familias de perfiles similares, atendiendo a su forma, y dentro de cada familia hay una serie de perfiles de tamaño diferente.

El programa dispone de una serie de familias de perfiles normalizados que corresponden a los perfiles metálicos más habituales (IPE, HEB, etc.). Además es posible definir perfiles especiales, creados por el usuario, en los que no se especifica su forma y tamaño sino que se definen sus propiedades globales de área y momentos de inercia. Estos perfiles especiales pueden ser modificados por el usuario a voluntad. Obviamente los perfiles normalizados no pueden ser modificados.

Material

Las propiedades del material corresponden a su módulo de elasticidad, módulo de cortadura y coeficiente de dilatación lineal. El programa tiene predefinidos los materiales más habituales, pero el usuario puede definir los materiales especiales que desee. Los materiales especiales pueden ser modificados por el usuario a voluntad. Obviamente los materiales predefinidos no pueden ser modificados.

Propiedades compartidas entre las barras

Pueden asociarse el mismo perfil y el mismo material a varias barras, que entonces comparten las mismas propiedades. En este caso, si se modifica el perfil o el material compartidos, esta modificación afectará a todas las barras que los compartan.

Fuerzas exteriores admitidas

El programa permite la aplicación de dos tipos distintos de cargas exteriores sobre la estructura: cargas aplicadas sobre los nudos y cargas aplicadas sobre los elementos estructurales.

Cargas sobre los nudos

Sobre cada nudo pueden aplicarse fuerzas en las direcciones X e Y del sistema de ejes general de la estructura, y momentos en la dirección Z, según cada uno de los giros existentes en el nudo.

Cargas sobre los elementos

Los distintos tipos de cargas que pueden aplicarse sobre los elementos son:

GENERALIDADES SOBRE EL PROGRAMA CESPLA 7

- Fuerza distribuida por unidad de longitud del elemento, uniforme o con variación lineal, aplicada en cualquier dirección.
- Fuerza puntual aplicada en cualquier punto del elemento, en cualquier dirección X o Y.
- Carga térmica, debida a una variación de temperatura en la barra.
- Carga producida por un error en la forma de un elemento, con respecto a su forma teórica.
- Esfuerzos de pretensión inicial en un elemento, producidos durante su montaje en la estructura.

Sistemas de coordenadas

El programa emplea un sistema de coordenadas general, al que refiere toda la estructura. Este sistema tiene su eje X en la dirección horizontal de la ventana de dibujo y su eje Y es vertical y hacia arriba. El eje Z es saliente del plano XY, y por lo tanto las magnitudes en el eje Z son positivas en sentido antihorario.

A este sistema general se refieren aquellos resultados que corresponden a la estructura en su conjunto: deformaciones, reacciones, etc.

Para cada elemento estructural se considera un sistema de ejes local al mismo (Figura 29). Este sistema de ejes queda definido con su origen en el nudo inicial del elemento y su eje X en la dirección del propio elemento. Muchos de los resultados calculados para las barras (p.e. los esfuerzos internos) están referidos a este sistema de ejes local, en el cual son más significativos.

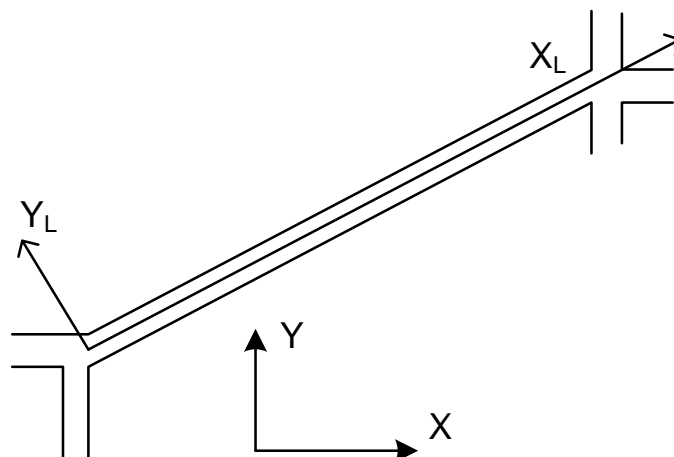


Figura 29. Sistemas de ejes local y general.

Unidades

El programa utiliza un sistema de unidades homogéneo para todas sus magnitudes. Pueden utilizarse las siguientes unidades:

Longitud: mm, cm o m.

Fuerza: N, kg o Tn.

Temperatura: °C.

El sistema de unidades se debe definir *antes* de comenzar a definir la estructura, inmediatamente después de crear un nuevo documento. Para ello emplear la opción de menú: Editar / Unidades y elegir las que se deseen emplear. Una vez seleccionado un sistema de unidades para una estructura, éste no se puede cambiar (en realidad el programa permite cambiarlo mientras no se defina ninguna entidad en la estructura). Todas las magnitudes que se introduzcan deberán estar en dichas unidades, y todos los resultados que se obtengan lo estarán también.

Interfaz de usuario

La interfaz de usuario del programa tiene los elementos típicos de una aplicación basada en un entorno de ventanas. Consta de una ventana principal (Figura 30) que contiene los elementos fundamentales de la interfaz, que se describen a continuación. Además de la ventana principal, el programa utiliza varios diálogos específicos para comunicación con el usuario.

Menú principal

Está situado en la parte superior de la ventana principal, y contiene una serie de opciones que permiten efectuar todas las operaciones permitidas por el programa: definir la estructura, modificarla, calcularla, mostrar los distintos resultados, guardar los datos y resultados, etc.

GENERALIDADES SOBRE EL PROGRAMA CESPLA 7

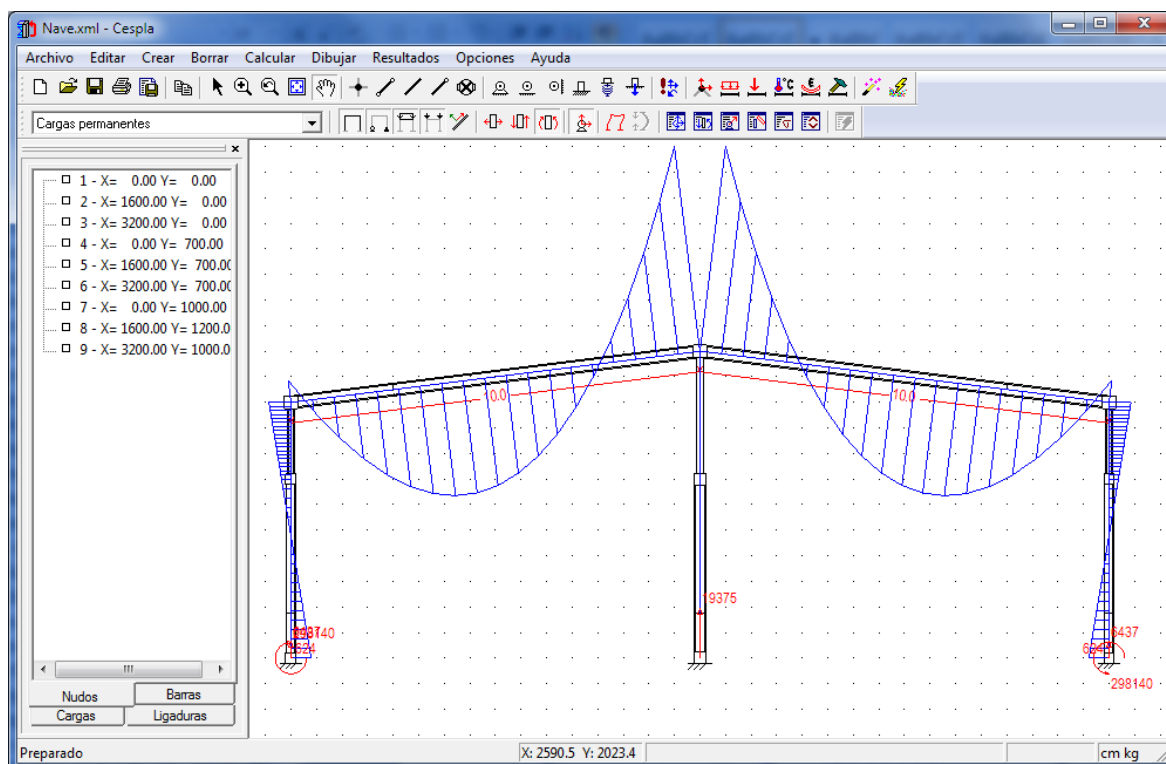


Figura 30. Ventana principal de la interfaz de usuario

Barras de herramientas

El programa dispone de dos barras de herramientas: la barra de herramientas principal y la barra de herramientas de resultados. Ambas están situadas inicialmente en la parte superior de la ventana, justo debajo de la barra de menú, pero pueden reubicarse en otras zonas de la ventana, arrastrándolas con el ratón.

La barra de herramientas principal contiene una serie de iconos que permiten la definición de la estructura y su cálculo.



Figura 31. Barra de herramientas principal

La barra de herramientas de resultados contiene iconos que permiten elegir los resultados que se visualizan en cada instante, la hipótesis de carga activa, etc.



Figura 32. Barra de herramientas de resultados

Ventana de dibujo

La zona central de la ventana principal del programa está dedicada a ventana de dibujo. En ella se representa la estructura estudiada y las fuerzas que sobre ella

actúan, así como los distintos resultados obtenidos: diagramas de esfuerzos, deformaciones, reacciones, etc. Es posible actuar mediante el ratón sobre esta zona de dibujo a fin de seleccionar nudos o barras de la estructura y actuar sobre ellos como se describe más adelante.

Esta zona de dibujo se referencia a través del sistema de ejes general de la estructura.

Ventana de datos


La zona izquierda de la ventana principal contiene una ventana con la definición de los elementos que componen la estructura. Esta ventana está organizada en varias pestañas distintas, cada una de las cuales contiene una lista de un tipo de elementos diferente: nudos, barras, cargas, etc. Los elementos estas listas tienen asociado un menú de contexto.

Empleo del ratón

El ratón puede usarse para actuar sobre los elementos de la interfaz. El cursor del ratón adopta diversas formas en función de la operación a efectuar. Por defecto está en modo de selección y adopta la forma de una flecha. El botón izquierdo se emplea para actuar sobre los elementos de la interfaz y el botón derecho activa el menú de contexto. Si el ratón dispone de rueda de desplazamiento, ésta puede usarse para diversas operaciones de control de la visualización.

Menús de contexto

Estos menús se activan actuando con el botón derecho del ratón sobre una zona determinada de la interfaz. Hay dos zonas en las que puede actuarse: la zona de dibujo y la ventana de datos.

Menú de contexto en la zona de dibujo. Se pueden seleccionar nudos o barras de la estructura dentro de la ventana de dibujo. Para ello es necesario previamente situar el ratón en el modo de selección. Este modo se activa actuando sobre el icono  de la barra de herramientas. Una vez en modo de selección, para seleccionar un nudo, pulsar el botón derecho del ratón en sus proximidades; para seleccionar una barra, pulsar en su zona central. En función de la naturaleza del elemento seleccionado (nudo o barra), se activa un menú diferente, que contiene opciones adecuadas a dicho elemento. Si no se selecciona ningún elemento, se muestra un menú de contexto general. No es posible seleccionar resortes al giro en la ventana de dibujo.

Menú de contexto en la ventana de datos. Pulsando el botón derecho sobre uno cualquiera de los elementos de la ventana de datos, se activa un menú que contiene las acciones que pueden efectuarse sobre dicho elemento.

Barra de estado

La parte inferior de la ventana principal contiene una barra de estado, que consta de dos zonas diferentes. La zona de la izquierda es un área de mensajes, en la que se muestra un texto de ayuda correspondiente a la opción de la interfaz seleccionada en ese instante. La zona de la derecha contiene:

- Las coordenadas X, Y del punto donde está situado el ratón, en el sistema de ejes general de la estructura.
- Los valores de las fuerzas y/o las deformaciones en el punto seleccionado con el ratón.
- Las unidades empleadas para la estructura.


Operaciones con documentos

Toda la información sobre una estructura creada con Cespla se almacena en un archivo de disco, denominado documento. Este archivo de disco contiene los datos de definición de la estructura, pero no contiene los resultados del cálculo. Se trata de un archivo en formato xml, que puede ser editado mediante un editor adecuado para dicho formato. La extensión empleada para estos archivos es la **xml**. El apartado “Formato del documento Cespla” describe el formato de dicho archivo.


El programa emplea la técnica del documento único. Esto quiere decir que sólo se puede tener un documento abierto simultáneamente, y que al abrir uno de ellos, se cierra el que estaba activo.

A continuación se describen las operaciones más habituales con documentos.


Crear un nuevo documento

Para crear una nueva estructura, elegir la opción Archivo / Nuevo del menú principal o pulsar en el icono  de la barra de herramientas. Esto crea un nuevo documento vacío, que no contiene ninguna estructura. Los contadores de nudos, barras, hipótesis, etc se reinician.

Abrir un documento existente

Para abrir un documento ya existente, se puede elegir la opción Archivo / Abrir del menú principal o pulsar en el icono  de la barra de herramientas. Aparece un diálogo que permite elegir el documento a cargar en el programa. Tras efectuar la elección, el archivo se carga en el programa, y si es necesario se recalcula la estructura para restituir el mismo estado que tenía cuando se guardó en el archivo

Guardar el documento activo

Para guardar el documento activo se utiliza la opción Archivo / Guardar del menú principal o se pulsa en el icono  de la barra de herramientas. Si se elige la opción Guardar como, se puede guardar el documento actual en un archivo distinto del original.

Deshacer operaciones

El programa guarda un historial de las operaciones efectuadas a través de la interfaz de usuario, por lo que la mayor parte de ellas, tales como crear, modificar, borrar, etc. pueden deshacerse y devolver el modelo al estado anterior a la última operación efectuada. Para ello se emplea la opción del menú Editar / Deshacer. El número máximo de operaciones que se pueden deshacer es de 50.

Representación gráfica de la estructura

El programa muestra en la ventana de dibujo una representación esquemática de la estructura, de las cargas aplicadas sobre ella y de los resultados del cálculo.

Las barras se representan mediante dos líneas que corresponden a sus caras superior e inferior. La distancia entre estas dos líneas corresponde al canto de la viga, dibujado a escala. En barras con perfil en I, en situación normal (máxima inercia en el plano de la estructura), se representan además las dos alas del perfil. En barras con perfil en I en situación girada (mínima inercia en el plano de la estructura) se representa el alma del perfil, en línea discontinua. Opcionalmente puede representarse la sección recta del perfil, en forma abatida sobre el plano del dibujo.

En vigas en fundación elástica se representa el terreno mediante dos líneas discontinuas en el exterior de la viga.

Para representar los nudos se emplean los siguientes símbolos:

- Nudos totalmente articulados, en los que no existe ningún giro (p. e. en celosías): se presentan mediante un círculo blanco ○.
- Nudos totalmente empotrados, con un único giro (p. e. en pórticos): se representan mediante un cuadrado blanco ◻.
- Nudos mixtos, en los que hay dos o más giros: se representan mediante dos círculos concéntricos. Además, todas las barras que comparten el mismo giro se conectan mediante un arco de circunferencia. En el eje de cada barra asociada a un giro determinado se añade además un pequeño círculo negro.

- Nudos no usados: se trata de nudos a los que no hay conectados elementos estructurales. Se representan mediante un círculo negro ●.

Los resortes al giro se representan en la forma habitual de un resorte, pero situado sobre un arco de circunferencia que conecta los dos giros entre los cuales está situado. Las cargas aplicadas y las ligaduras se representan mediante los símbolos habituales en análisis estructural.

Limitaciones

El programa no tiene ninguna limitación referente al tamaño máximo de la estructura a analizar, dado que toda la información necesaria para el modelo estructural se almacena dinámicamente en la memoria del computador. Por lo tanto la única limitación al tamaño de la estructura a analizar es la cantidad de memoria disponible en el computador.

Las dos magnitudes que más influyen en la cantidad de memoria requerida son:

- Número de nudos de la estructura. Esta magnitud determina el número de grados de libertad y por lo tanto el tamaño de la matriz de rigidez. Esta matriz se almacena entera en la memoria del ordenador, con objeto de simplificar la programación, dado que el carácter formativo de los programas no hace necesario el uso de técnicas más sofisticadas, como el uso de matrices dispersas, que son más propias de los programas comerciales.
- Número total de puntos donde se calculan los esfuerzos y deformaciones en la estructura. Se obtiene como el producto del número de hipótesis de carga, por el número de barras y por el número de puntos en los que se calculan los esfuerzos internos y las deformaciones en cada barra. Dado que el número de barras e hipótesis de carga es fijo para una estructura dada, esta cantidad puede controlarse a través del número de puntos donde se calculan los esfuerzos internos y las deformaciones. Ambos parámetros pueden ser ajustados desde el menú de opciones de cálculo.

Definición de la estructura

La definición completa de la estructura a analizar requiere la definición de una serie de elementos que la componen. Estos elementos están relacionados entre sí, por lo que su creación debe hacerse de manera ordenada y sistemática, en el orden que se indica a continuación:

- Nudos en los que se unen los elementos estructurales y en los que se definen los grados de libertad de la estructura.
- Elementos estructurales que definen las propiedades resistentes de la estructura.
- Condiciones de ligadura en los nudos donde se produce la sustentación de la estructura.
- Hipótesis de carga, que agrupan a las cargas exteriores.
- Cargas exteriores actuantes sobre la estructura.
- Deformaciones impuestas en los apoyos.

Todos estos elementos que constituyen la estructura llevan asociado un identificador numérico que sirve para identificarlo en el resto del programa, por ejemplo en los resultados, operaciones de edición, borrado, etc. Este identificador es suministrado por el programa de forma automática (incrementándolo correlativamente) durante la creación del elemento. El usuario no puede modificar este identificador numérico.

Definición de los nudos


Los nudos de la estructura son los puntos de conexión entre los distintos elementos estructurales. En ellos se acumulan los grados de libertad de los elementos, y en ellos se plantean las ecuaciones de equilibrio del conjunto de la estructura. Por esta razón los nudos inicial y final de una barra deben crearse siempre antes que dicha barra.

Definición mediante diálogo

Se utiliza la opción de menú Crear / Nudo. Esta opción activa un diálogo en el que se introducen numéricamente las coordenadas del nudo.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

Definición mediante el ratón

Se utiliza el icono  de la barra de herramientas. Al seleccionar este icono el ratón adopta una forma específica. A continuación se debe seleccionar con el ratón el punto donde se desea situar el nudo, dentro de la zona de dibujo de la interfaz de usuario.

Si la opción Ajustar a malla está activa, el nudo se sitúa en el punto de la malla más próximo al punto realmente seleccionado. Esto permite garantizar la alineación y la perpendicularidad entre las barras.

Definición de una familia de nudos por repetición de un nudo existente

Una vez creado un nudo, es posible repetirlo y crear de esta forma toda una serie de nudos seguidos, situados sobre una misma línea recta, a distancias iguales. Esto facilita mucho la creación de los modelos estructurales habituales, en los que hay muchos nudos situados de forma equidistante sobre una línea recta.

Para repetir un nudo ya existente se emplea la opción de menú Crear / Repetir / Repetir nudo. Ello activa un diálogo que permite definir: el nudo a repetir, la cantidad de nuevos nudos a generar y los incrementos a aplicar a las coordenadas X e Y para la generación de los nuevos nudos.

Creación de un material

Los elementos estructurales que forman la estructura llevan asociado un material. El programa tiene predefinidos los materiales más habituales (acero, hormigón) con sus características propias, y estos materiales pueden usarse directamente sin necesidad de crear uno nuevo. Sin embargo, pueden crearse otros materiales diferentes. Para crear un nuevo material se emplea la opción de menú: Crear / Material.

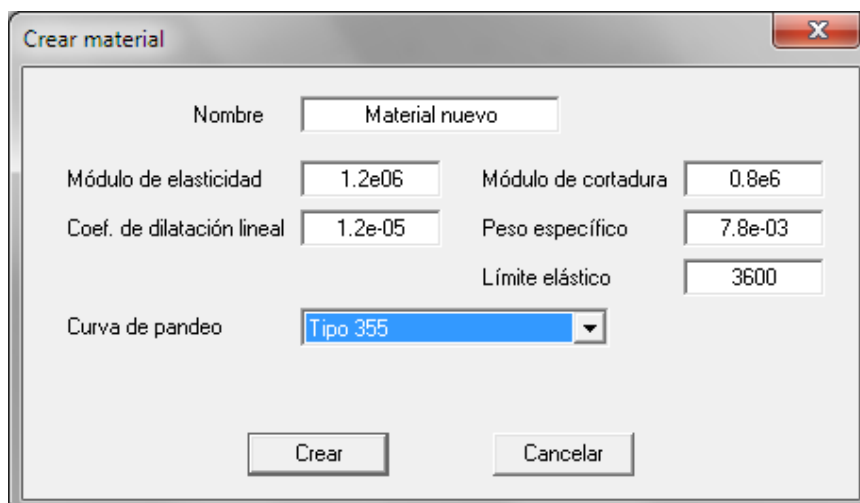


Figura 33. Definición de un material especial

También puede crearse un material nuevo desde el propio diálogo de creación de un elemento, en la pestaña "Material", actuando sobre el botón "Nuevo".

En ambos casos se activa un diálogo que permite introducir las propiedades fundamentales del material: módulos de elasticidad y cortadura, densidad, coeficiente de dilatación lineal y límite elástico. Todos ellos en las unidades elegidas para la estructura.

Perfiles normalizados

Los elementos estructurales que forman la estructura llevan asociado un perfil estructural que define sus propiedades resistentes. En la estructura pueden usarse directamente los perfiles normalizados usados habitualmente en la construcción metálica. Para ello se han incluido en el programa las propiedades resistentes de los perfiles más habituales, extraídas de los prontuarios correspondientes. Los perfiles incluidos en el programa son: IPE, IPN, HEA, HEB, HEM, UPN, UPE y tubos huecos.

Creación de un perfil estructural

Además de los perfiles estructurales más habituales (I, H, U...) ya predefinidos en el programa, pueden usarse otros perfiles diferentes, denominados perfiles especiales. Para crear un nuevo perfil se emplea la opción de menú: Crear / Perfil estructural.

Los perfiles especiales se definen mediante sus propiedades de área e inercia a flexión respecto del eje Z (Figura 34). Opcionalmente puede definirse su área equivalente para el cálculo de la energía a esfuerzo cortante. Esta área a esfuerzo

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

cortante sólo se emplea si se ha elegido esta opción para el elemento estructural que utilice el perfil.

Puede definirse si se desea el momento de inercia para la flexión fuera del plano de la estructura. Este momento de inercia no se emplea para el cálculo de deformaciones y esfuerzos internos, y sólo se utiliza para el cálculo de la esbeltez de pandeo fuera del plano de la estructura (plano XZ), que sólo puede influir en el cálculo de tensiones si el perfil está a compresión.

Opcionalmente en un perfil especial pueden definirse los puntos de la sección del perfil en los que se calculan las tensiones. Cada uno de estos puntos se define mediante:

La coordenada Y local del punto respecto del centro de gravedad del perfil, que se usa para el cálculo de las tensiones debidas a la flexión.

La anchura o espesor de la sección en el punto.

El momento estático de la parte de sección situada entre el punto y el borde libre de la misma, respecto al eje Z en el centro de gravedad.

Las dos últimas magnitudes se emplean sólo para el cálculo de tensiones cortantes.

The screenshot shows a dialog box titled "Crear perfil especial" with the following fields and controls:

- Identificador: Perfil 1
- Área: 245
- Inercia a flexión s/Z : 98780
- Special section group:
 - Área a cortante: 155
 - Inercia s/Y (pandeo fuera del plano de la estructura): 23400
- Puntos para cálculo de tensiones:
 - Coord. Y local: 10
 - Anchura: 2.5
 - Mom estático s/Z : 150
 - Buttons: "Añadir ->" and "Borrar"
 - List of points:
 - #0 y=0.0 b=2.2 S=560.0
 - #1 y=10.0 b=2.5 S=150.0
- Tipo de sección a pandeo: (1) Perfil soldado en I
- Buttons: "Crear" and "Cancelar"

Figura 34. Definición de un perfil especial

Definición de las barras

Las barras son los componentes estructurales fundamentales de la estructura: en ellas radica la rigidez de la estructura, y en ellas se acumula la energía elástica de deformación. Pueden definirse de dos formas distintas: mediante un diálogo o mediante el ratón.

Definición mediante diálogo

Las opciones de menú para la creación de los distintos tipos de barra son:

- Crear / Barra / Barra biempotrada
- Crear / Barra / Barra biarticulada
- Crear / Barra / Barra empotrada-articulada

Al seleccionar estas opciones del menú, se activa un diálogo con varias pestañas, que permiten definir los distintos parámetros del elemento (Figura 35).

- La pestaña General permite definir las propiedades generales de la nueva barra. La información fundamental en esta pestaña son los nudos de conexión del elemento y si la barra está empotrada o articulada a dichos nudos. Se muestra asimismo el identificador numérico del elemento, que sirve para identificarlo en el resto del programa.

También se puede definir, para cada uno de los nudos, en cuál de los giros de dicho nudo se conecta la barra. Esto permite modelizar nudos con varios giros distintos. Los giros de un nudo se numeran empezando por el 0.

La casilla “Energía de cortante” indica que dicha energía se tendrá en cuenta al calcular las propiedades de rigidez de la barra.

El botón Pandeo activa un diálogo que permite definir los coeficientes β para calcular la longitud de pandeo de la barra. Si éstos no se definen, se emplearán los coeficientes de tipo general para toda la estructura (ver Opciones de cálculo).

Nótese que las vigas en fundación elástica sólo pueden definirse como vigas empotradas en ambos extremos.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

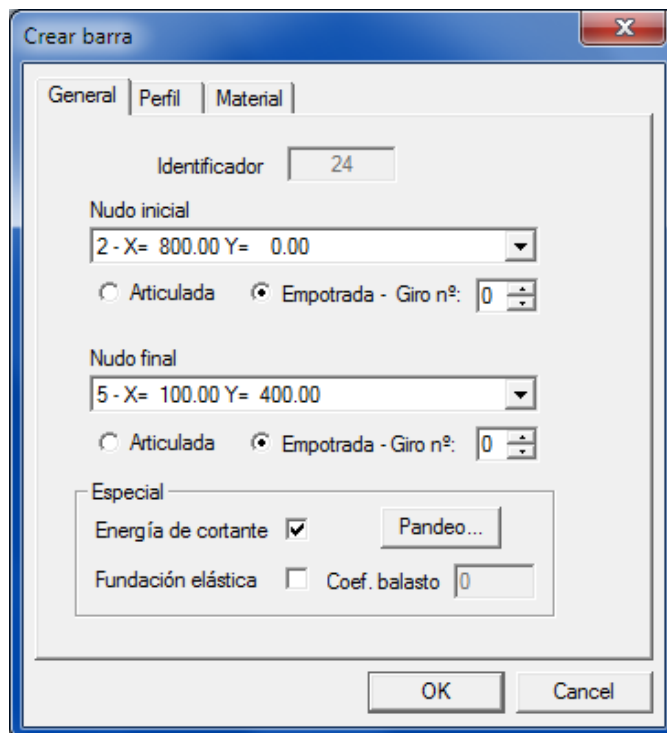


Figura 35. Diálogo para creación de una barra

- La pestaña Perfil permite elegir el perfil estructural que se asocia al elemento. Los perfiles pueden ser perfiles normalizados o perfiles especiales creados por el usuario.

Los perfiles normalizados pueden ser del tipo I, U o tubo hueco rectangular; todos ellos están predefinidos en el programa, y no es necesario definir sus propiedades. Para estos perfiles normalizados existen dos posibilidades de orientación (Figura 36): en la orientación normal el perfil se sitúa ofreciendo su máxima inercia a la flexión en el plano de la estructura. Para perfiles normalizados esto corresponde a situar el alma del perfil en el plano de la estructura. En la orientación girada 90° el perfil se sitúa con su mínima inercia a flexión en el plano de la estructura (alma perpendicular al plano de la estructura).

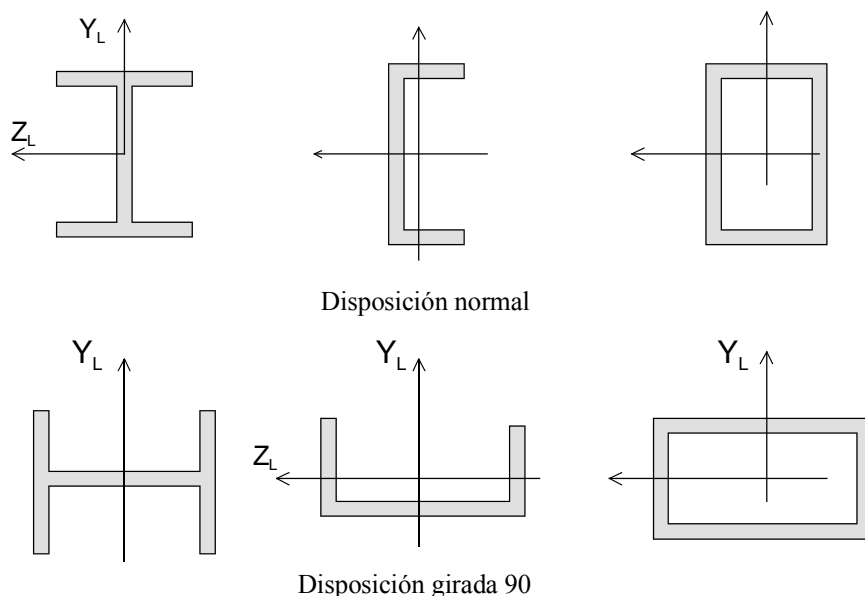


Figura 36. Perfiles normalizados

Si se elige un perfil especial se activan dos nuevos botones en el diálogo, los cuales dan paso a otros diálogos que permiten su vez definir un nuevo perfil especial, o modificar uno ya existente. Obviamente, si se elige un perfil normalizado, no pueden modificarse sus propiedades.

- La pestaña Material permite asociar un material al nuevo elemento. Puede elegirse uno de los materiales ya existentes o crearse un material nuevo, actuando para ello en el botón Nuevo. Esto activa otro diálogo que permite definir sus propiedades básicas. Asimismo este diálogo permite modificar las propiedades de los materiales especiales. Si se elige un material de los ya predefinidos en el programa, podrán verse sus propiedades (actuando sobre el botón Modificar), pero no cambiarse.

Si se modifican las propiedades de un material, esto afectará a todas las barras que utilicen dicho material, al estar éste compartido por dichas barras.

Definición mediante el ratón

Los tipos de barras más usuales pueden definirse de forma interactiva muy sencilla y rápida, mediante los iconos específicos que hay en la barra de herramientas:

- Barra biempotrada:
- Barra biarticulada:
- Barra empotrada-articulada:

Al seleccionar cualquiera de estos iconos, el cursor del ratón adopta una forma que se corresponde con el tipo de barra a crear. A continuación se deben seleccionar con el ratón los dos nudos extremos de la barra. Para ello situar el ratón sobre el

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

nudo deseado como nudo inicial de la barra, y actuar sobre el botón izquierdo del mismo. A continuación y manteniendo pulsado el botón izquierdo, arrastrar el cursor hasta el nudo final de la barra. En ese momento se suelta el botón del ratón y la barra se creará. Durante la operación de arrastrar el ratón, se muestra una línea que indica la posición que adoptará la barra. No es necesario situarse con gran precisión sobre los nudos, ya que el programa identifica el nudo más próximo a la situación del cursor en la pantalla.

Las barras creadas de esta forma adoptan como material y perfil, a los definidos como propiedades por defecto para las barras. Durante la operación de creación de la barra mediante el ratón, el perfil de defecto que se empleará para la barra se muestra en la barra de estado situada en la parte inferior de la ventana principal.

Las barras creadas de esta manera se asocian al primer giro (giro 0) de los nudos. Para asociar barras a otros giros de un nudo, pueden crearse mediante el ratón (con lo que quedan asociadas al giro 0) y a continuación cambiar los giros a base de modificar la barras (véase “Modificación de las barras”).

Mediante el ratón no pueden definirse vigas en fundación elástica, ni vigas con energía de cortante.

Definición de una familia de barras por repetición de una barra existente

Una vez creada una barra por cualquiera de los métodos anteriores, es posible repetirla y crear de esta forma toda una serie de barras seguidas, situadas a distancias iguales entre sí. Esto facilita mucho la creación de los modelos estructurales habituales, en los que hay muchas barras situadas de forma equidistante.

Para repetir una barra ya existente se emplea la opción de menú Crear / Repetir / Repetir barra. Ello activa un diálogo que permite definir: la barra a repetir, la cantidad de nuevas barras a generar y las traslaciones a aplicar a los nudos de la barra repetida para la definir la posición de las nuevas barras. Estas traslaciones pueden ser distintas en ambos nudos de la barra.

Esta opción sólo puede emplearse para repetir una barra biarticulada, biempotrada o empotrada-articulada, pero no puede usarse para resortes al giro, ni para vigas en fundación elástica. Las barras generadas por repetición reciben las mismas propiedades que la barra original (material, perfil estructural, etc.), pero no reciben las cargas aplicadas sobre ella. Al generarse las nuevas barras, se crean también los nuevos nudos que éstas necesitan en ambos extremos, si dichos nudos no existían previamente en la estructura.

Propiedades por defecto de las barras

Es posible definir unas propiedades resistentes que se emplean como valores por defecto durante la creación de las barras. Esto permite simplificar mucho la definición de estructuras en las que varias barras tienen las mismas propiedades.

Para definir las propiedades por defecto de las barras se emplea la opción de menú Editar Propiedades por defecto. Esto activa un diálogo que permite introducir los valores de las propiedades a emplear por defecto. Estas propiedades están agrupadas en dos bloques:

- La pestaña Perfil permite definir el perfil estructural asociado por defecto a las nuevas barras.
- La pestaña Material permite definir el material asociado por defecto a las nuevas barras.

Las propiedades por defecto de las barras se emplean en los dos casos siguientes:

- Como propiedades resistentes para todas las barras creadas mediante el ratón.
- Como valores iniciales en aquellas barras creadas mediante diálogo.

Las propiedades por defecto se emplean en todas las barras creadas a continuación, hasta que se vuelvan a cambiar.

Definición de uniones flexibles al giro

Para modelizar uniones flexibles al giro entre barras y nudos se emplean en el programa los resortes al giro, que son los elementos estructurales que aportan la rigidez de la unión (Figura 37). El programa considera que cada resorte al giro está asociado a un único nudo, el cual debe tener por lo menos dos giros, entre los cuales el resorte aplica su rigidez.

Para la definición de uniones flexibles al giro pueden emplearse las siguientes opciones:

Opción de menú: Crear / Resorte al giro

Icono de la barra de herramientas: 

Al seleccionar estas opciones se activa un diálogo (Figura 38) que permite definir: el nudo en el que está situado el resorte, su rigidez, y los dos giros de ese nudo entre los que actúa el resorte, que deben ser distintos.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

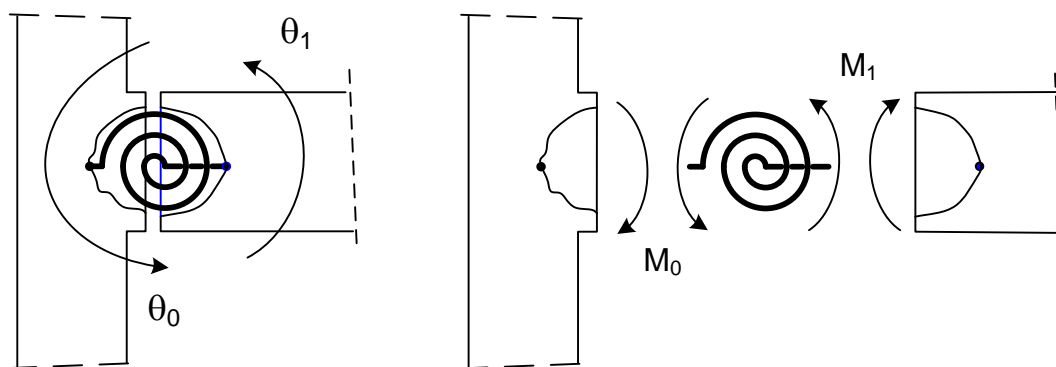


Figura 37. Unión flexible al giro entre barra y nudo

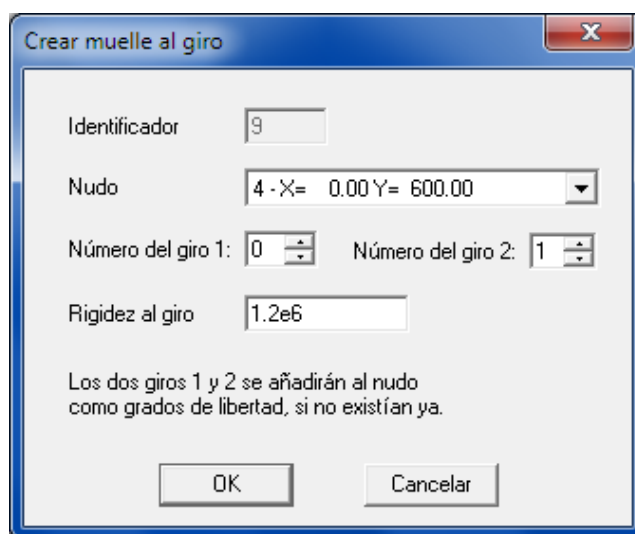


Figura 38. Creación de un resorte al giro

Definición de las condiciones de ligadura

Las condiciones de ligadura describen la forma en que la estructura está apoyada en su sustentación. Estas condiciones de apoyo se definen en los nudos de la estructura y restringen el movimiento de uno o varios de sus grados de libertad. Es necesario aplicar un número mínimo de ellas, que garantice la estabilidad exterior de la estructura. La estabilidad interior se garantiza además mediante una disposición adecuada de nudos y barras.

Las condiciones de ligadura pueden definirse de dos formas distintas: mediante un diálogo específico o mediante el ratón.

Definición mediante diálogo

Existe un diálogo específico para la creación de condiciones de ligadura (Figura 39), que se activa mediante una cualquiera de las siguientes opciones:

Opción de menú: Crear / Ligadura

Menú de contexto de nudo: Aplicar ligadura

Este diálogo permite imponer condiciones de ligadura diferentes en cada una de las tres direcciones posibles de movimiento de un nudo en una estructura plana: desplazamientos X e Y, y giro Z. Estas direcciones son siempre las del sistema general de ejes de la estructura.

En cada dirección se pueden imponer condiciones de: desplazamiento libre, desplazamiento nulo y/o apoyo elástico. Para nudos con varios giros, puede elegirse sobre cuál de ellos se aplica la ligadura.

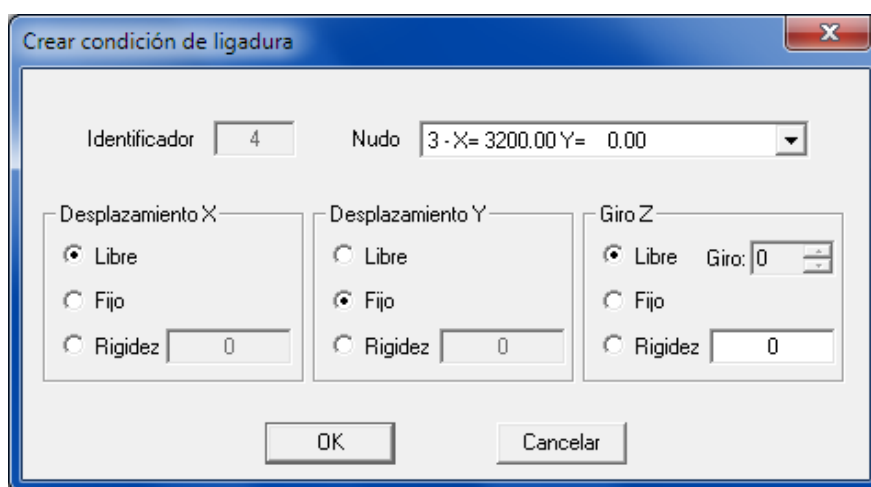


Figura 39. Diálogo para la definición de una condición de ligadura

Definición mediante el ratón

Los tipos de apoyos más habituales pueden crearse de forma interactiva empleando los iconos existentes en la barra de herramientas, sin necesidad de emplear ningún diálogo.

Las opciones disponibles son:

Icono	Tipo de apoyo	Grados de libertad impedidos
	Articulación	Desplazamientos X e Y
	Apoyo deslizante X	Desplazamiento Y
	Apoyo deslizante Y	Desplazamiento X
	Empotramiento	Desplazamientos X e Y y giro Z

Al seleccionar cualquiera de dichos iconos, el cursor del ratón adopta una forma que se corresponde con el tipo de apoyo a crear. A continuación se debe

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

seleccionar con el ratón el nudo donde se desea imponer la ligadura: ésta se crea inmediatamente y se representa como tal.

Las condiciones de ligadura se aplican a todas las hipótesis de carga existentes en el análisis. Para su aplicación se emplea el método de la rigidez ficticia. Pueden aplicarse varias condiciones de ligadura sobre un mismo nudo, cuyos efectos se suman.

Definición de apoyos elásticos

Los apoyos elásticos pueden definirse de dos formas:

Mediante la opción de menú: Crear / Apoyo elástico.

Empleando el icono  de la barra de herramientas.

En ambos casos se activa un diálogo específico (Figura 40) preparado para la definición de las constantes de rigidez del apoyo elástico en las tres direcciones de deformación posibles.

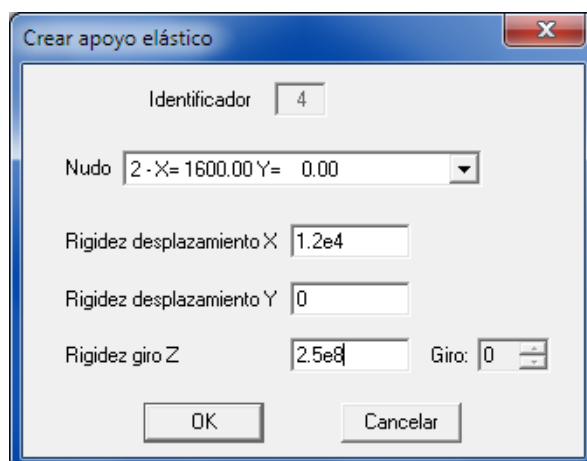


Figura 40. Diálogo para la definición de un apoyo elástico

Definición de las hipótesis de carga

Todas las cargas que se aplican sobre la estructura se agrupan en conjuntos de cargas, denominados hipótesis de carga. Las hipótesis de cargas están formadas por cualquier número de las siguientes acciones exteriores:

- Cargas aplicadas sobre las barras, de cualquier tipo.
- Fuerzas y momentos aplicados sobre los nudos.
- Deformaciones de valor conocido impuestas sobre los puntos fijos.

Para crear una nueva hipótesis de carga se pueden utilizar:

Opción de menú: Crear / Hipótesis de cargas

Icono de la barra de herramientas: 

Esto produce la aparición de un diálogo que permite introducir el título alfabético de la hipótesis. Este título identifica la hipótesis de carga en la interfaz de usuario y en el fichero de resultados. El programa proporciona un valor de defecto del título, que puede ser modificado por el usuario.

No existe ningún límite en la cantidad ni en el tipo de cargas que pueden formar una hipótesis de carga. Es necesario crear al menos una hipótesis de carga antes de poder crear cualquier carga aplicada sobre la estructura, dado que toda carga debe pertenecer a una hipótesis de carga. No existe límite en la cantidad de hipótesis de carga que pueden definirse.

De entre todas las hipótesis de carga definidas, hay una de ellas que es la *hipótesis activa*, que es la que se muestra en la interfaz de usuario. Cuando se crea una nueva hipótesis de carga, esta nueva hipótesis se convierte en la hipótesis activa.

Suma de hipótesis de carga

Se puede crear una nueva hipótesis de carga que sea la suma de varias otras hipótesis ya creadas. Para ello se emplea la opción de menú: Crear / Suma de hipótesis.

Esto activa la aparición de un diálogo que permite definir la nueva hipótesis como suma de las hipótesis ya existentes, cada una de ellas afectada de un factor de ponderación. La hipótesis suma hereda todas las cargas que tenían las hipótesis sumadas en el momento de crear la hipótesis suma. La hipótesis creada como suma de otras tiene exactamente las mismas propiedades que cualquier otra hipótesis de cargas.

Una vez creada la hipótesis suma, tanto ella como las hipótesis sumadas pierden toda relación entre ellas, y pueden ser modificadas o borradas de forma totalmente independiente. Si por ejemplo se añade o borra una carga de una de las hipótesis sumadas, la hipótesis suma no se ve afectada, y viceversa.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

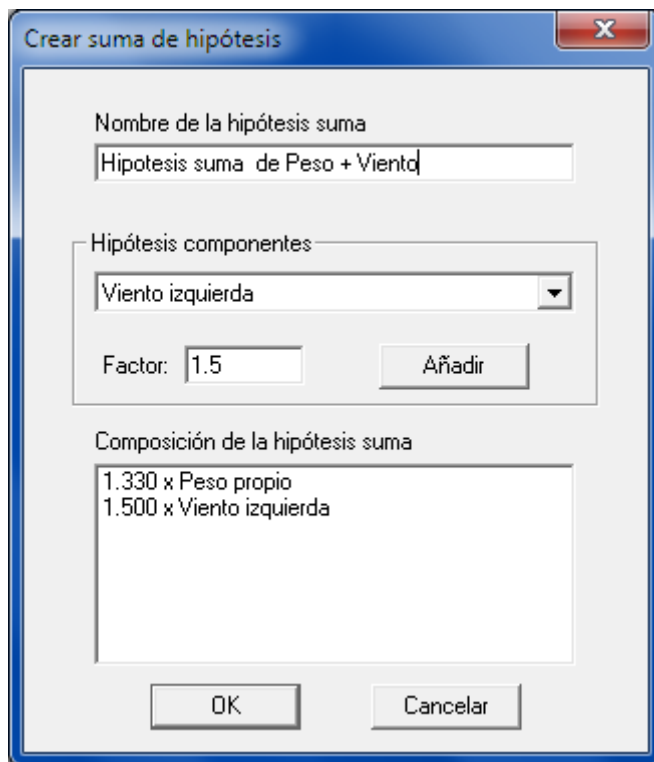


Figura 41. Diálogo para crear una hipótesis por suma de otras

Definición de las cargas exteriores

Las cargas exteriores actuantes sobre la estructura pueden ser de dos tipos: cargas aplicadas sobre los nudos y cargas aplicadas sobre los elementos estructurales. Todas ellas se definen mediante diálogos adecuados, que se activan con las opciones de la interfaz que se describen a continuación. Es necesario crear una hipótesis de carga antes de poder aplicar una carga sobre la estructura.

Cualquier carga aplicada se encuentra incluida en una y sólo una hipótesis de cargas. Si se desea incluir una carga en dos o más hipótesis de carga básica, debe repetirse la carga en todas las hipótesis en las que esté presente.

Cargas sobre los nudos

Sobre cada nudo pueden aplicarse fuerzas en las direcciones X e Y del sistema de ejes general de la estructura, y momentos en la dirección Z, según cada uno de los distintos giros del nudo.

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Fuerza puntual en nudo

Menú de contexto de nudo: Aplicar fuerza

Icono de la barra de herramientas: 

Estas opciones activan un diálogo que permite definir los valores de la carga.

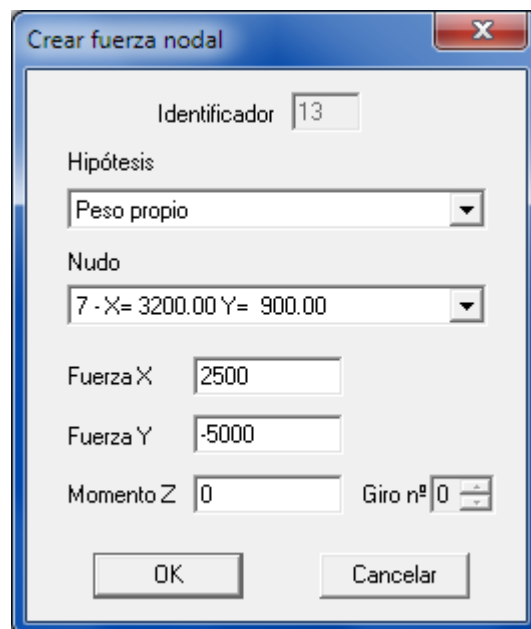


Figura 42. Definición de una carga aplicada sobre un nudo

Cargas sobre los elementos

Las cargas sobre los elementos pueden ser de diferente naturaleza: cargas debidas a fuerzas exteriores (puntuales o distribuidas) y cargas debidas a efectos interiores al elemento (térmica, por errores de forma y por esfuerzos de montaje).

Estas cargas pueden crearse de tres formas distintas: desde una opción del menú, desde la barra de herramientas y desde el menú de contexto de la barra que se desea cargar. Las tres formas activan los mismos diálogos de creación.

Fuerza distribuida

Esta carga se considera distribuida por unidad de longitud de la barra sobre la que actúa. Su dirección puede ser cualquiera: según los ejes X o Y locales a la barra o generales de la estructura (Figura 43) y puede tener valores distintos en ambos extremos de la barra. Lógicamente este tipo de carga no puede aplicarse a resortes al giro.

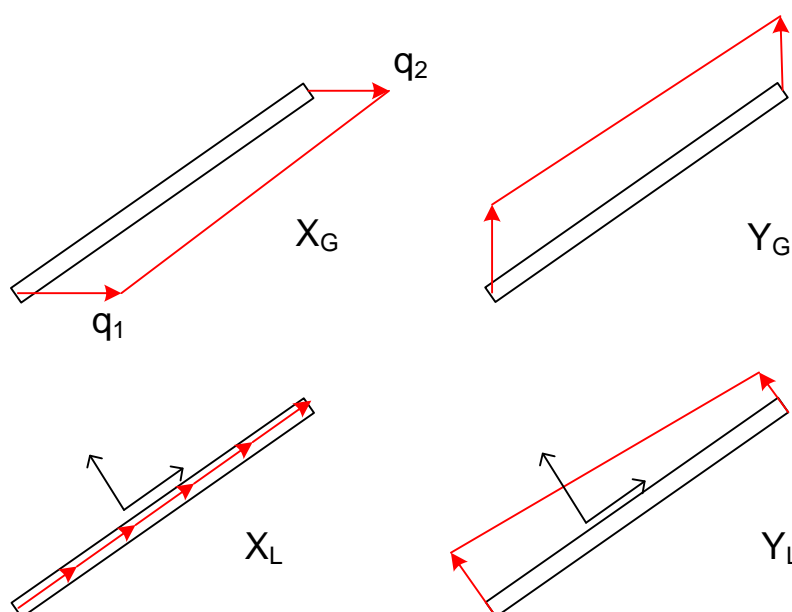


Figura 43. Cargas distribuidas sobre una barra

Esta carga se puede crear mediante tres opciones de la interfaz:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Fuerza distribuida en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Fuerza distribuida

Icono de la barra de herramientas: 

En los tres casos se activa un diálogo (Figura 44) que permite introducir los valores numéricos de la carga y su dirección.

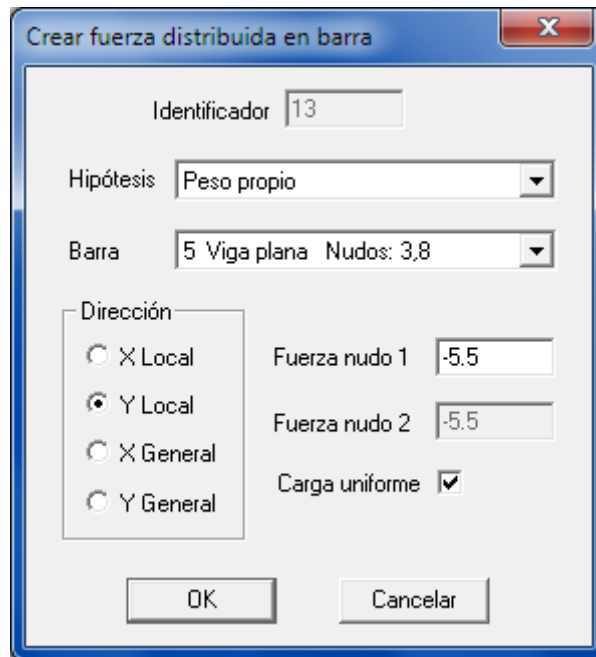


Figura 44. Definición de una carga distribuida sobre una barra

Fuerza puntual

Esta carga actúa sobre una barra y puede tener componentes de fuerza en las direcciones X o Y, locales a la barra o generales de la estructura. Se puede crear mediante tres opciones de la interfaz:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Fuerza puntual en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Fuerza puntual

Icono de la barra de herramientas: 

En los tres casos se activa un diálogo que permite introducir los valores numéricos de la carga. Esta carga no puede tener componentes de momento. Para aplicar un momento puntual en una barra, se debe dividir la barra en dos, situar un nudo entre ellas, y aplicar el momento en el nudo. Este tipo de carga no puede aplicarse a resortes al giro.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

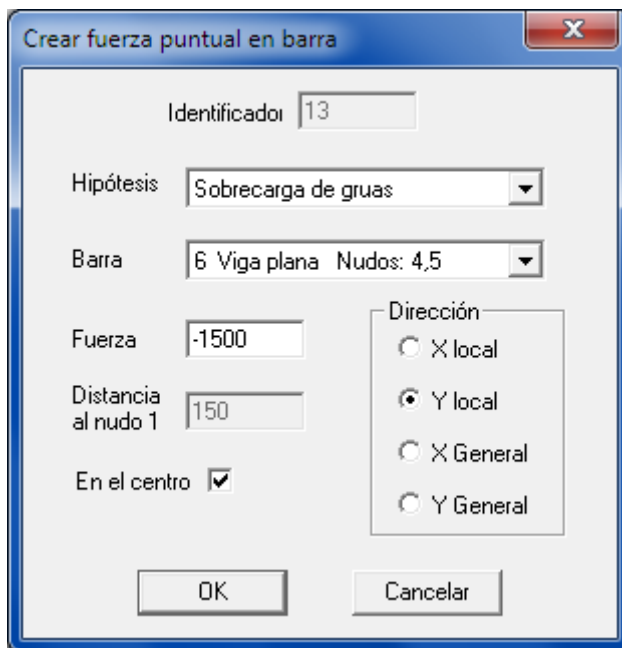


Figura 45. Definición de una carga puntual sobre una barra

Momento puntual sobre una barra

Esta carga corresponde a un momento puntual en la dirección Z, actuando en cualquier punto de una barra.

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Momento puntual en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Momento puntual

Se activa un diálogo que permite introducir el valor numérico del momento puntual aplicado y su distancia al origen de la barra.



Figura 46. Definición de un momento puntual sobre una barra

Carga térmica

Esta carga es debida a una variación en la temperatura de la barra. Se supone que dicha variación de temperatura es lineal en el canto de la barra (coordenada local Y) y uniforme a lo largo de la barra (coordenada local X). Para definirla se emplean el valor medio de la temperatura T_m y su gradiente T_g a lo largo del canto, definidos en función de las temperaturas en las caras superior T_s e inferior T_I como:

$$T_m = \frac{T_s + T_I}{2} \quad T_g = \frac{T_s - T_I}{h}$$

Siendo h el canto de la barra (Figura 47). Lógicamente, esta carga no puede aplicarse a resortes al giro.

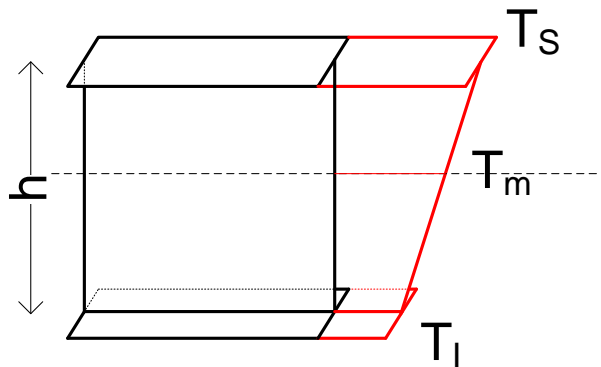


Figura 47. Distribución de temperaturas en una barra

Las posibilidades para crear una carga térmica desde la interfaz son:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Carga térmica en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Carga térmica

Icono de la barra de herramientas: 

Todas ellas activan el diálogo mostrado en la Figura 48.

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

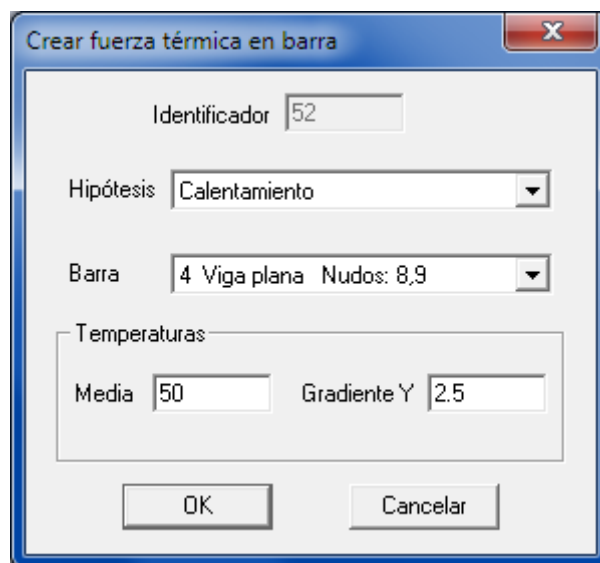


Figura 48. Definición de una carga térmica en una barra

Error en la forma de una barra

Esta carga se produce a consecuencia de una diferencia entre la forma real del elemento y su forma teórica de montaje en la estructura.

Este error de forma se expresa mediante un vector de deformaciones referido al sistema local de la barra. Estas deformaciones se definen como la diferencia entre la forma natural descargada de la barra y su forma teórica de montaje en la estructura (Figura 21), siempre suponiendo que las deformaciones son de pequeña magnitud.

Para definirlo pueden emplearse las siguientes opciones de la interfaz:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Error de forma en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Error de forma

Icono de la barra de herramientas: 

En todos los casos se activa un diálogo que permite introducir las seis componentes del error de forma, medido en los dos nudos extremos de la barra. En la mayoría de los casos prácticos estos errores se toman nulos en el nudo inicial y los del nudo final se refieren a él, pero es posible cualquier combinación de valores.

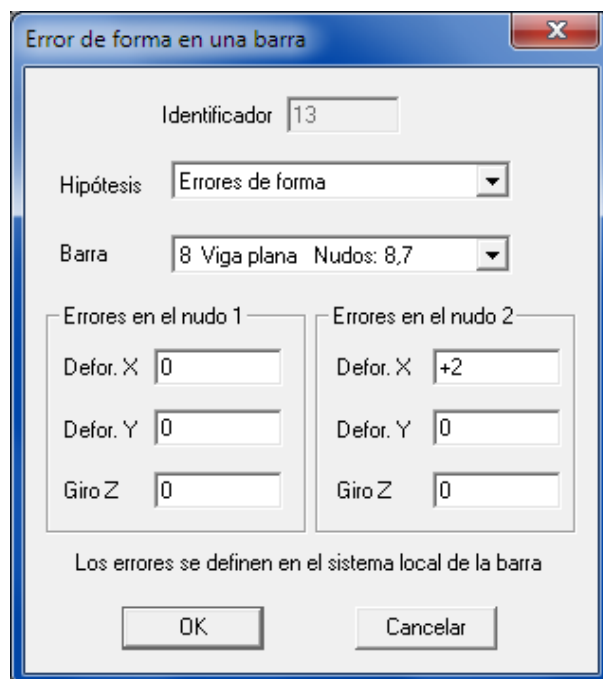


Figura 49. Definición de un error de forma en una barra (barra 2 cm más larga)

Esfuerzos de pretensión inicial en una barra

Esta carga se produce también a consecuencia de una diferencia entre la forma real del elemento y su forma teórica de montaje. Esta diferencia de forma se cuantifica en este caso mediante las fuerzas y momentos que hay que aplicar *sobre el elemento* para montarlo en la estructura.

Estas fuerzas y momentos de montaje pueden ser cualesquiera, pero *deben de formar un sistema en equilibrio estático entre sí*. Se definen en el sistema local de la barra (Figura 22), por lo que deberá ocurrir que las fuerzas axiales P_{1X} y P_{2X} serán iguales y de signo contrario. Lo mismo deberá ocurrir con las P_{1Y} y P_{2Y} . Los momentos y fuerzas en dirección Y deberán satisfacer la ecuación de equilibrio de momentos.

Las tres maneras posibles de crear una fuerza de este tipo son:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Pretensión de montaje en barra

Menú de contexto de barra: Aplicar carga / Pretensión

Icono de la barra de herramientas: 

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

Fuerzas de pretensión en una barra

Identificador 13

Hipótesis Pretensión de montaje

Barra 1 Viga plana Nudos: 5,6

Esfuerzos en el nudo 1		Esfuerzos en el nudo 2	
Fuerza X	-5000	Fuerza X	5000
Fuerza Y	0	Fuerza Y	0
Momento Z	0	Momento Z	0

Los esfuerzos se definen en el sistema local de la barra y deben de estar en equilibrio entre ellos

OK Cancelar

Figura 50. Definición de una fuerza de pretensión en una barra (tracción de 5000 kg)

Esfuerzos de pretensión inicial en un muelle

Esta carga se define mediante los dos momentos en la dirección Z que hay que aplicar sobre el resorte para montarlo en la estructura. Deben ser iguales y de signo contrario (Figura 51).

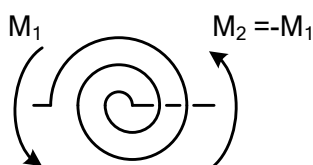


Figura 51. Momentos de pretensión en un resorte al giro

Para definir un momento de pretensión en un muelle se emplea un diálogo específico (Figura 52), que se activa mediante cualquiera de las opciones siguientes:

Opción de menú: Crear / Carga exterior / Momento de pretensión en muelle

Menú de contexto de muelle: Aplicar pretensión

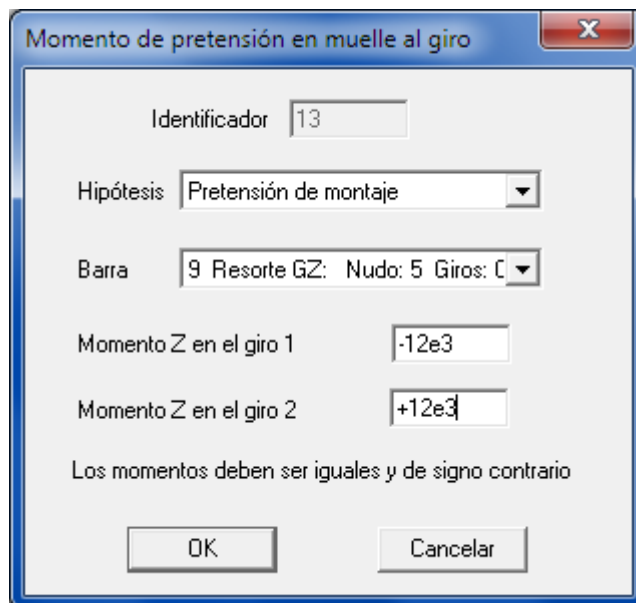


Figura 52. Definición de un momento de pretensión en un muelle

Deformaciones impuestas en los apoyos

Pueden imponerse valores conocidos para las deformaciones de los nudos en los que está apoyada la estructura, con objeto de simular movimientos conocidos en los apoyos, provocados por asentamientos del terreno, retracción, etc. Las deformaciones de valor conocido sólo pueden aplicarse en aquellos grados de libertad que se hayan definido como fijos en las condiciones de ligadura. Estas deformaciones impuestas en los apoyos pueden definirse mediante un diálogo específico (Figura 53), que se activa empleando una cualquiera de las siguientes opciones:

Opción de menú: Crear / Deformación impuesta

Menú de contexto de ligaduras: Imponer deformación

Icono de la barra de herramientas: 

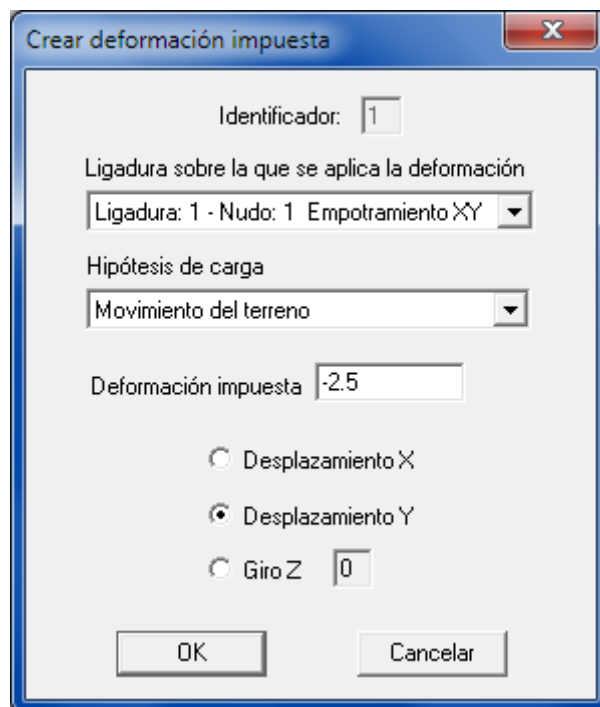
Este diálogo permite imponer un valor conocido de la deformación en una de las tres posibles direcciones de movimiento de un nudo en una estructura plana: desplazamientos X e Y, y giro Z.

Nótese que sólo se muestran aquellos nudos donde hay definidas condiciones de ligadura, y además sólo se activan aquellos grados de libertad que se han definido como fijos. Los definidos como libres o elásticos no se activan, ya que no se puede imponer una deformación conocida en ellos.

La deformación de valor conocido se define para una hipótesis de carga determinada, y sólo se aplica en ella, y no en las demás. Si se desea imponer una deformación conocida en varias hipótesis de carga, se debe repetir su definición en

DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA

cada una de ellas. Por esta razón las opciones de creación de deformaciones impuestas antes citadas sólo se activan cuando se ha definido al menos una hipótesis de carga.



Crear deformación impuesta

Identificador: 1

Ligadura sobre la que se aplica la deformación
Ligadura: 1 - Nudo: 1 Empotramiento XY

Hipótesis de carga
Movimiento del terreno

Deformación impuesta -2.5

Desplazamiento X
 Desplazamiento Y
 Giro Z 0

OK Cancelar

Figura 53. Deformación impuesta en un apoyo

Modificación de la estructura

El programa permite modificar de forma interactiva la estructura analizada. Esta capacidad de modificación está limitada a:

- **Modificación de propiedades:** se pueden modificar las coordenadas de los nudos y las propiedades resistentes de las barras.
- **Borrado:** se puede borrar de la estructura cualquiera de los componentes que la forman. Otras operaciones de modificación más complejas como la modificación de una carga o una ligadura, requieren el borrado de la entidad inicial y la creación de una nueva entidad con las nuevas propiedades.

Cada vez que se modifica una entidad cualquiera, se pierden todos los resultados del cálculo anterior, por lo que es necesario volver a calcular la estructura.

Modificación de los nudos

El programa permite modificar las coordenadas de los nudos de la estructura. Esto puede efectuarse de dos formas distintas: a través del menú de contexto o desde el menú principal de la aplicación.

Modificación a través del menú de contexto. Esto permite modificar las coordenadas de un sólo nudo. Para ello:

- Activar el menú de contexto de un nudo, pulsando con el botón derecho del ratón en las proximidades del nudo.
- Seleccionar la opción Editar nudo. Esto activa un diálogo que muestra las coordenadas del nudo seleccionado. Estas coordenadas pueden ser modificadas en los controles correspondientes.
- Pulsar el botón OK para aceptar las nuevas coordenadas. La representación gráfica de la estructura no se verá modificada hasta no pulsar el botón OK.

Modificación desde el menú principal. Esta operación permite modificar las coordenadas de cualquiera de los nudos de la estructura. Los pasos a efectuar son los siguientes:

- Seleccionar en el menú principal la opción: Editar / Nudos. Esto activa un diálogo que permite mostrar las coordenadas de cualquier nudo de la estructura.

MODIFICACIÓN DE LA ESTRUCTURA

- Elegir el nudo que se desea modificar en la lista de nudos, y modificar sus coordenadas en los controles correspondientes.
- Pulsar el botón OK para aceptar las nuevas coordenadas. La representación gráfica de la estructura no se verá modificada hasta no pulsar el botón OK.

Si se modifican las coordenadas de un nudo, se pierden los resultados existentes del cálculo anterior, y es necesario recalcular la estructura de nuevo.

Modificación de las barras

El programa permite modificar de forma interactiva las propiedades resistentes de las barras. Esto puede efectuarse de dos formas distintas: a través del menú de contexto o desde el menú principal de la aplicación.

- Modificación a través del menú de contexto. Esto permite modificar las propiedades de una barra identificándola en la representación gráfica. Para ello activar el menú de contexto del elemento que se desee modificar, pulsando con el botón derecho del ratón en las proximidades del elemento, y seleccionar la opción Editar barra.

Se activa un diálogo (Figura 54) que muestra las propiedades de la barra seleccionada, y que pueden ser modificadas en los controles correspondientes. Pulsar el botón OK para aceptar las nuevas propiedades. Nótese que no es posible cambiar la naturaleza básica de la barra, es decir si se trata de una barra empotrada, articulada, en fundación elástica, etc. Si se desea cambiar dicha naturaleza básica debe borrarse la barra y definirse de nuevo.

- Modificación desde el menú principal. Esto permite modificar las propiedades de cualquier barra de la estructura. Para ello se selecciona en el menú principal la opción Editar / Barras. Esto activa un diálogo que muestra las propiedades de las distintas barras.

Elegir la barra que se desea en la lista de barras, y modificar sus propiedades en los controles correspondientes. Estos controles se activan y desactivan en función de la naturaleza de la barra. Pulsar el botón OK para aceptar las nuevas propiedades.

Si se modifican las propiedades de un perfil especial, esto afectará a todas las barras que utilicen dicho perfil, al estar éste compartido por dichas barras. De la misma forma, si se modifican las propiedades de un material especial, esto afectará a todas las barras que utilicen dicho material, al estar éste compartido por dichas barras.

Si se modifican las propiedades de una barra, se pierden los resultados existentes del cálculo anterior, y es necesario recalcular la estructura de nuevo.

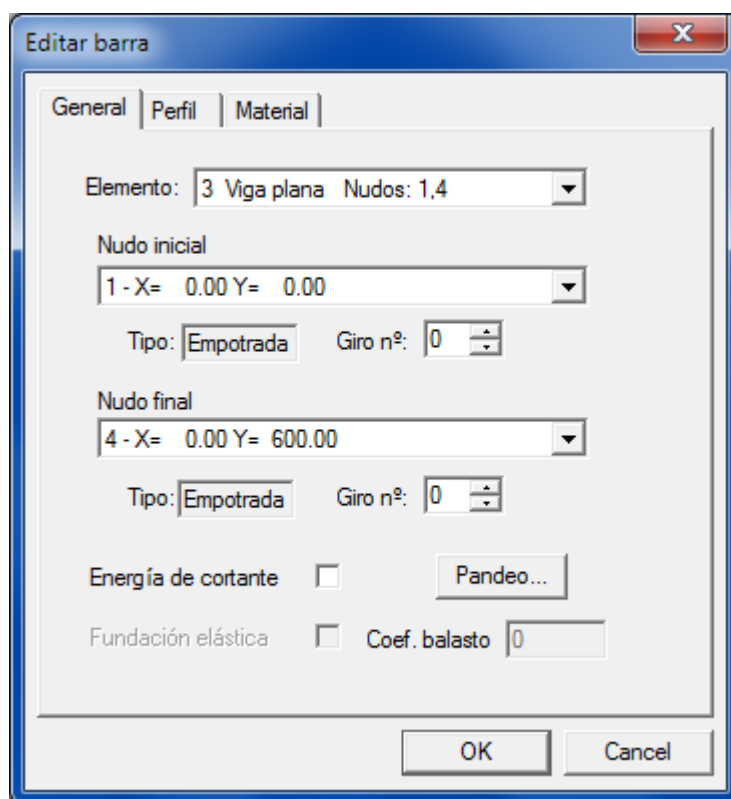


Figura 54. Modificación de una barra

Modificación de las uniones elásticas

El programa permite modificar de forma interactiva las propiedades de flexibilidad de las uniones elásticas entre las barras y los nudos. Esto puede efectuarse desde el menú principal, seleccionando la opción Editar / Resortes al giro. También puede usarse el menú de contexto asociado a los resortes en la ventana de datos. En ambos casos se activa un diálogo que permite modificar los giros que están relacionados por la unión flexible, así como la rigidez de ésta.

Borrar componentes de la estructura

Para borrar las entidades que componen la estructura, se emplea el menú: Borrar. Este menú contiene una serie de opciones, cada una de las cuales permite borrar un tipo distinto de componente. Cada una de estas opciones activa un diálogo diferente, el cual contiene una lista de las entidades que pueden ser borradas. No es posible borrar cualquier entidad en cualquier instante, dado que las distintas entidades están relacionadas y referenciadas entre sí, por lo que sólo es posible borrar una entidad que no esté referenciada por ninguna otra.

MODIFICACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Las distintas opciones del menú Borrar, y las entidades que permiten borrar son:

- Nudo: borra un nudo de la estructura. Para ello el nudo no puede estar conectado a ninguna barra, y sobre él no puede haber aplicada ninguna fuerza ni ligadura.
- Elemento: borra un elemento estructural cualquiera, siempre que sobre él no haya aplicada ninguna carga.
- Ligadura: borra una condición de ligadura. Para ello la condición de ligadura no puede tener asociada ninguna deformación impuesta.
- Hipótesis de carga. Borra una hipótesis de carga, incluyendo todas las fuerzas nodales, las cargas en las barras y las deformaciones impuestas que la componen. También se borran los resultados de dicha hipótesis de carga.
- Fuerza nodal: borra una fuerza aplicada sobre un nudo.
- Carga en barra: borra una carga aplicada sobre una barra.
- Deformación impuesta. Borra una deformación de valor conocido impuesta sobre una ligadura.
- Perfil estructural. Borra un perfil estructural definido por el usuario, si éste no se usa en ninguna barra.
- Material. Borra un material definido por el usuario, si éste no se usa en ninguna barra.

Es posible asimismo borrar determinadas entidades desde los menús de contexto.

Una vez borrada una entidad cualquiera, puede recuperarse deshaciendo la operación de borrado, mediante la opción de menú Editar/Deshacer. Cada vez que se borra una entidad, se pierden todos los resultados de los cálculos anteriores, por lo que es necesario volver a calcular la estructura.

Cálculo de la estructura

El programa permite efectuar dos tipos de análisis diferentes sobre la estructura:

- Análisis estático: cálculo de deformaciones y esfuerzos.
- Análisis a pandeo: cálculo de la carga crítica de estabilidad global.

El desarrollo de los cálculos puede controlarse mediante diversas opciones de cálculo.

Cálculo estático

Consiste en la determinación de los esfuerzos y las deformaciones que aparecen en la estructura bajo la acción de las cargas aplicadas sobre ella. Este cálculo se efectúa para todas las hipótesis de carga definidas. Puede activarse de dos formas distintas:

Opción de menú: Calcular / Deformaciones y esfuerzos

Icono de la barra de herramientas: 

Como resultado del cálculo se obtienen:

- Las deformaciones de todos los nudos y elementos de la estructura.
- Los esfuerzos internos que aparecen en los elementos: esfuerzo axial, esfuerzo cortante y momento flector.
- Las fuerzas y el momento de reacción en los puntos de apoyo de la estructura.

Si la estructura no es estable, interna o externamente, se genera un mensaje de aviso y no se calcula ningún resultado.

Cálculo de estabilidad

Consiste en la determinación del valor de la carga crítica de estabilidad elástica global de toda la estructura y del modo de fallo correspondiente, bajo la acción de las cargas aplicadas sobre la estructura. Este cálculo se efectúa para todas las hipótesis de carga definidas.

Opción de menú: Calcular / Carga crítica de estabilidad

Icono de la barra de herramientas: 

CÁLCULO DE LA ESTRUCTURA

El valor de la carga obtenida por el programa corresponde a la relación entre la carga de estabilidad elástica de la estructura y el valor de las cargas actuantes sobre ella. Esto quiere decir que el fallo por pandeo elástico global se producirá cuando el sistema de cargas aplicado se multiplique por el valor de la carga de estabilidad calculada por el programa. Como consecuencia de lo anterior, para el cálculo de estabilidad no es necesario definir los valores reales de las cargas, sino que sólo importa la relación entre las distintas cargas aplicadas.

El cálculo de estabilidad es un proceso iterativo, y que por lo tanto puede tener problemas de convergencia en algunos casos. Esto puede ocurrir en estructuras cuyos elementos no estén sometidos a esfuerzos de compresión. Si el proceso iterativo no converge en un número máximo de iteraciones, el programa se detiene y guarda como resultado el último valor de la iteración, aunque éste puede ser incorrecto.

El proceso iterativo se lleva a cabo mediante el método de la iteración inversa, que converge hacia el menor valor propio de un problema de valores y vectores propios. Se emplea como vector de partida un vector de números aleatorios, y el cálculo se repite para cada una de las hipótesis de carga existentes, una tras otra. La convergencia se comprueba de forma independiente para cada hipótesis y es necesario que todas ellas converjan para que el cálculo se considere correcto. Si unas hipótesis convergen y otras no, sólo los resultados de las hipótesis que convergen serán correctos.

El cálculo de estabilidad requiere el conocimiento previo de las cargas axiales en las barras, a fin de determinar su rigidez geométrica. Para ello, el cálculo de estabilidad efectúa en primer lugar un cálculo estático previo, si es que éste no se había efectuado. Si la estructura no es estable, interna o externamente, se genera un mensaje de aviso y no se calcula ningún resultado.

Resultados

El programa permite obtener diferentes resultados, en función del tipo de análisis efectuado.

Análisis estático

- Deformaciones de los nudos de la estructura.
- Esfuerzos internos en las barras.
- Deformaciones de las barras.
- Reacciones en los apoyos.
- Tensiones en las barras.
- Valores máximos de las tensiones y deformaciones por combinación de hipótesis.
- Energía acumulada en las barras.

Análisis de estabilidad

- Carga de estabilidad global de la estructura.
- Modo de fallo por inestabilidad de la estructura.

De la misma forma que las cargas, los resultados se presentan agrupados por hipótesis de carga. Todos ellos pueden visualizarse en la interfaz de usuario, utilizando las opciones adecuadas.

Resultados del análisis estático

Deformaciones de los nudos

Se obtienen como solución al sistema de ecuaciones de equilibrio originado en el método de rigidez, y están formadas por los desplazamientos X e Y del nudo y el/los giro(s) Z existentes en el mismo.

Estas deformaciones están expresadas en el sistema de ejes general de la estructura. Sus valores se emplean para representar la estructura deformada, y pueden asimismo obtenerse numéricamente desde la interfaz de usuario.

RESULTADOS

Esfuerzos internos en los elementos

Barras. Se obtienen los tres esfuerzos interiores existentes en un elemento viga plana: esfuerzo axial (N), esfuerzo cortante (Q) y momento flector (M). Estos esfuerzos se obtienen en una serie de secciones situadas en el interior de la barra. La cantidad de secciones donde se obtienen los esfuerzos puede controlarse a través de las opciones de cálculo (ver Opciones generales de cálculo).

Los esfuerzos internos están referidos al sistema de ejes local de la barra, con el criterio de signos indicado en la Figura 55.

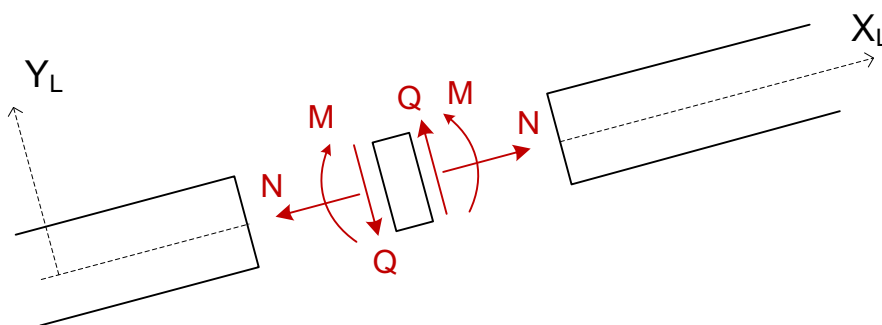


Figura 55. Esfuerzos internos en una barra

Resortes al giro. Se obtiene el valor del momento en el resorte, en ambos extremos. Estos momentos son positivos en la dirección positiva del eje Z (contraria a las agujas del reloj).

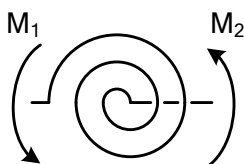


Figura 56. Esfuerzos en un resorte al giro

Reacciones en los apoyos

Se trata de las fuerzas exteriores de reacción que es necesario aplicar desde el exterior sobre los distintos apoyos de la estructura para mantenerla en equilibrio. Se obtienen como solución de la ecuación de equilibrio del método de rigidez y sólo existen para aquellos nudos donde se ha aplicado alguna condición de ligadura.

Las reacciones están compuestas por dos fuerzas en las direcciones X e Y y un momento en la dirección Z. En apoyos articulados no existirá el momento Z, y en

nudos con varios giros fijos pueden existir varios momentos. Todas las reacciones están referidas a los ejes generales de la estructura.

Pueden representarse gráficamente en la ventana de dibujo u obtenerse numéricamente en un diálogo.

Deformaciones internas en las barras

Se trata de las deformaciones en el interior de las barras: deformación axial (u), lateral (v) y giro (θ). Estas deformaciones están referidas al sistema de ejes local de la barra (Figura 57).

Se obtienen integrando las ecuaciones diferenciales de la deformación en una pieza prismática en función de los esfuerzos internos. Para ello se emplean los esfuerzos internos (N y M) que se han obtenido como resultado. Como condiciones de contorno para la integración se usan las deformaciones en el nudo inicial de la barra.

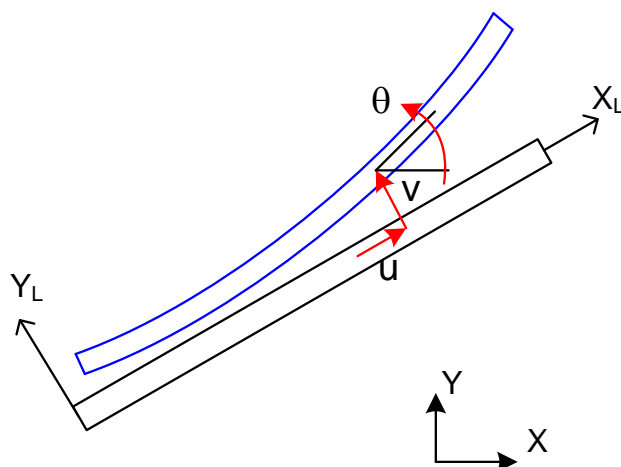


Figura 57. Deformaciones locales en una barra

Las deformaciones de las barras se calculan por integración numérica de las ecuaciones correspondientes a lo largo de la barra, comenzando en el nudo inicial y progresando hacia el nudo final, empleando un número de puntos de integración determinado. Si el número de puntos de integración es bajo, los errores numéricos acumulados durante la integración hacen que las deformaciones en el extremo de la barra no coincidan con las de las barras restantes, dando lugar a discontinuidades en la representación gráfica de la deformada. Este efecto puede evitarse aumentando el número de puntos de integración desde el menú Opciones / Cálculo.

RESULTADOS

Tensiones en las barras

Se trata de las tensiones provocadas en el interior de las barras por los esfuerzos internos. Este cálculo de tensiones se efectúa únicamente para las barras cuyo perfil estructural sea en forma de I, U o tubo hueco. Para los perfiles especiales se efectúa un cálculo suponiendo que la forma es rectangular.

Las tensiones se calculan en todas las secciones de la barra donde se han obtenido los esfuerzos internos. A su vez en cada sección de cálculo las tensiones se determinan en una serie de puntos de la sección, cuya cantidad y ubicación depende del tipo de sección. La Figura 58 muestra la numeración de puntos para las distintas secciones, en su orientación normal (inercia máxima). Si la orientación está girada 90°, los puntos de cálculo de tensiones son los mostrados en la Figura 59.

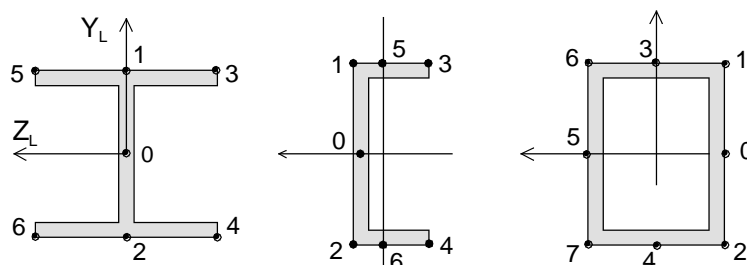


Figura 58. Puntos de cálculo de tensiones en la orientación normal

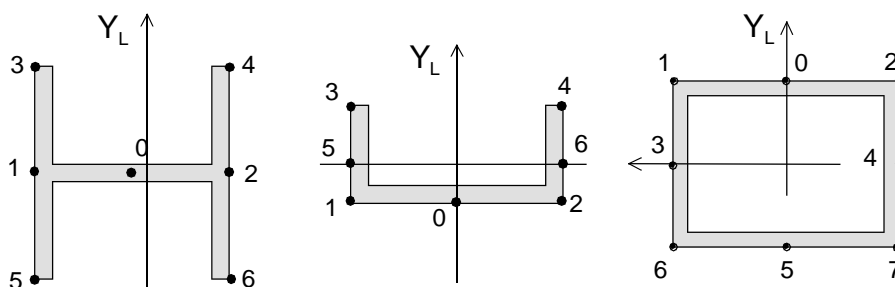


Figura 59. Puntos de cálculo de tensiones. Orientación girada 90°

Las tensiones se obtienen aplicando las fórmulas clásicas de la Resistencia de Materiales para sollicitaciones de esfuerzo axial (N), cortante (Q) y momento flector (M). Los valores de las tensiones que se calculan son:

- Tensión axial σ , en la dirección del eje de la barra, cuyo valor es:

Barras a tracción:
$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{My}{I_z}$$

Barras a compresión:
$$\sigma = \frac{N}{\chi A} - \frac{My}{I_z}$$

Siendo:

A el área de la sección.

I_z el momento de inercia de la sección respecto del eje Z.

y la coordenada local Y del punto donde se calcula la tensión, es decir la distancia según Y del punto hasta el centro de gravedad de la sección, (donde está situado el sistema de ejes locales).

El coeficiente χ se emplea para considerar el efecto del pandeo, como se indica más adelante.

- Tensión cortante τ , dirigida en la dirección del eje Y local de la barra:

$$\tau = \frac{Q\bar{A}}{I_z b}$$

Siendo:

\bar{A} el momento estático, respecto del centro de gravedad de la sección, de la parte de sección comprendida entre el punto donde se calcula la tensión cortante y el borde libre de la sección.

b la anchura de la sección en el punto de cálculo, medida en la dirección perpendicular al flujo de tensión cortante.

En las barras sometidas a compresión se considera el efecto del pandeo mediante un coeficiente de pandeo χ según el Código Técnico de la Edificación (CTE), documento básico SE-A, apartado 6.3.2, para materiales de acero. Para otros materiales no se considera el pandeo, y se supone $\chi=1$.

La longitud de pandeo se toma como $L_p = \beta L$, siendo β un coeficiente que depende de la forma de unión de los extremos de la barra, de acuerdo con la tabla siguiente:

	Traslacional	No traslacional
Barra biarticulada	1	1
Viga biempotrada	1	0.5
Viga empotrada - articulada	2	0.7

La condición de traslacional se refiere a la posibilidad de los extremos de la barra de desplazarse libremente en sentido transversal a ella, y puede modificarse desde las opciones de cálculo de pandeo. Es posible emplear valores del coeficiente β diferentes para las distintas barras de la estructura, tal y como se indica en el apartado Definición de las barras.

RESULTADOS

La tensión τ debida a la cortadura se evalúa de forma nominal, sin considerar las posibles concentraciones que pueden producirse por efecto de los acuerdos curvos entre las distintas partes del perfil.

Energía acumulada

Se obtiene la energía complementaria U^* acumulada en cada uno de los elementos de la estructura, considerando los esfuerzos a que están sometidos y las deformaciones iniciales, tanto las de origen térmico como las debidas a errores de forma o cargas de pretensión.

Resultados del análisis de estabilidad

Carga crítica de estabilidad

La carga crítica de estabilidad es aquella carga para la cual la estructura colapsa por inestabilidad del conjunto. El valor de la carga de estabilidad obtenida por el programa corresponde a la relación entre la carga de colapso real de la estructura y el valor de las cargas actuantes sobre ella. Esto quiere decir que el colapso se producirá cuando el sistema de cargas aplicado se multiplique por el valor de la carga de estabilidad obtenida por el programa.

Modo de fallo por inestabilidad

El modo de fallo por inestabilidad es la deformada que adopta la estructura cuando se alcanza la carga crítica de estabilidad, es decir la forma en la que se produce el colapso. Como resultado del cálculo de estabilidad se obtienen los valores del modo de fallo por inestabilidad global en los nudos de la estructura. A partir de estos valores nodales del modo de fallo se calcula la deformación modal en las distintas barras de la estructura, que es la que se emplea para la representación gráfica del modo.

La deformación modal en el interior de las barras se calcula efectuando una interpolación de los valores correspondientes a los dos nudos extremos de la barra, la cual reproduce la deformación de una barra plana. La interpolación es lineal en la deformación axial y cúbica en la deformación transversal. Esto no corresponde a la solución exacta del modo de fallo por inestabilidad, la cual incluye funciones trigonométricas, pero es suficientemente aproximado a efectos de representación gráfica del modo.

Visualización gráfica de los resultados

El programa permite controlar de forma interactiva los resultados que se muestran en la zona de dibujo, para lo cual existen una serie de opciones de menú y de iconos específicos.

Diagrama de esfuerzo axial

Se representa el diagrama de esfuerzo axial de cada barra. Los valores positivos del esfuerzo axial (tracciones) se dibujan en la dirección positiva del eje Y local de la barra.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Diagrama de esfuerzo axial

Icono de la barra de herramientas: 

Valor numérico del esfuerzo axial

En muchas barras el esfuerzo axial es uniforme en toda ella (por ejemplo en celosías), por lo que no resulta práctico dibujar el diagrama de esfuerzo axial completo, y resulta más interesante poder visualizar el valor numérico de dicho esfuerzo axial.

Opción de menú para activar esta función: Dibujar / Resultados / Valor del esfuerzo axial

Además de activar esta opción, se debe emplear asimismo la opción de representación del esfuerzo axial descrita arriba. Activando estas dos opciones, el programa sólo indica el valor numérico del esfuerzo axial en el centro de la barra, y no representa el diagrama. Este valor numérico es positivo a tracción y va precedido de la letra 'N' para identificarlo. En todo caso esto sólo se efectúa si el esfuerzo axial es constante a lo largo de la barra; si es variable se representará el diagrama, aunque se haya seleccionado la opción de valor numérico.

Diagrama de esfuerzo cortante

Se representa el diagrama de esfuerzo cortante de cada barra. Los valores positivos del esfuerzo cortante se dibujan en la dirección positiva del eje Y local de la barra.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Diagrama de esfuerzo cortante

Icono de la barra de herramientas: 

Diagrama de momento flector

Se representa el diagrama de momento flector de cada barra. Se emplea el criterio ingenieril: el diagrama se dibuja hacia la cara de la viga donde están las tracciones

RESULTADOS

producidas por el momento flector. De esta manera la representación del diagrama es independiente de los sistemas de ejes locales de las barras.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Diagrama de momento flector

Icono de la barra de herramientas: 

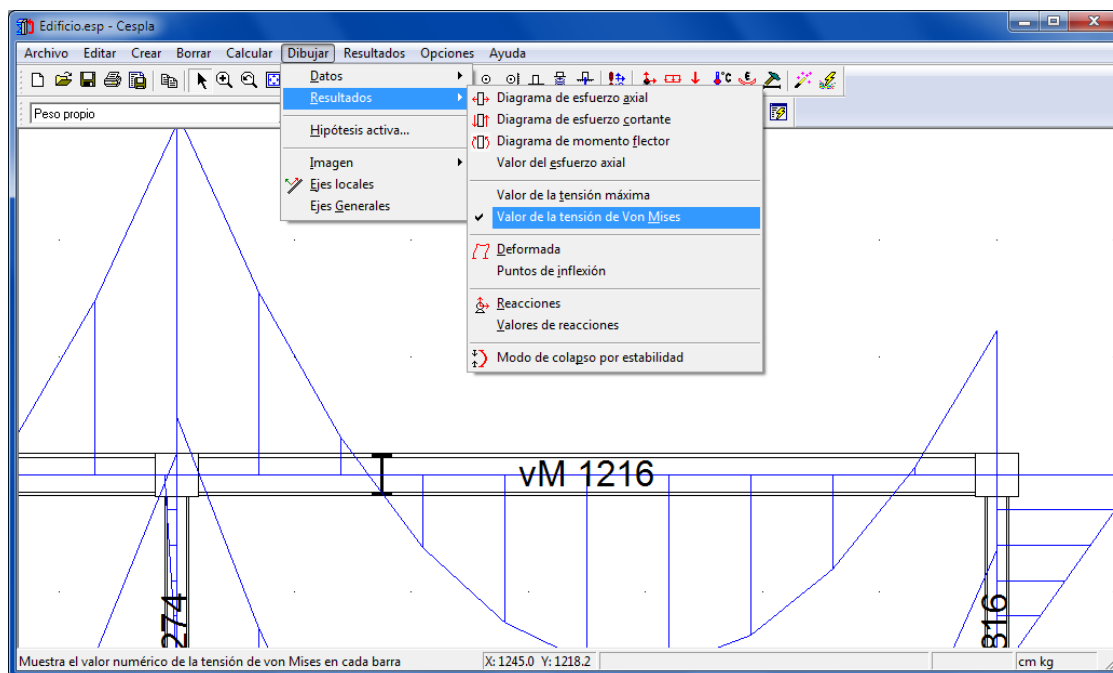


Figura 60. Diagrama de momento flector y tensión de Von Mises máxima en una barra

Tensiones máximas en las barras

Se representa el valor numérico de la máxima tensión de tracción o compresión que se produce en cualquier punto de cada barra, en la hipótesis seleccionada. Dicho valor numérico se representa en el centro de cada barra y va precedido de la letra 's', para identificarlo.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Valor de la tensión máxima

Tensiones de von Mises en las barras

Se representa el valor numérico de la máxima tensión de comparación von Mises que se produce en cualquier punto de cada barra, en la hipótesis seleccionada. Dicho valor numérico se representa en el centro de cada barra y va precedido de las letras 'vM', para identificarlo.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Valor de la tensión de von Mises

Reacciones en los apoyos

Se representan las reacciones en los apoyos. Las fuerzas se representan mediante flechas, y los momentos mediante flechas curvas, a la escala correspondiente.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Reacciones

Icono de la barra de herramientas: 

Valores de las reacciones

Se muestra el valor numérico de cada reacción, en valor absoluto, junto a su representación gráfica. Estos valores numéricos sólo se muestran si está seleccionada la opción correspondiente para representar gráficamente las reacciones.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Valores de reacciones

Deformada estática de la estructura

Se representa la deformada elástica de todas las barras de la estructura, debidamente escalada.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Deformada

Icono de la barra de herramientas: 

Opcionalmente se pueden representar sobre la deformada los puntos donde el momento flector es nulo. Estos puntos se corresponden, en ausencia de temperaturas o errores de forma, con los puntos de inflexión de la deformada donde su derivada segunda es nula. Para efectuar la representación de los puntos de inflexión activar la opción de menú Ver / Puntos de inflexión.

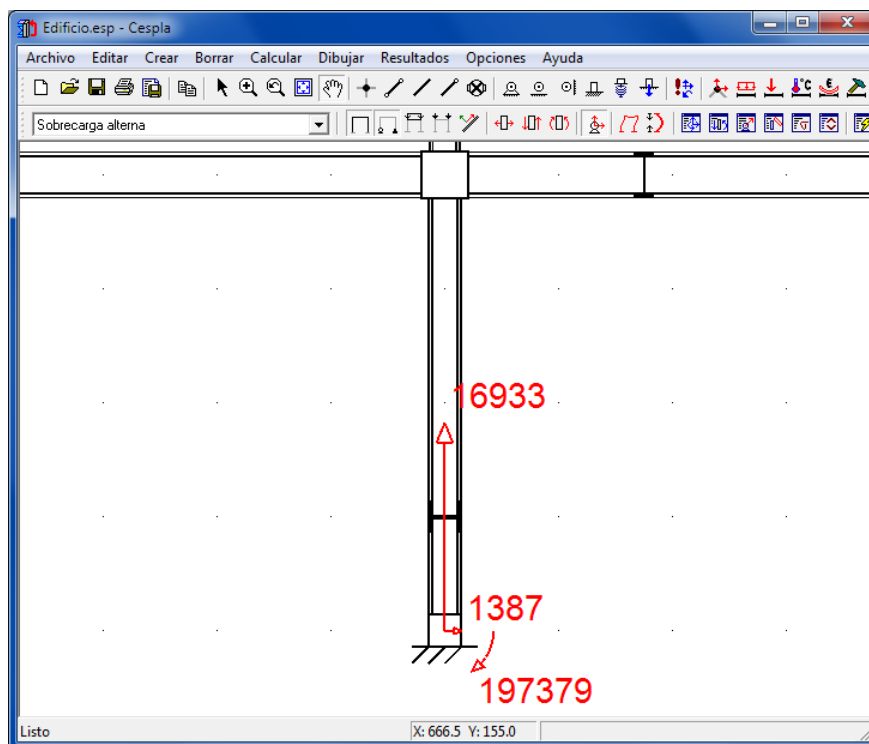


Figura 61. Reacciones en un apoyo

RESULTADOS

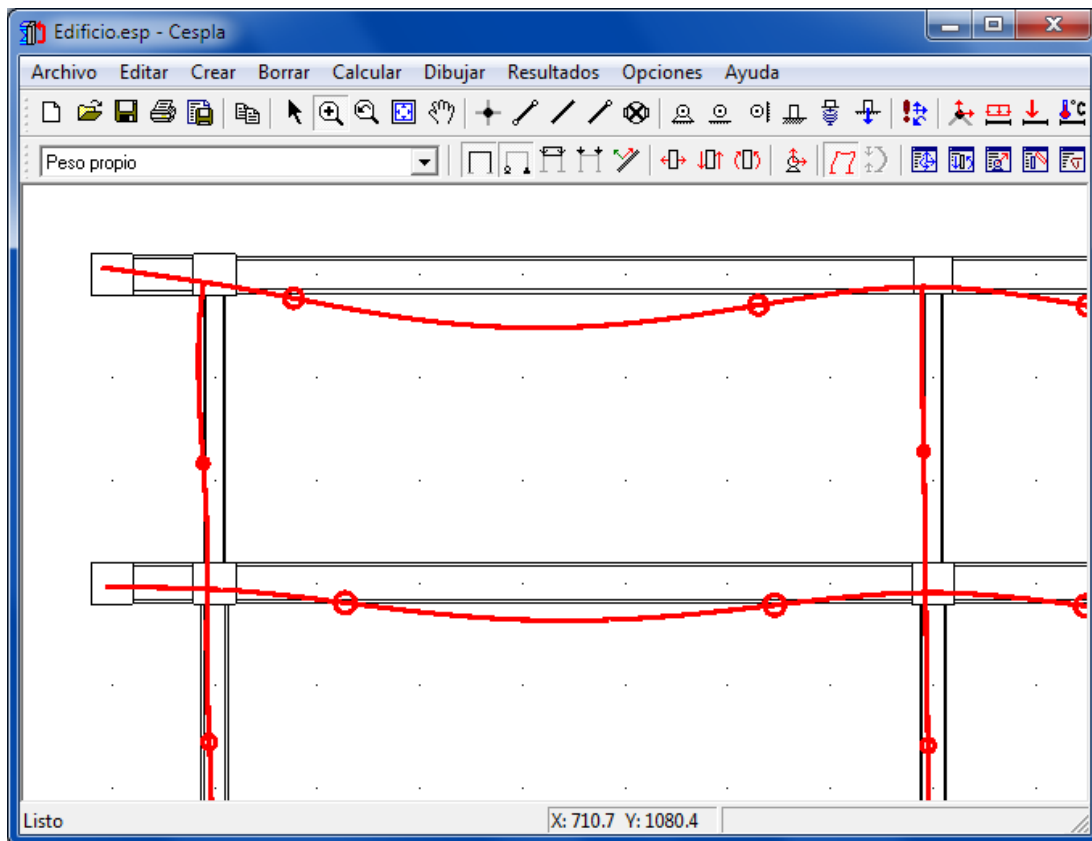


Figura 62. Deformada de la estructura y puntos de inflexión

Puntos de inflexión

Se representan sobre la deformada los puntos en los que el momento flector es nulo. Estos puntos corresponden con los puntos de curvatura nula de la deformada, en ausencia de temperaturas.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Puntos de inflexión

Modo de colapso por inestabilidad de la estructura

Se representa el modo de colapso asociado a la carga crítica de inestabilidad elástica de la estructura, para la hipótesis de carga seleccionada.

Opción de menú: Dibujar / Resultados / Modo de colapso por estabilidad

Icono de la barra de herramientas: 

Obtención de los resultados en forma numérica

El programa permite obtener de forma interactiva los valores numéricos de los resultados del cálculo. Para ello existen una serie de opciones de menú y de iconos específicos, que dan paso a unos diálogos donde se muestran todos los resultados del cálculo.

Deformaciones de los nudos

Opción de menú: Resultados / Deformaciones de nudos

Icono de la barra de herramientas: 

Menú de contexto de nudo: Deformaciones

En los dos primeros casos se activa un diálogo (Figura 63) que permite obtener los valores numéricos de las deformaciones en los distintos nudos de la estructura, para cada hipótesis de carga. Si se emplea el menú de contexto, las deformaciones se obtienen únicamente para el nudo seleccionado, y sólo se puede cambiar la hipótesis de carga.

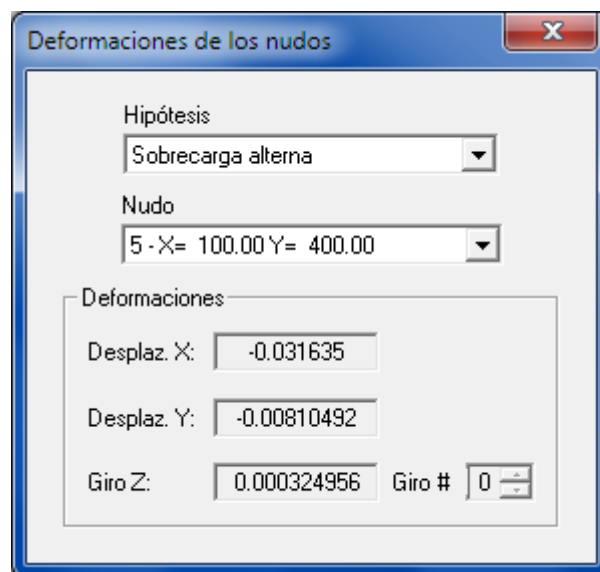


Figura 63. Deformaciones de los nudos

RESULTADOS

Esfuerzos internos en los elementos

Opción de menú: Resultados / Esfuerzos en barras

Icono de la barra de herramientas: 

Menú de contexto de barra: Esfuerzos

En los dos primeros casos se activa un diálogo que permite obtener los valores numéricos de los esfuerzos en los distintos elementos estructurales, para cada hipótesis de carga y en cada sección de cálculo dentro de la barra (Figura 64), es decir que se obtienen los valores numéricos de los diagramas de esfuerzos en la barra. Todos ellos están referidos al sistema de ejes local de la barra, con el criterio de signos mostrado en la Figura 55.

Si se emplea el menú de contexto, los esfuerzos se obtienen sólo para el elemento seleccionado, y sólo se puede cambiar la hipótesis de carga. La opción mediante menú de contexto no funciona para resortes al giro.

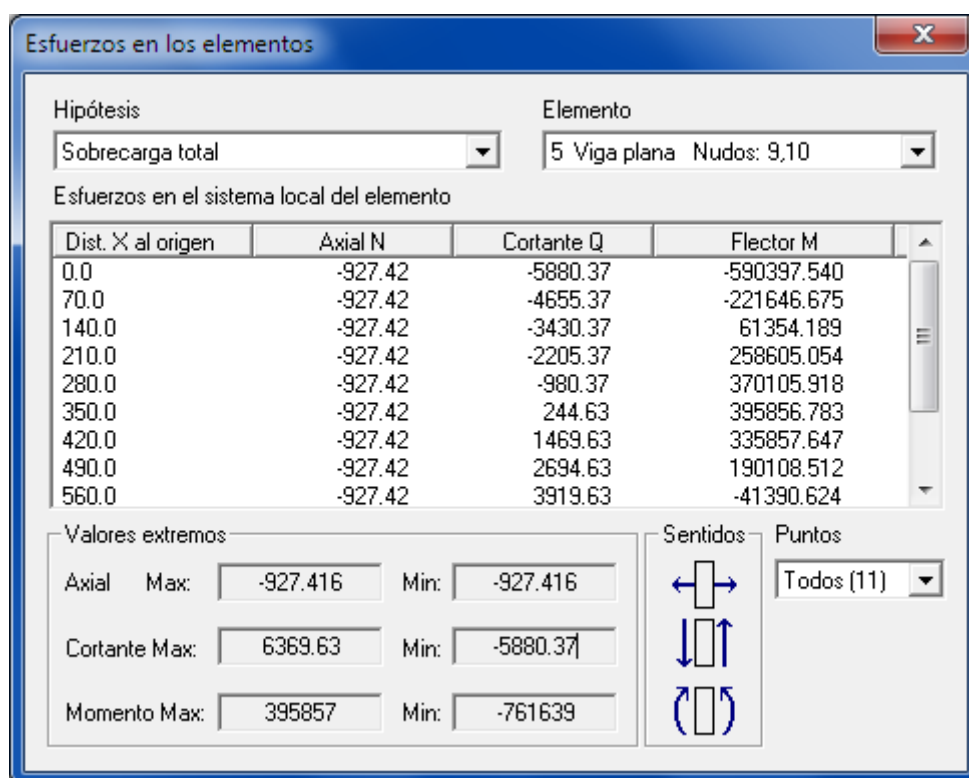


Figura 64. Esfuerzos internos en las barras

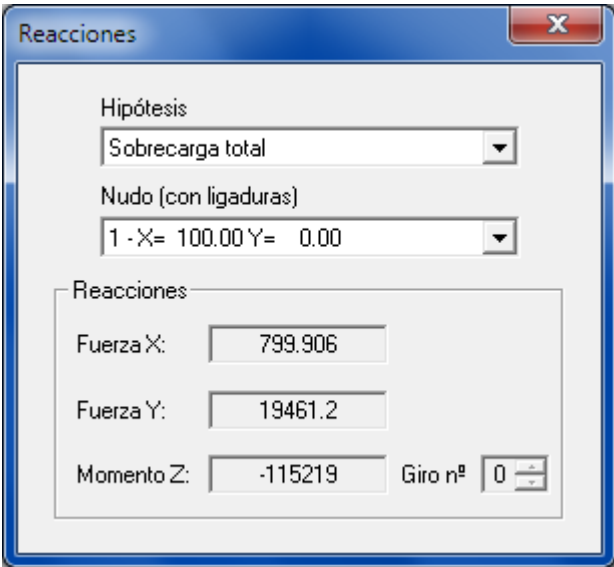
Reacciones en los apoyos

Opción de menú: Resultados / Reacciones en apoyos

Icono de la barra de herramientas: 

Menú de contexto de nudo: Reacciones

En los dos primeros casos se activa un diálogo que permite obtener los valores numéricos de las reacciones en los distintos nudos donde hay aplicadas condiciones de ligadura, para cada hipótesis de carga (Figura 65). Si se emplea el menú de contexto, las reacciones se obtienen únicamente para el nudo seleccionado, y sólo se puede cambiar la hipótesis de carga.



Reacciones

Hipótesis: Sobrecarga total

Nudo (con ligaduras): 1 - X= 100.00 Y= 0.00

Reacciones:

Fuerza X: 799.906

Fuerza Y: 19461.2

Momento Z: -115219 Giro nº 0

Figura 65. Reacciones en los apoyos

RESULTADOS

Deformaciones de las barras

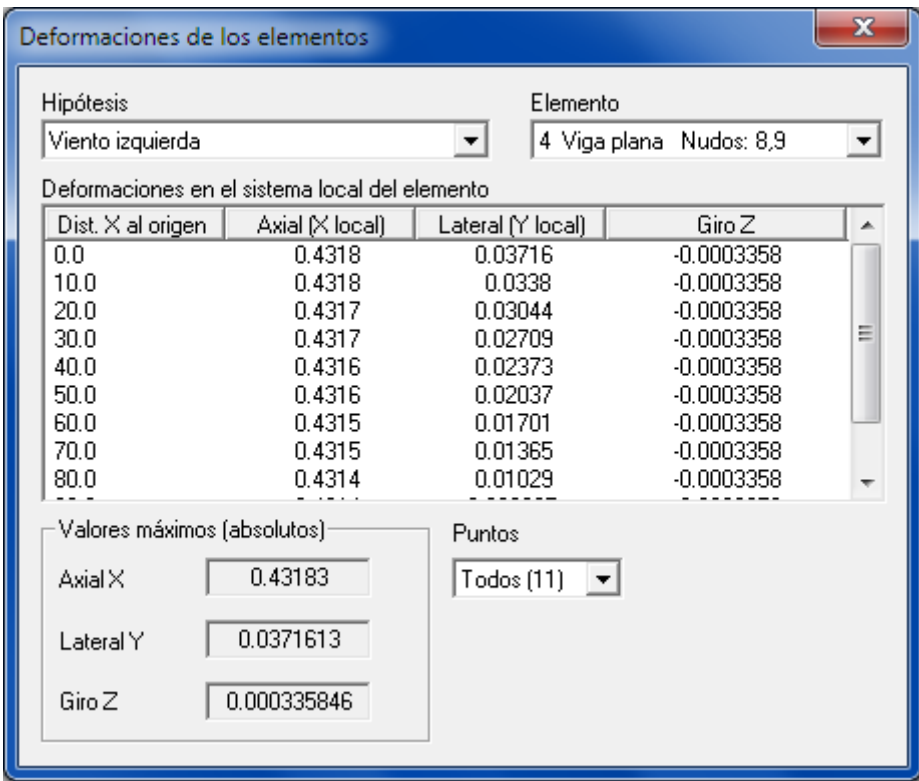
Opción de menú: Resultados / Deformaciones de barras

Icono de la barra de herramientas: 

Menú de contexto de barra: Deformaciones

En los dos primeros casos se activa un diálogo que muestra los valores numéricos de las deformaciones en las distintas barras de la estructura, para cada hipótesis de carga (Figura 66). Estas deformaciones están referidas al sistema local de la barra, con el criterio de signos definido en la Figura 57.

Si se emplea el menú de contexto, las deformaciones se obtienen únicamente para la barra seleccionada, y sólo se puede cambiar la hipótesis de carga.



Diálogo de deformaciones de los elementos. Muestra los valores de deformación en el sistema local del elemento para la hipótesis de carga 'Viento izquierda' y el elemento '4 Viga plana Nudos: 8,9'. El cuadro de texto 'Valores máximos (absolutos)' muestra: Axial X: 0.43183, Lateral Y: 0.0371613, Giro Z: 0.000335846. El menú 'Puntos' está configurado en 'Todos (11)'.

Dist. X al origen	Axial (X local)	Lateral (Y local)	Giro Z
0.0	0.4318	0.03716	-0.0003358
10.0	0.4318	0.0338	-0.0003358
20.0	0.4317	0.03044	-0.0003358
30.0	0.4317	0.02709	-0.0003358
40.0	0.4316	0.02373	-0.0003358
50.0	0.4316	0.02037	-0.0003358
60.0	0.4315	0.01701	-0.0003358
70.0	0.4315	0.01365	-0.0003358
80.0	0.4314	0.01029	-0.0003358

Figura 66. Deformaciones en las barras

Tensiones en las barras

Pueden obtenerse a través de tres opciones diferentes de la interfaz:

Opción de menú: Resultados / Tensiones en barras

Icono de la barra de herramientas: 

Menú de contexto de barra: Tensiones

Se activa un diálogo que muestra los valores numéricos de las tensiones máximas que aparecen en las distintas barras de la estructura (Figura 67). Para cada hipótesis de carga se indica el valor de la tensión en el punto pésimo de la barra. Se muestran el valor de la tensión axial σ , el valor de la tensión cortante τ y la tensión de comparación de Von Mises, que es la que se usa para identificar cuál es el punto pésimo. La posición del punto pésimo se define mediante la coordenada local X de la sección donde está el punto y el código que identifica el punto dentro de la sección. Asimismo se indican los valores de la tensión que se alcanzan en ese mismo punto pésimo pero en las restantes hipótesis de carga.

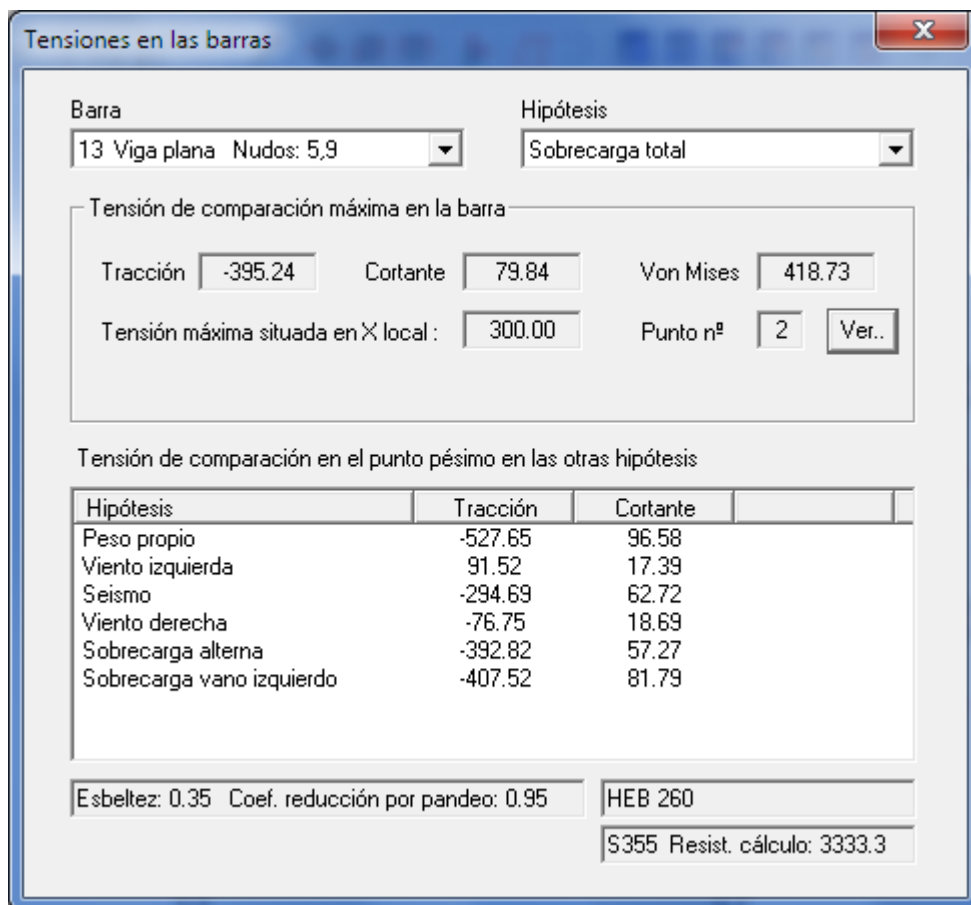


Figura 67. Tensiones en las barras

Envoltentes de esfuerzos

Pueden obtenerse a través de las siguientes opciones de la interfaz:

Opción de menú: Resultados / Envoltentes de esfuerzos

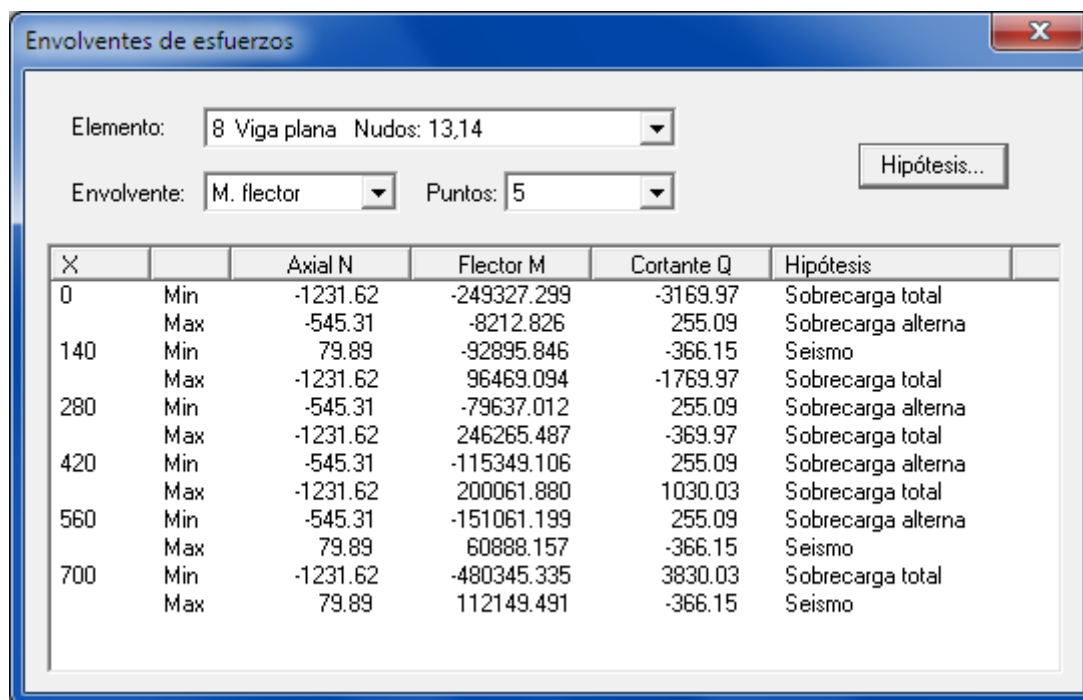
Icono de la barra de herramientas: 

Se activa un diálogo que muestra los valores de los esfuerzos extremos (máximo y mínimo) que aparecen en las distintas barras de la estructura bajo todas las hipótesis de carga (Figura 68). Estos esfuerzos extremos pueden ser diferentes en

RESULTADOS

cada una de las secciones de cálculo de una misma barra. Los valores máximo y mínimo se calculan con su signo correspondiente.

Mediante una lista desplegable se define para qué esfuerzo se determinan los valores extremos, de entre los posibles en la barra. Para los valores extremos hallados, se muestran los restantes esfuerzos que les están asociados.



X		Axial N	Flector M	Cortante Q	Hipótesis
0	Min	-1231.62	-249327.299	-3169.97	Sobrecarga total
	Max	-545.31	-8212.826	255.09	Sobrecarga alterna
140	Min	79.89	-92895.846	-366.15	Seismo
	Max	-1231.62	96469.094	-1769.97	Sobrecarga total
280	Min	-545.31	-79637.012	255.09	Sobrecarga alterna
	Max	-1231.62	246265.487	-369.97	Sobrecarga total
420	Min	-545.31	-115349.106	255.09	Sobrecarga alterna
	Max	-1231.62	200061.880	1030.03	Sobrecarga total
560	Min	-545.31	-151061.199	255.09	Sobrecarga alterna
	Max	79.89	60888.157	-366.15	Seismo
700	Min	-1231.62	-480345.335	3830.03	Sobrecarga total
	Max	79.89	112149.491	-366.15	Seismo

Figura 68. Envolventes de los esfuerzos internos en una barra

Rigidez y fuerzas de los elementos

La opción de menú Resultados / Rigidez y fuerzas activa un diálogo con dos pestañas. Una de ellas permite obtener la matriz de rigidez de las distintas barras, y la otra permite obtener los vectores de fuerzas de empotramiento perfecto (empleadas como fuerzas de fase 0 en el método de rigidez) para las distintas cargas aplicadas.

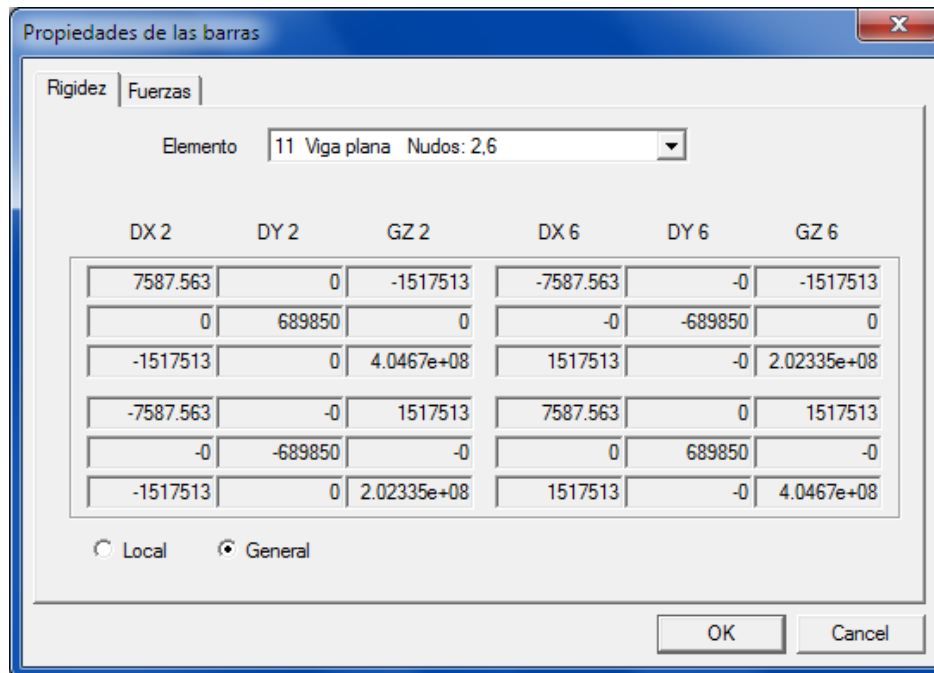


Figura 69. Matriz de rigidez de una barra

Energía

La opción de menú: Resultados / Energía de los elementos activa un diálogo que muestra el valor de la energía elástica acumulada en cada elemento de la estructura, así como en toda la estructura, para cada hipótesis de carga. La energía se muestra separada en las componentes asociadas a los esfuerzos axial, flector y cortante (cuando se haya considerado).

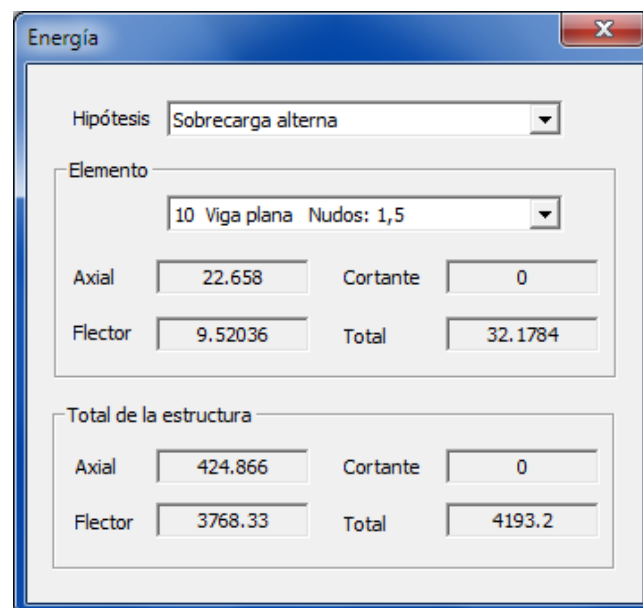


Figura 70. Energía acumulada

RESULTADOS

Carga crítica de colapso

Puede obtenerse a través de las siguientes opciones de la interfaz:

Opción de menú: Resultados / Carga de estabilidad

Icono de la barra de herramientas: 

Se activa un diálogo que muestra el valor numérico de la carga crítica de estabilidad elástica de toda la estructura, para cada hipótesis de carga.

Obtención de resultados combinados

El programa permite combinar los resultados de tensión y deformación calculados para cada una de las hipótesis de tal manera que puedan obtenerse los valores máximos (pésimos) que pueden presentarse al efectuar combinaciones entre las hipótesis de carga. Esta posibilidad de combinar resultados resulta útil para determinar las tensiones pésimas que pueden aparecer en la estructura en función de cómo vayan combinándose entre sí las distintas hipótesis de carga.

La combinación de resultados se efectúa para las tensiones en las barras, para las deformaciones en las barras y para las deformaciones nodales. No se puede efectuar para las reacciones. El proceso de combinación de resultados se efectúa una vez calculada la estructura, siguiendo los pasos que se indican a continuación.

Definición de los grupos de hipótesis

Previamente a la combinación de resultados es necesario definir los denominados *grupos de hipótesis de carga*. Cada grupo de hipótesis contiene a todas las hipótesis de carga que son *mutuamente excluyentes* y no pueden actuar a la vez. El ejemplo típico son las hipótesis de viento, que normalmente son dos (viento soplando desde la izquierda y viento soplando desde la derecha) pero de las que sólo una puede actuar a la vez. Lo mismo ocurre con las distintas hipótesis de sobrecarga de uso, de las que sólo una actúa a la vez, aunque sean posibles muchas configuraciones distintas de las mismas.

Para la definición de los grupos de hipótesis se emplea la opción de menú: Crear / Grupos de hipótesis de carga. Se muestra el diálogo de la Figura 71, que contiene una lista de los grupos definidos, así como botones que permiten:

- Crear un grupo de hipótesis. Cada grupo tiene un nombre, así como dos coeficientes de mayoración, que juegan el papel de coeficientes de seguridad. Uno de dichos coeficientes de mayoración es para el caso de que la hipótesis sea desfavorable y el otro para el caso de que la hipótesis sea favorable. Se considera que una hipótesis es desfavorable cuando su efecto aumenta el valor absoluto del nivel de tensión o deformación (lo hace más positivo o más

negativo). Además un grupo puede estar activo o no. En el segundo caso el programa no lo tiene en cuenta a la hora de generar todas las posibles combinaciones de acciones. El programa no considera ningún coeficiente de minoración por efecto de la posible simultaneidad de las acciones variables.

- Borrar un grupo de hipótesis.
- Modificar las propiedades de un grupo de hipótesis.

Una vez definidos los grupos de hipótesis, es necesario indicar qué hipótesis conforman cada uno de ellos. Para ello existen dos botones en el diálogo que permiten:

- Añadir una hipótesis de carga a un grupo. Todas las hipótesis de un mismo grupo son mutuamente excluyentes entre sí: en las combinaciones que efectúa el programa sólo se incluye a una de las hipótesis del grupo.
- Eliminar una hipótesis de un grupo

En el caso simple de haber sólo una hipótesis de carga, debe definirse un grupo compuesto por dicha hipótesis.

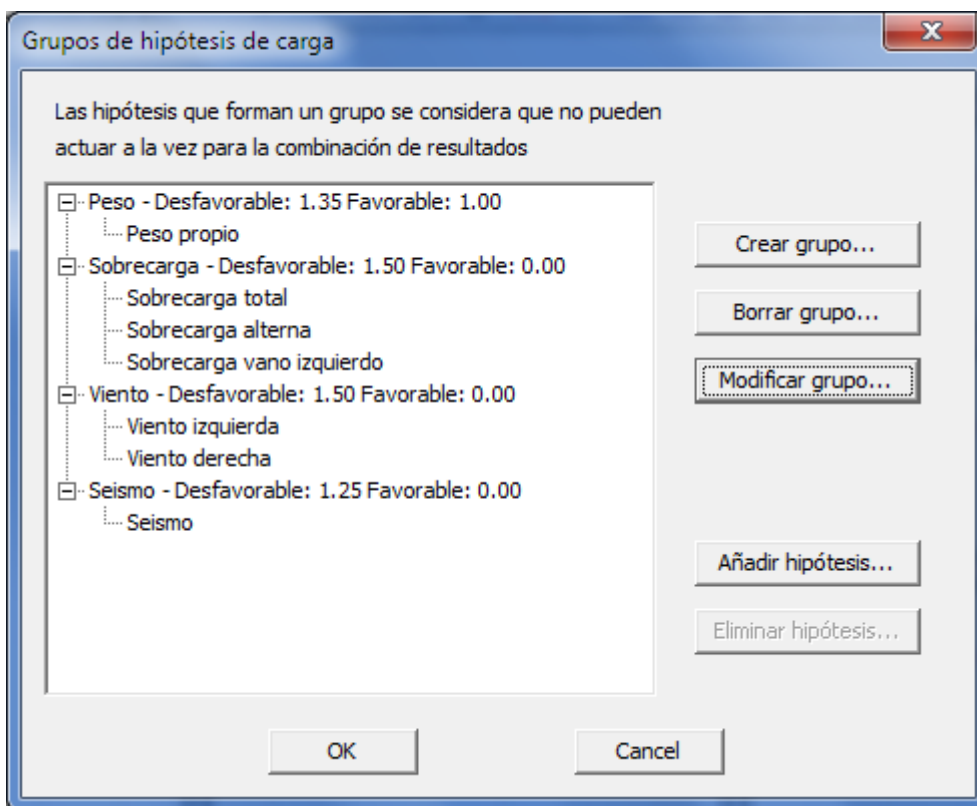


Figura 71. Definición de grupos de hipótesis

RESULTADOS

Ver combinaciones de hipótesis

Una vez definidos todos los grupos de hipótesis, el programa determina cuántas posibles combinaciones es posible formar con ellos. Todas estas posibles combinaciones se pueden ver mediante la opción de menú: Resultados / Resultados combinados / Ver combinaciones de hipótesis.

Se muestra un diálogo que contiene todas las posibles combinaciones diferentes que es posible formar con los grupos de hipótesis definidos.

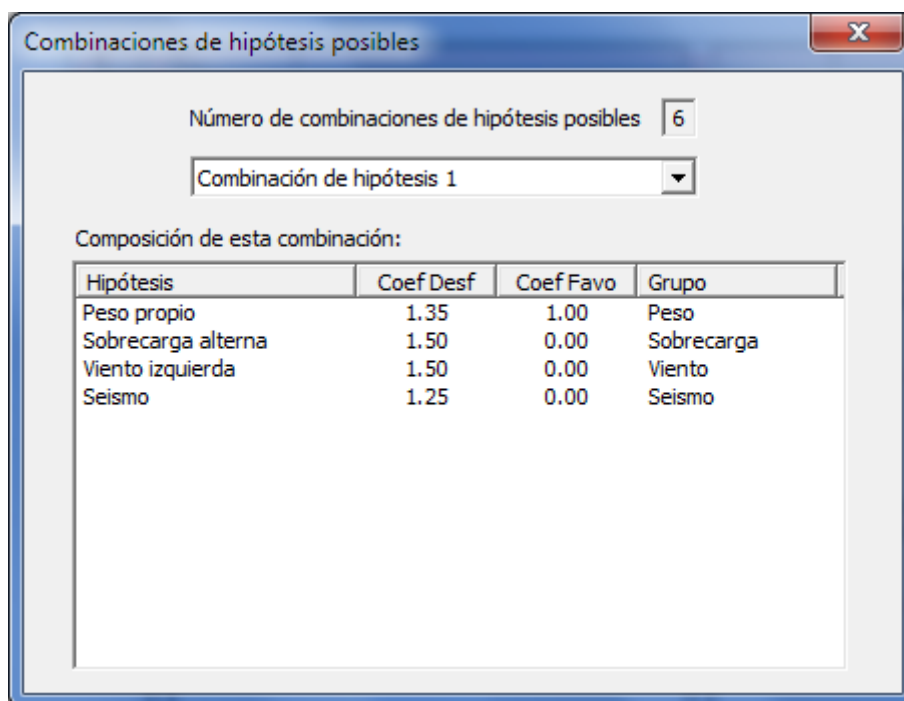


Figura 72. Combinaciones de hipótesis posibles

Tensiones combinadas en las barras

Es posible obtener los valores de las máximas tensiones que aparecen en las barras de la estructura ante cualquier combinación de hipótesis. Las tensiones combinadas se pueden calcular de forma simplista mediante la combinación de la tensión en cada hipótesis σ_i y el factor de mayoración correspondiente:

$$\sigma = \sum_i \gamma_i \sigma_i$$

Sin embargo debe tenerse en cuenta que los coeficientes de seguridad son distintos según que el efecto sea desfavorable (las tensiones son del mismo signo y se suman) o favorable (las tensiones son de distinto signo y se restan), y que hay acciones que pueden existir o no (p. e. la nieve) y que otras son mutuamente excluyentes (p. e. el viento desde la izquierda o desde la derecha). Para tener en

cuenta esto, y obtener los valores más extremos de cualquier tensión, es suficiente con considerar dos combinaciones posibles:

- La combinación en la que todas las tensiones positivas (denominadas σ_i^+) se consideran desfavorables y las negativas (σ_i^-) se consideran favorables. El sumatorio total se debe dividir en dos, uno para las tensiones positivas y otro para las negativas:

$$\sigma^{+D} = \sum_{i+} \gamma_{Di} \sigma_i^+ + \sum_{i-} \gamma_{Fi} \sigma_i^-$$

- La combinación opuesta a la anterior, en la que todas las tensiones positivas se consideran favorables y las negativas se consideran desfavorables.

$$\sigma^{-D} = \sum_{i-} \gamma_{Di} \sigma_i^- + \sum_{i+} \gamma_{Fi} \sigma_i^+$$

De esta forma se obtienen los dos valores extremos de la tensión. Cualquier otra combinación dará un valor intermedio entre los dos anteriores. Nótese que ambas pueden ser de cualquier signo, por lo que a continuación es necesario tomar la de mayor valor absoluto.

Para mostrar las tensiones combinadas se emplea la opción de menú: Resultados / Resultados combinados / Tensiones combinadas. Ello activa un diálogo (Figura 73) que contiene dos listas de selección: una permite elegir la barra con la que se quiere trabajar y la otra contiene todas las posibles combinaciones de hipótesis de carga. Mediante estas listas es posible mostrar en el diálogo el valor de la máxima tensión, mayorada por los coeficientes correspondientes, que aparece en cada barra, para cada una de las combinaciones de hipótesis posibles. Además se indica si la combinación de hipótesis elegida es la que produce el valor pésimo de la tensión (es decir su máximo absoluto).

El botón “Buscar pésima” busca la combinación de hipótesis que produce el valor pésimo de la tensión en la barra considerada.

Asimismo el diálogo muestra en una tabla la contribución de cada una de las hipótesis que forman la combinación a la tensión máxima, indicando si su efecto es desfavorable (se suma) o favorable (se resta).

RESULTADOS

Tensiones combinadas en las barras

Barra: 8 Viga plana Nudos: 13,14

Combinación: Combinación de hipótesis 0

Tensión de comparación máxima (mayorada) en la barra para la combinación de hipótesis

Axial: -2326.11 Cortante: 465.54 Von Mises: 2461.90

Sección pésima situada en X local: 700.00 Punto nº: 2

Esta combinación de hipótesis es la pésima para esta barra

Tensión de comparación producida por las distintas hipótesis que forman la combinación

Hipótesis	Tensión	Coef Desf	Coef Favo	Tens. mayorada
Peso propio	-1111.35	1.35		-1500.33
Sobrecarga total	-550.52	1.50		-825.78
Viento izquierda	52.11		0.00	0.00
Seismo	125.17		0.00	0.00
Total mayorado				-2326.11

Esbeltez reducida: 0.61 Coef. reducción por pandeo: 0.89

IPE 360 S355 Resist. cálculo: 3333.3

Figura 73. Tensiones combinadas en las barras

Deformaciones combinadas en las barras

Es posible obtener los valores de las máximas deformaciones que aparecen en las barras de la estructura ante cualquier combinación de hipótesis. Para ello se emplea la opción de menú: Resultados / Resultados combinados / Deformaciones combinadas en barras.

Se muestra un diálogo (Figura 74) que contiene dos listas de selección: una permite elegir la barra con la que se quiere trabajar y la otra contiene todas las posibles combinaciones de hipótesis de carga. Mediante estas listas es posible mostrar en el diálogo el valor de las máximas deformaciones (mayoradas) que aparecen en cada barra, para cada una de las combinaciones de hipótesis posibles. Además se indica si la combinación de hipótesis elegida es la que produce el valor pésimo de la deformación lateral (máximo absoluto).

Las deformaciones se muestran en los sistemas de ejes local de la barra y general de la estructura. Aunque se dan los valores de la deformación lateral y axial, para

la localización del valor pésimo se emplea sólo la deformación lateral (eje Y local) por ser la más significativa.

Asimismo se muestra en una tabla la contribución de cada una de las hipótesis que forman la combinación a la deformación lateral máxima, indicando si su efecto es desfavorable (se suma) o favorable (se resta).

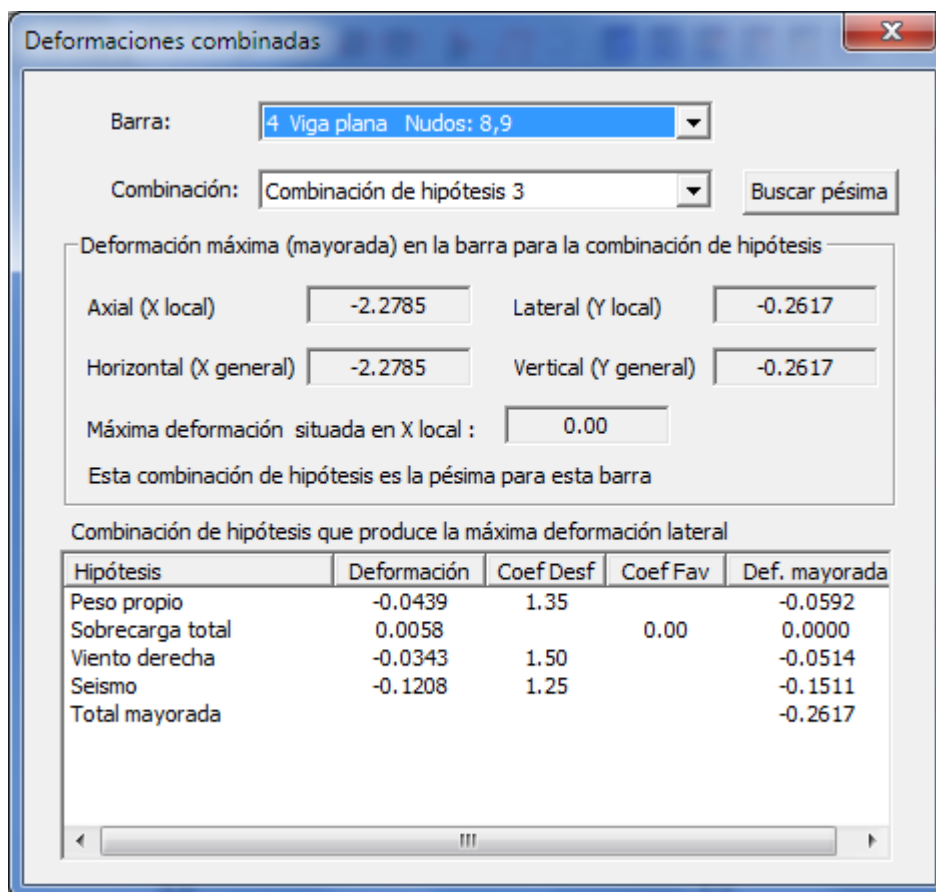


Figura 74. Deformaciones pésimas en una barra

Deformaciones combinadas en los nudos

Es posible obtener los valores de las máximas deformaciones que aparecen en los nudos de la estructura ante cualquier combinación de hipótesis. Para ello se emplea la opción de menú: Resultados / Deformaciones combinadas en nudos, que muestra el diálogo de la Figura 75.

En la parte superior del mismo hay dos listas desplegables. Una de ellas permite elegir el nudo con el que se quiere trabajar y la otra la dirección en la que se quiere obtener la deformación. Para el nudo y la dirección elegidos, se muestra en el diálogo la deformación combinada de mayor valor absoluto, mayorada por el coeficiente correspondiente a cada hipótesis de carga. Además se indica en que combinación de hipótesis se produce dicho valor máximo de la deformación. El

RESULTADOS

diálogo muestra asimismo la deformación de menor valor absoluto y la combinación de hipótesis que la produce.

En la parte inferior del diálogo existe un botón que permite buscar el nudo en el que se produce la deformación máxima (en valor absoluto), para la dirección considerada.

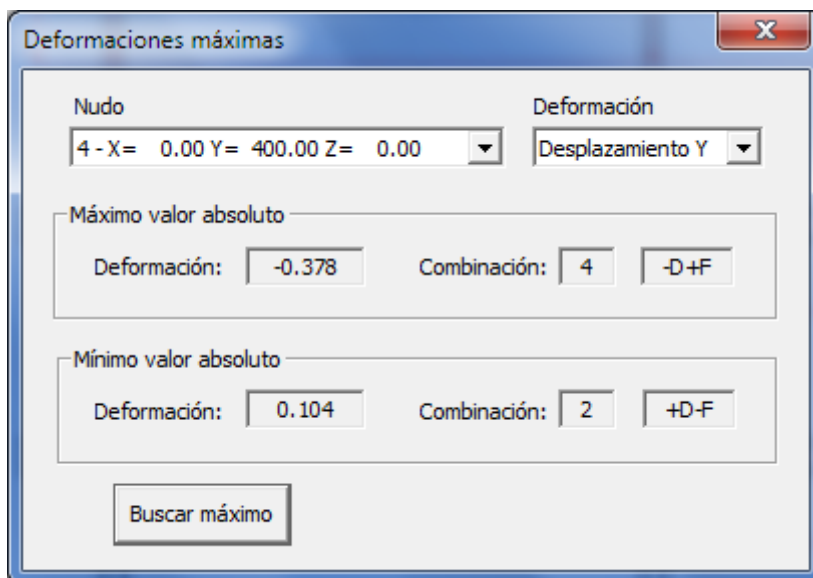


Figura 75. Deformaciones combinadas en los nudos

Redimensionamiento de perfiles

El programa permite efectuar un redimensionamiento de los perfiles de cada una de las barras, con el objetivo de encontrar otros perfiles que cumplan las limitaciones de tensión y deformación.

Para ello se emplea la opción del menú: Resultados / Dimensionar nuevos perfiles. Se muestra un diálogo (Figura 76) que permite efectuar el dimensionamiento, siguiendo para ellos los pasos siguientes:

- Elegir los criterios de dimensionamiento, empleando para ello los botones de que dispone el diálogo en su parte superior.
- Actualizar la lista de nuevos perfiles para cada una de las barras, empleando el botón "Actualizar". El programa determina cuál es el nuevo perfil necesario para cada barra y lo muestra en la lista correspondiente.
- Seleccionar las barras que se desean modificar a los nuevos perfiles. El diálogo dispone de botones que permiten marcar o desmarcar de forma individual las barras que se desean modificar, o bien la totalidad de ellas.

- Aceptar los nuevos perfiles mediante el botón "Modificar barras" situado en la parte inferior del diálogo. El programa modifica las barras que se habían seleccionado. A continuación debe recalcularse la estructura.

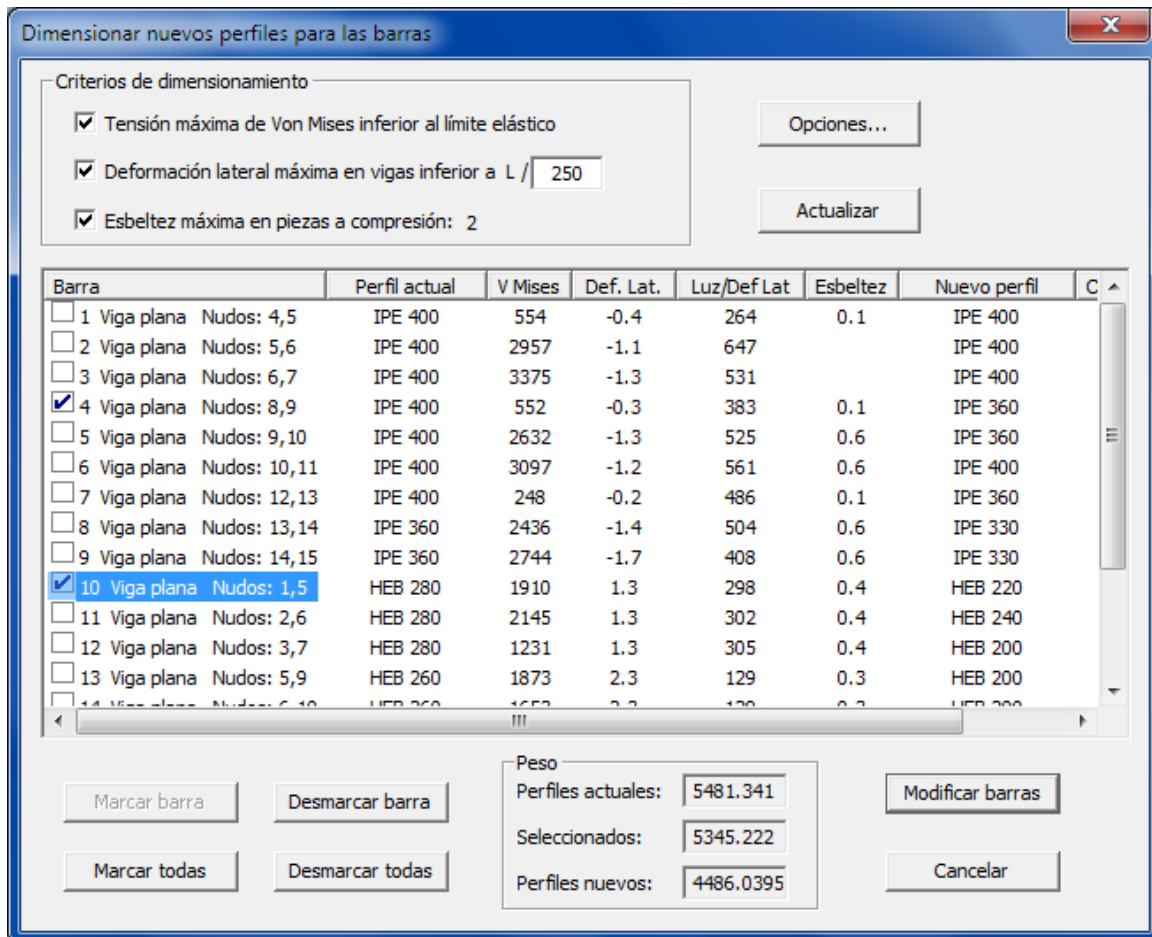


Figura 76. Dimensionamiento de perfiles

Observaciones:

Los valores de las tensiones y deformaciones empleados en el dimensionamiento de perfiles son los valores pésimos obtenidos por combinación de las hipótesis cargas. Por esta razón, para efectuar el dimensionamiento es necesario por lo menos haber definido un grupo de hipótesis de carga. Véase la sección "Obtención de resultados combinados" para la definición de dichos grupos de hipótesis.

El redimensionamiento se efectúa en el sentido de aumentar el tamaño del perfil si las tensiones y/o deformaciones son excesivas y también en el sentido de disminuirlo si las tensiones y/o deformaciones son muy pequeñas. El proceso trata de encontrar el menor perfil que cumple con los criterios de dimensionamiento impuestos.

RESULTADOS

Los nuevos perfiles se determinan siempre dentro de la misma familia de perfiles a que pertenece el perfil original. El programa no cambia de familia de perfiles.

Si en una barra el perfil más grande de la familia no cumple con los criterios de dimensionamiento, el programa adopta dicho perfil máximo, y muestra un texto indicando qué criterios no se cumplen.

La determinación del nuevo perfil se efectúa utilizando los valores actuales de los esfuerzos internos (axial, flector y cortante) los cuales se han calculado con el perfil original de la barra. Al cambiarse el perfil por uno diferente y volverse a calcular de nuevo los esfuerzos, puede ocurrir que el nuevo perfil elegido no sea válido y supere los límites de tensión y deformación. De la misma forma puede ocurrir que el nuevo perfil elegido, una vez recalculados los nuevos esfuerzos sea excesivamente grande. En estructuras hiperestáticas este proceso puede ser oscilante.

El criterio de deformación lateral máxima se aplica sólo a las vigas, entendiéndose por tales a aquellos elementos que forman un ángulo pequeño con la horizontal. El valor de este ángulo es de 10° .

A medida que se seleccionan barras en el diálogo, se muestra el peso de la estructura con los nuevos perfiles. Asimismo se muestran el peso con todos los perfiles iniciales y con todos los nuevos perfiles.

Obtención de resultados mediante el ratón

Es posible obtener los valores de los esfuerzos y de las deformaciones en cualquier punto de la estructura actuando directamente mediante el ratón sobre la vista de la estructura.

Para ello basta con actuar con el botón izquierdo del ratón sobre el punto deseado de la estructura, y se mostrarán en la barra de estado los valores deseados. Estos pueden ser de dos tipos: esfuerzos internos en la barra o deformaciones en el sistema local.

El tipo de información mostrada se controla mediante la opción de menú Opciones/Ver en barra de estado. Si se elige Esfuerzos internos, se mostrará en la barra de estado lo siguiente: número de la barra, distancia del punto seleccionado al origen de la barra, esfuerzos axial y cortante y momento flector. Si se elige Deformaciones locales, se mostrarán el número de la barra, la distancia del punto al origen y las tres deformaciones en el sistema local de la barra.

Impresión y listado de los resultados

Los distintos resultados obtenidos pueden imprimirse, o guardarse en un archivo de disco, para su utilización posterior. Las operaciones permitidas se describen a continuación.

Imprimir la representación gráfica de los resultados

Esta opción imprime en la impresora la representación gráfica de la estructura tal y como se muestra en ese instante en la ventana de dibujo.

Opción de menú: Archivo / Imprimir

Icono de la barra de herramientas: 

Presentación preliminar del dibujo impreso

Esta opción permite mostrar el aspecto que tendría en la impresora la representación gráfica de la estructura mostrada en ese instante en la ventana de dibujo.

Opción de menú: Archivo / Presentación preliminar

Guardar todos los resultados en disco

Esta opción genera un archivo de disco que contiene un listado de todos los datos de la estructura y de todos los resultados del cálculo efectuado. Se trata de un archivo de texto ASCII, que puede ser editado con un programa sencillo de edición, importado a un procesador de textos o listado en una impresora.

Opción de menú: Archivo / Guardar resultados

Icono de la barra de herramientas: 

Control de la visualización

La información que se muestra en la zona de dibujo puede controlarse de forma interactiva. Para ello existen una serie de opciones de menú y de iconos específicos.

Los distintos aspectos que pueden controlarse son:

- Control general de la imagen representada.
- Selección de la hipótesis de carga activa.
- Control de la visualización de los datos que definen la estructura.

Control de la imagen

La imagen de la estructura que se muestra en la zona de dibujo puede controlarse de forma interactiva, mediante una serie de opciones de menú y de iconos específicos. Las distintas operaciones que pueden efectuarse son:

Ampliar la imagen

Aumenta el tamaño de la imagen, consiguiendo un efecto de zoom. La imagen se amplía multiplicando su tamaño por el factor de ampliación de la lupa, que se define en el menú Opciones / Dibujo. Puede efectuarse de dos formas:

- Menú: Dibujar / Imagen / Ampliar
- Rueda del ratón: girar la rueda del ratón hacia adelante a la vez que se mantiene pulsada la tecla Control.


La ampliación se efectúa tomando como punto central de referencia el centro de la imagen.

Reducir la imagen

La imagen se reduce tomando como punto central de referencia el centro de dicha imagen, dividiendo su tamaño por el factor de ampliación de la lupa. Puede efectuarse de dos formas:

- Menú: Dibujar / Imagen / Reducir
- Rueda del ratón: girar la rueda del ratón hacia atrás a la vez que se mantiene pulsada la tecla Control.

Zoom

Permite ampliar una zona del dibujo. Para ello se emplea el icono  de la barra de herramientas. Al seleccionar este icono, el ratón adopta la forma de una lupa. A continuación se sitúa el ratón sobre uno de los vértices de la zona que se desea

ampliar y se actúa sobre su botón izquierdo. Manteniendo el botón izquierdo pulsado se mueve el ratón, con lo que se selecciona la zona del dibujo a ampliar. Al soltar el botón izquierdo del ratón, la imagen muestra sólo la zona seleccionada. También puede efectuarse una sola pulsación con el ratón, con lo que la zona a ampliar se toma alrededor del punto seleccionado.

Deshacer zoom

Permite deshacer la última ampliación del dibujo (zoom) que se efectuó. Puede efectuarse de dos formas:

Menú: Dibujar / Imagen / Deshacer zoom

Icono de la barra de herramientas: 


Centrar la imagen

Dibuja la imagen completa de la estructura de tal forma que ocupe toda la zona de dibujo, centrada en ella. Se eliminan todos los factores de ampliación y reducción anteriores. Puede efectuarse de dos formas:

Menú: Dibujar / Imagen / Centrar

Icono de la barra de herramientas: 

Trasladar la imagen

Permite trasladar la imagen dibujada sobre la pantalla. Para ello se emplea el icono  de la barra de herramientas. Al seleccionar este icono, el ratón adopta una forma similar a él. Pulsando el botón izquierdo del ratón y moviéndolo mientras se mantiene pulsado, se puede trasladar la imagen en la pantalla. Durante la traslación la imagen se representa de forma simplificada: sólo se muestran las barras de la estructura, pero no los demás componentes de la misma.

También puede desplazarse lateralmente la imagen mediante la rueda giratoria del ratón. Girando dicha rueda se desplaza la imagen hacia arriba y abajo. Si además se mantiene pulsada la tecla Mayúscula (⇧) el desplazamiento se produce hacia la izquierda y la derecha.

Copiar la imagen

La imagen dibujada sobre la pantalla puede copiarse al portapapeles de Windows con objeto de poderla utilizar en otras aplicaciones informáticas.

Para ello se emplea la opción de menú Editar / Copiar imagen.

Hipótesis de carga activa

De entre todas las hipótesis de carga definidas, sólo una de ellas está activa en cada instante en el programa. Todos los datos y resultados mostrados en la ventana gráfica del programa son los que corresponden a esta hipótesis activa.

Cuando se efectúa el cálculo de la estructura, se calculan los resultados para todas las hipótesis definidas. La hipótesis activa se emplea únicamente a efectos de mostrar las cargas y los resultados en la interfaz. También se emplea como hipótesis de partida cuando se desea aplicar una fuerza exterior.

La hipótesis activa puede cambiarse en cualquier momento, de dos formas distintas:

- Mediante la opción de menú: Dibujar / Hipótesis activa. Esto activa un diálogo con una lista de todas las hipótesis definidas.
- Mediante la lista desplegable situada en la barra de herramientas, que contiene una lista de todas las hipótesis definidas.

Visualización de los datos

El programa permite controlar de forma interactiva los datos que se muestran en la zona de dibujo, mediante una serie de opciones de menú y de iconos específicos.

Barras y nudos que componen la estructura

Las barras se muestran mediante dos trazos, que corresponden a sus caras superior e inferior, separadas una distancia igual al canto de la barra. Además de las barras se muestran también los nudos en las que éstas se conectan entre sí, con la nomenclatura ya descrita anteriormente.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Barras

Icono: 


Apoyos de la estructura

Los apoyos más comunes se representan en la forma habitual en análisis estructural. Los apoyos menos habituales, que no tienen una representación sencilla, se representan mediante un segmento rojo en la dirección de cada grado de libertad fijo. Los giros Z fijos se representan con un segmento rojo a 45º con la horizontal.

Los grados de libertad apoyados elásticamente se representan mediante un pequeño resorte de color azul en la dirección del grado de libertad. Los giros Z

apoyados elásticamente se representan con un resorte azul situado a 45° con la horizontal.


Opción de menú: Dibujar / Datos / Apoyos

Icono: 

Fuerzas aplicadas sobre los elementos

Las cargas distribuidas y puntuales aplicadas sobre las barras se representan en la forma convencional, para la hipótesis activa. Las cargas térmicas se representan mediante dos líneas de color rojo a lo largo de la barra.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Cargas en barras

Icono: 

Fuerzas aplicadas sobre los nudos

Se representan las fuerzas y los momentos puntuales aplicados sobre los nudos, debidamente escalados, para la hipótesis activa.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Fuerzas nodales

Icono: 

Ejes locales de las barras

Se muestra la orientación del sistema de ejes local de cada barra. Este sistema de ejes local tiene su origen en el nudo inicial de la barra, pero por claridad en la representación gráfica, no se dibuja en dicho punto, sino en la zona central de la barra. El eje X local se representa en rojo y el Y local en verde.

Opción de menú: Dibujar / Ejes locales

Icono: 

Ejes generales de la estructura

Se muestran los ejes generales X, Y de la estructura, situados en el origen de coordenadas.

Opción de menú: Dibujar / Ejes generales

Números de los nudos

Se indica, junto a cada nudo, su número identificador.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Número de nudos

Números de las barras

Se indica, en el centro de cada barra, su número identificador.

CONTROL DE LA VISUALIZACIÓN

Opción de menú: Dibujar / Datos / Números de barras

Valores de las fuerzas

Se muestra el valor numérico de cada carga exterior aplicada. Para las cargas puntuales se indica con su valor absoluto, junto a su representación gráfica. Para las cargas distribuidas se muestra su valor absoluto, en el centro de la viga. Estos valores numéricos sólo se muestran si está seleccionada la opción correspondiente para representar gráficamente las fuerzas.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Valores de fuerzas

Tipos de perfiles

Se indica, en el centro de cada barra, el tipo del perfil estructural que le corresponde.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Tipos de perfiles

Forma de los perfiles

Se dibuja, en el centro de cada barra, la forma de la sección transversal del perfil estructural que le corresponde. Esta sección transversal se representa abatida sobre el plano del dibujo.

Opción de menú: Dibujar / Datos / Forma de los perfiles

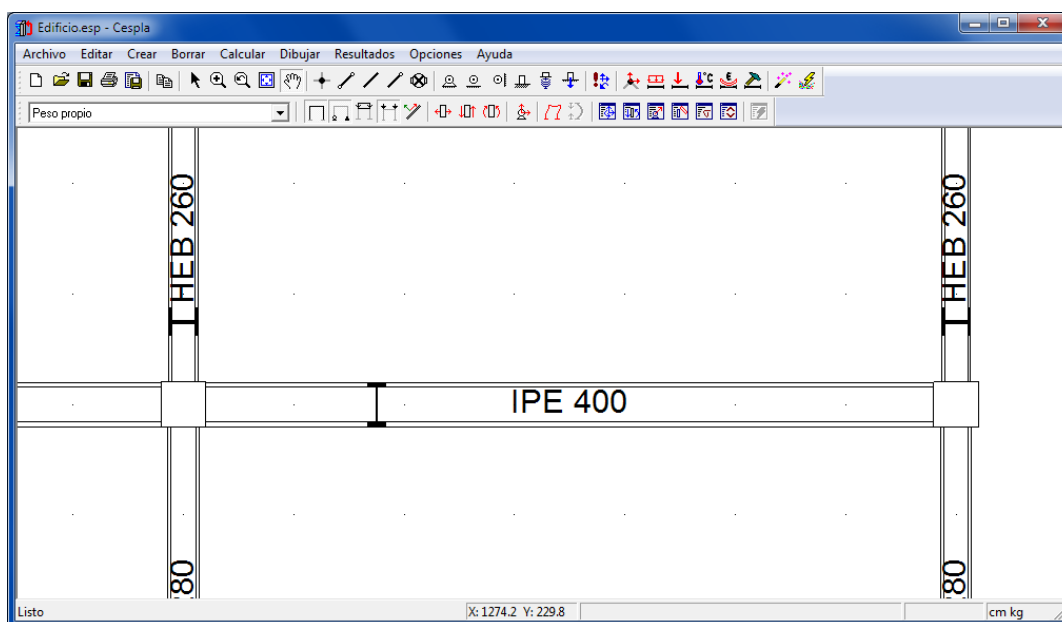


Figura 77. Forma y dimensiones de los perfiles

Opciones

El funcionamiento del programa puede controlarse mediante una serie de opciones generales. Todas ellas se encuentran bajo el menú Opciones, y están agrupadas de la siguiente forma:

Opciones de dibujo: controlan la forma general en la que la estructura se representa en la ventana de dibujo, el escalado de las distintas magnitudes representadas y los colores usados para la representación gráfica.

Opciones de cálculo: controlan determinados parámetros que afectan al proceso de análisis.

Opciones de la malla: controlan la malla de apoyo para la creación de nudos.

Opciones varias, que permiten controlar el tipo de letra empleado, la visibilidad de las distintas barras de herramientas y la barra de estado.

Opciones de dibujo

El proceso de representación gráfica de la estructura puede controlarse mediante una serie de opciones generales, que se definen en un diálogo específico. Para acceder a dichas opciones es necesario emplear el menú: Opciones / Dibujo. Esto activa un diálogo con varias pestañas. La pestaña General contiene los parámetros básicos que se emplean para el dibujo de la estructura:

- Tamaño de la zona de dibujo. Esta zona del diálogo contiene las coordenadas X e Y de los puntos extremos de la zona a representar en la zona de dibujo, en las coordenadas elegidas por el usuario. Modificando estas coordenadas se puede elegir la zona a representar, produciendo el mismo efecto de zoom y traslación que con las herramientas de la barra de herramientas. De hecho, si se utilizan los iconos de la barra de herramientas para efectuar operaciones de zoom y traslación de la imagen, estas coordenadas se ven asimismo modificadas. Al comienzo del programa, estas coordenadas extremas adoptan unos valores por defecto en función de las unidades de longitud empleadas para la estructura. Se recomienda redefinirlas antes de comenzar a crear una estructura, a fin de definir la zona real de trabajo, en particular si los nudos se van a crear mediante el ratón.
- Tamaño de la malla de apoyo. La separación entre los puntos que forman la malla de apoyo empleada para la creación de nudos mediante el ratón, en las unidades elegidas por el usuario. Este tamaño se emplea en las dos direcciones X e Y.

OPCIONES

- Factor de amplificación del zoom. El factor por el que se multiplica o divide el tamaño de la estructura cuando se efectúa una operación de amplificación o reducción de la imagen.
- Grosor de las líneas. Esta opción permite variar el grosor de las líneas usadas para representar la estructura y su deformada. El valor de este grosor se define en las coordenadas empleadas para definir la estructura.
- Mantener la herramienta seleccionada. Esta opción permite que cuando se seleccione una herramienta de la barra de herramientas, ésta quede seleccionada aún después de efectuar la operación. Si esta opción no se selecciona, la herramienta no se mantiene tras efectuar la operación deseada, y el cursor vuelve al modo de defecto (cursor de selección). Esta opción es útil cuando se van a efectuar muchas operaciones similares seguidas.

Escalas

El programa representa las fuerzas, deformaciones y momentos de la estructura sobre el mismo dibujo de la estructura, por lo que es necesario utilizar unas escalas que permitan pasar de las distintas magnitudes citadas a unidades de longitud, de forma que se obtenga una representación gráfica coherente.

Estas escalas se pueden controlar a través de la opción de menú Opciones / Dibujo, la cual activa un diálogo con varias pestañas. La pestaña Escalas muestra las escalas que pueden controlarse desde la interfaz:

- Fuerzas exteriores, esfuerzos axiales y cortantes. Esta escala se define como el valor de la longitud que corresponde a una unidad de fuerza. Sus unidades son L/F . Se emplea para las fuerzas exteriores aplicadas (puntuales o distribuidas), esfuerzos axiales, esfuerzos cortantes y fuerzas de reacción en los apoyos.

Para dibujar las fuerzas distribuidas sobre las barras se emplea el siguiente criterio: en cada extremo de la barra se representa una fuerza de módulo igual a la mitad de la resultante de la fuerza distribuida actuando sobre una barra de longitud igual a la longitud media de las barras de la estructura.

- Momentos flectores. Esta escala se define como la longitud que corresponde a un momento flector de valor unidad. Sus unidades son $L/(L \cdot F)$.
- Deformaciones. Esta escala se define como la longitud que corresponde a una deformación de valor unidad. Sus unidades son L/L . Se utiliza para las deformaciones estáticas y para el modo de pandeo. El inverso de esta escala corresponde al factor por el que se multiplican las deformaciones para representarlas.

Escalas automáticas

Para todas las escalas anteriores es posible emplear un método automático para determinarlas, que permite una representación gráfica adecuada de las distintas magnitudes, sin necesidad de definir la escala por el usuario. Para ello basta con seleccionar las opciones correspondientes del diálogo de escalas. Este método de las escalas automáticas es el que se recomienda usar, salvo para situaciones especiales.

Cuando se elige el método de las escalas automáticas, éstas se determinan de la forma que se indica a continuación.

- Escala de fuerzas, axiales y cortantes. El mayor valor de las fuerzas exteriores, fuerzas de reacción, esfuerzos axiales y esfuerzos cortantes que existe en cualquier hipótesis de carga se escala a una longitud igual al 80% de la barra más larga de la estructura.
- Escala de momentos flectores: El mayor valor del momento flector que existe en cualquier punto de cualquier barra de cualquier hipótesis de carga se escala a una longitud igual al 50% de la barra más larga de la estructura.
- Escala de deformaciones: El mayor valor de la deformación que existe en cualquier punto de cualquier barra de cualquier hipótesis de carga se escala a una longitud igual al 20% de la barra más larga de la estructura.

Escala de momentos puntuales

Los momentos puntuales exteriores aplicados y los momentos de reacción en los empotramientos se representan mediante arcos de circunferencia, siguiendo la representación convencional de los momentos. Para ellos se utiliza una escala fija, que consiste en asignar al máximo momento puntual aplicado sobre la estructura (exterior o de reacción) un ángulo de valor 270° . Los restantes momentos se escalan con relación a dicho ángulo máximo.

Colores

Cada componente de la estructura se representa en la zona de dibujo empleando un color diferente, para facilitar su identificación y la interpretación de los datos y resultados. Es posible modificar los colores utilizados activando el menú Opciones / Dibujo. Esto activa un diálogo con varias pestañas. La pestaña Colores contiene una lista de los distintos colores empleados en la representación gráfica, así como un botón que permite modificarlos.

Opciones de cálculo

El proceso de cálculo puede controlarse mediante una serie de parámetros, que se describen a continuación. Para acceder a dichos parámetros es necesario emplear la opción de menú Opciones / Cálculo. Esto activa un diálogo con dos pestañas que permiten definir los distintos parámetros.

Opciones generales de cálculo

La pestaña General del diálogo Opciones / Cálculo contiene parámetros de tipo general, asociados a los cálculos estático y de estabilidad.

- Número de puntos para el cálculo de esfuerzos: el número de puntos en cada barra donde se calculan los esfuerzos internos.
- Número de puntos para el cálculo de deformadas: el número de puntos en cada elemento donde se calculan las deformaciones. Normalmente es el mismo que para el cálculo de esfuerzos, aunque puede emplearse un valor diferente.
- Tolerancia para pivots nulos. Es el valor mínimo que se permite para un pivot durante la factorización de la matriz de rigidez. Cualquier valor menor se considerará cero, y la matriz de rigidez se considerará no definida positiva, indicando que la estructura es inestable.
- Tolerancia para la convergencia del proceso iterativo en el cálculo de estabilidad global. Si el error relativo en el valor de la carga crítica de estabilidad entre dos iteraciones sucesivas es inferior a esta tolerancia, se considera que el proceso ha convergido.
- Número máximo de iteraciones en el proceso iterativo de cálculo de estabilidad. Si se sobrepasa este número máximo, se detiene el proceso iterativo.

Los valores del número de puntos para cálculo de esfuerzos y deformaciones inciden de gran manera en la cantidad de memoria necesaria por el programa, y en su velocidad de respuesta, por lo que estos parámetros no deben aumentarse hasta valores excesivamente altos.

Opciones para cálculo a pandeo

La pestaña Pandeo del diálogo Opciones / Cálculo permite definir la longitud de pandeo de las barras de la estructura, que es necesaria para el cálculo de tensiones en las barras a compresión.

La longitud de pandeo se define como βL , siendo β un coeficiente que depende de la forma de apoyo de la barra en sus extremos (articulada, empotrada, libre, etc.) y L su longitud geométrica. El programa considera de forma automática las articulaciones en los extremos de las barras y las opciones de este diálogo permiten definir si las barras se consideran con posibilidad de traslación lateral o no. La longitud de pandeo se define por independiente para el pandeo en el plano de la estructura (plano XY) y para el pandeo fuera del plano de la estructura (plano XZ).

La opción elegida se aplica a todas las barras de la estructura, salvo para aquellas en las que se hayan definido valores particulares de los coeficientes β de longitud de pandeo.

Malla de apoyo

La malla de apoyo es una red de puntos espaciados de forma uniforme en el plano de la estructura, que sirven para facilitar la creación de nudos mediante el ratón. Cuando la malla de apoyo está activa, los nudos creados mediante operaciones de selección con el ratón no se sitúan en el punto elegido, sino en el punto de la malla más próximo a él. Esto permite situar los nudos de forma regular, respetando las alineaciones y la perpendicularidad entre ellos.

El control de la malla de apoyo se efectúa mediante dos opciones del menú:

- Para activar el funcionamiento de la malla emplear la opción de menú Opciones / Ajustar a malla.
- Para representar gráficamente los puntos que forman la malla en la zona de dibujo emplear la opción de menú Opciones / Ver malla.

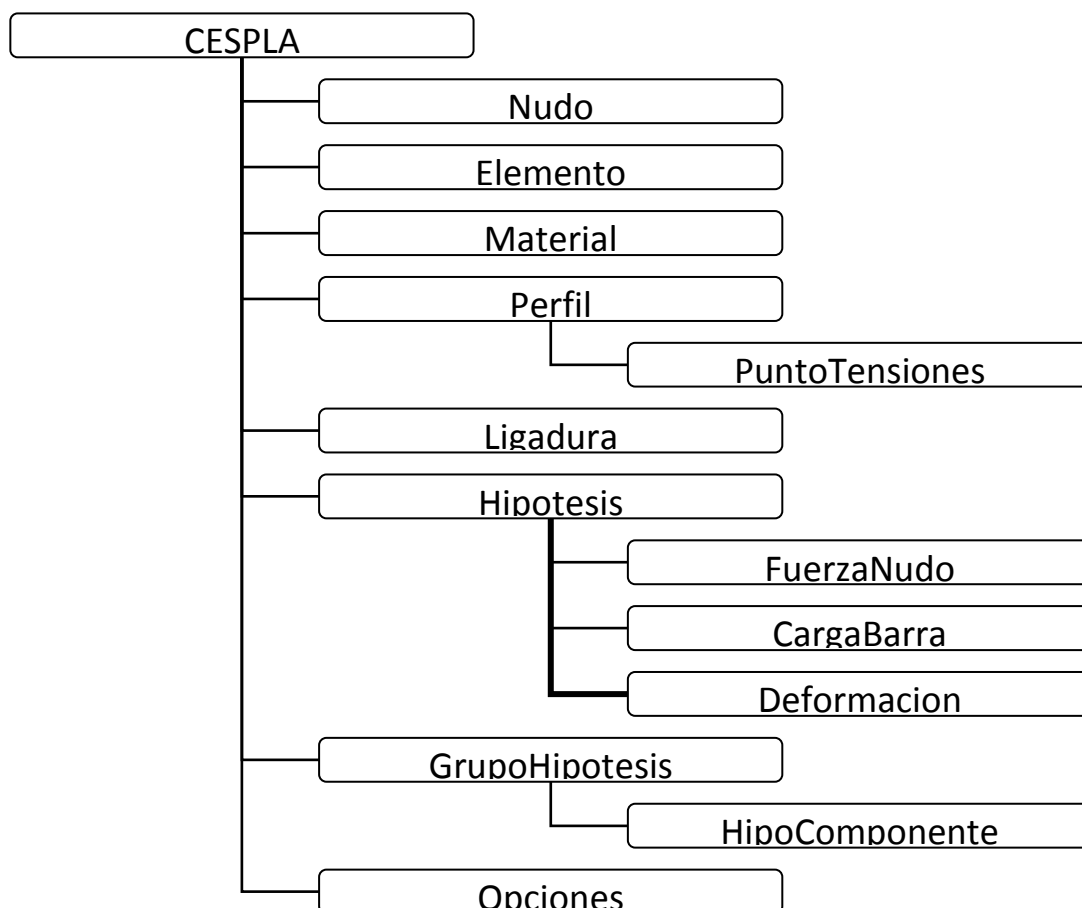
La separación entre los puntos de la malla es la misma en las dos direcciones, y puede cambiarse desde el diálogo de opciones de dibujo.

Formato del documento Cespla

Toda la información sobre una estructura estudiada con Cespla se almacena en un archivo de disco, denominado documento. Se trata de un archivo de texto en formato xml. El contenido de este fichero puede modificarse mediante un editor adecuado para ficheros xml, con lo cual se puede modificar el modelo de la estructura o incluso crearlo por completo.

La información se organiza en este fichero de forma jerárquica, mediante en una serie de elementos, cada uno de los cuales tiene una serie de atributos, así como otros elementos descendientes.

El siguiente gráfico muestra los distintos elementos que puede haber en el fichero y la relación de dependencia entre ellos.



En el archivo sólo puede haber un nodo raíz (CESPLA), pero puede haber cualquier cantidad de los restantes elementos, sin límite alguno. Los elementos pueden aparecer en cualquier orden en el fichero. La única condición que debe cumplirse es que cuando un elemento del archivo haga referencia a otro, el elemento referenciado debe estar situado en el archivo antes que el elemento que lo referencia.

Los nombres de los elementos y de sus atributos son sensibles a las mayúsculas y minúsculas.

En las secciones siguientes se describen los distintos elementos, indicando la dependencia entre unos y otros y sus atributos. Para indicar la naturaleza de estos atributos se emplea la siguiente notación:

Int: valor numérico entero.

Float: valor numérico de punto flotante.

Texto: valor alfabético.

[*n*]: vector de *n* componentes.

Los atributos obligatorios están indicados mediante subrayado.

Elemento raíz del documento

Nombre: CESPLA

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: ninguno.

Nodos hijos: Nudo, Material, Perfil, Elemento, Ligadura, Hipotesis, GrupoHipotesis, Opciones.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Version</u>	Int [3]	Versión del programa cespla que creó el archivo

Elemento Nudo

Se emplea para definir un nudo de la estructura.

Nombre: Nudo

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico del nudo. Cualquier entero positivo.
<u>X</u>	Float	Coordenada X del nudo.

FORMATO DEL DOCUMENTO CESPLA

<u>Y</u>	Float	Coordenada Y del nudo.
<u>Z</u>	Float	Coordenada Z del nudo.

Elemento Elemento

Se emplea para definir un elemento estructural, como una barra o un resorte.

Nombre: Elemento

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Tipo</u>	Texto	Tipo de elemento (Nota 1).
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico del elemento. Cualquier entero positivo.
<u>N1</u>	Int	Identificador del nudo 1 (inicial) del elemento. Deber ser el atributo ID de un elemento de tipo Nudo definido previamente.
<u>N2</u>	Int	Identificador del nudo 2 (final) del elemento. Debe ser el atributo ID de un elemento de tipo Nudo definido previamente (Nota 2).
<u>Perfil</u>	Texto	Código del perfil asociado al elemento estructural. Debe corresponder con el atributo Codigo de un elemento Perfil definido previamente, o con el atributo Codigo de un perfil estructural normalizado (Nota 2).
<u>Material</u>	Texto	Código (atributo Codigo) del material asociado al elemento estructural (Nota 2).
EnergiaCortante	Int	Indica si se debe considerar la energía del esfuerzo cortante (=1) o no (=0) (Nota 3).
OrientacionPerfil	Int	Indica si la orientación del perfil es la de máxima inercia en el plano de la estructura (=0) o la de mínima inercia (=1) (Nota 3).
Balasto	Float	Coefficiente de balasto de la viga, sólo necesario para elementos de tipo VI2ELAS

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

Rigidez	Float	Rigidez al giro, sólo necesario para elementos de tipo REGZ.
BetaPropio	Int	Indica si esta barra utiliza un valor propio del coeficiente β de pandeo (=1), o no (=0).
BetaXY	Float	Coeficiente de pandeo de esta barra para el pandeo en su plano XY local, que coincide con el plano de la estructura. El valor de defecto es 1 (Nota 4).
BetaXZ	Float	Idem en el plano XZ local de la barra, que es plano perpendicular al plano de la estructura. El valor de defecto es 1 (Nota 4).
OrdenGDL1	Int [6]	Orden de los grados de libertad de la barra en los grados de libertad del nudo 1, empezando por 0. Sólo el tercer valor es significativo en cespla, y corresponde al orden del giro Z de la barra en los giros Z del nudo. Este atributo sólo es necesario si alguno de los 6 valores es distinto de 0.
OrdenGDL2	Int [6]	Idem para el nudo 2.

Notas:

(1) El tipo de elemento puede ser:

VI2AA	Viga articulada en ambos extremos
VI2EE	Viga empotrada en ambos extremos
VI2EA	Viga empotrada – articulada
VI2ELAS	Viga en fundación elástica, biempotrada
REGZ	Resorte al giro en dirección Z

(2) No es necesario para elementos del tipo RIGZ.

(3) Si este atributo no existe, se toma por defecto el valor 0.

(4) Este atributo sólo es necesario si se especifica el atributo BetaPropio=1.

Elemento Material

Se emplea para definir un material especial definido por el usuario.

Nombre: Material

Valor asociado: ninguno.

FORMATO DEL DOCUMENTO CESPLA

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Codigo</u>	Texto	Código identificador único del material.
<u>Nombre</u>	Texto	Nombre del material.
<u>E</u>	Float	Módulo de elasticidad del material.
<u>G</u>	Float	Módulo de cortadura del material.
<u>Alfa</u>	Float	Coeficiente de dilatación lineal del material.
<u>PesoEspecifico</u>	Float	Peso por unidad de volumen del material.
<u>LimiteElastico</u>	Float	Límite elástico del material.
<u>TipoCT</u>	Int	Tipo de material según el CTE (235, 275, 355, 450).

Elemento Perfil

Se emplea para definir un perfil especial creado por el usuario.

Nombre: Perfil

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: PuntoTension.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Nombre</u>	Texto	Nombre del perfil.
<u>Codigo</u>	Texto	Código único que identifica el perfil entre todos los demás perfiles, incluyendo los perfiles normalizados.
<u>Area</u>	Float	Área de la sección transversal del perfil.
<u>Ix</u>	Float	Módulo de torsión de la sección respecto al eje X local.
<u>Iy</u>	Float	Momento de inercia de la sección respecto al eje Y local.
<u>Iz</u>	Float	Momento de inercia de la sección respecto al

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

		eje Z local.
<u>AcortY</u>	Float	Área a cortadura para cortantes según el eje local Y.
<u>AcortZ</u>	Float	Área a cortadura para cortantes según el eje local Z.
<u>TipoSeccion</u>	Int	Código numérico que indica el tipo de sección para el cálculo de tensiones. Los valores permitidos son: 1: perfiles en forma de I, 2: perfiles en forma de C, 3: tubos de 4 lados y 4: tubos redondos.
<u>TipoSeccionPandeoCT</u>	Int	Código numérico que indica el tipo de sección para el cálculo del coeficiente de reducción por pandeo en el CTE, según tabla 6.2 del documento SE-A. Sus valores pueden ser:-1: no considerar el pandeo, 0: perfiles laminados en forma de I, 1: perfiles armados en I, 2: agrupación de perfiles laminados soldados, 3: tubos laminados en caliente, 4: tubos conformados en frío, 5: perfiles armados en cajón, 6: perfiles en UPN, T, chapa y redondo macizo, y 7 perfiles en L.

Elemento PuntoTension

Se emplea para definir un punto de cálculo de tensiones dentro de perfil especial definido por el usuario.

Nombre: PuntoTension

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: Perfil.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Y</u>	Float	Coordenada local Y del punto de cálculo de tensión.
<u>AnchoZ</u>	Float	Anchura del perfil en la dirección Z en el punto

FORMATO DEL DOCUMENTO CESPLA

		de cálculo de tensiones.
<u>EstatZ</u>	Float	Momento estático de la parte de perfil comprendida entre el punto de cálculo de tensión y el exterior de la sección, respecto al eje Z.

Elemento Ligadura

Se emplea para definir una condición de ligadura de la estructura.

Nombre: Ligadura

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico de la ligadura. Cualquier entero positivo.
<u>Nudo</u>	Int	Identificador del nudo donde está aplicada la ligadura (atributo ID de Nudo).
DXFIJO		Indica que el desplazamiento X está impedido.
DYFIJO		Indica que el desplazamiento Y está impedido.
GZFIJO		Indica que la rotación Z está impedida.
DXELAS	Float	Indica que el desplazamiento X está apoyado elásticamente, con una rigidez dada por el valor del atributo.
DYELAS	Float	Idem para el desplazamiento Y.
GZELAS	Float	Idem para la rotación Z.
GZORDEN	Int	Orden del grado de libertad de rotación Z sobre el que está aplicada la condición de ligadura (GZFIJO o GZELAS).

Elemento Hipótesis

Se emplea para definir una hipótesis de cargas.

Nombre: Hipótesis

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del archivo.

Nodos hijos: FuerzaNudo, CargaBarra, Deformacion.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico de la hipótesis. Cualquier entero positivo.
<u>Nombre</u>	Texto	Nombre de la hipótesis de cargas.
EnEnvolvente	Int	Indica si la hipótesis se debe incluir en la envolvente de esfuerzos (=1) o no (=0).

Elemento FuerzaNudo

Se emplea para definir una fuerza puntual aplicada sobre un nudo.

Nombre: FuerzaNudo

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: Hipotesis.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico de la fuerza. Cualquier entero positivo.
<u>Nudo</u>	Int	Identificador del nudo donde está aplicada la fuerza (atributo ID de Nudo).
FX	Float	Valor de la fuerza aplicada en la dirección X general.
FY	Float	Valor de la fuerza aplicada en la dirección Y general.
MZ	Float	Valor del momento Z aplicado.
OrdenMZ	Int	Número del grado de libertad de rotación Z del nudo sobre el que se aplica el momento exterior.

Elemento CargaBarra

Se emplea para definir una carga aplicada sobre un elemento de la estructura.

Nombre: CargaBarra

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: Hipotesis.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico de la carga. Cualquier entero positivo.
<u>Elemento</u>	Int	Identificador del elemento donde está aplicada la carga (atributo ID de un nodo de tipo Elemento).
<u>Tipo</u>	Texto	Tipo de carga aplicada (Nota 1).
Dir	Texto	Dirección de la carga aplicada (Nota 2).
q	Float	Valor de la carga distribuida uniforme en toda la viga.
q1	Float	Valor de la carga distribuida en el nudo 1.
q2	Float	Valor de la carga distribuida en el nudo 2.
F	Float	Valor de la fuerza puntual aplicada.
M	Float	Valor del momento puntual aplicado.
D	Float	Distancia de la fuerza puntual o del momento puntual al nudo 1 de la viga.
Tm	Float	Temperatura media.
Tgy	Float	Temperatura gradiente en la dirección Y local de la viga.
P01 ... P06	Float [6]	Parámetros que definen la carga, para cargas tipo ERR y PRET (Notas 3 y 4).

Notas:

- (1) Los distintos valores que puede adoptar el atributo Tipo se muestran en la tabla siguiente. Para cada tipo de carga se indica qué atributos son necesarios:

CÁLCULO DE ESTRUCTURAS CON CESPLA 7

Tipo	Descripción	Atributos necesarios
UNI	Carga uniforme en toda la viga	Dir, q
TRA	Carga trapecial en toda la viga	Dir, q1, q2
PUN	Carga puntual	Dir, F, D
TER	Carga térmica	Tm, Tgy
ERR	Error de forma en la viga	P01 ... P06 (Notas 3 y 4)
PRET	Fuerzas de pretensión sobre una viga o resorte al giro.	P01 ... P06 (Notas 3 y 4)
MOM	Momento puntual en dirección Z aplicado sobre una viga.	M, D

(2) La dirección la carga puede ser:

XG	Carga en la dirección del eje X general
YG	Carga en la dirección del eje Y general
XL	Carga en la dirección del eje X local del elemento
YL	Carga en la dirección del eje Y local del elemento

(3) Para cargas de tipo PRET, los parámetros P01 a P06 definen los valores de las fuerzas y momentos de pretensión (esfuerzos de montaje) aplicados sobre el elemento. Deben darse tantos esfuerzos como grados de libertad tenga el elemento, y en el orden de dichos grados de libertad. Deben estar expresados en su sistema local y constituir un sistema en equilibrio. En función del tipo de elemento, la cantidad y la naturaleza de los valores que deben definirse es:

Tipo	Cantidad	Esfuerzos a definir
VI2AA	4	$\begin{bmatrix} P_{1X} & P_{1Y} & P_{2X} & P_{2Y} \end{bmatrix}$
VI2EE	6	$\begin{bmatrix} P_{1X} & P_{1Y} & M_1 & P_{2X} & P_{2Y} & M_2 \end{bmatrix}$
VI2EA	5	$\begin{bmatrix} P_{1X} & P_{1Y} & M_1 & P_{2X} & P_{2Y} \end{bmatrix}$
REGZ	2	$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \end{bmatrix}$

(4) Para fuerzas de tipo ERR, los parámetros P01 a P06 definen los valores de los errores de la forma del elemento en sus extremos. Estos errores se definen como la diferencia entre la geometría del elemento en su estado natural (descargado) menos la geometría del elemento en su situación de

FORMATO DEL DOCUMENTO CESPLA

montaje. Deben darse tantos valores del error como grados de libertad tenga el elemento, y en el orden de dichos grados de libertad. Deben estar expresados en el sistema local del elemento. En función del tipo de elemento, la cantidad y la naturaleza de los valores que deben definirse es:

Tipo	Cantidad	Errores a definir
VI2AA	4	$\begin{bmatrix} \delta_{1X} & \delta_{1Y} & \delta_{2X} & \delta_{2Y} \end{bmatrix}$
VI2EE	6	$\begin{bmatrix} \delta_{1X} & \delta_{1Y} & \theta_1 & \delta_{2X} & \delta_{2Y} & \theta_2 \end{bmatrix}$
VI2EA	5	$\begin{bmatrix} \delta_{1X} & \delta_{1Y} & \theta_1 & \delta_{2X} & \delta_{2Y} \end{bmatrix}$
REGZ	2	$\begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}$

(5) Los elementos de tipo VI2ELAS sólo permiten cargas de tipo UNI.

(6) Los elementos de tipo REGZ sólo permiten cargas de tipo PRET o ERR.

Elemento Deformación

Se emplea para imponer una deformación de valor conocido sobre un nudo en el que ya hay aplicada una condición de ligadura.

Nombre: Deformacion

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: Hipotesis.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>ID</u>	Int	Identificador numérico de la deformación impuesta. Cualquier entero positivo.
<u>Ligadura</u>	Int	Identificador de la ligadura donde se impone la deformación (Atributo ID de un elemento tipo Ligadura).
<u>GDL</u>	Texto	Identificación del grado de libertad donde se impone la deformación (Nota 1).
<u>Valor</u>	Float	Valor de la deformación impuesta, en la dirección de los ejes generales.

Notas:

- (1) Los valores del atributo GDL pueden ser: DX: desplazamiento en dirección X, DY: desplazamiento en dirección Y y GZ: giro Z.

Elemento GrupoHipotesis

Se emplea para definir un grupo de hipótesis de cargas que son mutuamente excluyentes a efectos de combinación de resultados.

Nombre: GrupoHipotesis
 Valor asociado: ninguno.
 Nodo padre: nodo raíz del archivo.
 Nodos hijos: HipoComponente.
 Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Nombre</u>	Texto	El nombre del grupo de hipótesis
<u>GamaDesfResist</u>	Float	Coeficiente de mayoración de este grupo de hipótesis para el caso desfavorable, en la comprobación de resistencia.
<u>GamaFavoResist</u>	Float	Idem para el caso favorable
<u>Activo</u>	Int	Indica si este grupo de hipótesis de carga está activo en las comprobaciones (=1) o no (=0).

Elemento HipoComponente

Se emplea para definir una hipótesis de cargas que es componente de un grupo de hipótesis de cargas.

Nombre: HipoComponente
 Valor asociado: Identificador numérico de la hipótesis que es componente del grupo. Debe coincidir con el atributo ID de un elemento Hipotesis definido previamente.
 Nodo padre: GrupoHipotesis.
 Nodos hijos: ninguno.
 Atributos: ninguno.

Elemento Opciones

Se emplea para definir información general sobre el modelo.

Nombre: Opciones
 Valor asociado: ninguno.
 Nodo padre: nodo raíz del documento.
 Nodos hijos: ninguno.
 Atributos:

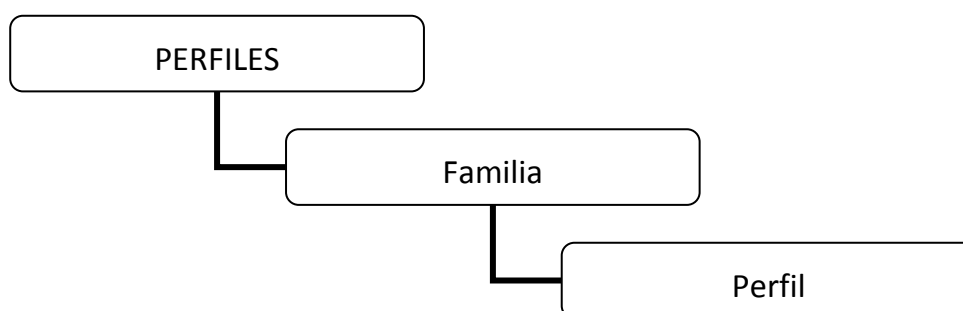
Nombre	Tipo	Descripción
NumPuntosCalcuEsfu	Int	Número de puntos en cada barra en los que se calculan los esfuerzos interiores.
NumPuntosCalcuDefor	Int	Número de puntos en cada barra en los que se calculan las deformaciones.
<u>UnidadesL</u>	Texto	Unidades de longitud: cm, m, mm.
<u>UnidadesF</u>	Texto	Unidades de fuerza: kg, N, Tm.
PerfilDefecto	Texto	Código del perfil estructural que se usará por defecto cuando se cree una nueva barra. Debe corresponder con el atributo Codigo de un perfil ya definido, o de un perfil normalizado.
MaterialDefecto	Texto	Código del material que se usará por defecto cuando se cree una nueva barra. Debe corresponder con el atributo Codigo de un material ya definido, o de un material normalizado.

Definición de perfiles normalizados

Cespla tienen predefinidos la mayor parte de los perfiles estructurales normalizados de acero usados en la construcción. Toda la información relativa a los perfiles normalizados está contenida en un archivo de disco, que se lee por el programa al comienzo de cada ejecución. Este archivo de definición de perfiles está situado en el mismo directorio donde está situado el programa ejecutable y su nombre es perfiles.xml.

El contenido de este fichero puede modificarse, para ampliarlo a otros perfiles similares. Está concebido para la definición de perfiles con forma de I, de U o de tubo rectangular o circular.

Se trata de un fichero de texto en formato xml, que puede por lo tanto ser editado mediante un editor adecuado a este formato. La información se organiza de forma jerárquica en una serie de elementos, según el esquema de la figura siguiente.



A continuación se describen los distintos elementos, indicando sus atributos. Para indicar la naturaleza de estos atributos se emplea la siguiente notación:

Int: valor numérico entero.

Float: valor numérico de punto flotante.

Texto: valor alfabético.

[*n*]: vector de *n* componentes.

Los atributos obligatorios están indicados mediante subrayado.

Elemento raíz

Nombre:	PERFILES
Valor asociado:	ninguno.
Nodo padre:	ninguno.
Nodos hijos:	Familia.

DEFINICIÓN DE PERFILES NORMALIZADOS

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>UnidadesL</u>	Texto	Unidades de la información contenida en el archivo. Puede valer: cm o m.

Elemento Familia

Este elemento se emplea para definir una familia de perfiles semejantes, aunque con diferentes dimensiones.

Nombre: Familia

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: nodo raíz del documento.

Nodos hijos: Perfil.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Nombre</u>	Texto	Nombre de la familia de perfiles
<u>TipoSeccion</u>	Int	Código numérico que indica el tipo de sección para el cálculo de tensiones. Los valores permitidos son: 1: perfiles en forma de I, 2: perfiles en forma de C, 3: tubos de 4 lados y 4: tubos redondos.
<u>TipoSeccionPandeoCT</u>	Int	Código numérico que indica el tipo de sección para el cálculo del coeficiente de reducción por pandeo en el CTE, según tabla 6.2 de SE-A. Sus valores pueden ser: -1: no considerar el pandeo, 0: perfiles laminados en forma de I, 1: perfiles armados en I, 2: agrupación de perfiles laminados soldados, 3: tubos laminados en caliente, 4: tubos conformados en frío, 5: perfiles armados en cajón, 6: perfiles en U, T, chapa y redondo macizo, y 7 perfiles en L.
<u>Activo</u>	Int	1: familia activa, 0: familia no activa (se ignora).

Elemento Perfil

Este elemento se emplea para definir un perfil estructural particular.

Nombre: Perfil

Valor asociado: ninguno.

Nodo padre: Familia.

Nodos hijos: ninguno.

Atributos:

Nombre	Tipo	Descripción
<u>Nombre</u>	Texto	Nombre del perfil.
<u>Codigo</u>	Texto	Código único que identifica el perfil entre todos los demás de todas las familias.
<u>Area</u>	Float	Área de la sección transversal del perfil.
<u>I_x</u>	Float	Módulo de torsión de la sección respecto al eje X local.
<u>I_y</u>	Float	Momento de inercia de la sección respecto al eje Y local.
<u>I_z</u>	Float	Momento de inercia de la sección respecto al eje Z local.
<u>AcortY</u>	Float	Área a cortadura para cortantes según el eje local Y.
<u>AcortZ</u>	Float	Área a cortadura para cortantes según el eje local Z.
<u>h</u>	Float	Canto del perfil en la dirección Y local.
<u>b</u>	Float	Ancho del perfil, en la dirección Z local.
<u>tw</u>	Float	Espesor del alma.
<u>tf</u>	Float	Espesor del ala.
<u>p</u>	Float	Parámetro que depende del tipo de perfil. Para perfiles en I este valor se ignora. Para perfiles en U define la posición del centro de gravedad respecto de la cara exterior del alma. Para tubos huecos representa el radio de curvatura de las esquinas.