

UNIVERSIDAD DE NAVARRA  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS**  
SAN SEBASTIÁN



**IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA  
TELEOPERADO CON REFLEXIÓN DE  
FUERZA DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD**

**M E M O R I A**

que para optar al Grado de Doctor Ingeniero Industrial  
presenta

**EMILIO JOSÉ SÁNCHEZ TAPIA**

San Sebastián, diciembre de 2002

Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra

ISBN 978-84-8081-321-1

# ***AGRADECIMIENTOS***

---

El principio del final del camino... o por lo menos eso es lo que la gente piensa o dice cuando se comienza a escribir los agradecimientos. Sí, estoy de acuerdo que cronológicamente será la última parte que se escribe de la tesis, pero no con ello la menos importante. Es más, puede que incluso sea una de las partes más importantes o, por lo menos, la primera que se suele leer.

Antes de comenzar con los agradecimientos, me gustaría comentar que la realización de una tesis es un proceso largo de trabajo, en el cual intervienen muchísimas personas. A todas ellas me gustaría dedicarles una especial atención en este apartado: a mi familia, mis directores de tesis, mis compañeros de trabajo, al personal de limpieza y mantenimiento, secretaría, mis amigos...

Sin embargo por motivos de espacio y omisión involuntaria mía, no podré mencionar a todos los que os merecéis mi más sincero agradecimiento. A estas personas les pido perdón.

Mis agradecimientos los comienzo dándoselos a la gente que más la lata he dado y cuando se refiere a dar la lata soy 'el *number one*' dándosela a mis directores de tesis: Alejo Avello y Ángel Rubio. Podría contar de ellos muchas historias tuyas que han influido positivamente en mi vida personal y más en concreto en mi formación profesional. De Alejo recuerdo la primera vez que nos conocimos, yo estaba en primero de carrera. Entonces no me imaginaba la ayuda que me iba a dedicar a lo largo de todos estos años. Creo que Ángel también recordará cuándo yo estaba comenzando a 'gatear' en el mundo de la teleoperación con mi proyecto final de carrera y él me cogió de la mano. Todavía hoy me sorprende sus conocimientos de teleoperación y Álgebra.

Tampoco podría olvidarme de Jose Luis Olazagoitia que, junto con Ángel, comenzaron a allanarme el camino de mi tesis con las suyas propias.

Esta tesis no habría sido posible sin la ayuda económica de Iberdrola y técnica de Equipos Nucleares (ENSA) y de la Universidad de Cantabria. Sé que detrás de cada una de estas instituciones ha habido un gran equipo humano que ha colaborado intensamente para que esto salga adelante. A estas personas

anónimas quiero agradecer toda su ayuda. Pero pienso que un agradecimiento así es un poco ‘impersonal’, por ello quiero citar a tres personas a las que sí conozco en representación del resto. Así doy también las gracias a Jesús Gómez de Santamaría (Iberdrola), a Fernando Linares (ENSA) y a Mario Aldea Rivas (Universidad de Cantabria).

Por otra parte, estaría muy mal que me olvidara de mis compañeros del laboratorio de toda la vida: Joan Savall, Jaime Rubí y Jorge Juan Gil. No me equivoco si digo que ellos han vivido conmigo el día a día del desarrollo de la tesis, desde el principio al final. Joan, lamento decirte que ‘el sol de aquí luce como la luna de allí’. Jaime, ‘be inspired’. Jorge, el vaso ¿está medio lleno o medio vacío?

También quiero agradecer a Iñaki Aliaga ya que en sus charlas sobre su proyecto final de carrera encontré la inspiración que necesitaba para poder luchar a brazo partido con mis ensayos y diagramas de bodr... Bode. Altamira Anda, Luis Matey y Aiert Amundarain me echaron ‘algún que otro cable’ con los temas de visión esteroscópica. A Javi Martín debo agradecer su colaboración en los modelos de Malibú que han dado un poco de vidilla a alguna página de la tesis. Gracias a Asier Ibeas que me aportó en numerosas ocasiones la visión teórica y rigor que a mí me falta.

También recuerdo gente que no me ha ayudado tan directamente en la tesis pero sí que me han colaborado conmigo en otros proyectos descargándome de trabajo, dejándome así más tiempo para la tesis. Por eso no me olvido de ti, Diego Borro, la voz de mi conciencia este verano, experto en ‘zócalos’ y no digamos en cálculos de colisiones. ¿Qué iba yo a haber hecho sin la ayuda de Eduardo Gómez? Sencillamente, trabajar como un condenado en galeras para sacar adelante la práctica de la asignatura de Control y Programación de Robots.

No quiero dejar de citar todas las personas que han trabajado o trabajan en el laboratorio de robótica durante los años que he estado con la tesis: Leoncio Briones, Paul Bustamante, Ramón Echarri, Mikel Lorente, Mikel Lumbreras, Eva Terrón, Manuel Turiel, Koen Cuppens, Jan Van Vespén, Pablo Valencia, Claudio García, Gorka Zorzano, Raúl Lara, Dorleta Otaduy, Ana Sancho, Dimas Paris, Ainhoa Cortés, Nuria Merino, y las nuevas incorporaciones José Carballo y Nahia del Valle.

No puedo olvidarme de mi jefe Jordi Viñolas, de trato amable y comprensivo y ni tampoco del resto de compañeros del departamento: Juanto, Nere, Fernando, Imanol, Javier, David, Aitor, Juanmi, Ignacio, Alberto, Miguel, Patricia, Luis, Jon, Aritz, Emeterio, Javis, Jon, Iñigo, Alfon, Juan Martín, Marijo, Amaya, Silvia, Maria, Pilar, Ana, Leire, Mikel, Xabier, Oscar, Roberto, Iker, Ángel, Sergio, Txema, Isaías...

Manolo, de ti tampoco me olvido. Si no llega a ser por las castañas del fuego que me has sacado repetidas veces, hubiera tenido que escribir la tesis a

mano. Ni de ti tampoco Jose Luis, admito que te he dado la paliza muchas veces pidiéndote cosas.

Sí, me diréis que estoy loco, pues tenéis razón. Ya lo dice mi madre que hay veces que hablo de las personas como si fueran robots y de los robots como si fueran personas, como va a ser este el caso. No podría concluir mis agradecimientos sin citar a los dos robots que han dejado una huella en mi vida: Stewart y Maliba. Sin ellos no sé qué es lo que hubiera hecho como tesis (seguramente que alguna otra cosilla pero ya no sería lo mismo ¿no?).

Finalmente, y con ello digo los más importantes para mí, quiero dedicar unas líneas a mi padre, que es el que realmente se llama Emilio, a mi madre María Basilia y a mi hermano Jairo. Ellos son los que más han sufrido mi tesis.

Al agradecido, más de lo pedido,  
y al desagradecido, ni un comino.



# ÍNDICE

---

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>I</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>SÍMBOLOS Y NOTACIÓN .....</b>	<b>XIV</b>
FUERZA/PAR .....	XIV
POSICIÓN/ORIENTACIÓN.....	XVI
SISTEMAS DE REFERENCIA Y MATRICES DE ROTACIÓN .....	XVIII
REPRESENTACIÓN DE ORIENTACIONES .....	XIX
CINEMÁTICA Y MATRICES JACOBIANAS.....	XIX
ANALOGÍAS ELÉCTRICAS .....	XXI
IMPEDANCIAS.....	XXI
PARÁMETROS DE LAS IMPEDANCIAS VIRTUALES .....	XXII
PARÁMETROS DE LA DINÁMICA REAL.....	XXIII
CONTROLADOR DE POSICIÓN PD.....	XXIII
DETECCIÓN DEL CONTACTO .....	XXIV
<b>RESUMEN .....</b>	<b>XXV</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XXVII</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 LA TELEOPERACIÓN .....	1
1.2 CONCEPTOS.....	2
1.3 INTERFAZ VISUAL DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN .....	3
1.4 TELEMANIPULADORES ROBÓTICOS.....	4
1.5 EL CONTROL DE SISTEMAS TELEOPERADOS .....	5
1.6 COMIENZOS DE LA TELEOPERACIÓN .....	6
1.7 APLICACIONES ACTUALES DE LA TELEOPERACIÓN .....	8

1.8	OBJETIVOS DE LA PRESENTE TESIS .....	12
1.9	ESQUEMA DE LA TESIS .....	13
1.10	BIBLIOGRAFÍA .....	13
<b>DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROTOTIPO .....</b>		<b>17</b>
2.1	INTRODUCCIÓN .....	17
2.2	DIAGRAMA DE BLOQUES .....	18
2.3	DESCRIPCIÓN DE LOS MANIPULADORES MAESTRO Y ESCLAVO .....	20
2.3.1	<i>Robot Maestro: la plataforma Stewart</i> .....	20
2.3.2	<i>Robot Esclavo: Maliba</i> .....	23
2.4	EL ORDENADOR DE CONTROL .....	25
2.5	COMUNICACIONES CON LA ZONA REMOTA .....	26
2.5.1	<i>Sintaxis de un mensaje</i> .....	28
2.5.2	<i>Información intercambiada entre el PC de control maestro y el PC intermedio</i> .....	31
2.5.2.1	Datos que comunica el PC maestro al PC intermedio .....	31
2.5.2.2	Datos que comunica el PC intermedio al PC maestro .....	32
2.6	SENSORES DE FUERZA .....	33
2.7	SISTEMA DE VISIÓN .....	35
2.8	CONCLUSIÓN .....	36
2.9	BIBLIOGRAFÍA .....	37
<b>CINEMÁTICA DEL ROBOT ESCLAVO .....</b>		<b>39</b>
3.1	INTRODUCCIÓN .....	39
3.2	CINEMÁTICA DIRECTA .....	39
3.3	MATRIZ JACOBIANA DE LA TRANSFORMACIÓN .....	43
3.4	CINEMÁTICA INVERSA .....	46
3.4.1	<i>Cálculo del origen de {5}</i> .....	49
3.4.2	<i>Solución para los tres primeros ejes</i> .....	49
3.4.2.1	PRIMERA ARTICULACIÓN .....	49
3.4.2.2	SEGUNDA ARTICULACIÓN .....	51
3.4.2.3	TERCERA ARTICULACIÓN .....	53
3.4.3	<i>Cálculo del eje <math>\hat{z}_4</math></i> .....	54
3.4.4	<i>Solución para los tres últimos ejes</i> .....	56
3.4.4.1	CUARTA ARTICULACIÓN .....	56
3.4.4.2	QUINTA ARTICULACIÓN .....	56
3.4.4.3	SEXTA ARTICULACIÓN .....	57
3.5	CONCLUSIONES .....	57
3.6	BIBLIOGRAFÍA .....	58
<b>ALGORITMO DE CONTROL DE REFLEXIÓN DE FUERZA.....</b>		<b>59</b>
4.1	INTRODUCCIÓN .....	59
4.2	DESCRIPCIÓN GENERAL DEL SISTEMA FUERZA-FUERZA .....	61
4.3	IMPEDANCIAS VIRTUALES .....	64
4.3.1	<i>Rigidez virtual de torsión</i> .....	66
4.3.2	<i>Simplificación de los términos de Coriolis y centrífugos</i> .....	70
4.3.3	<i>Modos de trabajo del controlador</i> .....	74



4.3.4	<i>Reflexión de fuerza</i> .....	76
4.3.5	<i>Controladores de posición</i> .....	76
4.4	PREALIMENTACIONES DE FUERZA .....	77
4.4.1	<i>Prealimentación local de la fuerza medida en el maestro</i> .....	78
4.4.2	<i>Prealimentación de la fuerza medida en el esclavo</i> .....	80
4.5	MODIFICACIÓN ADAPTATIVA DE LAS IMPEDANCIAS VIRTUALES .....	80
4.5.1	<i>Detección del contacto</i> .....	82
4.5.2	<i>Cálculo de la dirección de contacto</i> .....	83
4.5.3	<i>Determinación de los parámetros objetivo de las dinámicas virtuales</i> ....	86
4.5.4	<i>Compensación del peso de la herramienta</i> .....	87
4.5.4.1	Herramientas con simetría de revolución.....	89
4.5.4.2	Herramientas con plano de simetría.....	91
4.5.4.3	Cálculo de la compensación .....	93
4.6	IMPEDANCIA TRANSMITIDA EN EL CONTROLADOR IDEAL .....	94
4.7	CONCLUSIONES .....	95
4.8	REFERENCIAS .....	96
<b>GESTIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO DE LOS ROBOTS.....</b>		<b>99</b>
5.1	INTRODUCCIÓN .....	99
5.2	MUELLES VIRTUALES PARA LA GESTIÓN DE SINGULARIDADES .....	101
5.2.1	<i>Clasificación de las singularidades</i> .....	101
5.2.2	<i>Detección de singularidades: índices de destreza</i> .....	103
5.2.3	<i>Normalización de la matriz jacobiana</i> .....	104
5.2.4	<i>Algoritmo de gestión de singularidades</i> .....	105
5.3	MUELLES VIRTUALES DE LÍMITES DEL ESPACIO DE TRABAJO.....	106
5.4	IMPLEMENTACIÓN DE LAS FUERZAS VIRTUALES DENTRO DEL CONTROLADOR BILATERAL.....	106
5.4.1	<i>Gestión de singularidades</i> .....	109
5.4.2	<i>Gestión de límites del espacio de trabajo</i> .....	117
5.5	CONCLUSIONES .....	119
5.6	BIBLIOGRAFÍA .....	119
<b>ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE TELEOPERACIÓN .....</b>		<b>123</b>
6.1	INTRODUCCIÓN .....	123
6.2	REDES DE 2 PUERTAS .....	124
6.3	PARÁMETROS DE ESTUDIO DEL SISTEMA DE TELEOPERACIÓN.....	125
6.4	RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	126
6.4.1	<i>Ancho de banda en posición de los robots</i> .....	126
6.4.1.1	Robot maestro.....	127
6.4.1.2	Robot esclavo .....	129
6.4.2	<i>Impedancia reflejada en movimiento libre</i> .....	132
6.4.3	<i>Seguimiento en posiciones</i> .....	134
6.4.4	<i>Relación de reflexión de fuerza</i> .....	136
6.4.5	<i>Impedancia máxima transmisible</i> .....	138
6.5	TAREAS REALIZADAS .....	139
6.5.1	<i>Manipulado de objetos</i> .....	140
6.5.2	<i>Taladrado de superficies</i> .....	140

---

6.5.3	<i>Amolado de superficies</i> .....	144
6.6	CONCLUSIONES.....	147
6.7	BIBLIOGRAFÍA .....	148
<b>CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....</b>		<b>151</b>
7.1	CONCLUSIONES.....	151
7.2	MEJORAS Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	154
7.3	BIBLIOGRAFÍA .....	156
<b>CÁLCULO DE LA CINEMÁTICA DE LA PLATAFORMA STEWART .....</b>		<b>157</b>
A.1	CINEMÁTICA INVERSA .....	157
A.2	MATRIZ JACOBIANA DE LA TRANSFORMACIÓN.....	158
A.3	BIBLIOGRAFIA .....	159
<b>CÁLCULO DE LA CINEMÁTICA DIRECTA Y LA MATRIZ JACOBIANA DEL ROBOT MALIBA.....</b>		<b>161</b>
B.1	CINEMÁTICA DIRECTA .....	161
B.2	CÁLCULO DE LA JACOBIANA .....	163
B.3	GRADIENTE DEL JACOBIANO .....	164
<b>REPRESENTACIÓN DE LAS ORIENTACIONES.....</b>		<b>167</b>
C.1	PARAMETRIZACIÓN DE LAS ORIENTACIONES .....	167
C.2	BIBLIOGRAFÍA .....	172
<b>ARTÍCULOS PUBLICADOS .....</b>		<b>173</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

FIGURA 1.1 ESQUEMA SIMPLIFICADO DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN.....	2
FIGURA 1.2 EJEMPLOS DE VISUALIZADORES ESTEREOSCÓPICOS. DE IZQUIERDA A DERECHA: VISOR PARA TÉCNICA DE DOS CAMINOS ÓPTICOS, GAFAS CON FILTRO DE COLORES (ANÁGLIFO), GAFAS CON CRISTALES POLARIZADOS, GAFAS CON OBTURADORES ALTERNATIVOS.....	4
FIGURA 1.3 PRIMER DISPOSITIVO DE TELEOPERACIÓN CON REFLEXIÓN DE FUERZA.....	7
FIGURA 1.4 PRIMER VEHÍCULO SUBMARINO TELEOPERADO. ....	7
FIGURA 1.5 PRIMEROS DESARROLLOS DE SISTEMAS TELEOPERADOS.....	8
FIGURA 1.6 PROYECTO RETINA: EXCAVADORA TELEOPERADA. ....	9
FIGURA 1.7 TELERROBOT PARA LA MANIPULACIÓN Y DESACTIVACIÓN DE EXPLOSIVOS.....	9
FIGURA 1.8 PROTOTIPO ROBTET PARA EL MANTENIMIENTO DE LÍNEAS DE ALTA TENSIÓN.....	10
FIGURA 1.9 SISTEMA DE TELEOPERACIÓN CON REFLEXIÓN DE FUERZA DE AEA. ....	10
FIGURA 1.10 MANIPULADOR DE LA EMPRESA KRAFT TELERBOTICS. ....	10
FIGURA 1.11 OPERACIÓN QUIRÚRGICA TRANSATLÁNTICA REALIZADA CON EL SISTEMA DE TELEOPERACIÓN ZEUS DE COMPUTER MOTION. ....	11
FIGURA 1.12 INTERFACE <i>HÁPTICO</i> EMPLEADO TANTO PARA LA TELEOPERACIÓN COMO PARA LA REALIDAD VIRTUAL DE LA UNIVERSIDAD DE MUNICH. ....	11
FIGURA 2.1 DIAGRAMA GLOBAL DEL PROTOTIPO. ....	19
FIGURA 2.2 PLATAFORMA STEWART TÍPICA.....	20
FIGURA 2.3 OPERARIO MANEJANDO EL ROBOT MAESTRO DEL DISPOSITIVO DE TELEOPERACIÓN. ....	21
FIGURA 2.4 NUMERACIÓN DE LOS PULSADORES DEL JOYSTICK. ....	22
FIGURA 2.5 IZQUIERDA: ESQUEMA CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR MALIBA, DONDE {0} ES EL SISTEMA DE REFERENCIA FIJO Y {M} EL SOLIDARIO CON EL EXTREMO FINAL DEL ROBOT. DERECHA: FOTO DEL MANIPULADOR MALIBA CON SU CONTROLADOR HP-RT.....	23
FIGURA 2.6 CROQUIS DE LAS MEDIDAS PRINCIPALES DE MALIBA.....	24
FIGURA 2.7 JOYSTICK LOCAL DE MALIBA. ....	25
FIGURA 2.8 ESQUEMA DEL CONTROLADOR DE TELEOPERACIÓN SIMPLIFICADO.....	26
FIGURA 2.9 FORMATO DEL MENSAJE QUE VIAJA POR LA LÍNEA SERIE RS-232.....	29
FIGURA 2.10 CONTROL DEL OVERFLOW EN LA CODIFICACIÓN DE NÚMEROS REALES. ....	29
FIGURA 2.11 ALGORITMO DE CODIFICACIÓN DE VARIABLES REALES DE 4 BYTES.....	30

FIGURA 2.12 ALGORITMO DE CÁLCULO DEL <i>CHECKSUM</i> . .....	31
FIGURA 2.13 MENSAJE QUE TRANSMITE EL PC MAESTRO AL INTERMEDIO.....	32
FIGURA 2.14 MENSAJE QUE TRANSMITE EL PC INTERMEDIO AL MAESTRO.....	33
FIGURA 2.15 EVOLUCIÓN DE LAS SEÑALES DEL PROTOCOLO PARALELO DE LOS SENSORES F/T. ....	34
FIGURA 2.16 DIAGRAMA DE CONEXIONADO DE LOS SENSORES DE FUERZA Y PULSADORES DE JOYSTICK CON EL ORDENADOR MAESTRO.....	35
FIGURA 2.17 DISPOSICIÓN EN PLANTA DEL PROTOTIPO. ....	35
FIGURA 2.18 DE IZQUIERDA A DERECHA: CÁMARA CCD DE BLANCO Y NEGRO, GRUPO DE CÁMARAS USADAS PARA EL SISTEMA 3D Y MONITOR DE VISUALIZACIÓN DE IMÁGENES. ....	36
FIGURA 3.1 ESQUEMA CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR MALIBA, DONDE {0} ES EL SISTEMA DE REFERENCIA FIJO Y {6} EL SOLIDARIO CON EL EXTREMO FINAL DEL ROBOT. ....	40
FIGURA 3.2 SISTEMAS DE COORDENADAS AUXILIARES PARA EL CÁLCULO DE LA TRANSFORMACIÓN DE DENAVIT-HARTENBERG. LOS EJES MARCADOS MUESTRAN LAS DIRECCIONES QUE PERMANECEN INVARIABLES EN LAS TRANSFORMACIONES DEL SISTEMA {i-1} AL {i}.....	41
FIGURA 3.3 ANALOGÍA ESTABLECIDA ENTRE EL ROBOT MANIPULADOR Y EL BRAZO HUMANO. ....	46
FIGURA 3.4 EJEMPLOS DE DISTINTAS CONFIGURACIONES QUE PUEDE TOMAR EL ROBOT. ....	47
FIGURA 3.5 ESQUEMA DE COORDENADAS Y PROYECCIONES USADO PARA EL CÁLCULO DE LOS TRES PRIMEROS ÁNGULOS.....	48
FIGURA 3.6 ANÁLISIS GRÁFICO DEL PUNTO $P_5$ PROYECTADO SOBRE EL PLANO $\hat{x}_0\hat{y}_0$ .....	50
FIGURA 3.7 CONFIGURACIONES CINEMÁTICAS POSIBLES EN EL ESTUDIO DEL ÁNGULO DESCRITO POR LA SEGUNDA ARTICULACIÓN.....	52
FIGURA 3.8 SISTEMAS DE REFERENCIA PARA EL CÁLCULO DEL ÁNGULO PARA EL TERCER ACTUADOR. ....	53
FIGURA 3.9 POSICIÓN RELATIVA DE LOS EJES {4} Y {5} EN FUNCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN DE LA MUÑECA. ....	54
FIGURA 3.10 ANÁLISIS SOBRE EL PLANO $\hat{x}_3\hat{y}_3$ PARA EL CÁLCULO DE $\theta_4$ . ....	56
FIGURA 3.11 DEFINICIÓN DEL ÁNGULO DE LA QUINTA ARTICULACIÓN. ....	56
FIGURA 3.12 ÁNGULO PARA LA SEXTA ARTICULACIÓN.....	57
FIGURA 4.1 ESTRUCTURA BÁSICA DEL CONTROLADOR PROPUESTO POR [RUBIO, 1999].....	62
FIGURA 4.2 ALGORITMO DE CONTROL BILATERAL PROPUESTO.....	63
FIGURA 4.3 GENERACIÓN DE LA TRAYECTORIA DE REFERENCIA A PARTIR DE LAS IMPEDANCIAS VIRTUALES.....	66
FIGURA 4.4 COMPARATIVA ENTRE TÉRMINOS INERCIALES Y DE AMORTIGUAMIENTO CON LOS DE CON LOS DE CORIOLIS Y CENTRÍFUGOS.....	72
FIGURA 4.5 DIAGRAMA DE BLOQUES GENÉRICO DE LAS DINÁMICAS DESEADAS $Z_{DM}$ Y $Z_{DS}$ . PARA PARTICULARIZAR PARA CADA ROBOT BASTA CON AÑADIR EL SUBÍNDICE M (PARA EL MAESTRO) Y S (PARA EL ESCLAVO). ....	74
FIGURA 4.6 ESCALADO DE FUERZAS Y PARES.....	76

FIGURA 4.7 CONTROLADOR DE POSICIÓN EN EL ESPACIO ARTICULAR. ....	77
FIGURA 4.8 PREALIMENTACIÓN LOCAL DE FUERZAS PARA UN ROBOT DE 1GDL. ....	79
FIGURA 4.9 PREALIMENTACIÓN DE LA FUERZA APLICADA SOBRE EL ROBOT MAESTRO. ....	80
FIGURA 4.10 ALGORITMO DE DETECCIÓN Y MODIFICACIÓN ADAPTATIVA DE LAS IMPEDANCIAS EN TAREAS DE CONTACTO. ....	81
FIGURA 4.11 SISTEMAS DE REFERENCIA ASOCIADOS A LA FUERZA $\{CHF\}$ Y EL PAR $\{CHT\}$ REGISTRADOS EN EL ROBOT ESCLAVO. ....	84
FIGURA 4.12 ALGORITMO DE COMPENSADO DEL PESO PROPIO DE LA HERRAMIENTA. ....	88
FIGURA 4.13 FASES DEL PROCEDIMIENTO DE COMPENSACIÓN DEL PESO. ....	90
FIGURA 4.14 PROCEDIMIENTO DE COMPENSACIÓN CUANDO LA HERRAMIENTA TIENE SIMETRÍA SEGÚN EL PLANO XOZ. ....	91
FIGURA 4.15 DE IZQUIERDA A DERECHA, HERRAMIENTAS DEL ROBOT ESCLAVO: PINZA, TALADRO Y AMOLADORA. ....	91
FIGURA 4.16 ESQUEMA DE CONTROL IDEAL. ....	94
FIGURA 5.1 ROBOTS MAESTRO Y ESCLAVO DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN DESARROLLADO EN INSTITUTO DE INGENIERÍA DE CONTROL AUTOMÁTICO (UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MUNICH). ....	99
FIGURA 5.2 SISTEMA DE TELEOPERACIÓN RÉPLICA COMERCIALIZADO POR SARCOS ....	100
FIGURA 5.3 SINGULARIDADES EN MECANISMOS SERIE-PARALELO. SE OBSERVA QUE EL MECANISMO SERIE PIERDE UN GDL, MIENTRAS QUE EL PARALELO LO GANA. ....	101
FIGURA 5.4 ESQUEMA DE TELEOPERACIÓN DE LAWRENCE CON LOS BLOQUES DE MUELLES VIRTUALES AÑADIDOS. ....	108
FIGURA 5.5 IMPLEMENTACIÓN DE LOS MUELLES VIRTUALES EN EL ESQUEMA DE TELEOPERACIÓN MOSTRADO EN LA FIGURA 4.2. ....	109
FIGURA 5.6 TIPO DE SINGULARIDADES DEL ROBOT ESCLAVO. ....	110
FIGURA 5.7 DIRECCIÓN Y SENTIDO DE LA FUERZA GENERADA POR LOS MUELLES VIRTUALES QUE ALEJAN AL ROBOT ESCLAVO DE LAS SINGULARIDADES. EN PUNTOS SE MARCA UNA DE LAS CONFIGURACIONES DONDE SE ALCANZA LOS VALORES MÁXIMOS DE LA JACOBIANA. A SU VEZ, ESTA CONFIGURACIÓN SE MUESTRA EN EL GRÁFICO DEL ROBOT DE LA IZQUIERDA. ....	111
FIGURA 5.8 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL VALOR ABSOLUTO DEL JACOBIANO PARA DISTINTOS VALORES DE $\theta_j$ . EL VALOR DEL $DET(J_s)_{min}=+0.18$ SE ENCUENTRA MARCADO CON CURVAS DE NIVEL NEGRAS. ....	112
FIGURA 5.9 SUCESIVAS CONFIGURACIONES DEL ROBOT ESCLAVO EN UNA OPERACIÓN DE LEVANTAMIENTO DE OBJETO. ....	113
FIGURA 5.10 RESPUESTA DEL MUELLE DE LIMITACIÓN DEL JACOBIANO PARA EL ROBOT ESCLAVO. ....	114
FIGURA 5.11 ALGORITMO DE LA POTENCIA INVERSA CON DESPLAZAMIENTO PARA CALCULAR EL NÚMERO DE CONDICIÓN. ....	115
FIGURA 5.12 RESULTADO DEL ENSAYO DEL MUELLE VIRTUAL BASADO EN EL NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA DEL ROBOT MAESTRO. ....	117
FIGURA 5.13 RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA LOS LÍMITES DE CARRERA DE LOS ACTUADORES DEL ROBOT ESCLAVO. ....	118
FIGURA 5.14 RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA LOS LÍMITES DE CARRERA DE LOS ACTUADORES DEL ROBOT MAESTRO. ....	118

FIGURA 6.1 MODELO DE RED DE DOS PUERTAS PARA UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN. DENTRO DE LOS BLOQUES SE MUESTRA EL EQUIVALENTE THEVENIN. ....	124
FIGURA 6.2 CONTROLADOR EN POSICIÓN DEL ROBOT MAESTRO. ....	127
FIGURA 6.3 ANCHO DE BANDA DEL CONTROLADOR DE POSICIÓN DEL ROBOT MAESTRO. ....	128
FIGURA 6.4 CONTROLADOR DE POSICIÓN DEL ROBOT ESCLAVO. ....	129
FIGURA 6.5 ANCHO DE BANDA DEL CONTROLADOR DE POSICIÓN DEL ROBOT ESCLAVO. ....	131
FIGURA 6.6 IMPEDANCIA REFLEJADA POR EL ROBOT MAESTRO CUANDO EL ROBOT ESCLAVO SE MUEVE LIBREMENTE. LA TRAZA AZUL ES LA REFERENCIA MIENTRAS QUE LA ROJA ES LA REAL. ....	134
FIGURA 6.7 SEGUIMIENTO EN POSICIÓN DE AMBOS ROBOTS. ....	136
FIGURA 6.8 REFLEXIÓN DE FUERZA. EN TRAZOS AZULES SE MUESTRAN LOS VALORES EXPERIMENTALES Y EN ROJO EL VALOR TEÓRICO ESPERADO. ....	137
FIGURA 6.9 ASOCIACIÓN DE IMPEDANCIAS QUE SIENTE EL OPERADOR. ....	138
FIGURA 6.10 IMPEDANCIA REFLEJADA EN EL ROBOT MAESTRO. ....	139
FIGURA 6.11 PINZA EMPLEADA. ....	140
FIGURA 6.12 TALADRO NEUMÁTICO COLOCADO EN EL EXTREMO DEL ROBOT ESCLAVO. ....	141
FIGURA 6.13 OPERACIÓN DE TALADRADO FRENTE AL CONTACTO SIMPLE Y <i>PEG-IN-HOLE</i> . ....	141
FIGURA 6.14 GRÁFICAS TEMPORALES DE UN ENSAYO DE TALADRADO SEGÚN EL EJE $\hat{z}_0$ ....	143
FIGURA 6.15 DESGLOSE DE LAS FASES EN LAS OPERACIONES DE TALADRADO. ....	144
FIGURA 6.16 HERRAMIENTA NEUMÁTICA UTILIZADA PARA LAS PRUEBAS DE DESBASTADO. ....	145
FIGURA 6.17 FASES DEL ENSAYO DE PULIDO DE UNA SUPERFICIE. ....	145
FIGURA 6.18 POSICIONES DEL ROBOT ESCLAVO Y FUERZAS REGISTRADAS EN EL ROBOT MAESTRO DURANTE UNA PRUEBA DE AMOLADO. ....	147
FIGURA A.1 SISTEMAS DE REFERENCIA USADOS EN EL CÁLCULO CINEMÁTICO DEL ROBOT MAESTRO. ....	157
FIGURA B.2 SISTEMAS DE REFERENCIA DEFINIDOS PARA EL CÁLCULO DE LA CINEMÁTICA DEL ROBOT ESCLAVO. ....	161

# ÍNDICE DE TABLAS

---

TABLA 1.1 COMPARATIVA ENTRE LOS ROBOTS SERIE Y PARALELOS.....	5
TABLA 2.1 DATOS DIMENSIONALES DE LA PLATAFORMA (IZQUIERDA). RANGO DEL ESPACIO DE TRABAJO CUANDO LOS ACTUADORES PARTEN DEL PUNTO MEDIO DE SU CARRERA (DERECHA).....	21
TABLA 2.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS MOTORES. ....	22
TABLA 2.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS MOTORES DE LAS ARTICULACIONES DE MALIBA. ....	24
TABLA 2.4 TIEMPO DEDICADO A LA TRANSFORMACIÓN INVERSA DE LAS COORDENADAS. ....	27
TABLA 2.5 TIEMPO DEDICADO A LA TRANSFORMACIÓN DIRECTA DE LAS COORDENADAS. ....	27
TABLA 2.6 TIEMPO DEDICADO A LAS DISTINTAS TAREAS DE CONTROL DEL ESCLAVO EN EL HP-RT. ....	27
TABLA 2.7 TANTO POR CIENTO DE LA CPU DEDICADO A LAS COMUNICACIONES POR LA VÍA SERIE EN UN PENTIUM 233 Y EN EL HP-RT. ....	28
TABLA 2.8 ALARMAS CONTEMPLADAS POR EL CONTROLADOR DE MALIBA. ....	33
TABLA 2.9 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LOS SENSORES DE FUERZA. ....	34
TABLA 3.1 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DEL ROBOT MALIBA.....	42
TABLA 4.1 ESTRATEGIA DE ELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS MATRICIALES DE LAS DINÁMICAS DESEADAS PARA LOS DIVERSOS MODOS EN EL DESPLAZAMIENTO DEL ROBOT ESCLAVO. ....	75
TABLA 4.2 CONSTANTES DE LAS IMPEDANCIAS DE LOS ROBOTS EN MOVIMIENTO LIBRE.....	86
TABLA 4.3 BASES EMPLEADAS EN LA DEFINICIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LAS DINÁMICAS VIRTUALES.....	87
TABLA 4.4 VALORES TÍPICOS DE LAS MEDIDAS DE FUERZA Y PAR TOMADOS EN LAS FASES DE CALIBRACIÓN DE LAS DIVERSAS HERRAMIENTAS EMPLEADAS. ....	93
TABLA 4.5 ESTIMACIONES DEL PESO PROPIO Y CENTRO DE GRAVEDAD DE LA PINZA, TALADRO Y AMOLADORA DEL ROBOT ESCLAVO. ....	93
TABLA 6.1. PARÁMETROS DE EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN. ....	126
TABLA 6.2. VELOCIDADES MÁXIMAS (EN ARTICULARES) DEL ROBOT MALIBA. ....	130
TABLA 6.3 PARÁMETROS DE LA DINÁMICA VIRTUAL EN MOVIMIENTO LIBRE. ....	132

# **SÍMBOLOS Y NOTACIÓN**

---

## **FUERZA/PAR**

$\mathbf{f}$  magnitud de fuerza vectorial (3x1).

$\mathbf{t}$  magnitud de par (3x1).

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}$$

$f$  magnitud de fuerza escalar (1 GDL).

$\mathbf{f}_m$  fuerza registrada en el robot maestro (3x1).

$\mathbf{f}_s$  fuerza registrada en el robot esclavo (3x1).

$\mathbf{t}_m$  par registrado en el robot maestro (3x1).

$\mathbf{t}_s$  par registrado en el robot esclavo (3x1).

$$\mathbf{F}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_m \\ \mathbf{t}_m \end{bmatrix}, \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{t}_s \end{bmatrix}$$

$f_{op}$  fuerza ejercida por el operador (1 GDL)

$\mathbf{f}_{op}$  fuerza ejercida por el operador (3x1).

$\mathbf{f}_e$  fuerza ejercida por el entorno (3x1).

$\mathbf{t}_{op}$  par ejercido por el operador (3x1).

$\mathbf{t}_e$  par ejercido por entorno (3x1).

$$\mathbf{F}_{op} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{op} \\ \mathbf{t}_{op} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \mathbf{t}_e \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\tau}$  fuerzas/pares en coordenadas articulares (6x1).

$\boldsymbol{\tau}_{vss}$  fuerzas/pares articulares ejercidos por los muelles virtuales de singularidades (6x1).



$\tau_{vsb}$  fuerzas/pares articulares ejercidos por los muelles virtuales de límites de carreras de los actuadores (6x1).

$K_{vss}$  matriz de rigideces de los muelles virtuales de singularidades (diag, 6x6).

$K_{vsb}$  matriz de rigideces de los muelles virtuales de límites de carreras (diag, 6x6).

$F_{vss}$  fuerzas/pares en cartesianas ejercidas por los muelles virtuales de singularidades (6x1).

$f_{vss}$  fuerzas en cartesianas ejercidas por los muelles virtuales de singularidades (3x1).

$t_{vss}$  pares en cartesianas ejercidos por los muelles virtuales de singularidades (3x1).

$F_{vsb}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de límites de carreras de los actuadores (6x1).

$f_{vsb}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de límites de carreras de los actuadores (3x1).

$t_{vsb}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de límites de carreras de los actuadores (3x1).

$F_{vs}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de gestión del espacio de trabajo (6x1).

$f_{vs}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de gestión del espacio de trabajo (3x1).

$t_{vs}$  fuerzas en cartesianas articulares ejercidas por los muelles virtuales de gestión del espacio de trabajo (3x1).

Si se añade el subíndice ‘m’ son las mismas magnitudes particularizadas para el robot maestro y con el subíndice ‘s’ se particularizan al esclavo.

$f_{mt}$  fuerza elástica (3x1).

$t_{mr}$  par torsor elástico (3x1).

$K$  rigidez traslacional (3x3).

$K_{Reu}$  rigidez torsional en función de ángulos de Euler (3x3).

$K_{R\phi}$  rigidez torsional en función de ángulo girado/eje de giro (3x1).

$Ep_{tras}$  energía potencial elástica de muelle de traslación.

$Ep_{eu}$  energía potencial elástica de muelle torsor en función de ángulos de Euler.

$Ep_{\phi}$  energía potencial elástica de muelle torsor en función de ángulos de ángulo girado/eje de giro.

$\tau_{prmm}$  prealimentación de la fuerza medida en el robot maestro al robot maestro (6x1).

$\tau_{prsm}$  prealimentación de la fuerza medida en el robot esclavo al robot maestro (6x1).

$\tau_{prms}$  prealimentación de la fuerza medida en el robot maestro al robot esclavo (6x1).

$\tau_{prsm}$  prealimentación de la fuerza medida en el robot esclavo al robot esclavo (6x1).

$C_{prmm}$  bloque de prealimentación de la fuerza del robot maestro sobre el robot maestro.

$C_{prsm}$  bloque de prealimentación de la fuerza del robot esclavo sobre el robot maestro.

$P_{herrm}$  peso propio de la herramienta (3x1).

$t_{herrm}$  par que provoca el propio de la herramienta sobre el sensor de fuerza (3x1).

$f_{offset}$  fuerza que el propio sensor de fuerza simula para eliminar su *offset* (3x1).

$t_{offset}$  par que el propio sensor de fuerza simula para eliminar su *offset* (3x1).

$f_{offset}$  fuerza de compensación del peso propio de la herramienta (3x1).

$t_{offset}$  par de compensación del peso propio de la herramienta (3x1).

$P_{herrm}$  módulo del peso propio de la herramienta (1x1).

$f_{offset}$  módulo de la fuerza que el propio sensor de fuerza simula para eliminar su *offset* (1x1).

$t_{offset}$  módulo del par que el propio sensor de fuerza simula para eliminar su *offset* (1x1).

${}^m x_{cdg}$ ,  ${}^m y_{cdg}$ ,  ${}^m z_{cdg}$  coordenadas del centro de gravedad de la herramienta referidos al origen del sistema de referencia móvil  $\{m\}$ .

## **POSICIÓN/ORIENTACIÓN**

$q$  coordenada articular genérica (6x1).

$\theta$  coordenada articular del robot esclavo (rotativas) (6x1).

$l$  coordenada articular del robot maestro (lineales) (6x1).

$x$  posición del extremo final del robot (1 GDL).

$x_m$  posición cartesiana del extremo final del robot maestro (3x1).

$x_s$  posición cartesiana del extremo final del robot esclavo (3x1).

$\Psi_m$  orientación del extremo final del robot maestro según ángulos de Euler ZYX seguidores (3x1).

$\Psi_s$  orientación del extremo final del robot esclavo según ángulos de Euler ZYX seguidores (3x1).

$$\mathbf{X}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \Psi_m \end{bmatrix}, \mathbf{X}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \Psi_s \end{bmatrix}$$

$x_d$  posición deseada para el extremo final del robot (1 GDL).

$\mathbf{x}_{dm}$  posición de referencia (deseada) cartesiana del extremo final del robot maestro (3x1).

$\mathbf{x}_{ds}$  posición de referencia (deseada) cartesiana del extremo final del robot esclavo (3x1).

$\Psi_{dm}$  orientación de referencia (deseada) del extremo final del robot maestro según ángulos de Euler ZYX seguidores (3x1).

$\Psi_{ds}$  orientación de referencia (deseada) del extremo final del robot esclavo según ángulos de Euler ZYX seguidores (3x1).

$$\mathbf{X}_{dm} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{dm} \\ \Psi_{dm} \end{bmatrix}, \mathbf{X}_{ds} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ds} \\ \Psi_{ds} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{q}_m$  posición articular del extremo final del robot maestro (6x1).

$\mathbf{q}_s$  posición articular del extremo final del robot esclavo (6x1).

$\mathbf{q}_{dm}$  posición de referencia (deseada) articular del extremo final del robot maestro (6x1).

$\mathbf{q}_{ds}$  posición de referencia (deseada) articular del extremo final del robot maestro (6x1).

$\dot{v}$  aceleración lineal (3x1).

$v$  velocidad lineal (3x1).

$\dot{\omega}$  aceleración angular (3x1).

$\omega$  velocidad angular (3x1).

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{v}_d$  velocidad lineal deseada para el extremo final del robot (3x1).

$\boldsymbol{\omega}_d$  velocidad angular deseada para el extremo final del robot (3x1).

$$\mathbf{V}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_d \\ \boldsymbol{\omega}_d \end{bmatrix}$$

## **SISTEMAS DE REFERENCIA Y MATRICES DE ROTACIÓN**

$\{0\}$  sistema de referencia universal (fijo), que es el sistema referido por omisión.

$\{1\dots n\}$  sistema de referencia asociado a la articulación 1..n del robot.

$\{m\}$  sistema de referencia solidario con el extremo final del robot.

$\{chf\}$  sistema de referencia asociado a la fuerza de contacto.

$\{cht\}$  sistema de referencia asociado al par de contacto.

$\hat{x}_i$  eje x del sistema de referencia i

$\hat{y}_i$  eje y del sistema de referencia i

$\hat{z}_i$  eje z del sistema de referencia i

${}^aT_b$  matriz de transformación homogénea que expresa la relación de rotación y traslación entre los sistemas de referencia  $\{b\}$  y  $\{a\}$ , sean dichos sistemas cualquiera de los citados anteriormente (4x4).

${}^a\mathbf{p}$  vector de posición referido al sistema  $\{a\}$  (3x1).

$\mathbf{f}$  vector de transformación de perspectiva (3x1).

$e$  factor de escalado en la transformación de perspectiva (3x1).

${}^aR_b$  matriz de rotación del sistema de referencia  $\{b\}$  al  $\{a\}$ , sean dichos sistemas cualquiera de los citados anteriormente (3x3).

$\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{o}$ ,  $\mathbf{a}$  columnas de particionamiento de la matriz de rotación:

$${}^aR_b = [\mathbf{n} \quad \mathbf{o} \quad \mathbf{a}] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix}$$

${}^a\mathbf{A}$  el vector  $\mathbf{A}$  está representado en el sistema de referencia  $\{a\}$ .

${}^a\mathbf{A}$  la matriz  $\mathbf{A}$  está representado en el sistema de referencia  $\{a\}$ .

$a$  parámetro de Denavit-Hartenberg que mide distancias entre ejes  $\hat{z}$  (1x1).

$d$  parámetro de Denavit-Hartenberg que mide distancias entre ejes  $\hat{x}$  (1x1).

$\theta$  parámetro de Denavit-Hartenberg que mide ángulos entre ejes  $\hat{x}$  (1x1).

$\alpha$  parámetro de Denavit-Hartenberg que mide ángulos entre ejes  $\hat{z}$  (1x1).

## REPRESENTACIÓN DE ORIENTACIONES

**B** matriz que relaciona las derivadas temporales de los ángulos de Euler con la velocidad angular (3x3).

**E** matriz que relaciona las derivadas temporales de los parámetros de Euler con la velocidad angular. Se descompone en  $\bar{\Xi}_{\parallel} + \bar{\Xi}_{\perp}$ . El primer término proyecta

$\omega$  sobre **u** y el segundo término, sobre una dirección ortogonal (3x4).

**ψ** orientación del extremo final según ángulos de Euler ZYX seguidores, se verifica (3x1):

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

$\alpha$  ángulo de Euler que la rotación elemental alrededor del eje Z seguidor.

$\beta$  ángulo de Euler que la rotación elemental alrededor del eje Y seguidor.

$\gamma$  ángulo de Euler que la rotación elemental alrededor del eje X seguidor.

**Φ** orientación del extremo final según la representación ángulo girado/eje de giro (3x1).

$\varphi$  ángulo girado.

**u** eje de giro unitario de componentes  $u_x, u_y, u_z$  (3x1).

$e_0, e_1, e_2, e_3$  parámetros de Euler (1x1).

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^T \boldsymbol{\omega}$$

$\tilde{\omega}$  matriz antisimétrica asociada al producto vectorial de la velocidad angular (3x3).

$\boldsymbol{\omega} \wedge$  matriz antisimétrica asociada al producto vectorial de la velocidad angular (3x3).

## CINEMÁTICA Y MATRICES JACOBIANAS

$CinDir_m$  cinemática directa del robot maestro.

$CinDir_s$  cinemática directa del robot esclavo.

$CinInv_m$  cinemática inversa del robot maestro.

$CinInv_s$  cinemática inversa del robot esclavo.

$J_x$  matriz jacobiana de manipuladores de cadena cinemática cerrada (6x6).

$J_q$  matriz jacobiana de manipuladores de cadena cinemática abierta (6x6).

$J$  matriz jacobiana general (6x6).

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q$$

$J_i$  fila  $i$ -ésima de la matriz jacobiana (6x1).

$J_{ij}$  elemento ( $i,j$ ) de la matriz jacobiana (1x1).

$J_m$  matriz jacobiana del robot maestro (6x6).

$J_s$  matriz jacobiana del robot esclavo (6x6).

$J^T$  matriz jacobiana transpuesta (6x6).

$J^*$  matriz jacobiana normalizada, es decir, filas y columnas homogeneizadas usando las matrices de Stocco (6x6).

$S_J$  matriz de normalización de Stocco de fuerzas/pares articulares (6x6).

$S_T$  matriz de normalización de Stocco de fuerzas/pares en el extremo final del robot (6x6).

$\Delta \mathbf{F}$  tanto por uno de las fuerzas/pares actuales en el extremo final del robot sobre el valor nominal (3x1).

$\Delta \mathbf{t}$  tanto por uno del par articular actual sobre el valor nominal (3x1).

$\sigma_i$  un valor singular de la matriz jacobiana.

$\sigma_{max}$  valor singular máximo de la matriz jacobiana.

$\sigma_{min}$  valor singular mínimo de la matriz jacobiana.

$\kappa$  número de condición.

$\omega_{man}$  índice de manipulabilidad de Yoshikawa.

$det(\mathbf{J})$  determinante de la matriz cuadrada  $\mathbf{J}$ .

$\Delta^*$  tanto por uno respecto al nominal de la variable  $*$ .

$\bar{\nabla}^*$  gradiente de  $*$  (operador nabla).

$$s_i = \text{sen } \theta_i$$

$$c_i = \text{cos } \theta_i$$

## **ANALOGÍAS ELÉCTRICAS**

$E$  tensión eléctrica (1x1).

$E_e$  tensión de entrada en una red de 2 puertas (1x1).

$E_s$  tensión de salida en una red de 2 puertas (1x1).

$I$  corriente eléctrica (1x1).

$I_e$  corriente de entrada en una red de 2 puertas (1x1).

$I_s$  corriente de salida en una red de 2 puertas (1x1).

$Z$  matriz de impedancias de una red de 2 puertas.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$Z_{ij}$  cada uno de los elementos de la matriz  $Z$  (3x3).

$Y$  matriz de admitancias de una red de 2 puertas.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

$Y_{ij}$  cada uno de los elementos de la matriz  $Y$  (3x3).

$H$  matriz de parámetros híbridos de una red de 2 puertas.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

$h_{ij}$  cada uno de los elementos de la matriz  $H$  (3x3).

$G$  matriz de impedancias de una red de 2 puertas.

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$$

$g_{ij}$  cada uno de los elementos de la matriz  $G$  (3x3).

## **IMPEDANCIAS**

$z_m$  impedancia de la dinámica de traslación del robot maestro (3x3).

$z_s$  impedancia de la dinámica de traslación del robot esclavo (3x3).

$z_{dm}$  impedancia virtual (/deseada) de traslación del robot maestro (3x3).

$z_{ds}$  impedancia virtual (/deseada) de traslación del robot esclavo (3x3).

$Z_m$  impedancia del robot maestro (6x6).

$Z_s$  impedancia del robot esclavo (6x6).

$Z_{op}$  impedancia del operador (6x6).

$Z_e$  impedancia del entorno (6x6).

$Z_d$  impedancia virtual (/deseada), aplicada tanto al robot maestro como esclavo (6x6).

$Z_{dm}$  impedancia virtual (/deseada) del robot maestro (6x6).

$Z_{ds}$  impedancia virtual (/deseada) del robot esclavo (6x6).

$Z_{to}$  impedancia transmitida (6x6).

$Z_{to}$  impedancia transmitida en el movimiento libre (6x6).

$Z_{tc}$  impedancia transmitida en el contacto rígido (6x6).

### **PARÁMETROS DE LAS IMPEDANCIAS VIRTUALES**

$M$  masa virtual (1 GDL).

$C$  amortiguamiento virtual (1 GDL).

$K$  rigidez virtual (1 GDL).

$M$  masa virtual (3x3).

$C$  amortiguamiento virtual (3x3).

$K$  rigidez virtual (3x3).

$I_G$  inercia virtual referida al centro de gravedad (3x3).

$C_R$  amortiguamiento rotacional virtual (3x3).

$K_R$  rigidez torsional virtual (3x3).

$M_m$  masa virtual del robot maestro (3x3).

$C_m$  amortiguamiento virtual del robot maestro (3x3).

$K_m$  rigidez virtual del robot maestro (3x3).

$I_{Gm}$  inercia virtual del robot maestro (3x3).

$C_{Rm}$  amortiguamiento virtual del robot maestro (3x3).

$K_{Rm}$  rigidez torsional virtual del robot maestro (3x3).

$M_s$  masa virtual del robot esclavo (3x3).

$C_s$  amortiguamiento virtual del robot esclavo (3x3).

$K_s$  rigidez virtual del robot esclavo (3x3).

$I_{Gs}$  inercia virtual del robot esclavo (3x3).

$C_{Rs}$  amortiguamiento virtual del robot esclavo (3x3).

$K_{Rs}$  rigidez torsional virtual del robot esclavo (3x3).

$H$  representación general para las matrices de masa, inercia, amortiguamiento y rigideces de las impedancias virtuales (3x3).



$H_m$  representación general para las matrices de masa, inercia, amortiguamiento y rigideces de la impedancia virtual del robot maestro (3x3).

$H_s$  representación general para las matrices de masa, inercia, amortiguamiento y rigideces de la impedancia virtual del robot esclavo (3x3).

$K_v$  escalado de velocidades lineales (3x1).

$K_\omega$  escalado de velocidades angulares (3x1).

$K_{Fs}$  atenuación de fuerzas/pares del esclavo (6x1).

### **PARÁMETROS DE LA DINÁMICA REAL**

$m$  masa real (1 GDL).

$b$  amortiguamiento real (1 GDL).

$k$  rigidez real (1 GDL).

$m$  masa real (3x3).

$b$  amortiguamiento real (3x3).

$k$  rigidez real (3x3).

$i_G$  inercia real referida al centro de gravedad (3x3).

$b_R$  amortiguamiento torsional real (3x3).

$k_R$  rigidez torsional real (3x3).

$\hat{m}$  estimación de masa real (1 GDL).

$\hat{b}$  estimación de amortiguamiento real (1 GDL).

$\hat{k}$  estimación de rigidez real (1 GDL).

$\hat{m}$  estimación de masa real (1 GDL).

$\hat{b}$  estimación de amortiguamiento real (1 GDL).

$\hat{k}$  estimación de rigidez real (1 GDL).

$\hat{i}_G$  estimación de inercia real referida al centro de gravedad (1 GDL).

$\hat{b}_R$  estimación de amortiguamiento torsional real (1 GDL).

$\hat{k}_R$  estimación de rigidez torsional real (1 GDL).

### **CONTROLADOR DE POSICIÓN PD**

$C_m$  Controlador PD del robot maestro (6x1).

$C_s$  Controlador PD del robot esclavo (6x1).

$\mathbf{K}_p$  constante proporcional (6x6).

$T_d$  constante derivativa.

$\frac{T_d}{N}$  constante de tiempo del filtro de la derivada.

$\mathbf{K}_{pm}$  constante proporcional del robot maestro (6x6).

$T_{dm}$  constante derivativa del robot maestro.

$\frac{T_{dm}}{N}$  constante de tiempo del filtro de la derivada del robot maestro.

$\mathbf{K}_{ps}$  constante proporcional del robot esclavo (6x6).

$T_{ds}$  constante derivativa del robot esclavo.

$\frac{T_{ds}}{N}$  constante de tiempo del filtro de la derivada del robot maestro.

$\tau_{PDm}$  consigna de par generada por el controlador PD del maestro (6x1).

$\tau_{PDs}$  consigna de par generada por el controlador PD del esclavo (6x1).

$c$  constante de limitación de transitorios de la referencia de velocidad.

### **DETECCIÓN DEL CONTACTO**

$\delta_1$  parámetro de detección del contacto según fuerzas.

$\delta_2$  parámetro de detección del contacto según pares.

$\delta$  parámetro de detección del contacto generalizado.

$\delta_h$  valor umbral del parámetro para establecer la conmutación entre situación de contacto/no contacto.

$f_{th}$  fuerza umbral (1x1).

$t_{th}$  par umbral (1x1).

## ***RESUMEN***

---

Los trabajos expuestos en la presente tesis se han realizado en el Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT) dentro del marco establecido en el proyecto de Sistemas Robóticos Teleoperados (SRT), financiado por Iberdrola y Equipos Nucleares (S.A.). El principal objetivo del SRT ha sido desarrollar una familia de robots que ayuden en tareas de mantenimiento de centrales nucleares.

Un dispositivo de teleoperación consta de dos manipuladores: el robot maestro está controlado por un operario mientras que el esclavo interactúa con un entorno remoto, siguiendo las trayectorias comandadas desde el maestro. La característica de reflexión de fuerza hace referencia al hecho por el cual las fuerzas de interacción, del robot esclavo con su entorno, se reconducen al operario a través del robot maestro. La principal motivación del estudio de estos dispositivos es la de poder desempeñar, con un alto grado de destreza, tareas en entornos remotos y hostiles para el operario humano.

Partiendo de los estudios de tesis anteriores en el laboratorio de robótica del CEIT, el objetivo de la presente consiste en ampliar y finalizar los trabajos realizados sobre un prototipo de teleoperación de seis grados de libertad. Todo ello ha supuesto:

- Diseñar e implementar un controlador de teleoperación con reflexión de fuerza que contemple tanto las dinámicas de traslación y rotación, en el espacio cartesiano, de los robots involucrados.
- Diseñar e Implementar un algoritmo que mantenga a los robots alejados de sus configuraciones singulares y límites de sus espacios de trabajo.
- Ensayar y testear todos los algoritmos sobre un prototipo real.

La exposición comienza con una pequeña introducción, historia y estado de la técnica de los sistemas teleoperados en el primer capítulo.

A continuación, en el capítulo 2, se describe el prototipo de teleoperación desarrollado. Este prototipo consta, como robot maestro, de una plataforma Stewart, y, como esclavo, de un robot antropomórfico.

El capítulo 3 estudia únicamente la cinemática del robot esclavo, ya que la del maestro se contempla en estudios anteriores si bien puede encontrarse un resumen en el Anejo A.

En el capítulo 4, se muestra con detalle los lazos de control de teleoperación propuesto. Este algoritmo se clasifica como esquema de control fuerza-fuerza ya que la información comunicada entre ambos robots es la fuerza medida en cada uno de ellos. Este esquema tiene la ventaja de ser el más transparente, es decir, tiene gran capacidad para reproducir en el operador las mismas fuerzas que éste sentiría en caso de que estuviera trabajando directamente en el entorno remoto. Por el contrario, estos esquemas tienden a ser inestables. Por ello, también se contempla la modificación adaptativa de ciertas variables para evitar este problema y la adición de unos lazos de prealimentación local y remota de fuerzas.

El capítulo 5 expone un algoritmo para evitar configuraciones singulares y límites del espacio de trabajo tanto del robot maestro como del esclavo. Este algoritmo define los subespacios óptimos de trabajo para cada robot, y establece unos límites que el controlador impide que se sobrepasen. La estrategia empleada se basa en reflejar al operario una fuerza que simula el comportamiento de unos muelles.

En el capítulo 6 se analiza el comportamiento de los algoritmos propuestos en el capítulo 5 y se muestran los resultados experimentales de la ejecución de tres tareas teleoperadas (manipulación, taladrado y amolado).

Finalmente, en el capítulo 7 se resumen las conclusiones extraídas a lo largo del todo el trabajo y futuras líneas de investigación.

Este proyecto ha sido cofinanciado parcialmente por la CICYT bajo el número de registro TAP95-0227-C02-02 y realizado conjuntamente por el CEIT, Iberdrola, Endesa, Equipos Nucleares S.A. y la Universidad de Cantabria.

# ***ABSTRACT***

---

The presented work has been done at CEIT (Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa) under the project SRT (Sistemas Robóticos Teleoperados), and financed by Iberdrola and Equipos Nucleares (S.A.). The main purpose of SRT has been to develop several robots that can help to accomplish maintenance tasks in nuclear power plants.

A teleoperated device consists of two robots: the master robot is controlled by a human operator, and the slave robot interacts with a remote environment, tracking the master's positions. Force feedback refers to the fact that the interacting forces, between the slave robot and its environment, are conveyed to the operator through the master robot. The aim of these devices is to be able to develop remote tasks, with high dexterity, in hostile environments for humans.

Using the previous thesis at the robotics laboratory of CEIT, the aim of this one is to extend and finish the work on a six degrees of freedom teleoperated prototype. This work has been split into:

- Design and implementation of a controller for teleoperation with force/torque feedback, that is, a controller that takes into account linear and rotational dynamics.
- Design and implementation of an algorithm that keeps the master and slave robots away from singularities and workspace boundaries.
- Testing of the algorithms with a real prototype.

The exposition begins with an introduction, history and the state of the art of teleoperated devices in chapter one.

After that, in chapter 2, the teleoperated prototype developed is presented. This prototype consists of a Stewart platform as master, and an anthropomorphic robot, as slave.

Chapter 3 studies the kinematics of the slave robot. The kinematics of the master robot has not been studied as it was developed in previous works. However, it is summarized in appendix A.

In chapter 4, the control loops of the bilateral controller are shown. This controller is classified as force-force, since the information exchange between the robots is the force/torque measured. This type of controller is transparent, that is, it can reproduce on the operator's hand the forces that he would feel if he had worked at the remote environment. Besides, this type of controllers has stability problems. Thus, an adaptive algorithm to modify certain controller's parameters and two force feed-forward loops are added, in order to avoid this problem.

Chapter 5 shows a controller to avoid singular configurations and workspace boundaries for both robots. This algorithm establishes the optimal worksubspace and its limits and prevents each robot from reach these limits. This strategy simulates the performance of a spring.

In chapter 6, the performance of the controller, presented in chapter 5, is studied and the experimental results are shown for three tele-tasks (handling, drilling, grinding).

Finally, in chapter 7, the conclusions and future works are summarized.

This project has been joint-financiated by CICYT under project number TAP95-0227-C02-02 and developed by CEIT, Iberdrola, Endesa, Equipos Nucleares S.A. and University of Cantabria.

# *CAPÍTULO 1*

## *INTRODUCCIÓN*

---

### **1.1 LA TELEOPERACIÓN**

En repetidas ocasiones se deben completar trabajos en entornos hostiles e insalubres para el hombre como es el caso de la desactivación de explosivos, zonas nucleares con alta radioactividad, fondos submarinos, minas subterráneas, el espacio exterior, etc. Estos trabajos pueden requerir ejecutar operaciones más o menos complejas de mantenimiento y/o construcción. En estos casos se procura enviar a un robot para que haga el trabajo en lugar del hombre.

La eventual complicación de los trabajos puede exigir que el robot necesite tener una alta destreza. También resulta interesante que éste pueda moverse con facilidad dentro de un entorno no estructurado, es decir, en una ubicación sobre la cual no se tiene suficiente información de las variables que afectan al robot y a la tarea a desarrollar. Asimismo, pueden aparecer situaciones imprevistas que requieran una respuesta inteligente. Por todas estas razones, estos sistemas se encuentran teleoperados, es decir, gobernados remotamente por un operador humano.

Se puede definir *telem manipulador* o dispositivo *teleoperado* como un dispositivo que permite a una persona ejecutar una tarea de forma remota en un entorno hostil donde el acceso para él es imposible o desaconsejable. Suelen estar compuestos por dos robots: el primero, el maestro, está controlado directamente por el operario y el segundo, el esclavo, es el que realiza la tarea dentro del entorno hostil (Figura 1.1).

Una parte muy importante de un sistema teleoperado es la interfaz entre el operador y el sistema. La interfaz debe suplir la carencia de percepción sensorial del operario motivada por las diferentes ubicaciones espaciales de los robots maestro y esclavo. Un sistema de teleoperación idealmente debería ser

capaz de transmitir al operario toda la información necesaria para que éste percibiera el entorno remoto tal y como lo haría si estuviera allí presente.

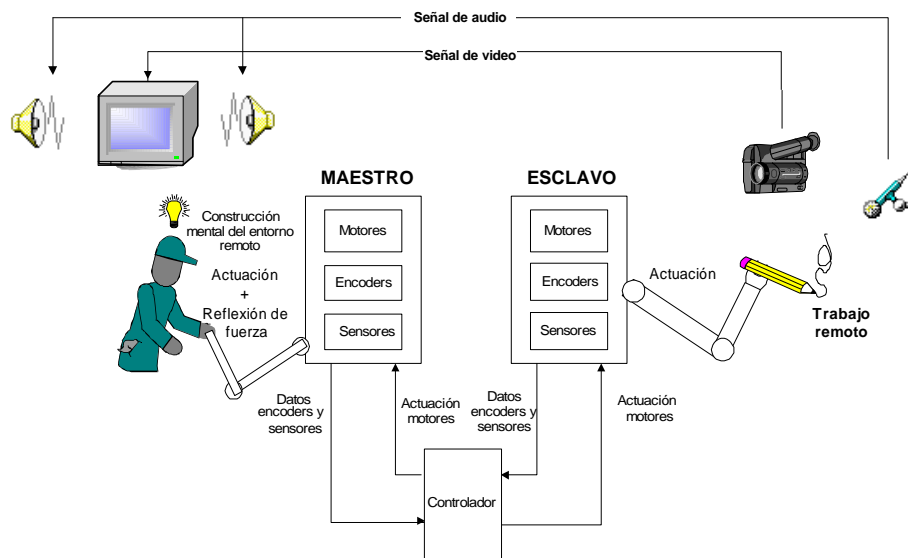


Figura 1.1 Esquema simplificado de un sistema de teleoperación.

En la práctica, los sistemas de teleoperación suelen contar únicamente con una interfaz visual, ya sea convencional o estereoscópica, y la reflexión de fuerza. El término de reflexión de fuerza describe la capacidad del sistema de transmitir al robot maestro, y finalmente al operador, las fuerzas externas a las que se encuentra sometido el manipulador esclavo.

## 1.2 CONCEPTOS

En el ámbito de la teleoperación suelen emplearse diversos términos similares, además de los citados en el anterior apartado, resultando interesante definir los más importantes.

La *telemanipulación* es la acción realizada por un ser humano de gobernar a distancia un manipulador.

La *telerrrobótica* es una forma de teleoperación que consiste únicamente en monitorizar y reprogramar a distancia un robot. El operario humano actúa de supervisor mientras que el robot esclavo trabaja como un sistema semi-autónomo.

La *telepresencia* es una situación que se da cuando el usuario tiene la sensación de encontrarse físicamente en el lugar remoto. Por ello, ésta se conseguirá estimulando, de la manera más natural posible, cada uno de los sentidos del operario con la información obtenida del entorno remoto.



La *realidad virtual* es la situación en la cual el operario humano tiene la sensación de encontrarse en un entorno distinto al real, generado exclusivamente desde un modelo matemático que reside en una computadora (o entorno virtual).

Dentro del contexto de la realidad virtual suele emplearse la palabra *haptics* para hacer alusión a que no sólo se persigue contar con una sensación fuerza sino también de texturas: sensación de presión diferencial en la piel (tacto).

La *realidad aumentada* se da cuando el operador percibe información realimentada desde un entorno real y remoto, pero modificada por un ordenador. Esta modificación consiste en añadir nueva información, imperceptible por los sentidos del operador pero, que ayudan a completar la tarea con mayor probabilidad éxito. Un ejemplo de este tipo de sistemas podría ser que el ordenador emitiera un pitido cuando el robot tuviese correctamente alineado con una pieza que deba coger.

### **1.3 INTERFAZ VISUAL DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN**

Debido a que normalmente no hay visión directa entre los manipuladores maestro y esclavo, la presentación visual de información sobre una pantalla al usuario es un objetivo importante y a veces imprescindible en un dispositivo de teleoperación.

Los sistemas de visualización en tres dimensiones (estereoscópicos) resultan ser una interfaz más natural para el operario que las cámaras convencionales (sistemas monoscópicos).

Puede decirse que en una imagen estereoscópica, la interpretación de la imagen es más sencilla (cuando los entornos no son familiares y/o complejos), y se percibe con más exactitud la profundidad y dimensiones.

Para crear la ilusión de profundidad espacial en este tipo de imágenes, se genera, para cada ojo, una imagen del objeto o escena desde un punto de vista distinto. La diferencia entre todos los sistemas ofertados en el mercado radica en la técnica para la construcción de la imagen tridimensional a partir de las dos imágenes tomadas del objeto. Las más importantes son [Anda, 2001]:

- Empleo de dos caminos ópticos. Se emplean dos pantallas visualizadoras o fuentes de imagen distintas, una para cada ojo.
- Separación de imágenes con un filtro. La imagen doble se forma en una única pantalla y, a través de filtros ópticos, se separan de tal forma que cada ojo sólo reciba la imagen que le corresponda. Los ejemplos más importantes de este sistema son el anáglifo (gafas con cristales de

diferentes colores, p. ej. uno rojo y otro verde), gafas con cristales polarizados y gafas con obturadores alternativos.

- Formación de imágenes estereoscópicas virtuales. (Ej.: la holografía).



Figura 1.2 Ejemplos de visualizadores estereoscópicos. De izquierda a derecha: visor para técnica de dos caminos ópticos, gafas con filtro de colores (anáglifo), gafas con cristales polarizados, gafas con obturadores alternativos.

Todos estos dispositivos suelen requerir el empleo de gafas de precio elevado y pueden encarecer el coste, sobre todo si se desea que haya varios espectadores simultáneamente. Otro problema que acarrea el sistema es su ajuste, si las cámaras no se encuentran bien ubicadas, estos sistemas pueden producir mareos y dolores de cabeza.

#### **1.4 TELEMANIPULADORES ROBÓTICOS**

Sin duda, la parte más importante de un dispositivo de teleoperación son los dos manipuladores que integran el conjunto maestro-esclavo. Estos manipuladores son robots, en el amplio sentido de la palabra, si bien éstos tienen características específicas que los distinguen de los robots industriales.

Así por ejemplo, la velocidad del extremo final del robot maestro del sistema de teleoperación será similar al del brazo humano, mientras que un aumento de velocidad para un brazo robótico industrial redundaría en un aumento de la productividad. En el caso del robot esclavo, en principio la velocidad será también similar a la del brazo humano o quizás escalada.

El control en teleoperación se basa en réplica de movimientos de un robot sobre otro en tiempo real, en contraposición de los robots industriales que se programan a través de consola.

Respecto a los grados de libertad, un buen telemanipulador debe contar con un mínimo seis mientras que hay aplicaciones industriales en las que con 4 ó 5 suele ser suficiente.

Es conveniente que el robot maestro tenga baja inercia para minimizar la fatiga del operador. Este punto se hace también extensible al manipulador esclavo en ciertas situaciones. La precisión y repetibilidad de los robots no son factores tan importantes como en la robótica industrial.

Usualmente, en teleoperación se emplean robots de cadena cinemática abierta, similares a la estructura del brazo humano. Los robots paralelos son

menos estudiados, aunque cada vez más. Éstos últimos tienen características que en ocasiones los puedan hacer más convenientes que los serie. Un ejemplo muy extendido de robot paralelo es la plataforma Stewart, compuesta por dos plataformas de forma hexagonal (una fija y otra móvil) unidas entre sí por 6 actuadores lineales que conectan dos a dos un vértice de la plataforma fija con uno de la móvil. Una de las características de entre las más importantes de estos robots es la alta rigidez que presentan. La Tabla 1.1 resume una comparativa entre los robots serie y paralelos.

Característica	Robot paralelo	Robot serie
Espacio de trabajo	bajo	amplio
Relación carga admisible, peso propio	alta	baja
Precisión y repetibilidad	alta	media-alta
Rigidez	alta	media-baja
Destreza	baja	media-alta

Tabla 1.1 Comparativa entre los robots serie y paralelos.

## 1.5 EL CONTROL DE SISTEMAS TELEOPERADOS

El objetivo del control de un sistema teleoperado consiste en el gobierno del robot esclavo remotamente. Ello se puede resolver empleando dos estrategias. La primera es conocida con el nombre de control unilateral, es decir, el maestro genera una trayectoria de referencia, ya sea como una sucesión de posiciones o velocidades, que debe seguir el robot esclavo. La segunda es el control bilateral, en el cual además existe una retroalimentación/reflexión al maestro de la fuerza de contacto a la cual está sometido el robot esclavo.

Idealmente, el control bilateral persigue que haya un acoplamiento perfecto entre ambos robots, tal y como sucedería si estuvieran rigidamente unidos entre sí. Así pueden distinguirse tres situaciones de funcionamiento ideal [Yokokohji, 1994]:

1. Las posiciones del robot maestro y esclavo son idénticas, sea cual sea la entrada en el sistema.
2. La fuerza a la cual están sometidos los robots maestro y esclavo son idénticas, sea cual sean las dinámicas del entorno y del brazo del operador.
3. Se cumplen simultáneamente las respuestas ideales 1 y 2.

En el caso de verificarse este último punto, se puede decir que el dispositivo de teleoperación es capaz de transmitir fielmente al operador las características del entorno remoto. Entonces se dice que el sistema es perfectamente transparente. Desafortunadamente, existe una contraposición entre estabilidad y transparencia [Lawrence, 1993]. Un esquema de control, estable para cualquier tipo de tarea normalmente no será muy transparente, y

otro transparente tenderá fácilmente a ser inestable. Por ello, los esfuerzos en la investigación de algoritmos de control bilateral se centran en maximizar el binomio transparencia-estabilidad.

Los algoritmos de control bilateral se han clasificado tradicionalmente en función de la información intercambiada entre los robots maestro y esclavo:

- *Fuerza-fuerza*: la fuerza aplicada sobre el maestro se envía como consigna al esclavo y la fuerza sobre el esclavo, se envía al maestro [Kazerooni, 1993]. Estos controladores son transparentes aunque tienden a ser inestables.
- *Posición-Posición*: El controlador del robot esclavo recibe como referencia de posición la real del maestro y viceversa. Históricamente fue el primer controlador empleado para la reflexión de fuerza. Es muy estable pero poco transparente [Salcudean, 2000].
- *Fuerza-Posición*: El maestro envía su posición y el esclavo, su fuerza [Peñín, 1997]. Es la estructura más intuitiva y sus características de estabilidad y transparencia son intermedias.
- *Posición-Fuerza*: el maestro es controlado en posición, mientras que el esclavo lo es en fuerza. Raramente usado.

Estos esquemas se generalizan en el controlador de cuatro canales [Lawrence, 1993], donde la información intercambiada son tanto las posiciones como las fuerzas medidas en ambos robots.

Esta clasificación implícitamente hace referencia a la dualidad de las situaciones de trabajo de un robot. Por un lado, es interesante contar con un buen controlador de posición, el cual consigue ubicar los manipuladores en las posiciones deseadas con precisión y, por otro, el control en fuerza es necesario a la hora de ejecutar tareas que requieren un contacto.

Otro aspecto importante, del control de sistemas de teleoperación, es el soporte físico de comunicación entre los dos manipuladores, ya que un retardo en la transmisión de la información puede influir negativamente en la estabilidad del dispositivo. Desfases entre las acciones del operador y ejecución de las mismas en el entorno remoto pueden invalidar completamente el funcionamiento de un buen algoritmo de control. Todo esto adquiere una elevada importancia a medida que la distancia que separa ambos robots aumenta. Un ejemplo típico de una situación extrema de estas características es la teleoperación en el espacio, donde los retardos pueden llegar a ser del orden de los minutos.

## **1.6 COMIENZOS DE LA TELEOPERACIÓN**

La teleoperación, con el fin de realizar tareas en lugares remotos, ha estado presente desde los comienzos de la Robótica. De hecho, tradicionalmente se

considera que la Robótica industrial surge de la convergencia de la tecnología del control de máquina-herramienta y los dispositivos teleoperados.

En la década de los cuarenta, se comenzó el desarrollo de dispositivos teleoperados, motivado fundamentalmente por la necesidad de manejar sustancias radioactivas. Así se encuentra el primer sistema de teleoperación que fue construido por Goertz en el laboratorio nacional de Argonne (Figura 1.3). Aunque éste era enteramente mecánico, ya contaba con reflexión de fuerza [Goertz, 1952]. La zona peligrosa, donde se ubicaba el manipulador esclavo, estaba separada del manipulador maestro por un muro protector. Posteriormente, se sustituyó la transmisión mecánica por una eléctrica [Goertz, 1954].

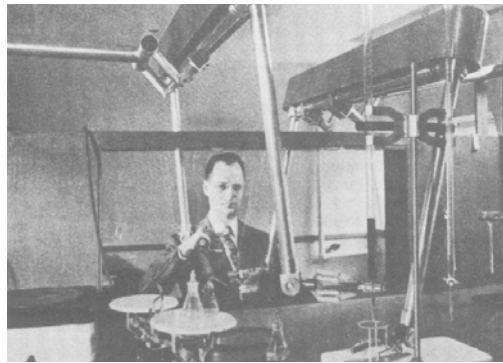


Figura 1.3 Primer dispositivo de teleoperación con reflexión de fuerza.

El concepto de telemanipulación de productos radioactivos fue rápidamente retomado y desarrollado en los años sucesivos en la CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique) por Jean Vertut.

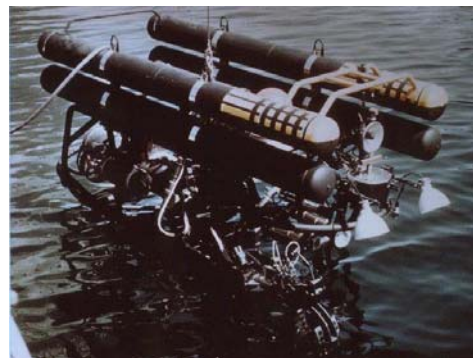


Figura 1.4 Primer vehículo submarino teleoperado.

No fue hasta comienzos de la década de los sesenta cuando se probó el primer vehículo submarino teleoperado, conocido con el nombre de *Cable-controlled Undersea Recovery Vehicle* (CURV). Fue desarrollado por la *Naval*

*Ordnance Test Station*, una de los laboratorios-padre que dieron lugar a la actual empresa *SSC San Diego Robotics*. El CURV fue diseñado para recuperar unos cañones perdidos en un naufragio que sucedió en las cercanías de la isla San Clemente a una profundidad de unos 700 m (Figura 1.4).

Posteriormente y coincidiendo con el primer gran auge de la carrera espacial, los sistemas teleoperados comenzaron también a emplearse en misiones fuera de la tierra. La Figura 1.5 resume los principales desarrollos en teleoperación hasta comienzos de los años 90.

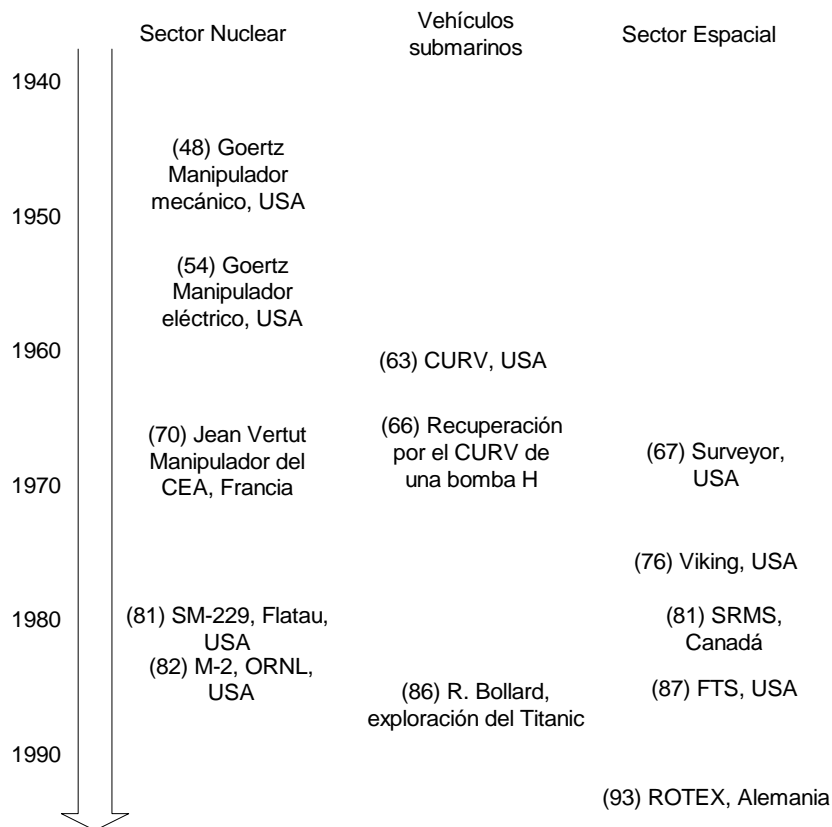


Figura 1.5 Primeros desarrollos de sistemas teleoperados.

### 1.7 APLICACIONES ACTUALES DE LA TELEOPERACIÓN

En la actualidad, el desarrollo de la informática y las comunicaciones han permitido aumentar el número de aplicaciones de la teleoperación. Éstas se pueden encontrar incluso en tareas tan cotidianas como puede ser la construcción. En [Barrientos, 1999] se emplea una minixcavadora hidráulica convencional como robot esclavo, aunque se han efectuado unas modificaciones

para permitir el control bilateral.



Figura 1.6 Proyecto RETINA: excavadora teleoperada.

La inspección y desactivación de explosivos es otra aplicación donde se emplean robots telecontrolados. Este tipo de robots suele poseer un manipulador montado sobre un carro-oruga (Figura 1.7). Suelen ser robustos, cuentan con un controlador sencillo eje a eje, sin reflexión de fuerza. El sistema se completa con una cámara.



Figura 1.7 Telerobot para la manipulación y desactivación de explosivos.

La industria eléctrica también ha dado cabida a la teleoperación en ciertos trabajos con cierto riesgo para los trabajadores como por ejemplo en la reparación e inspección de líneas de alta tensión [Hernando, 1999]. El prototipo consta de un doble sistema maestro-esclavo con un sistema de visión estereoscópica. Todo ello se encuentra montado sobre un camión.



Figura 1.8 Prototipo Robtet para el mantenimiento de líneas de alta tensión.

Volviendo al campo de la energía nuclear, la empresa inglesa *AEA Technology Products & Systems* comercializa un sistema maestro-esclavo con reflexión de fuerza (Figura 1.9) donde el robot maestro empleado es una plataforma Stewart modificada.

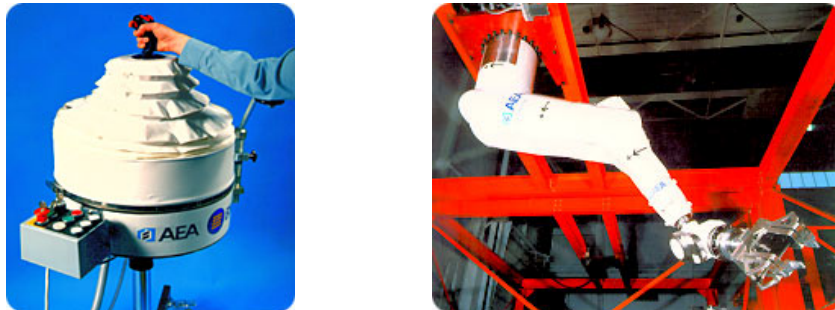


Figura 1.9 Sistema de teleoperación con reflexión de fuerza de AEA.

La exploración de fondos marinos y la construcción de estructuras acuáticas requieren el empleo de vehículos autoguiados y sistemas de teleoperación. En [Messina, 1998] puede verse el ejemplo de la instalación de un oleoducto submarino. La (Figura 1.10) muestra un manipulador hidráulico de la empresa *Kraft Telerobotics* típicamente empleado en aplicaciones submarinas.



Figura 1.10 Manipulador de la empresa Kraft Telerobotics.



También la cirugía se aprovecha cada vez más de los avances de los sistemas de teleoperación. En este caso, el quirófano no se considera un entorno hostil y la necesidad viene dada por la conveniencia de hacer operaciones no intrusivas o simplemente para mejorar la destreza de los médicos [Guthart, 2000].



Figura 1.11 Operación quirúrgica transatlántica realizada con el sistema de teleoperación ZEUS de Computer Motion.

La Figura 1.11 muestra una operación quirúrgica que saltó a la prensa en septiembre de 2001. Fue realizada desde Nueva York a una paciente que se encontraba en Estrasburgo (Francia). Esta aplicación descubre otra utilidad de los sistemas teleoperados al salvar el problema de las grandes distancias. Como ya se ha dicho, en estas situaciones el retraso introducido por las comunicaciones desempeña un papel crítico en la estabilidad.

La teleoperación de robots en el espacio exterior está cobrando un papel cada vez más importante, ya sea para la exploración como en la construcción de estructuras. En [Peñín, 2000] puede consultarse un ejemplo de un robot situado en un satélite de la NASDA (agencia aeroespacial japonesa) controlado desde la tierra.



Figura 1.12 Interface *háptico* empleado tanto para la teleoperación como para la realidad virtual de la Universidad de Munich.

La realidad virtual es un campo que en los últimos años se ha estado desarrollando paralelamente a la teleoperación. La Figura 1.12 muestra un

mismo dispositivo utilizado como maestro en teleoperación y como interfaz de reflexión de fuerza de un sistema de realidad virtual. Estos sistemas también son denominados *haptics devices*.

### **1.8 OBJETIVOS DE LA PRESENTE TESIS**

Los trabajos expuestos en la presente tesis se han realizado en el Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT) dentro del marco establecido en el proyecto de Sistemas Robóticos Teleoperados (SRT). El principal objetivo del SRT ha sido desarrollar una familia de robots que ayuden en tareas de mantenimiento de centrales nucleares.

Partiendo de los estudios de tesis anteriores en el laboratorio de robótica del CEIT, el objetivo de la presente consiste en ampliar y finalizar los trabajos realizados sobre un prototipo de teleoperación de seis grados de libertad. El robot maestro de este prototipo es una plataforma Stewart y el esclavo es un robot antropomórfico de nombre Maliba. Por ello, y a lo largo de la exposición, se citará a este dispositivo de teleoperación con el nombre de prototipo Stewart-Maliba.

Por un lado, los trabajos anteriores pueden resumirse en:

- Optimización teórica del espacio de trabajo de la plataforma Stewart, maximizando la destreza y su posterior construcción [Olazagoitia, 1999].
- Implementación de un control de posición para la plataforma Stewart, propuesta y ensayo de un controlador bilateral sobre un sistema maestro-esclavo de dos grados de libertad [Rubio, 1999].

Por el otro, la ampliación y finalización del prototipo Stewart-Maliba supone:

- Modificación del algoritmo para la teleoperación con reflexión de fuerza propuesto en [Rubio, 1999] con el fin de generalizarlo en sistemas con seis grados de libertad, teniendo en consideración tanto trayectorias de traslación como de orientación.
- Estudio de la cinemática del robot esclavo y elaboración de una estrategia de control para la gestión de los espacios de trabajo de forma que ningún robot pueda dañarse por adquirir configuraciones singulares o intente salir de su espacio de trabajo.
- Integración de los robots maestro y esclavo para que constituyan así un dispositivo teleoperado donde realizar pruebas.
- Implementación de las comunicaciones entre ambos robots.
- Implementación de los algoritmos de control bilateral y gestión del espacio de trabajo en el prototipo Stewart-Maliba.

- Ensayo del sistema y validación del prototipo tras la realización de tareas teleoperadas.

### **1.9 ESQUEMA DE LA TESIS**

En el capítulo 2, se describe el dispositivo de teleoperación empleado. Se comienza con la exposición de los robots y sus controladores para continuar con los sensores de fuerza y concluir con el sistema de visión.

El estudio cinemático del robot esclavo se encuentra en el capítulo 3. En él se resuelve tanto la cinemática directa, como la inversa y la matriz jacobiana. Los datos de la cinemática del robot maestro se extraen de [Olazagoitia, 1999] y el resumen de ellos pueden consultarse en el Anejo A.

En el capítulo 4, se muestra con detalle la estrategia de control bilateral propuesta y posteriormente implementada en el prototipo Stewart-Maliba.

El capítulo 5 expone un algoritmo para evitar configuraciones singulares y límites del espacio de trabajo tanto del robot maestro como del esclavo. Este algoritmo define los subespacios óptimos de trabajo para cada robot y establece unos límites que el controlador impide que se sobrepasen. La estrategia empleada se basa en reflejar al operario una fuerza que simula el comportamiento de unos muelles.

Los resultados experimentales del controlador bilateral se exponen en el capítulo 6. Finalmente, en el capítulo 7 se resumen las conclusiones extraídas a lo largo del todo el trabajo y futuras líneas de trabajo.

### **1.10 BIBLIOGRAFÍA**

- Anda A., "Implementación de un Sistema de Visión Estereoscópico para Telepresencia". Proyecto final de carrera, *Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Navarra*. 2001.
- Barrientos A., Luengo O., Mora A., "Teleoperated Backhole Excavator with Haptic Control". *16 IAARC/IFA/IEEE International Symposium on Automation and Robotics in Construction*. España. Septiembre, 1999.
- Goertz R. C., "Fundamentals of General-Purpose Remote Manipulators". *Nucleonics*. Vol. 10, nº 11. pp. 36-45. Noviembre, 1952.
- Goertz R. C., "Electronically Controller Manipulators". *Nucleonics*. Vol. 11, nº 12. pp 46-47. Noviembre, 1954.

- Guthart G. S., Salisbury J. K., "The Intuitive Telesurgery System: Overview and Applications". Proceedings of the *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2000.
- Hernando M, Gambao E., Pinto E., Barrientos A., "Collision Control in Teleoperation by Virtual Force Reflection, an Application to the Robtet System". Proceedings of the *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1999.
- Kazerooni H., Tsay T., Hollerbach K., "A Controller Desing Framework for Telerobotic Systems". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. Vol 1 , nº 1. Marzo, 1993.
- Lawrence D. A., "Stability and Transparency in Bilateral Teleoperation". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol 9, nº 5. pp 624-637. Octubre 1993.
- Messina L. C. P., Robinson N. S. R., "Undersea Robotics Activities in a Petroleum Company Research Center". *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. pp 1782-1787. 1998.
- Olazagoitia J. L., "Optimización Global de Índices de Manipulabilidad en Robots Paralelos". Tesis Doctoral, *Universidad de Navarra*. 1999.
- Peñín L. F., Matsumoto K., Wakabayashi S., "Force Reflection for Ground Control of Space Robots". *IEEE Robotics and Automation Magazine*, pp 50-63. Diciembre, 2000.
- Peñín L. F., Ferre M., Fernández-Pello J., Aracil R., Barrientos A., "Design Fundamentals of Master-Slave Systems with a Force-Position Bilateral Control Scheme". *5<sup>th</sup> Symposium on Robot Control (SYROCO'97)*, Nantes, Francia. Septiembre, 1997.
- Rubio A., "Desarrollo de un Sistema Teleoperado Master-Slave con Reflexión de Fuerza", Tesis doctoral, *Universidad de Navarra*. 1999.
- Salcudean S. E., Zhu M., Zhu W., Hashtrudi-Zaad K., "Transparent Bilateral Teleoperation Under Position and Rate Control". *International IEEE Robotics and Automation Magazine*. pp 50-63. Diciembre 2000.

---

Yokokohji Y., Yoshikawa T., “Bilateral Control of Master-Slave Manipulators for Ideal Kinesthetic Coupling. Formulation and Experiment”. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. vol 10, nº 5. pp 605-619. Octubre, 1994.



## *CAPÍTULO 2*

# *DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROTOTIPO*

---

### **2.1 INTRODUCCIÓN**

El presente capítulo describe cada una de las partes que conforman el prototipo desarrollado. Esta descripción ayudará en la exposición y análisis de problemas más concretos que se desarrollan a lo largo de los capítulos posteriores.

El capítulo comienza con la presentación de un diagrama general donde aparecen cada uno de los elementos físicos, y su interconexión, con los cuales está construido el prototipo de teleoperación Stewart-Maliba: el manipulador maestro, el esclavo, los ordenadores involucrados y los sensores de fuerza (apartado 2.2

En el apartado 2.3 se describen los manipuladores maestro y esclavo. A continuación, en el apartado 2.4, se presenta el ordenador donde se encuentra implementado el controlador bilateral.

A continuación, en el apartado 2.5, se presenta brevemente la arquitectura y protocolos elegidos para establecer las comunicaciones entre la zona del operario y el robot esclavo.

La arquitectura del controlador bilateral exige el empleo de sensores de fuerza/par tanto en el robot maestro como en el esclavo. Su descripción detallada se encuentra en el apartado 2.6.

Finalmente, se describe brevemente el sistema de visión incorporado para ofrecer al usuario una retroalimentación visual del entorno remoto (apartado 2.7).

## **2.2 DIAGRAMA DE BLOQUES**

En la Figura 2.1 se puede observar un esquema por bloques del dispositivo. A la izquierda se encuentra una plataforma Stewart (seis grados de libertad) que se usa como robot maestro, mientras que a la derecha está el robot esclavo: un robot serie antropomórfico también de seis grados de libertad, denominado Maliba.

Para el control de los robots se ha pensado en una configuración de tres ordenadores identificados (de izquierda a derecha) como ordenador maestro, ordenador intermedio y controlador HP-RT. De todos ellos, el principal es el maestro. A él se encuentran conectados los sensores de fuerza/par (tanto el del robot maestro como el del esclavo) y el propio robot maestro (sensores de posición y motores).

La misión del PC maestro es realizar las lecturas de fuerza y posición, en coordenadas cartesianas, de cada uno de los robots, calcular la estrategia de control bilateral y de gestión del espacio de trabajo. Finalmente, el ordenador genera consignas de posición en coordenadas articulares, para el robot maestro, y en cartesianas, para el robot esclavo.

A través de un puerto serie de comunicaciones RS-232, el ordenador intermedio se encuentra conectado a la computadora maestra. El ordenador intermedio se encarga de calcular la cinemática (tanto directa como inversa) de Maliba y funciona como pasarela entre la conexión RS-232 del ordenador maestro con la red ethernet que comunica con el controlador HP-RT.

Los controladores digitales PID, en coordenadas articulares, de cada robot se encargarán de que las posiciones reales de los robots se aproximen a las de referencia, dictadas por la computadora maestra. Estos controladores se encuentran programados en el ordenador maestro, para el caso del robot maestro, y en el HP-RT para el caso de Maliba.

El controlador HP-RT se encarga también de gestionar las alarmas que puedan producirse en el robot esclavo y de activar un joystick local sin reflexión de fuerza cuando se desconecta el controlador bilateral.

Desde el punto de vista de funcional, el prototipo se distribuye en dos ubicaciones diferentes: por un lado, en zona segura y junto al operario, se encuentra el robot y el PC maestro; y por el otro, en zona remota y hostil, el robot esclavo, el PC intermedio y el HP-RT. Esta es la agrupación que se contempla a lo largo de toda la exposición, si bien en una situación más realista es más razonable que el único componente ubicado en zona hostil sea Maliba.



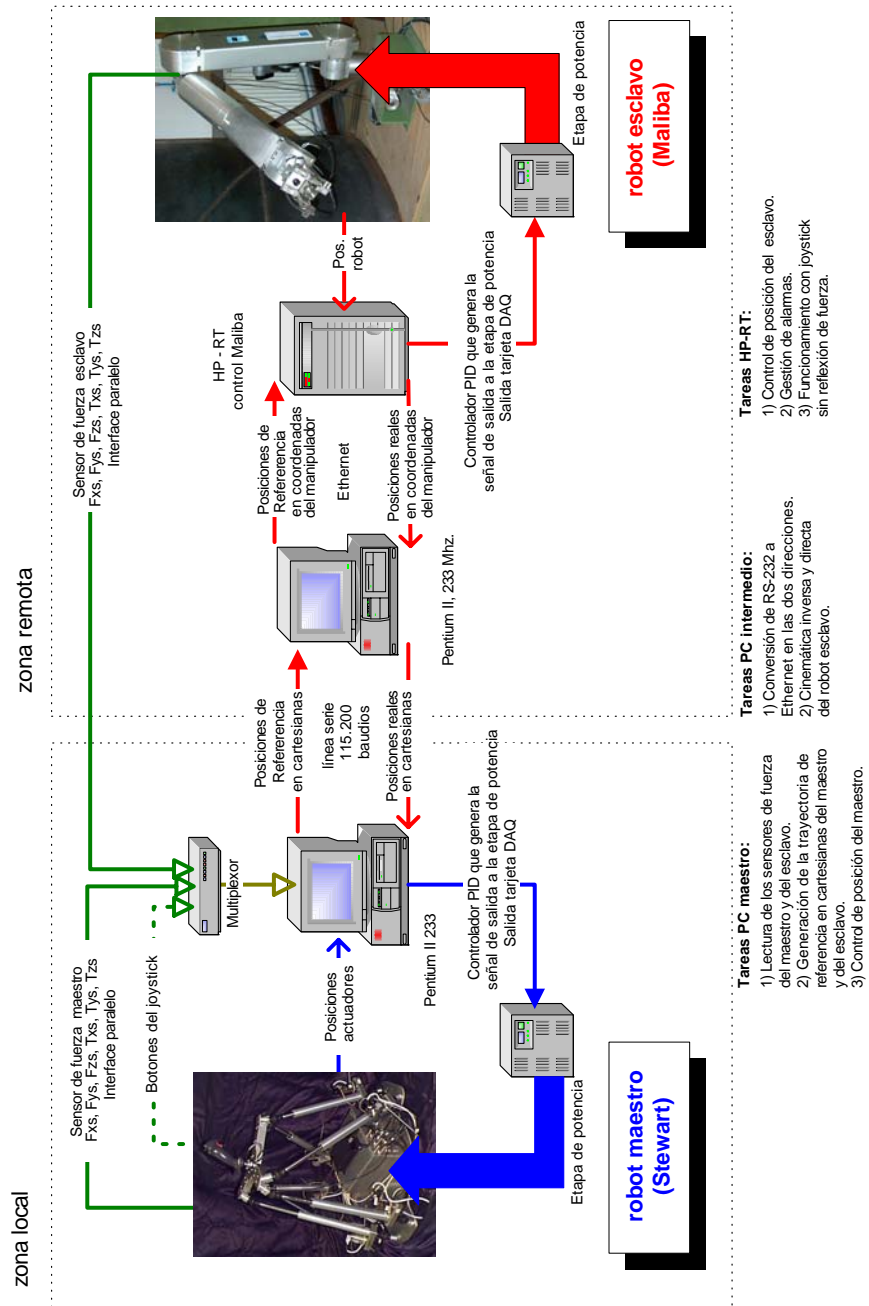


Figura 2.1 Diagrama global del prototipo.

### 2.3 DESCRIPCIÓN DE LOS MANIPULADORES MAESTRO Y ESCLAVO

La descripción detallada de cada una de las partes del dispositivo de teleoperación comienza con la presentación de los manipuladores empleados. Como ya se ha dicho, el robot maestro es una plataforma Stewart y el robot esclavo es un robot antropomórfico de seis grados de libertad de nombre Maliba. A continuación se presentan cada uno de ellos por separado.

#### 2.3.1 Robot Maestro: la plataforma Stewart

La plataforma Stewart se compone de dos cuerpos rígidos conectados por seis actuadores que usualmente son prismáticos. Uno de los cuerpos se encuentra apoyado sobre una superficie fija y se le denomina base. El otro cuerpo constituye el extremo final del robot y se le conoce con el nombre de plato móvil. La estructura más conocida es el Manipulador Simétrico Simplificado (o MSS), en la que los actuadores se distribuyen de forma simétrica. Éstos se unen a la base por medio de juntas universales (cárdan) y al plato móvil por medio de juntas esféricas.

La estructura paralela contrasta de una manera muy clara con los manipuladores más tradicionales que están basados en cadenas cinemáticas abiertas. El diseño de este mecanismo se debe a [Gough, 1962]. Sin embargo, el robot hereda su nombre de [Stewart, 1965] que diseñó un mecanismo similar de seis grados de libertad para construir un simulador de vuelo.

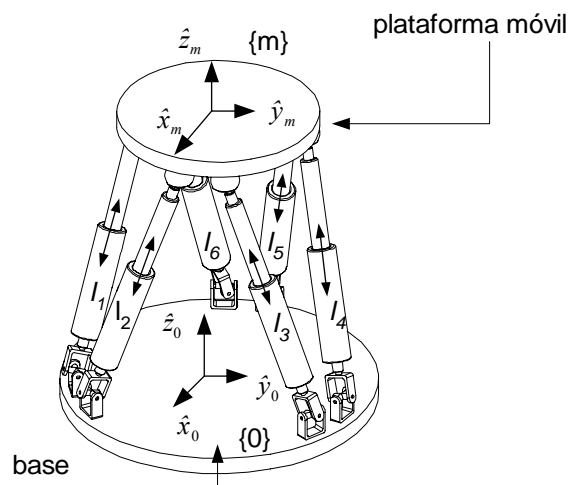


Figura 2.2 Plataforma Stewart típica.

La Figura 2.2 muestra una plataforma Stewart MSS a la cual se le han asociado los sistemas de referencia fijo  $\{0\}$ , a la base, y el móvil  $\{m\}$ , al plato móvil. Los puntos de unión de los actuadores con cada uno de estos cuerpos (vértices) se han situado de forma simétrica describiendo una circunferencia. Ello permite la definición geométrica del robot considerando sólo las longitudes máxima y mínima de los actuadores, radio de la circunferencia donde se sitúan los vértices y el ángulo del arco que separa dos vértices adyacentes.



Figura 2.3 Operario manejando el robot maestro del dispositivo de teleoperación.

La Figura 2.3 muestra la plataforma Stewart usada por un operario del sistema. Fue en su totalidad proyectada y construida por [Olazagoitia, 1999] en el CEIT. Este robot fue optimizado para contar con un amplio espacio de trabajo, a costa de permitir la existencia de configuraciones singulares. La Tabla 2.1 resume las características geométricas, dimensionales y rangos del espacio de trabajo del robot.

		Mínimo	Máximo
Longitud máxima del actuador	585 mm	-210	192
Longitud mínima del actuador	385 mm	-186	186
Radio Base	300 mm	330	550
Semiángulo Base	12,5°	-38	38
Radio Plataforma	170 mm	-39	41
Semiángulo Plataforma	8,5°	-67	67

Tabla 2.1 Datos dimensionales de la plataforma (izquierda). Rango del espacio de trabajo cuando los actuadores parten del punto medio de su carrera (derecha).

Los actuadores empleados son comerciales, de la empresa UNIMATION, modelo *The Bug*, con una carrera de 200 mm. Cada actuador tiene un motor

PITTMAN DC de 24 V. Mediante una transmisión de correa, el movimiento, giratorio de dicho motor, se traslada a un husillo. El propio actuador cuenta con encoders en cuadratura de 500 pulsos por vuelta. Como resumen pueden verse a continuación las características de los motores DC del robot maestro:

Característica	Valores
Voltaje (V)	24
Máximo par instantáneo (Nm)	0,296
Máximo par permanente (Nm)	0,051
Velocidad angular en vacío (rpm)	6151
Inercia ( $\text{kgm}^2$ )	41,7e-6
Constante de velocidad (rpm/V)	262
Constante de par (Nm/A)	36,5e-3
Máxima corriente instantánea (A)	8,11
Máxima corriente permanente (A)	1,41

Tabla 2.2 Características de los motores.

Para que el usuario pueda gobernar el robot con comodidad, éste cuenta con un joystick situado en el centro del plato móvil. Este joystick tiene una serie de pulsadores que controlan las funciones principales del sistema (Figura 2.4).

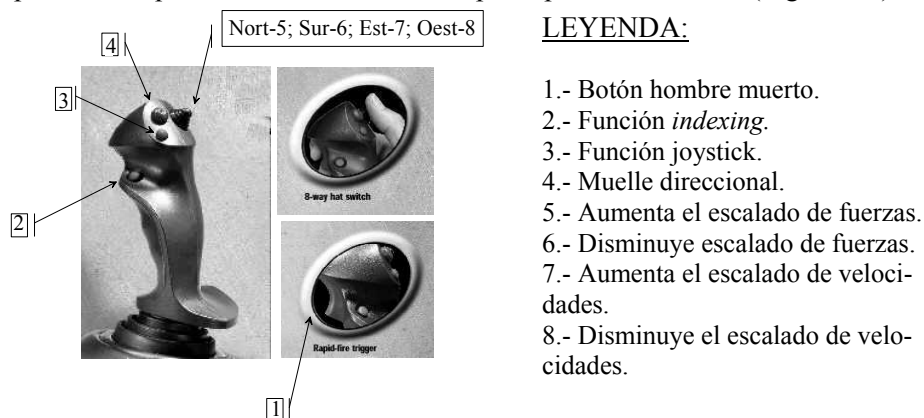


Figura 2.4 Numeración de los pulsadores del joystick.

Aunque se detallarán posteriormente cada una de las funciones que son controladas desde el joystick, a modo introductorio se explican brevemente a continuación:

- La función de *indexing* bloquea el movimiento del robot esclavo mientras que el usuario puede repositionar el maestro (4.3.3).
- Normalmente el robot esclavo replica los movimientos del robot maestro. A través de la función joystick, los desplazamientos del robot maestro, respecto a un punto central, se interpretan como comandos de velocidad. Es el modo de funcionamiento que tienen la mayoría de los

joysticks del mercado. En la bibliografía inglesa aparece bajo el nombre de *rate control*.

- La función ‘muelle direccional’ activa un controlador proporcional que orienta la herramienta en una dirección concreta previamente programada.
- La función de escalado de fuerzas amplifica o atenúa la fuerza que ejerce el operario a través del robot esclavo.
- El escalado de velocidades permite realizar operaciones de macro o micromanipulación: por ejemplo, se consigue que un desplazamiento de un 1 cm del robot maestro se refleje en uno de 10 cm (macromanipulación) ó 1 mm (micromanipulación) en el robot esclavo.

Un resumen de los cálculos de la cinemática de la plataforma Stewart pueden consultarse en el Anejo A. Para una mayor profundización del tema consultar [Olazagoitia, 1999].

### 2.3.2 Robot Esclavo: Maliba.

El robot esclavo es un robot de cadena cinemática abierta, antropomórfico de seis grados de libertad. Dada su estructura serie, se compone por seis eslabones unidos entre sí por articulaciones rotativas. Cada articulación se corresponde con un grado de libertad. Los tres últimos forman una muñeca del tipo *Roll-Pitch-Roll*, cuya propiedad fundamental es que sus tres ejes se cortan en un punto, con lo cual es posible encontrar con relativa facilidad una expresión analítica para su cinemática inversa [Craig, 1989].

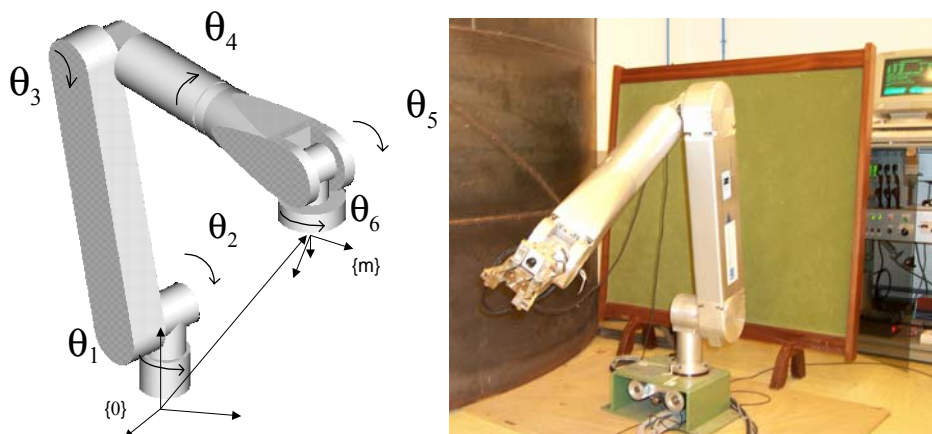


Figura 2.5 Izquierda: Esquema cinemático del manipulador Maliba, donde  $\{0\}$  es el sistema de referencia fijo y  $\{m\}$  el solidario con el extremo final del robot. Derecha: foto del manipulador Maliba con su controlador HP-RT.

La Figura 2.5 muestra un esquema cinemático del robot Maliba donde nuevamente se define un sistema de referencia fijo {0} y otro móvil solidario al extremo {m}. Dicho robot fue desarrollado y construido por Equipos Nucleares Sociedad Anónima (ENSA) con objeto de que fuera resistente a zonas de alta radiación dentro de las centrales nucleares. Por ello, es de fácil descontaminación. Internamente cuenta con conectores robustos de la serie militar y resolvers para la medida de posición de cada grado de libertad. Los datos de los motores se resumen en la Tabla 2.3.

Eje	Potencia eléctrica (w), tensión 24V	Reducción	Velocidad máxima (rpm)	Par de salida (N-m)
1	43	1:2200	1,36	82
2	155	1:2000	1,5	470
3	155	1:1600	1,87	330
4	18	1:440	6,8	24
5 <sup>1</sup>	18,5	1:440	6,8	42
6	18,5	1:440	6,8	42

Tabla 2.3 Características de los motores de las articulaciones de Maliba.

El robot pesa unos 40 kg y tiene la capacidad de levantar 13 kg de carga máxima. Las dimensiones principales del robot se detallan en el croquis de la Figura 2.6.

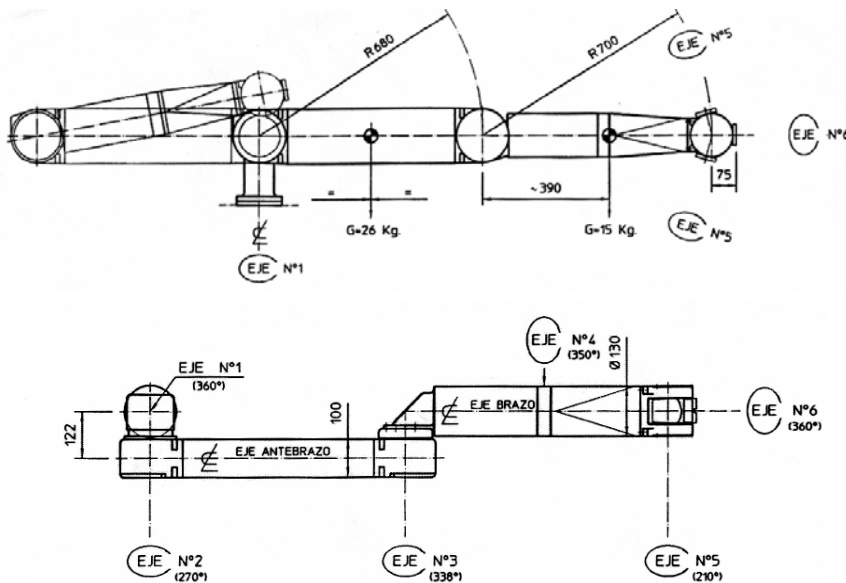


Figura 2.6 Croquis de las medidas principales de Maliba.

<sup>1</sup> El movimiento de los dos últimos ejes se encuentra acoplado a través de un mecanismo diferencial.

El robot cuenta además con un joystick local (Figura 2.7) que permite controlarlo cuando el robot maestro del dispositivo de teleoperación se encuentra inactivo. Las principales características del joystick se resumen a continuación:

- Secuencia de inicialización del robot,
- Seta de parada de emergencia,
- Control de la posición de las articulaciones del robot eje a eje,
- Control de la posición del extremo final del robot en coordenadas cartesianas tanto según el sistema de referencia fijo, como el móvil.
- Existe la posibilidad de mover el robot tanto manteniendo la orientación del extremo final como no.
- Señalización de alarmas.



Figura 2.7 Joystick local de Maliba.

## **2.4 EL ORDENADOR DE CONTROL**

El PC de control, u ordenador maestro, es la parte principal del dispositivo de teleoperación ya que en él reside el programa que ejecuta el algoritmo de control bilateral descrito detalladamente en el Capítulo 4. El ordenador cuenta con una tarjeta de adquisición de datos a la que se conectan el robot maestro y los sensores de fuerza. La comunicación con el robot esclavo se realiza a través de un puerto serie RS-232 a 115.000 baudios.

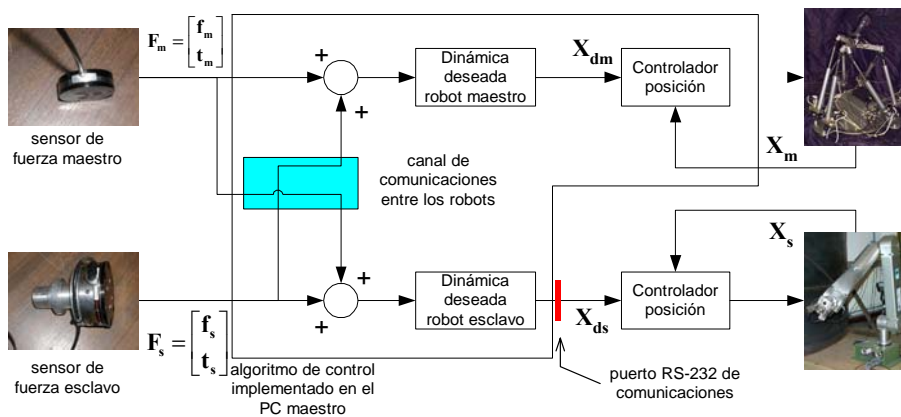


Figura 2.8 Esquema del controlador de teleoperación simplificado.

La Figura 2.8 muestra un esquema simplificado del controlador bilateral. Se observa que éste es simétrico y del tipo fuerza-fuerza ya que la información comunicada entre ambos robots es la fuerza  $f$  y par  $t$  registrado en cada uno de ellos. El vector  $F$  tiene dimensión  $6 \times 1$ , donde las primeras tres componentes son la fuerza y las tres restantes, el par. El subíndice  $m$  se refiere al robot maestro y el  $s$ , al robot esclavo.

Otro punto destacable es que la suma de fuerzas/pares es la entrada de los bloques que calculan unas trayectorias,  $X_{dm}$  y  $X_{ds}$ , en función de una dinámica deseada. Esta trayectoria sirve de referencia a los controladores de posición.

Tanto las posiciones reales  $X_m$  y  $X_s$ , como las deseadas  $X_{dm}$  y  $X_{ds}$  son vectores de dimensión  $6 \times 1$ , cuyas tres primeras componentes definen la traslación y las tres últimas, la orientación del extremo final de cada robot.

El ordenador maestro funciona bajo un entorno MS-DOS, que a pesar de ser un entorno poco amigable para el operario y pueda parecer un tanto obsoleto, presenta ventajas como son su bajo coste, facilidad de acceso al hardware por programación. Además, al ser un sistema operativo monotarea, proporciona un período de muestreo muy preciso y estable, haciéndolo compatible con la filosofía de programación en tiempo real.

## 2.5 COMUNICACIONES CON LA ZONA REMOTA

Tal y como ya se ha dicho, en el entorno remoto se encuentra el manipulador Maliba, su controlador (HP-RT) y el ordenador intermedio (Figura 2.1). Todo este equipo se engloba dentro de una unidad denominada sistema remoto. Éste ha sido íntegramente proporcionado por Equipos Nucleares S.A. (ENSA). Sus lazos internos de control de posición han sido desarrollados por la Universidad de Cantabria. Por ello, y desde el PC maestro de control, el robot Maliba se considera como una caja negra que admite consignas de posición y devuelve



mensajes a través de un puerto serie.

El robot esclavo está controlado por una workstation HP-RT que funciona bajo Unix con extensiones de tiempo real (LYNX). La idea inicial era conectar el PC maestro y el HP-RT por el puerto serie y enviar la consigna en coordenadas cartesianas. Existían dos inconvenientes fundamentales:

- La máxima velocidad de transferencia de información del puerto serie del HP-RT era 38.400 baudios (aproximadamente 3.800 Bytes/segundo, es decir, 19 Bytes/periodo de muestreo, que es inferior al mínimo necesario, y
- no existía seguridad de si el procesador del HP-RT pudiera hacer la transformación inversa con el período de muestreo escogido (200 Hz).

Si bien el primer inconveniente podía ser subsanado utilizando Ethernet en vez del puerto serie para la comunicación de ambos ordenadores, fue necesario un estudio de los tiempos dedicados por la CPU para resolver la cinemática directa e inversa. También se midieron tiempos de ejecución sobre otros dos ordenadores más (un Pentium 166 y un Pentium II 233). Este estudio fue realizado por la [Universidad de Cantabria, 1998a], cuyos resultados se muestran en de la Tabla 2.4 a la Tabla 2.7.

	<i>Máxima</i>	<i>Media</i>	<i>Minima</i>
HP-RT	2822 $\mu$ s	2581 $\mu$ s	2541 $\mu$ s
Pentium-166	1649 $\mu$ s	1485 $\mu$ s	1359 $\mu$ s
Pentium II-233	694 $\mu$ s	552 $\mu$ s	516 $\mu$ s

Tabla 2.4 Tiempo dedicado a la transformación inversa de las coordenadas.

	<i>Máxima</i>	<i>Media</i>	<i>Minima</i>
HP-RT	2027 $\mu$ s	1858 $\mu$ s	1856 $\mu$ s
Pentium-166	904 $\mu$ s	831 $\mu$ s	774 $\mu$ s
Pentium II-233	319 $\mu$ s	304 $\mu$ s	293 $\mu$ s

Tabla 2.5 Tiempo dedicado a la transformación directa de las coordenadas.

Aparte del tiempo dedicado a realizar la transformación directa e inversa, también es necesario invertir tiempo en otras tareas (Tabla 2.6).

	<i>Máxima</i>	<i>Media</i>	<i>Minima</i>
<b>Ethernet</b>			
Lectura	69 $\mu$ s	50 $\mu$ s	46 $\mu$ s
Escritura	202 $\mu$ s	163 $\mu$ s	153 $\mu$ s
<b>Otras tareas</b>			
Planificador Reducido	0,820 ms	0,740 ms	0,720 ms
Detección Choques	1,082 ms	1,060 ms	1,053 ms
Lee Estado	1,439 ms	1,397 ms	1,380 ms
Control de Servos	1,144 ms	0,978 ms	0,965 ms

Tabla 2.6 Tiempo dedicado a las distintas tareas de control del esclavo en el HP-RT.

Baudios	HP-RT	Pentium II, 233 (Linux)
4800	1,13 %	0,11 %
9600	2,27 %	0,33 %
19200	4,61%	0,77 %
38400	9,64 %	1,55 %
57600	N. A.	2,33 %
115200	N. A.	5,48 %

Tabla 2.7 Tanto por ciento de la CPU dedicado a las comunicaciones por la vía serie en un Pentium 233 y en el HP-RT.

A la vista de este estudio de tiempos se vio la necesidad de instalar un ordenador intermedio que hiciera la cinemática directa e inversa. Así, la solución adoptada contempla la comunicación, por un lado, del PC maestro con el intermedio a través de un puerto serie RS-232 y por otro, el ordenador intermedio y el HP-RT a través de Ethernet. La elección del protocolo RS-232 viene motivada por el sistema operativo del PC maestro, que dificulta el empleo de otra arquitectura más rápida como puede ser ethernet.

### 2.5.1 Sintaxis de un mensaje

Aunque realmente son tres los flujos de información que hay entre la zona local y la remota (medida de fuerza/par aplicado sobre el extremo del robot esclavo, consigna de posición para el robot esclavo y posición real del robot esclavo), este apartado se centra únicamente en los dos de posiciones, ya que éstos son los que circulan por la línea serie RS-232.

Debido al elevado número de bytes a transmitir, se elige una velocidad de 115.200 baudios. A pesar de que esta velocidad es relativamente alta para una transmisión serie, el ancho de banda no es suficientemente elevado para poder retransmitir en caso de error de comunicación. Con todo ello, el protocolo puede resultar no fiable. Así que se ha decidido establecer una codificación del mensaje que permite detectar errores y distinguir entre el principio y final del mensaje. De esta forma se puede permitir una resincronización automática de las comunicaciones en caso de fallo [Universidad de Cantabria, 1998b].

Por lo tanto, la sintaxis de los mensajes empleados en la transmisión y recepción son:

- Los dos primeros bytes del mensaje son dos caracteres STX (Start TeXt, ASCII 2),
- a continuación, se envía el cuerpo del mensaje, que para el enviado por el maestro al intermedio consta de 35 bytes y para el transmitido desde el intermedio al maestro es de 33 bytes,
- posteriormente viene el *checksum* (2 bytes),

- finalmente el mensaje es cerrado por dos bytes adicionales ETX (End TeXt, ASCII 3).

S	S	DATOS (35 Ó 33 BYTES)	C	S	E	E
T	T		H	U	T	T
X	X		K	M	X	X

Figura 2.9 Formato del mensaje que viaja por la línea serie RS-232.

Con objeto de distinguir los caracteres de comienzo y final de mensaje, todos los bytes transmitidos deben tener un valor ASCII igual o mayor que 4. Es por ello que hay que hacer una pequeña codificación que consiste en:

- Números enteros: Los bytes que representen información entera simple o valores enumerados, se envían añadiéndoles el valor 4. Se pueden enviar valores entre 0 y 251 sin provocar errores de *overflow*.
- Valores reales: En primer lugar, se interpreta el número real como un grupo de 4 bytes que deben ser transmitidos (según el formato definido por la IEEE para representación de números reales de precisión simple en formato *little endian*). Cada uno de éstos bytes se codifican por separado, tal y como se explica para los números enteros, con la salvedad de que se debe permitir la codificación de valores comprendidos entre 252 y 255. Por ello, es necesario añadir un 5º byte donde su bit *i*-ésimo se pone a uno si en el byte *i*-ésimo del número real se produce un *overflow* al sumarle 4 y cero en caso contrario (Figura 2.10). Además, en caso del *overflow*, la codificación del byte *i*-ésimo supone, además de sumar 4, restar 251. El algoritmo completo se muestra en la Figura 2.11.

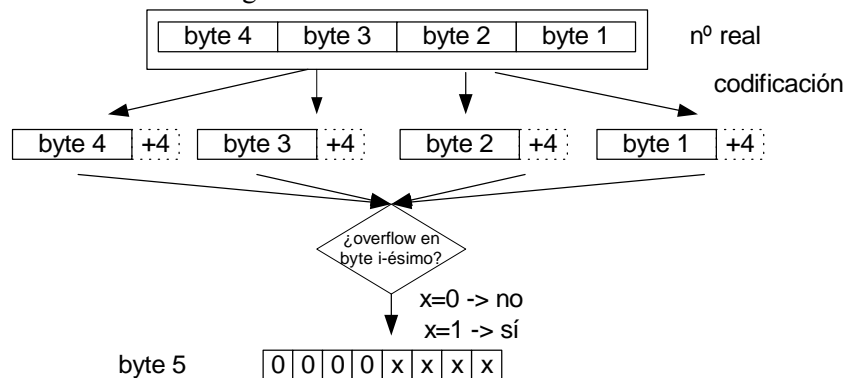


Figura 2.10 Control del overflow en la codificación de números reales.

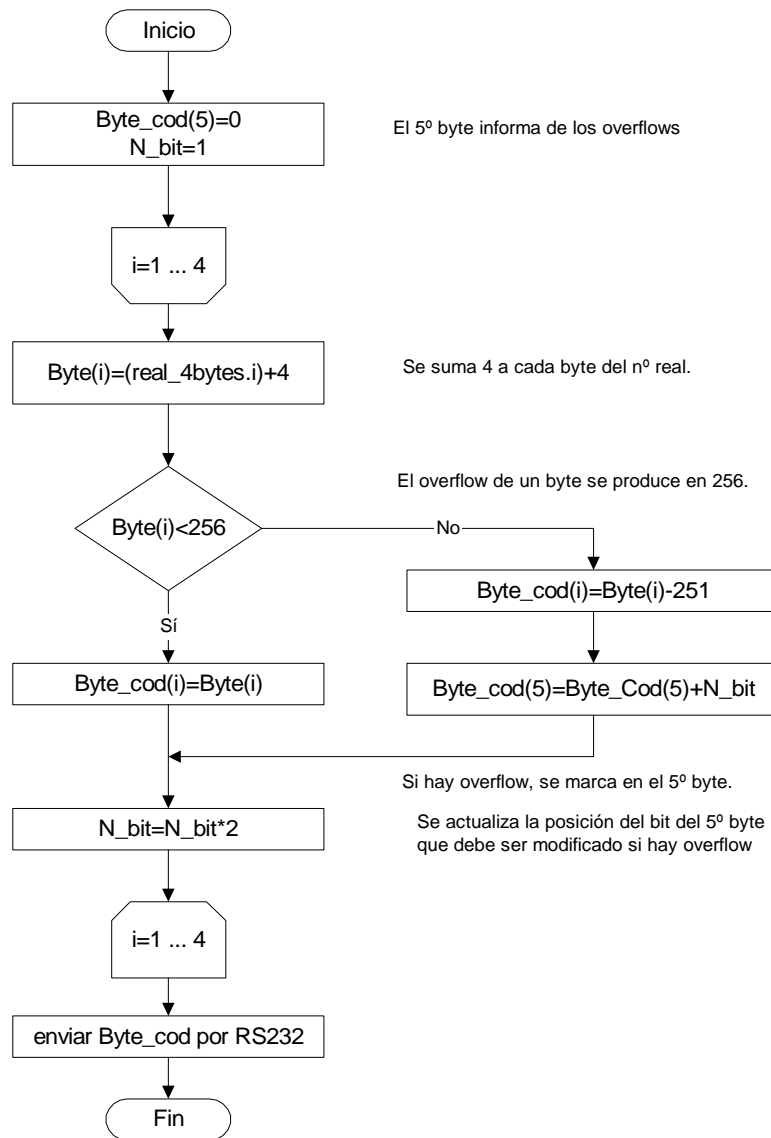


Figura 2.11 Algoritmo de codificación de variables reales de 4 bytes.

Para formar los dos bytes de *checksum* se suma en una variable entera de 16 bits los valores de todos los bytes de datos del mensaje. Los dos bytes del código son, respectivamente, el cociente y el resto de la división de *la suma* entre 128 (Figura 2.12). Posteriormente, y antes de transmitir, hay que sumar 4, para evitar los valores numéricos comprendidos entre 0 y 3.

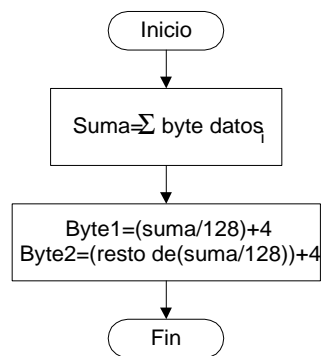


Figura 2.12 Algoritmo de cálculo del *checksum*.

## 2.5.2 Información intercambiada entre el PC de control maestro y el PC intermedio

Siguiendo la sintaxis explicada en el anterior punto, la información que intercambian ambos ordenadores es:

### 2.5.2.1 Datos que comunica el PC maestro al PC intermedio

El PC maestro comunica al PC intermedio los estados que debería alcanzar el manipulador esclavo según el esquema de control programado:

En primer lugar, se comunica un byte de estado llamado *Master\_status*. Dicho byte puede tomar los siguientes valores:

- MASTER\_SLAVE(0): indica que el sistema está en modo *Master-Slave*, es decir, el PC maestro envía consignas de posición y orientación a Maliba en coordenadas cartesianas. Este es el modo de funcionamiento habitual cuando se conecta el algoritmo de control bilateral.
- JOYSTICK(1): Este modo es similar al modo MASTER\_SLAVE sólo que en este caso se ignoran las consignas de orientación, dejando en reposo los últimos tres ejes del robot esclavo.
- IR\_A\_PUNTO(2): En este modo, se solicita el posicionamiento a un punto lejano.
- IR\_A\_XYZ(3): Similar al modo anterior, sin embargo, en este caso, no se respetan las orientaciones.
- IR\_A\_ARTICULAR(4): similar al modo IR\_A\_PUNTO pero la interpolación de la trayectoria se realiza en el espacio articular.
- LOCAL(5): En este caso, el PC maestro no desea controlar al robot esclavo.

El siguiente byte se define como *configuración* y codifica la siguiente información:

- Bit 1: BRAZO\_IZQ(0), BRAZO\_DER(1);
- Bit 2: CODO\_ARRIBA(0), CODO\_ABAJO(2);
- Bit 3: MUNEC\_ARRIBA(0), MUNEC\_ABAJO(4).

Dichos bits pueden asociarse mediante operaciones OR, AND para conseguir distintas configuraciones.

A continuación, se transmiten los bytes asociados con la posición, en coordenadas cartesianas (X,Y,Z en mm), y las orientaciones (Roll, Pitch, Yaw en grados sexagesimales).

Por último, se transmiten los valores de ajuste de las ganancias de los controladores PID del robot esclavo, resultando un total de 3 bytes: Kp, Ki, Kd. Los valores, en cada byte, deben estar comprendidos entre 1 y 251. El valor interpretado por el controlador HP-RT será siempre byte/64 (Figura 2.13).

Master_status	Configuración	X	Y	Z	Yaw	Pitch	Row	Prop.	Int.	Derv.
		Posición						Ganancias		

Figura 2.13 Mensaje que transmite el PC maestro al intermedio.

### 2.5.2.2 Datos que comunica el PC intermedio al PC maestro

Como contrapartida, el PC intermedio informa al PC maestro del estado real del sistema siguiendo el siguiente esquema:

El primer byte marcado como *Slave\_Status* informa al PC maestro del estado real del manipulador esclavo:

- MODO\_REMOTO(0): El controlador BTM del robot esclavo está aceptando y ejecutando las órdenes del PC maestro.
- MODO\_LOCAL(1): El controlador BTM no acepta las órdenes del PC maestro, sólo puede moverse el manipulador desde el joystick local.
- MODO\_IR\_A(2): El controlador BTM está ejecutando una orden IR\_A\_PUNTO. Mientras dure este modo, no se aceptan órdenes. Sin embargo, cuando termine de ejecutarse el comando, el controlador pasa automáticamente al MODO\_REMOTO.
- MODO\_NO\_INICIALIZADO(3): El controlador no ha sido inicializado.

El siguiente byte se denomina *configuración* y tiene el mismo formato e interpretación que su homónimo en el mensaje que envía el PC maestro al intermedio.

A continuación, la información enviada es la posición y orientación real, siguiendo el mismo criterio que la información de posición y orientación deseadas que el PC maestro envía al PC intermedio.

Además, se envía un byte de *alarma* cuya tabla de interpretación es la siguiente:

Valor numérico	Significado
0	OK
1	SETA EMERGENCIA
2	SERVOS INHIBIDOS
3	TEMPERATURA MOTOR 2
4	TEMPERATURA MOTOR 3
5	TOPE HARDWARE
6	TOPE SOFTWARE
7	PUNTO NO ALCANZABLE
8	CHOQUE DETECTADO
9	ERROR SOFTWARE
10	ERROR POSICIÓN
11	CERCA PUNTO SINGULAR
12	FALLO COMUNICACIONES

Tabla 2.8 Alarmas contempladas por el controlador de Maliba.

El formato final del mensaje que se debe enviar desde el PC intermedio al PC maestro se muestra gráficamente en la siguiente figura:

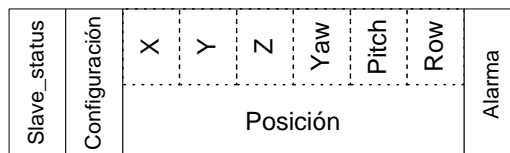


Figura 2.14 Mensaje que transmite el PC intermedio al maestro.

## 2.6 SENSORES DE FUERZA

Para medir las fuerzas/pares aplicados sobre los extremos finales de los robots se emplean dos sensores, fabricados por la empresa ATI. Son capaces de medir las fuerzas y pares en las tres direcciones espaciales. Sus características principales se resumen en la Tabla 2.9.

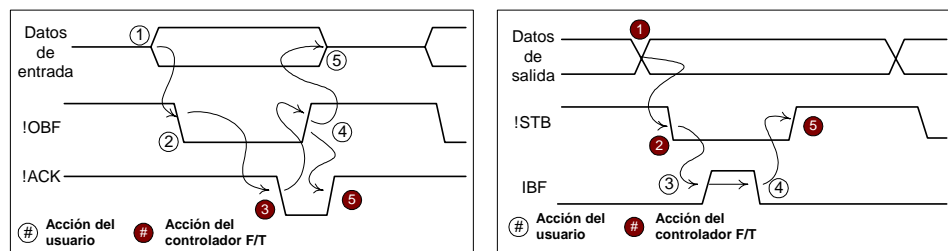
Cada sensor está compuesto por el transductor que se monta directamente sobre el extremo de cada robot. Éstos se encuentran conectados a sus respectivos controladores que se encargan de hacer el muestreo y desacoplar las

medidas procedentes de las galgas extensiométricas. Finalmente, estos controladores se comunican con el ordenador maestro a través de una conexión RS-232 (max. 38,4 kbaud) o un conector de 50 pines que trabaja con un protocolo paralelo, no compatible con los puertos de PC, si bien los niveles de tensión sí son TTL.

	Robot maestro	Robot esclavo
Modelo	Mini 80/4	Delta 660/60
Resolución ( $F_x, F_y$ )	0.08N	0.5N
Resolución ( $F_z$ )	0.24N	1N
Resolución ( $T_x, T_y, T_x$ )	0.002N-m	0.03N-m
Rango ( $F_x, F_y$ )	80N	660N
Rango ( $F_z$ )	240N	1320N
Rango ( $T_x, T_y, T_x$ )	4N-m	60N-m

Tabla 2.9 Características principales de los sensores de fuerza.

A pesar de la facilidad en la implementación del protocolo serie, ha sido necesario el emplear el protocolo paralelo ya que la velocidad de transmisión del RS-232 resulta insuficiente y durante el control habría que trabajar con los valores de fuerza-par registrados en el período anterior de muestreo. Un retardo de estas características equivale a una disminución de la estabilidad del controlador.



a) Envío de comando al sensor

b) Respuesta del sensor

Figura 2.15 Evolución de las señales del protocolo paralelo de los sensores F/T.

El protocolo paralelo no sólo resulta más complejo en su implementación y programación (Figura 2.15) sino que también obliga a disponer de una gran cantidad de entradas/salidas digitales en la tarjeta de adquisición de datos en el ordenador maestro. Para reducir dichos requerimientos, se coloca una tarjeta multiplexora que conmuta entre el sensor de fuerza maestro, el esclavo y los pulsadores del mando del robot maestro (Figura 2.16).



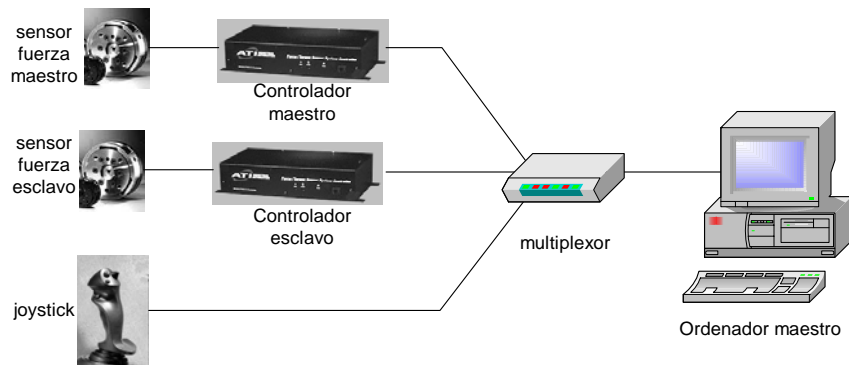


Figura 2.16 Diagrama de conexionado de los sensores de fuerza y pulsadores de joystick con el ordenador maestro.

## 2.7 SISTEMA DE VISIÓN

La reflexión de fuerza, aunque importante, constituye sólo una característica más de la cual se puede beneficiar un sistema de teleoperación, como por ejemplo pueden ser circuitos de sonido e imagen. Todos estos sistemas adicionales contribuyen a que el usuario perciba el entorno del robot esclavo con mayor realismo, en un intento de que no haya diferencia entre realizar una tarea directamente o a través del sistema de teleoperación.

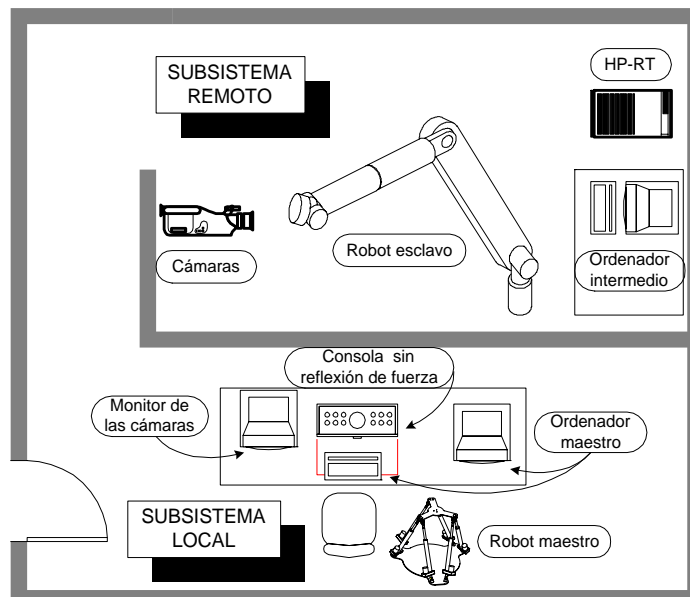


Figura 2.17 Disposición en planta del prototipo.

En el prototipo se han instalado unos paneles que obstaculizan la visión directa entre el subsistema local y el remoto (Figura 2.17). De este modo los ensayos serán más realistas ya que en condiciones normales de trabajo, no tiene porqué haber una visión directa entre los robots. En todo momento, las operaciones de teleoperación son únicamente supervisadas a través de las imágenes mostradas por un conjunto de cámaras (Figura 2.18). Este conjunto está compuesto por una cámara CCD blanco y negro de gran angular que permite reubicar al robot esclavo y, por dos cámaras CCD color de gran zoom regulable, montadas sobre una plataforma móvil. Ésta última, a su vez, se controla desde un joystick.

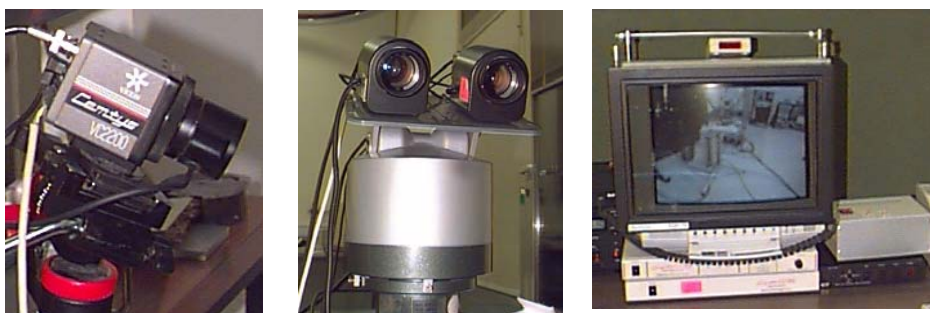


Figura 2.18 De izquierda a derecha: cámara CCD de blanco y negro, grupo de cámaras usadas para el sistema 3D y monitor de visualización de imágenes.

Las cámaras de color se emplean en un sistema de visión estereoscópico de la empresa Cristal Eyes. La imagen estéreo se proyecta sobre un monitor convencional que cuenta con un filtro de polarizador. Este filtro, conmuta las imágenes del ojo derecho e izquierdo a una frecuencia de 100 conmutaciones por segundo. Para visualizar las imágenes se emplean unas gafas con filtros pasivos para la luz polarizada. Tras las pruebas se ha constatado la gran utilidad del sistema de visión estereoscópica para las operaciones que requieran una alta precisión de posicionado (p. ej. cuando se acerca la broca a la superficie a taladrar).

A pesar de la utilidad del sistema estereoscópico, éste no ha eliminado la necesidad de emplear otra cámara de gran angular para visualizar el robot esclavo cuando éste se desplaza grandes distancias.

## 2.8 CONCLUSIÓN

A lo largo del presente capítulo se han descrito cada una de las partes de las que consta el prototipo Stewart-Maliba. Este prototipo se emplea para ensayar los algoritmos de control descritos en el Capítulo 4. Se ha comenzado por las partes relacionadas con el propio sistema de telemanipulación (robot maestro, robot esclavo), los ordenadores de control y cómo éstos se comunican entre sí. A

continuación se han descrito los sensores de fuerza, imprescindibles para los algoritmos de control implementados. El capítulo termina describiendo el sistema de visión estereoscópica empleado para validar el prototipo en entornos en los cuales no hay visión directa entre los subsistemas local y remoto.

Para una lectura más detallada sobre el tema, consultar [Sánchez, 2000].

## **2.9 BIBLIOGRAFÍA**

Craig J. J., "Introduction to Robotics: Mechanics and Control". *Addison-Wesley*. 1989.

Gough V. E., Whitehall S. G., "Universal Tyre Test Machine". *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Tech. Congr. FITISA*. Mayo, 1962.

Olazagoitia J. L. "Optimización Global de Índices de Manipulabilidad en Robots Paralelos". *Tesis Doctoral, Universidad de Navarra*. 1999.

Sánchez E., "Documentación Técnica sobre el Prototipo de Brazo Manipulador Maliba". *PIE 041-051 Proyecto SRT*. 2000.

Stewart D., "A Platform with Six Degrees of Freedom". *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering*. Vol. 180, parte 1<sup>a</sup>, n<sup>o</sup>5, pp 371.386. Londres, 1965.

Universidad de Cantabria, "Análisis Temporal del Modo Remoto del Robot BTM". *Documento interno*. 1998a.

Universidad de Cantabria, "Sistema MALIBA: Adaptación del Controlador BTM y Comunicaciones entre el Master y el Slave". *Documento interno*. 1998b.



# CAPÍTULO 3

## CINEMÁTICA DEL ROBOT ESCLAVO

---

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se expone el análisis cinemático del robot esclavo. Este estudio será necesario posteriormente para la implementación del controlador bilateral ya que éste trabaja tanto en el espacio cartesiano como en el articular.

Además, se calcula la matriz jacobiana que sirve de punto de partida para el análisis de las singularidades y el espacio de trabajo del robot.

El presente capítulo comienza con el cálculo de la cinemática directa de Maliba (apartado 3.2). Para ello se emplea el conocido método de [Denavit-Hartenberg, 1955]. A continuación, y a partir de la cinemática directa, se obtiene la compleja de la matriz jacobiana (apartado 3.3). La última parte del capítulo (apartado 3.4) se centra en la cinemática inversa, necesaria en la gestión de los finales de carrera del robot y el control PD de posición.

### 3.2 CINEMÁTICA DIRECTA

Se define la *cinemática directa* como el cálculo de las coordenadas cartesianas del extremo final del robot en función de las coordenadas de posición de cada actuador. Es decir, hallar la función *CinDir* tal que exprese el vector de las coordenadas cartesianas,  $\mathbf{X}$  (posición y orientación), en función de las posiciones de cada actuador  $\mathbf{q}=[q_1, q_2 \dots q_n]^T$ . El vector  $\mathbf{X}$  tiene dimensión  $6 \times 1$ , donde sus tres primeras componentes es el vector  $\mathbf{x}$  de posición, y las tres últimas, el de orientación  $\boldsymbol{\psi}$ . La variable  $n$  representa el número de grados de libertad (gdl) del robot (Ec. 3.1).

$$\mathbf{X} = \text{CinDir}(\mathbf{q}) \tag{Ec. 3.1}$$

En este caso, el robot esclavo Maliba es un brazo antropomórfico (cadena cinemática abierta), con una muñeca del tipo *roll-pitch-roll*, con seis gdl de giro ( $\mathbf{q}=\boldsymbol{\theta}=[\theta_1 \theta_2 \dots \theta_6]^T$ ) tal y como se presenta en la Figura 2.5.

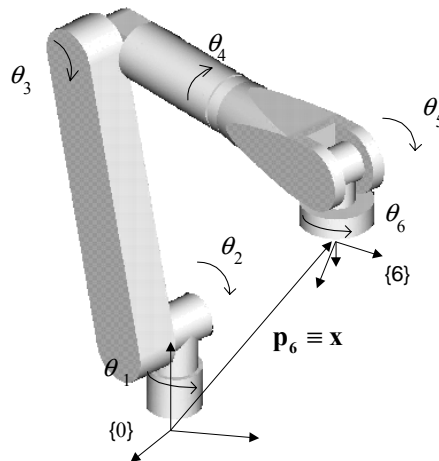


Figura 3.1 Esquema cinemático del manipulador Maliba, donde  $\{0\}$  es el sistema de referencia fijo y  $\{6\}$  el solidario con el extremo final del robot.

El cálculo emplea el método propuesto por Denavit y Hartenberg para obtener la cinemática directa en manipuladores serie. Dicho procedimiento se basa en establecer una serie de sistemas de referencia en cada una de las articulaciones del robot. Posteriormente se computa una matriz que integra tanto la rotación como la traslación efectuadas para realizar el cambio de base entre dos sistemas adyacentes cualesquiera (matrices de transformación homogénea):

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}\mathbf{R}_i & {}^{i-1}\mathbf{p}_i \\ [0 & 0 & 0] & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{rotación} & \text{traslación} \\ \text{transf. perspect.} & \text{escalado} \end{bmatrix} \tag{Ec. 3.2}$$

Donde  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$ , de dimensión 4x4, es la matriz de transformación homogénea que relaciona las coordenadas de un punto respecto al sistema  $\{i\}$  con respecto al  $\{i-1\}$ ;  ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$  es la matriz de rotación, de dimensión 3x3;  ${}^{i-1}\mathbf{p}_i$ , de dimensión 3x1, es el vector de traslación entre ambos sistemas de coordenadas.

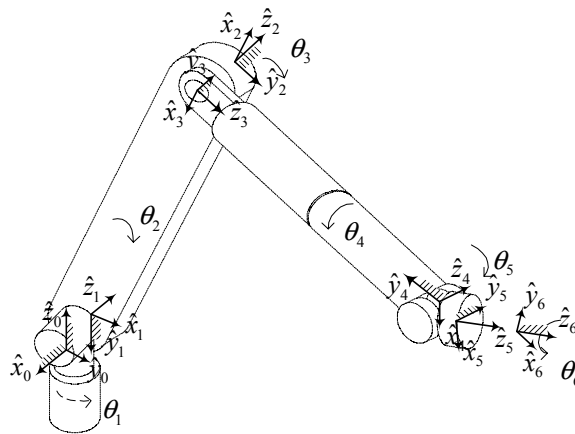


Figura 3.2 Sistemas de coordenadas auxiliares para el cálculo de la transformación de Denavit-Hartenberg. Los ejes marcados muestran las direcciones que permanecen invariables en las transformaciones del sistema  $\{i-1\}$  al  $\{i\}$ .

La matriz que realiza directamente el cambio de base entre el sistema de referencia fijo  $\{0\}$  y el sistema de referencia solidario a la herramienta que lleva el robot  $\{6\}$ ,  $T_6$ , se obtiene fácilmente a través del producto de todas las matrices que representan las rotaciones entre todos los sistemas de referencia intermedios. Así para el robot de 6 gdl, se tiene:

$$T_6 = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 \cdot T_5 \cdot T_6 = \begin{bmatrix} R_6 & p_6 \\ [0 \ 0 \ 0] & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.3}$$

En la definición de los sistemas de referencia intermedios se sigue el criterio de Denavit-Hartenberg tal y como se muestra en la Figura 3.2. El criterio se resume en los siguientes puntos<sup>2</sup>:

- El sistema de referencia  $\{i\}$  es solidario al brazo  $\{i\}$ . Se define además el sistema de referencia  $\{0\}$  que está fijo.
- El eje  $\hat{z}_{i-1}$  coincide con el eje de unión con la articulación  $i$ .
- El eje  $\hat{x}_i$  es la dirección normal común a los ejes  $\hat{z}_{i-1}$  y  $\hat{z}_i$  dirigida desde  $\hat{z}_{i-1}$  a  $\hat{z}_i$ . Si los ejes  $\hat{z}_{i-1}$  y  $\hat{z}_i$  se cortan, entonces  $\hat{x}_i$  tomará la

<sup>2</sup> Existen diferentes reglas para representar los sistemas coordenados, todos ellos conocidos con el nombre de Denavit-Hartenberg. Se diferencian en pequeños detalles (como p. ej. en la forma de numerar los elementos). A pesar de ello, conducen al mismo resultado. El empleado aquí puede consultarse en [Paul R, 1981]. Una de las modificaciones más usadas es la propuesta por Craig [Craig, 1989].

dirección dada por el producto vectorial de  $\hat{z}_{i-1}$  y  $\hat{z}_i$ . (El sentido de  $\hat{x}_i$  puede ser paralelo o antiparalelo).

- El eje  $\hat{y}_i$  sigue la regla de la mano derecha que hace coincidir el eje  $\hat{z}_i$  sobre el  $\hat{x}_i$  (triedro a derechas).

La relación entre todos estos sistemas de referencia queda definido por los cuatro parámetros de Denavit-Hartenberg, dos de traslación y dos de rotación:

- $\theta_i$  es el ángulo descrito por la articulación  $i$  respecto a la  $i-1$ . Se mide sobre el eje  $\hat{z}_{i-1}$  el ángulo entre los ejes  $\hat{x}_{i-1}$  y  $\hat{x}_i$ .
- $a_i$  es la longitud de la barra  $i$ . Se mide sobre la línea perpendicular a ambos ejes ( $i-1, i$ ) como la distancia de la intersección del eje  $\hat{z}_{i-1}$  con el eje  $\hat{x}_i$  y el origen del sistema de referencia  $\{i\}$ , es decir, distancia entre los ejes  $\hat{z}_{i-1}$  y  $\hat{z}_i$ .
- $\alpha_i$  es el ángulo de torsión entre los ejes de uniones de las articulaciones  $i-1$  e  $i$  del manipulador. Se mide por el ángulo entre los ejes  $\hat{z}_{i-1}$  y  $\hat{z}_i$  (ejes de las uniones) sobre el eje  $\hat{x}_i$ .
- $d_i$  es la separación relativa lateral que hay entre los ejes de las articulaciones  $i-1$  e  $i$ . Se mide sobre el eje  $\hat{z}_{i-1}$  la distancia entre los ejes  $\hat{x}_{i-1}$  y  $\hat{x}_i$ .

Para el caso del robot esclavo Maliba los valores son los siguientes:

Articulación	rango de $\theta$ (grados)	$a$ (m)	$\alpha$ (grados)	$d$ (m)
1	-42...306	0	-90	0
2	-125...45	0,7	0	0
3	-70...252	0	90	0
4	-113...207	0	-90	0,7
5	-100...100	0	90	0
6	-350...350	0	0	0,075

Tabla 3.1 Parámetros geométricos del robot Maliba.

Establecidos los parámetros geométricos del robot, se calcula la matriz de transformación homogénea que realiza un cambio de base entre dos sistemas adyacentes. Esta matriz se compone a partir de una rotación elemental de un ángulo  $\theta_i$  y una traslación  $d_i$  según el eje  $\hat{z}_{i-1}$  más una traslación  $a_i$  y una rotación  $\alpha_i$  según el eje  $\hat{x}_i$ . Todo ello resulta en:



$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.4}$$

Tal y como ya se ha dicho, la matriz que relaciona directamente el sistema fijo con el del extremo final de Maliba es el producto de todas las matrices  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$ .

$$\mathbf{T}_6 = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}\mathbf{T}_i \quad \text{Ec. 3.5}$$

Los resultados particulares, para el robot Maliba, se muestran en el Anejo B.

### 3.3 MATRIZ JACOBIANA DE LA TRANSFORMACIÓN

Para manipuladores serie, se define la matriz jacobiana  $\mathbf{J}_q$  de la transformación cinemática a la matriz que relaciona la velocidad del extremo final del robot con la de los actuadores:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad \text{Ec. 3.6}$$

donde  $\dot{\mathbf{q}}$  es el vector de las derivadas temporales de las posiciones de los actuadores;  $\dot{\mathbf{x}}$ , la velocidad lineal cartesiana; y  $\boldsymbol{\omega}$ , la velocidad angular.

En equilibrio estático, también se cumple la relación Ec. 3.7 a través de la matriz jacobiana, demostrable fácilmente por el teorema de los trabajos virtuales.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_q^T \mathbf{F} = \mathbf{J}_q^T \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.7}$$

donde  $\mathbf{F}$  es un vector 6x1 cuyas tres primeras componentes son la fuerza  $\mathbf{f}$  y las tres últimas el par  $\mathbf{t}$  que actúan sobre el extremo final del robot; y  $\boldsymbol{\tau}$ , de dimensión 6x1, son los pares ejercidos por los motores.

Normalmente la matriz Jacobiana de los manipuladores serie es más fácil de expresar en función de las coordenadas del manipulador. Esta matriz relaciona la velocidad de traslación y la velocidad angular, en coordenadas fijas, con la velocidad angular de los actuadores.

El método elegido, para la obtención de la matriz jacobiana, parte del cálculo de la derivada de las ecuaciones cinemáticas del robot: primero, de las ecuaciones de traslación (tres primeras filas de la jacobiana) y posteriormente de las de rotación para determinar la velocidad angular (tres últimas filas). Sea entonces la matriz jacobiana, particionada por filas:

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q1} \\ \mathbf{J}_{q2} \\ \mathbf{J}_{q3} \\ \mathbf{J}_{q4} \\ \mathbf{J}_{q5} \\ \mathbf{J}_{q6} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.8}$$

Si se analiza la Ec. 3.3 claramente se observa que la derivada temporal del vector  $\mathbf{p}_6$  es la propia velocidad de traslación del extremo final del robot. Así, las tres primeras filas de la matriz jacobiana ( $\mathbf{J}_{q1}$ ,  $\mathbf{J}_{q2}$ ,  $\mathbf{J}_{q3}$ ) se pueden obtener por derivadas parciales, respecto a cada uno de los ángulos de las articulaciones, de las componentes del vector  $\mathbf{p}_6 = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q1} \\ \mathbf{J}_{q2} \\ \mathbf{J}_{q3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.9}$$

Para las tres últimas filas de la matriz jacobiana, se emplea la expresión de la matriz antisimétrica asociada al producto vectorial de la velocidad angular:

$$(\boldsymbol{\omega} \wedge) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_6 \mathbf{R}_6^T \quad \text{Ec. 3.10}$$

donde  $\boldsymbol{\omega}$  es la velocidad angular y  $(\boldsymbol{\omega} \wedge)$  es la matriz antisimétrica asociada al producto vectorial de  $\boldsymbol{\omega}$  y  $\mathbf{R}_6$  es la matriz de rotación entre el sistema  $\{0\}$  y el  $\{6\}$ . El punto indica la derivación respecto al tiempo.

Considerando el particionamiento de la matriz de rotación en 3 vectores columnas  $[\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}]$ , la Ec. 3.10 se expande en:

$$\boldsymbol{\omega}^\wedge = \dot{\mathbf{R}}_6 \mathbf{R}_6^T = \begin{bmatrix} \frac{dn_x}{dt} & \frac{do_x}{dt} & \frac{da_x}{dt} \\ \frac{dn_y}{dt} & \frac{do_y}{dt} & \frac{da_y}{dt} \\ \frac{dn_z}{dt} & \frac{do_z}{dt} & \frac{da_z}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \\ o_x & o_y & o_z \\ a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.11}$$

A la hora de calcular las derivadas, como la matriz se encuentra expresada en términos del vector  $\boldsymbol{\theta}$  de coordenadas del manipulador, se aplica la regla de la cadena:

$$\boldsymbol{\omega}^\wedge = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial n_x}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial o_x}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial a_x}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} \\ \sum_{i=1}^6 \frac{\partial n_y}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial o_y}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial a_y}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} \\ \sum_{i=1}^6 \frac{\partial n_z}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial o_z}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial a_z}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \\ o_x & o_y & o_z \\ a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.12}$$

Tras realizar el producto matricial mostrado en la Ec. 3.12, la matriz resultante debe ser antisimétrica y nulos los elementos de la diagonal principal tal y como se muestra en la Ec. 3.10.

Tras la identificación de los elementos de la matriz de la Ec. 3.12 con la Ec. 3.10, fácilmente se obtiene el vector velocidad angular. Se comprueba que éste se encuentra en función de las posiciones angulares, y sus respectivas derivadas temporales, para cada uno de los actuadores del manipulador.

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad \omega_y(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad \omega_z(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})]^T \quad \text{Ec. 3.13}$$

Aunque la expresión de la velocidad angular no es lineal según el vector de posiciones de los actuadores, sí lo es para el caso de su derivada temporal. Por ello, se puede descomponer la matriz Ec. 3.13 en un producto de dos, por un lado el vector de derivadas temporales de los ángulos y, por el otro, los términos restantes. Por lo tanto, se concluye que dichos términos conforman las tres últimas filas de la matriz jacobiana:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q4} \\ \mathbf{J}_{q5} \\ \mathbf{J}_{q6} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad \text{Ec. 3.14}$$

Juntando la Ec. 3.9 con la Ec. 3.14, resulta la expresión completa de la matriz jacobiana. Los resultados de los cálculos particularizados al robot esclavo pueden consultarse en el Anejo B.

### 3.4 CINEMÁTICA INVERSA

Por problema *cinemático inverso* se entiende el cálculo de la posición de cada uno de los actuadores dada la posición y orientación del extremo final del robot.

$$\mathbf{q} = \text{CinDir}^{-1}(\mathbf{X}) = \text{CinInv}(\mathbf{X}) \quad \text{Ec. 3.15}$$

Como es conocido, en los robots serie el cálculo del problema cinemático inverso es complejo. Es un problema no lineal que no necesariamente conduce a una solución. Generalmente, la cinemática inversa de todos los sistemas de seis gdl, compuestos por una serie simple de articulaciones o uniones prismáticas, puede ser resuelta, ya sea por métodos numéricos u analíticos.

Hay diversos métodos para el cálculo algebraico de la solución analítica, como el método heurístico que se puede consultar en [McKerrow P. J., 1991] y el propuesto por Pieper en el caso particular de tres ejes que se cortan en un punto [Pieper, 1969]. Dichos métodos consisten en intentar despejar los ángulos en las ecuaciones de la cinemática directa. Por claridad se ha optado por un método gráfico [Lee, 1984].

Este último método descompone la geometría espacial del manipulador en una serie de problemas geométricos planos fácilmente resolubles por trigonometría.

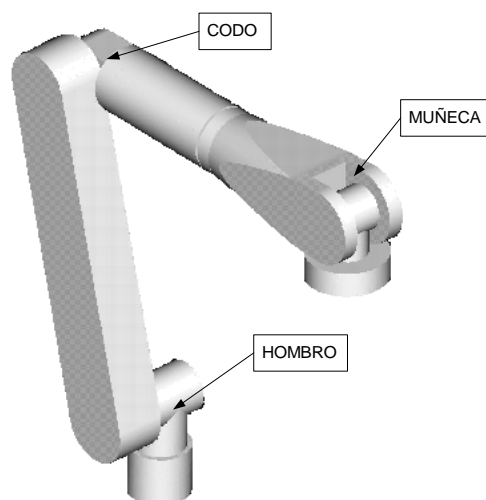


Figura 3.3 Analogía establecida entre el robot manipulador y el brazo humano.

Antes de comenzar con la exposición del método, conviene definir unas variables que, posteriormente, darán pie a una clasificación de las múltiples soluciones del problema cinemático inverso. La nomenclatura de estas variables establece una analogía entre el robot y el brazo humano (Figura 3.3).

Según las posiciones de cada una de las articulaciones, se tiene:

- la variable *HOMBRO* toma el valor de +1 para una configuración de brazo derecho y -1 para brazo izquierdo,
- la variable *CODO* es +1 cuando esta articulación está hacia arriba y -1 cuando apunta hacia abajo,
- la variable *MUÑECA*, al igual que la anterior, tiene como valores +1 y -1 según esté dirigida hacia arriba o hacia abajo (3.4.4).

La siguiente figura muestra algunos ejemplos de las distintas configuraciones:

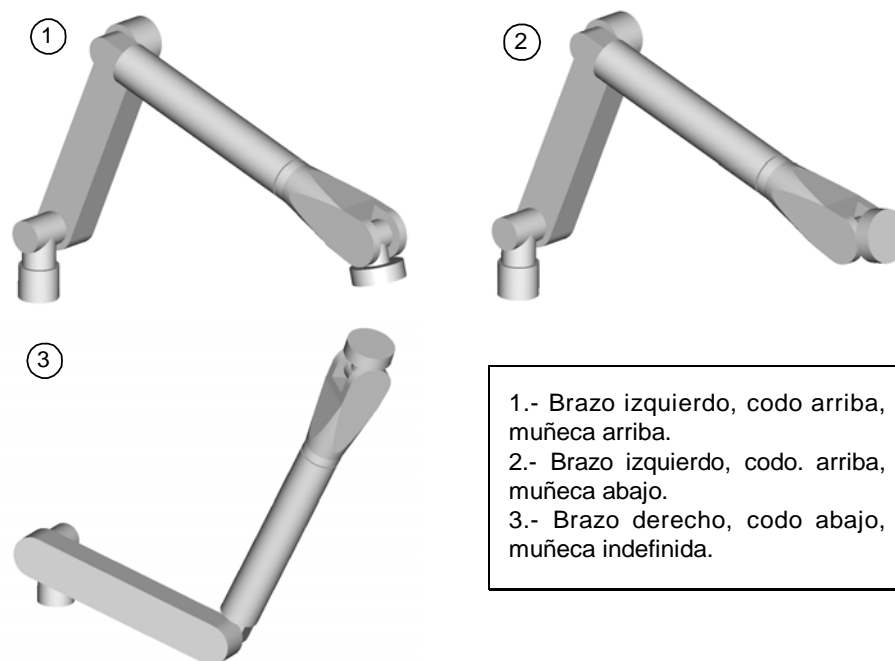


Figura 3.4 Ejemplos de distintas configuraciones que puede tomar el robot.

El proceso de cálculo recorre sucesivamente cada articulación del robot. En cada articulación se busca un plano que proyecte en verdadera magnitud el movimiento relativo entre dos eslabones adyacentes del robot. Finalmente se localizan las relaciones angulares y de traslación entre los distintos elementos.

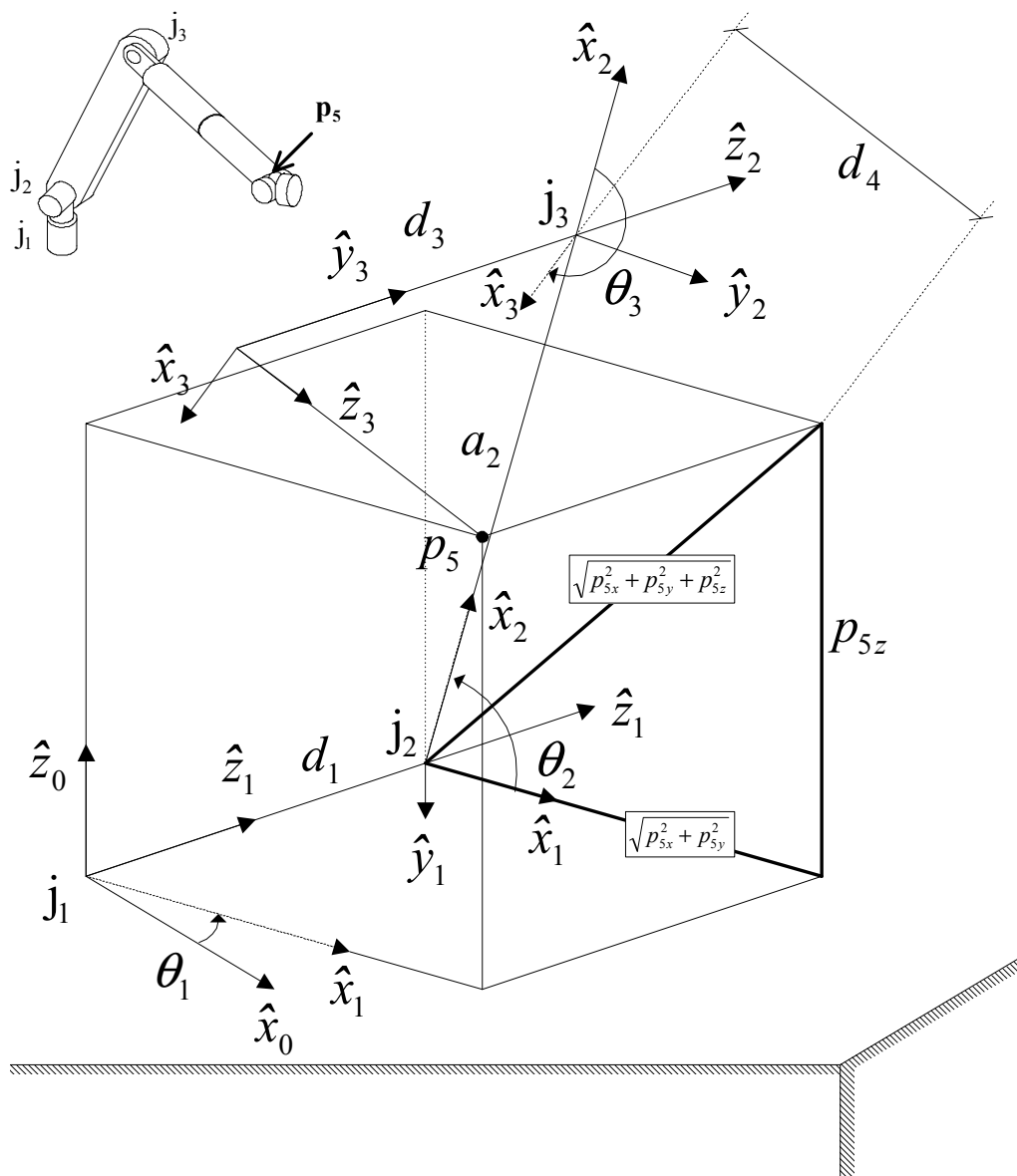


Figura 3.5 Esquema de coordenadas y proyecciones usado para el cálculo de los tres primeros ángulos.

Para simplificar el método, la cinemática inversa se resuelve en dos fases: por un lado los tres primeros gdl (mecanismo posicionador) y por otro los tres restantes (muñeca), es el método conocido con el nombre de desacoplo cinemático. Ello es posible gracias a la propiedad de las muñecas *Roll-Pitch-Roll* en las cuales los ejes que definen los gdl se cortan en un punto.

### 3.4.1 Cálculo del origen de {5}

El algoritmo comienza con el cálculo los tres primeros ángulos, supuesto conocida la posición del origen de sistema de referencia {5}, es decir, la muñeca. El origen del sistema {5} se encuentra restando a la posición del origen de referencia {6}, el extremo final del robot, la traslación entre los sistemas {5} y {6}. Esta traslación se mide por el parámetro  $d_6$  de Denavit-Hartenberg.

$$\mathbf{p}_5 = \mathbf{p}_6 - d_6 \hat{z}_6 \quad \text{Ec. 3.16}$$

Debido a que se pretende el cálculo de la cinemática inversa, se suponen datos del problema la posición del extremo final del robot ( $\mathbf{p}_6$ ) y su orientación (ejes  $\hat{x}_6, \hat{y}_6, \hat{z}_6$ ). Por ello, se demuestra que la posición (pero no la orientación) del origen de {5} puede calcularse numéricamente a partir de dichos datos.

Por otro lado, puede obtenerse una expresión analítica para el vector  $\mathbf{p}_5$  como los tres primeros elementos de la cuarta columna de la matriz de transformación homogénea  $\mathbf{T}_5$  (Ec. 3.17).

$$\mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix} p_{5x} \\ p_{5y} \\ p_{5z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos(\theta_1)(d_4 \operatorname{sen}(\theta_{23}) + a_2 \cos(\theta_2))) \\ \operatorname{sen}(\theta_1)(d_4 \operatorname{sen}(\theta_{23}) + a_2 \cos(\theta_2)) \\ d_4(\cos(\theta_{23}) - a_2 \operatorname{sen}(\theta_2)) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.17}$$

### 3.4.2 Solución para los tres primeros ejes

La Figura 3.5 muestra un gráfico con los sistemas coordenados involucrados en la resolución de los tres primeros ejes. Para una mejor comprensión de la figura, primero se debe identificar cada una de las articulaciones del robot ( $j_i$ ). Los ángulos descritos por cada articulación  $\theta_i$  quedan definidos por los ángulos entre los ejes  $\hat{x}_{i-1}$  y  $\hat{x}_i$ .

Los sistemas de referencia citados se corresponden con los mostrados en la Figura 3.2. También se marcan los parámetros de Denavit-Hartenberg involucrados ( $d_1, a_2, d_3$  y  $d_4$ ). El objetivo, ahora, es el cálculo de  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  a través de relaciones geométricas.

#### 3.4.2.1 PRIMERA ARTICULACIÓN

Considerando el plano compuesto por  $\hat{x}_0, \hat{y}_0$  como plano de proyección, se

conduce a un problema geométrico bidimensional de cálculo del ángulo de la primera articulación  $\theta_1$ . La Figura 3.6 muestra los dos sistemas coordenados involucrados.

Tras la identificación de los ángulos se comprueba la existencia de dos situaciones según la posición relativa de los ejes  $\hat{x}_0$  y  $\hat{x}_1$ . Así se definen las configuraciones de brazo derecho y brazo izquierdo.

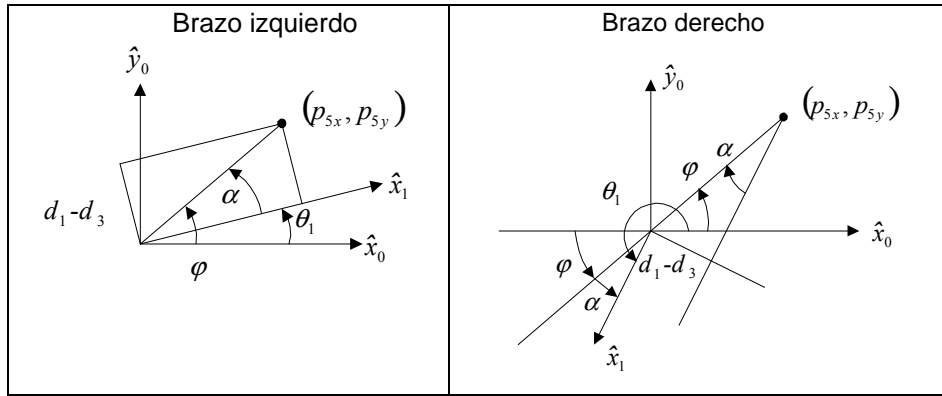


Figura 3.6 Análisis gráfico del punto  $\mathbf{p}_5$  proyectado sobre el plano  $\hat{x}_0\hat{y}_0$ .

De la anterior figura se desprenden las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \varphi - \alpha \quad \text{para brazo izquierdo} \\ \theta_1 &= \pi + \varphi + \alpha \quad \text{para brazo derecho}\end{aligned}\quad \text{Ec. 3.18}$$

Los ángulos  $\varphi$  y  $\alpha$  se calculan a través de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}r_1 &= \sqrt{p_{5x}^2 + p_{5y}^2 - (d_1 - d_3)^2} \\ R_1 &= \sqrt{p_{5x}^2 + p_{5y}^2} \\ \text{sen } \varphi &= \frac{p_{5y}}{R_1} \quad \text{cos } \varphi = \frac{p_{5x}}{R_1} \\ \text{sen } \alpha &= \frac{(d_1 - d_3)}{R_1} \quad \text{cos } \alpha = \frac{r_1}{R_1}\end{aligned}\quad \text{Ec. 3.19}$$

Por otro lado, el seno y coseno de  $\theta_1$  se pueden poner en función de las expresiones trigonométricas para los ángulos  $\varphi$  y  $\alpha$ , tanto para el brazo izquierdo (Ec. 3.20) como el derecho (Ec. 3.21):

$$\begin{aligned}\text{sen } \theta_1 &= \text{sen}(\varphi - \alpha) = \text{sen } \varphi \text{cos } \alpha - \text{cos } \varphi \text{sen } \alpha \\ \text{cos } \theta_1 &= \text{cos}(\varphi - \alpha) = \text{cos } \varphi \text{cos } \alpha + \text{sen } \varphi \text{sen } \alpha\end{aligned}\quad \text{Ec. 3.20}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \theta_1 &= \operatorname{sen}(\pi + \varphi + \alpha) = -\operatorname{sen} \varphi \cos \alpha - \cos \varphi \operatorname{sen} \alpha \\ \cos \theta_1 &= \cos(\pi + \varphi - \alpha) = -\cos \varphi \cos \alpha + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.21}$$

Se observa que se pueden agrupar estos casos en uno solo si se considera la definición de una variable de nombre *HOMBRO* que toma el valor +1 para la configuración de brazo derecho y -1 para brazo izquierdo. Entonces las Ec. 3.20 y Ec. 3.21 se unifican bajo la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \theta_1 &= -\operatorname{HOMBRO} \operatorname{sen} \varphi \cos \alpha - \cos \varphi \operatorname{sen} \alpha \\ \cos \theta_1 &= -\operatorname{HOMBRO} \cos \varphi \cos \alpha + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.22}$$

Sustituyendo las expresiones trigonométricas por su valor real obtenido en las Ec. 3.18 y Ec. 3.19, se puede llegar a la expresión del arcotangente del ángulo  $\theta_1$ :

$$\theta_1 = \operatorname{atan2} \left( \frac{-\operatorname{HOMBRO} \cdot p_{5y} \cdot r_1 + p_{5x} (d_1 - d_3)^2}{-\operatorname{HOMBRO} \cdot p_{5x} \cdot r_1 - p_{5y} (d_1 - d_3)^2} \right) \quad \text{Ec. 3.23}$$

Donde la función *atan2* es el arco cuya tangente viene dada por la expresión entre paréntesis. Dicho arco se encuentra ajustado al cuadrante adecuado en función del signo del numerador y del denominador

Dado que se verifica que  $d_1 - d_3 = 0$ , la expresión del ángulo de la primera articulación se reduce a:

$$\theta_1 = \operatorname{atan2} \left( \frac{-\operatorname{HOMBRO} \cdot p_{5y}}{-\operatorname{HOMBRO} \cdot p_{5x}} \right) \quad \text{Ec. 3.24}$$

### 3.4.2.2 SEGUNDA ARTICULACIÓN

En el caso de la segunda articulación, se estudia el diagrama resultante de proyectar la Figura 3.5 sobre el plano  $\hat{x}_1 \hat{y}_1$ . Ahora los casos, a contemplar (Figura 3.7), son cuatro y dependen tanto de la posición relativa del hombro (*BRAZO DERECHO-IZQUIERDO*) como del codo (*ARRIBA-ABAJO*).

Así como ya se ha definido la variable *HOMBRO*, se define también *CODO*, tomando por valores +1, cuando el codo está arriba, y -1, cuando se encuentra abajo. Las relaciones entre los triángulos mostrados en los diagramas son:

$$\begin{aligned}
 R_2 &= \sqrt{p_{5x}^2 + p_{5y}^2 + p_{5z}^2} & r_2 &= \sqrt{p_{5x}^2 + p_{5y}^2} \\
 \text{sen } \alpha &= \frac{p_{5z}}{R_2} & \text{cos } \alpha &= \frac{r_2}{R_2} & \Leftrightarrow \alpha &\in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\
 \text{sen } \beta &= \sqrt{1 - \text{cos}^2 \beta} & \text{cos } \beta &= \frac{a_2^2 + R_2^2 - d_4^2}{2 \cdot a_2 R_2} & \Leftrightarrow \beta &\in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.25}$$

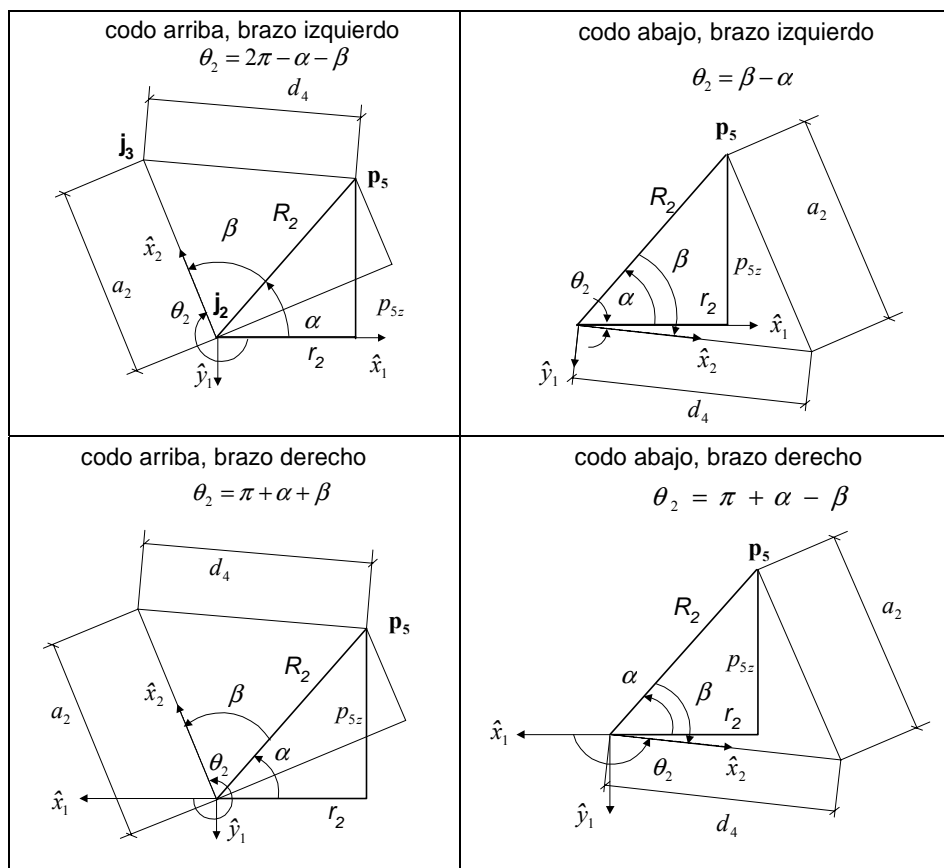


Figura 3.7 Configuraciones cinemáticas posibles en el estudio del ángulo descrito por la segunda articulación.

Con todos estos datos, y siguiendo un procedimiento análogo al descrito para  $\theta_1$ , el cálculo de  $\theta_2$  es trivial:

$$m = \sqrt{(2a_2R_2)^2 - (a_2^2 + R_2^2 - d_4^2)^2} \quad n = (a_2^2 + R_2^2 - d_4^2)$$

$$\theta_2 = \text{atan2} \left( \frac{-p_z \cdot n - \text{CODO} \cdot r_2 \cdot m}{-\text{HOMBRO} \cdot r_2 \cdot n + p_z \cdot \text{HOMBRO} \cdot \text{CODO} \cdot m} \right) \quad \text{Ec. 3.26}$$

### 3.4.2.3 TERCERA ARTICULACIÓN

El estudio de la tercera articulación se consigue proyectando la Figura 3.5 sobre el plano  $\hat{x}_2\hat{y}_2$ . Sin embargo, puede observarse fácilmente que dicho plano coincide con el  $\hat{x}_1\hat{y}_1$  (Figura 3.8).

Por lo tanto, las relaciones angulares descritas en el anterior apartado siguen manteniéndose, resultando:

$$\theta_3 = \text{atan2} \left( \frac{-n}{\text{HOMBRO} \cdot \text{CODO} \cdot m} \right) \quad \text{Ec. 3.27}$$

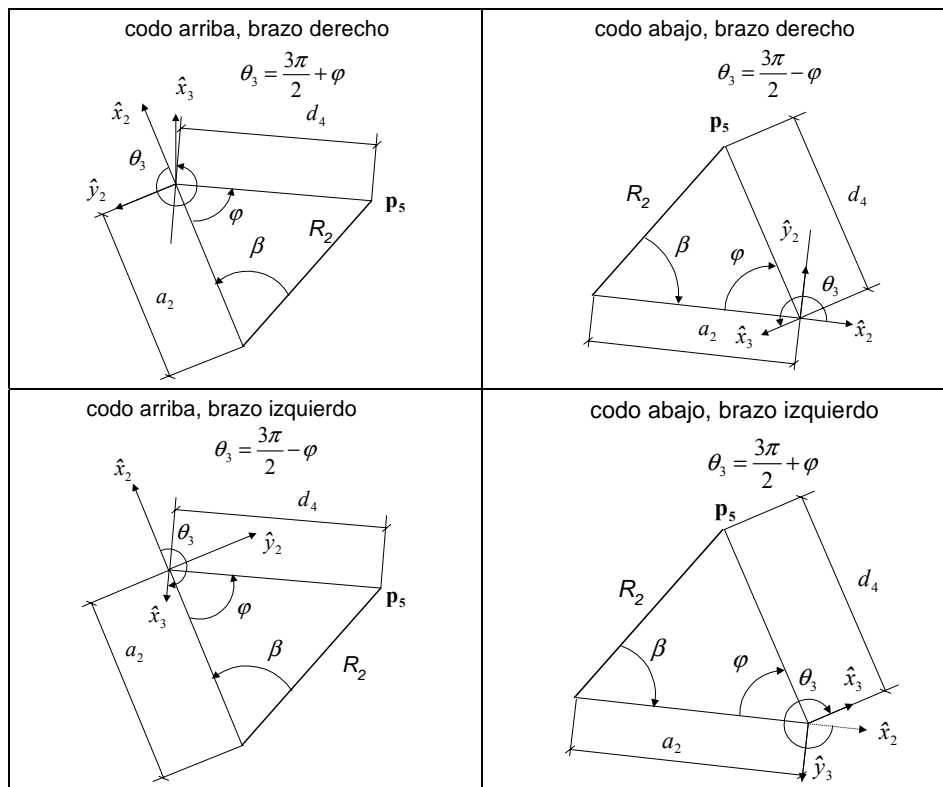


Figura 3.8 Sistemas de referencia para el cálculo del ángulo para el tercer actuador.

### 3.4.3 Cálculo del eje $\hat{z}_4$

Finalizado el procedimiento para los tres primeros ejes, se encuentra definida la traslación de la muñeca. Sólo queda realizar el cálculo para las rotaciones efectuadas por los tres últimos ejes. La cinemática de éstos se encuentra sumamente ligada con la posición de  $\hat{z}_4$ , de ahí su necesidad de calcularla en este instante.

La dirección del eje  $\hat{z}_4$  se determina por la dirección normal al plano formado por los ejes  $\hat{y}_4$  y  $\hat{z}_5$ . El sentido viene dado por la variable *MUÑECA*. Se define *MUÑECA ARRIBA* cuando el sentido del eje  $\hat{z}_4$  coincide con el del producto vectorial entre  $\hat{y}_4$  y  $\hat{z}_5$ , y *MUÑECA ABAJO* en caso contrario (Figura 3.9).

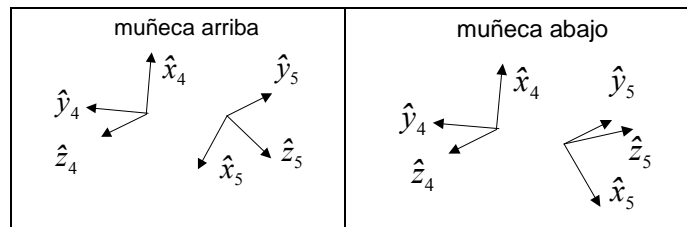


Figura 3.9 Posición relativa de los ejes {4} y {5} en función de la configuración de la muñeca.

Si además se considera que los ejes  $\hat{z}_5$  y  $\hat{z}_6$  son paralelos y los ejes  $\hat{y}_4$  y  $\hat{z}_3$ , antiparalelos (Figura 3.2), el eje  $\hat{z}_4$  se obtiene a través de cualquiera de las dos siguientes igualdades:

$$\hat{z}_4 = MUNECA \cdot (\hat{y}_4 \wedge \hat{z}_5) = -MUNECA \cdot (\hat{z}_3 \wedge \hat{z}_6) \quad \text{Ec. 3.28}$$

De ambas alternativas, resulta más interesante la segunda, en función de  $\hat{z}_3$  y  $\hat{z}_6$ , debido a que dichos ejes tienen un proceso de cálculo más directo.

El eje  $\hat{z}_6$  puede ser determinado a través de la transformación  ${}^0T_6$ , que depende exclusivamente de las coordenadas cartesianas del extremo final de robot (que debido a que se pretende calcular la cinemática inversa, son el dato del problema):

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma - s\alpha s\gamma & p_x \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma - c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & p_y \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.29}$$

$$\begin{aligned} s\alpha &= \text{sen } \alpha & c\alpha &= \text{cos } \alpha \\ s\beta &= \text{sen } \beta & c\beta &= \text{cos } \beta \\ s\gamma &= \text{sen } \gamma & c\gamma &= \text{cos } \gamma \end{aligned}$$

Donde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  son los ángulos de Euler en ejes ZYX seguidores.

Atendiendo a la definición de matriz de transformación homogénea,  $\hat{z}_6$  es directamente el vector  $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ .

El eje  $\hat{z}_3$  tiene también un cálculo sencillo ya que la cinemática inversa se encuentra ya resuelta hasta el tercer gdl por lo que puede obtenerse  ${}^0T_3$  (Ec. 3.30).

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -s_1 & c_1 s_{23} & 0,7 \cdot c_1 c_2 \\ s_1 c_{23} & c_1 & s_1 s_{23} & 0,7 \cdot s_1 c_2 \\ -s_{23} & 0 & c_{23} & -0,7 \cdot s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_3 & \hat{y}_3 & \hat{z}_3 & \mathbf{p}_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.30}$$

$$\begin{aligned} s_1 &= \text{sen } \theta_1 & s_{23} &= \text{sen } \theta_{23} = \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) \\ c_1 &= \text{cos } \theta_1 & c_{23} &= \text{cos } \theta_{23} = \text{cos}(\theta_2 + \theta_3) \end{aligned}$$

Siendo ya conocida la posición y orientación de los sistemas {3} y {6}, pueden extraerse los datos necesarios para el cálculo de  $\hat{z}_4$  a partir de Ec. 3.28.

$$\hat{z}_4 = -\text{MUN} \tilde{\text{ECA}} \begin{bmatrix} a_z s_1 s_{23} - a_y c_{23} \\ -a_z c_1 s_{23} + a_x c_{23} \\ -a_x s_1 s_{23} + a_y c_1 s_{23} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.31}$$

Cabe citar la existencia de una solución degenerada en el caso de encontrarse los ejes  $\hat{z}_3$  y  $\hat{z}_6$  alineados. En ese caso el robot se comporta como si sólo tuviera 5 gdl. En rigor sería necesario el contemplar esta singularidad, sin embargo este tema se ha obviado intencionadamente debido a que se prevé que el controlador, que gestiona y evita las singularidades (Capítulo 5), eludirá en todo momento que se alcance cualquier situación que conduzca a dicha solución degenerada.

### 3.4.4 Solución para los tres últimos ejes

#### 3.4.4.1 CUARTA ARTICULACIÓN

En este caso, se analiza la proyección de los sistemas coordenados sobre el plano  $\hat{x}_3\hat{y}_3$  (Figura 3.10).

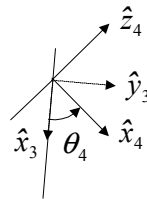


Figura 3.10 Análisis sobre el plano  $\hat{x}_3\hat{y}_3$  para el cálculo de  $\theta_4$ .

Tal y como muestra la Figura 3.10, el ángulo para la cuarta articulación puede ser medido entre los ejes  $\hat{x}_3$  y  $\hat{x}_4$ .

$$\begin{aligned}
 \cos \theta_4 &= c_4 = \hat{x}_3\hat{x}_4 = \hat{y}_3\hat{z}_4 \\
 \text{sen } \theta_4 &= s_4 = \hat{x}_4\hat{y}_3 = -\hat{x}_3\hat{z}_4 \\
 \theta_4 &= \text{atan2} \left( \frac{-\text{MUÑECA} \cdot [a_x s_1 - a_y c_1]}{-\text{MUÑECA} \cdot [-a_z s_{23} + a_y c_{23} s_1 + a_x c_{23} c_1]} \right) \qquad \text{Ec. 3.32}
 \end{aligned}$$

#### 3.4.4.2 QUINTA ARTICULACIÓN

El procedimiento de cálculo para ángulo  $\theta_5$  es similar que el usado para el ángulo  $\theta_4$ . En este caso, los ejes a tener en cuenta son  $\hat{x}_4$  y  $\hat{x}_5$  (Figura 3.11), necesiándose para ello la matriz  ${}^0T_4$ .

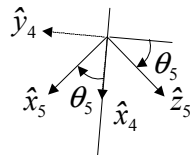


Figura 3.11 Definición del ángulo de la quinta articulación.

$$\begin{aligned}
\text{sen } \theta_5 = s_5 = \hat{x}_4 \hat{z}_5 = \hat{x}_4 \hat{z}_6 &= (a_x [c_1 c_{23} c_4 - s_1 s_4] + \\
&+ a_y [s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4] \\
&- a_z s_{23} c_4) \\
\text{cos } \theta_5 = c_5 = -\hat{y}_4 \hat{z}_5 = \hat{z}_3 \hat{z}_6 &= (a_z c_{23} + a_y s_{23} s_1 + a_x s_{23} c_1) \\
\theta_5 &= \text{atan 2} \left( \frac{s_5}{c_5} \right)
\end{aligned} \tag{Ec. 3.33}$$

#### 3.4.4.3 SEXTA ARTICULACIÓN

Finalmente, el ángulo de la sexta articulación se muestra en Figura 3.12.

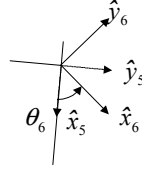


Figura 3.12 Ángulo para la sexta articulación

Nuevamente, el proceso de cálculo es por proyecciones entre los ejes de los sistemas coordenados adyacentes:

$$\begin{aligned}
\text{sen } \theta_6 = s_6 = \hat{y}_5 \hat{x}_6 = -\hat{x}_5 \hat{y}_6 &= (n_x [-c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4] + \\
&+ n_y [-s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4] + \\
&+ n_z s_{23} s_4) \\
\text{cos } \theta_6 = c_6 = \hat{x}_5 \hat{x}_6 = \hat{y}_6 \hat{y}_5 &= (o_x [-c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4] + \\
&+ o_y [-s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4] + \\
&+ o_z s_{23} s_4)
\end{aligned} \tag{Ec. 3.34}$$

### 3.5 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha desarrollado la cinemática, tanto directa como inversa, del robot esclavo. El método de cálculo de la cinemática directa es sencillo, mientras que la matriz jacobiana tiene una representación analítica compleja. Finalmente, el proceso de obtención de la cinemática inversa, también en su forma analítica, ha sido bastante laborioso. No obstante, todas las expresiones, dentro de su complejidad, no suponen una excesiva carga computacional y pueden ser implementados en el ordenador.

Este trabajo permitirá, posteriormente, planificar el control de la trayectoria en el espacio cartesiano cuando la sensorización del robot se

encuentra en los actuadores. Asimismo, la gestión del espacio de trabajo y de configuraciones singulares también se basa en el análisis cinemático.

Por último señalar, que al disponer de las expresiones analíticas, se evitan los conocidos problemas que acarrearán los métodos numéricos: menor precisión y problemas de convergencia en cálculos iterativos.

### 3.6 BIBLIOGRAFÍA

Craig J. J., "Introduction to Robotics". Ed. Addison-Wesley, 2<sup>nd</sup> ed. 1989.

Denavit J., Hartenberg R. S. "A kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices". *ASME Journal of Applied Mechanics*. pp. 215-221. 1955.

McKerrow P. J., "Introduction to Robotics". Addison Wesley. 1991.

Lee C.S.G. "Robot Arm Kinematics". "Tutorial on robotics". *IEEE computer*, 1<sup>ed</sup>, Nueva York. 1991.

Lee C.S.G., Ziegler M., "Geometric Approach in Solving Inverse Kinematics of PUMA Robots". *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. Vol. AES-20, N° 6. 1984.

Pieper D., Roth B., "The Kinematics of Manipulators Under Computer Control". *Proceedings of the Second International Congress on Theory of Machines and Mechanisms*. Vol. 2, pp159-169. 1969.

Paul R. "Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control". *MIT Press*. 1981.



## CAPÍTULO 4

# ***ALGORITMO DE CONTROL DE REFLEXIÓN DE FUERZA***

---

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

Una clasificación tradicional de los distintos algoritmos de control en teleoperación con reflexión de fuerza se basa en el análisis de la información intercambiada entre el robot maestro y el esclavo [Tachi, 1992]: posición-posición [Salcudean, 1995], fuerza-fuerza [Kazerooni, 1993] y fuerza-posición [Leung, 1995]. Así, por ejemplo, en el controlador fuerza-posición, el robot maestro transmite al robot esclavo su posición, mientras que la fuerza registrada en el robot esclavo es realimentada al maestro. Desde el punto de vista teórico, se puede diseñar e implementar el controlador posición-fuerza, si bien ha sido poco usado.

Adams y Hannaford [Adams, 1999] establecieron otro tipo de clasificación para las interfaces táctiles empleados en realidad virtual que atiende a la estrategia de control de los robots. Así, se define un dispositivo como de tipo *impedancia* si éste está diseñado para ejercer una fuerza, mientras que un dispositivo es del tipo *admitancia* si el robot pretende mover objetos con una cierta velocidad. Los primeros suelen ser robots ligeros y mecánicamente reversibles (ej, el Phantom [Massie, 1994], el dispositivo pantógrafo de [Matsuhira, 1993] y el robot de Kraft Telerobotics<sup>3</sup> usado en [Dubey, 1997]). Los segundos emplean grandes reductores para asegurar un buen seguimiento de velocidades. Ejemplos de la segunda categoría son el dispositivo Excalibur [Adams, 2000], el PUMA 560 [Geffard, 2000] y la plataforma Stewart.

---

<sup>3</sup> <http://www.krafttelerobotics.com>

Basándose en los tipos de robots descritos en el anterior párrafo, existe otra división de los sistemas teleoperados [Hashtrudi-Zaad, 2001]: impedancia-impedancia, impedancia-admitancia, admitancia-impedancia y admitancia-admitancia, dependiendo de qué tipo son los robots maestro y esclavo respectivamente.

Esta nomenclatura, usada en teleoperación, se apoya en la analogía observada entre los circuitos eléctricos y la dinámica de un sistema mecánico. A partir de ahora, también se hará uso de esta terminología en el presente trabajo.

Este capítulo comienza en el apartado 4.2 con la presentación del esquema de control bilateral fuerza-fuerza propuesto y aplicado a dispositivos del tipo admitancia-admitancia. Una de las partes más importantes de este controlador son los bloques que se denominarán impedancias virtuales o dinámicas deseadas y se describen en el apartado 4.3. Estos bloques modelizan la dinámica que sería deseable que tuvieran los robots.

Debido a que los espacios de trabajo (ET) de los robots son diferentes, siendo el del maestro mucho menor que el del esclavo, suele ser habitual que el robot maestro llegue al final de su ET sin haber conseguido posicionar correctamente el esclavo. Por ello, hay que pensar en la implementación de estrategias que permitan aprovechar al máximo los ET de cada manipulador. Ello se ha conseguido variando de forma convenientemente ciertos parámetros de las impedancias virtuales tal y como se describe en el subapartado 4.3.3.

Durante el desarrollo de operaciones con cualquier sistema robótico, y en concreto en teleoperación, se distinguen dos situaciones distintas de trabajo: por un lado, el funcionamiento libre, es decir, cuando el extremo final del robot esclavo no está en contacto con el entorno y éste se desplaza libremente siguiendo una trayectoria de referencia; y por el otro lado, el desarrollo de tareas de contacto, situación en la cual el robot esclavo ejerce una fuerza sobre algún elemento del entorno remoto. En esta segunda situación, los controladores bilaterales tienden a desestabilizarse. Este inconveniente se resuelve usando dos técnicas: la primera, descrita en apartado 4.4, consiste en implementar unos bloques de prealimentación de fuerzas; y la segunda, detallada en el apartado 4.5, modifica los valores las impedancias virtuales. Esta segunda técnica requiere dos conjuntos de parámetros para la dinámica virtual (unos para el funcionamiento libre y otros para las tareas de contacto) por lo que surge la necesidad de establecer una ley de conmutación entre ambos conjuntos. Esta ley de conmutación implica determinar si se ha producido o no contacto (subapartado 4.5.1), calcular la dirección de contacto (subapartado 4.5.2) y establecer la impedancia virtual objetivo para iniciar el transitorio de conmutación (subapartado 4.5.3).

El peso de la herramienta acoplada al extremo final del robot esclavo es una fuerza que también es medida por los sensores y, con ello, reflejada al

operador. La reflexión al operario del peso de la herramienta puede causar una fatiga prematura al operario y, además el controlador puede interpretar el peso como una fuerza de reacción debida a una colisión, activando las impedancias virtuales para tareas de contactos. Para solucionar este problema, en el subapartado 4.5.4 se propone una técnica de compensación del peso de la herramienta.

Una vez explicado el funcionamiento del controlador, se analizan las ecuaciones del control ideal para calcular las impedancias máximas transmisibles (apartado 4.6).

## **4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL SISTEMA FUERZA-FUERZA**

La Figura 4.1 muestra la estructura básica del controlador bilateral propuesto por [Rubio, 1999]. El subíndice  $m$  hace referencia a magnitudes del robot maestro, mientras que el subíndice  $s$  se refiere al esclavo. El principio de funcionamiento de este controlador se basa en la comunicación de fuerzas ( $\mathbf{f}_m$  y  $\mathbf{f}_s$ ) medidas en cada robot, cuyas ecuaciones dinámicas se modelizan con sendas impedancias  $Z_m$  y  $Z_s$ . Con las medidas de fuerza, se integra la ecuación diferencial de una dinámica de traslación deseada  $z_{dm}$  y  $z_{ds}$ . Esta dinámica define una trayectoria de referencia para los controlador es de posición  $C_m$  y  $C_s$ . En otras palabras, se pretende que los robots se muestren como dispositivos de tipo impedancia.

Idealmente, los controladores de posición aseguran que las posiciones reales  $\mathbf{x}_m$ ,  $\mathbf{x}_s$  coincidan en todo momento con las de referencia  $\mathbf{x}_{dm}$ ,  $\mathbf{x}_{ds}$ . Esta estrategia pretende linealizar el comportamiento de los robots. Otros bloques que se observan en la Figura 4.1 son las impedancias que modelizan la dinámica del brazo del operador  $Z_{op}$  y la del entorno  $Z_e$ .

Sobre esta estructura básica, se han realizado modificaciones en las cuales se considera, por un lado, la inclusión de la dinámica de rotación y, por otro, la implementación de dos circuitos de prealimentación de fuerzas al robot maestro (una proviene de la fuerza del maestro, y otra del esclavo).

La adición de la dinámica de rotación permitirá que además se puedan controlar las orientaciones de los extremos finales de los robots. Con ello se mejora la destreza del dispositivo y el número de tareas factibles. El operario sentirá tanto la fuerza, que realiza remotamente el robot esclavo, como el par.

El objetivo de los circuitos de prealimentación es mejorar la estabilidad y la transparencia del sistema de teleoperación como propone [Hastrudi, 2001].

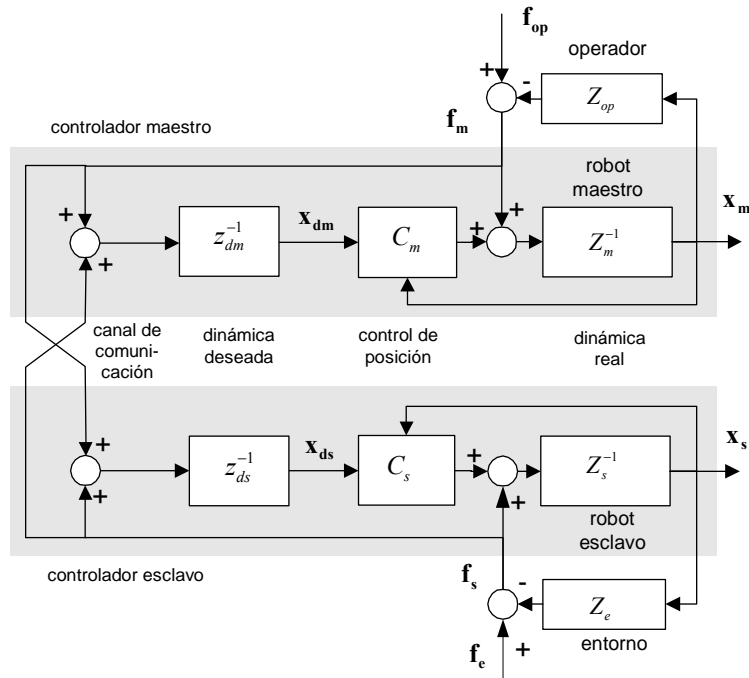


Figura 4.1 Estructura básica del controlador propuesto por [Rubio, 1999].

La Figura 4.2 muestra el algoritmo propuesto en la presente tesis. Ahora, las impedancias virtuales incluyen tanto la dinámica de traslación como de rotación  $Z_{dm}$  y  $Z_{ds}$  que cumplen la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{dm} &= Z_{dm}^{-1}(\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_s) \\ \mathbf{X}_{ds} &= Z_{ds}^{-1}(\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_s) \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.1}$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_m &= [\mathbf{f}_m^T \quad \mathbf{t}_m^T]^T & \mathbf{X}_{dm} &= [\mathbf{x}_{dm}^T \quad \boldsymbol{\psi}_{dm}^T]^T \\ \mathbf{F}_s &= [\mathbf{f}_s^T \quad \mathbf{t}_s^T]^T & \mathbf{X}_{ds} &= [\mathbf{x}_{ds}^T \quad \boldsymbol{\psi}_{ds}^T]^T \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.2}$$

siendo:  $\mathbf{f}_m$  y  $\mathbf{f}_s$ , las fuerzas medidas en el maestro y en el esclavo respectivamente;  $\mathbf{t}_m$  y  $\mathbf{t}_s$ , los pares;  $\mathbf{x}_{dm}$  y  $\mathbf{x}_{ds}$ , las posiciones deseadas calculadas a partir de las impedancias virtuales;  $\boldsymbol{\psi}_{dm}$  y  $\boldsymbol{\psi}_{ds}$ , la representación de las orientaciones deseadas según los ángulos de Euler ZYX seguidores. Todos ellos de dimensión  $3 \times 1$ .

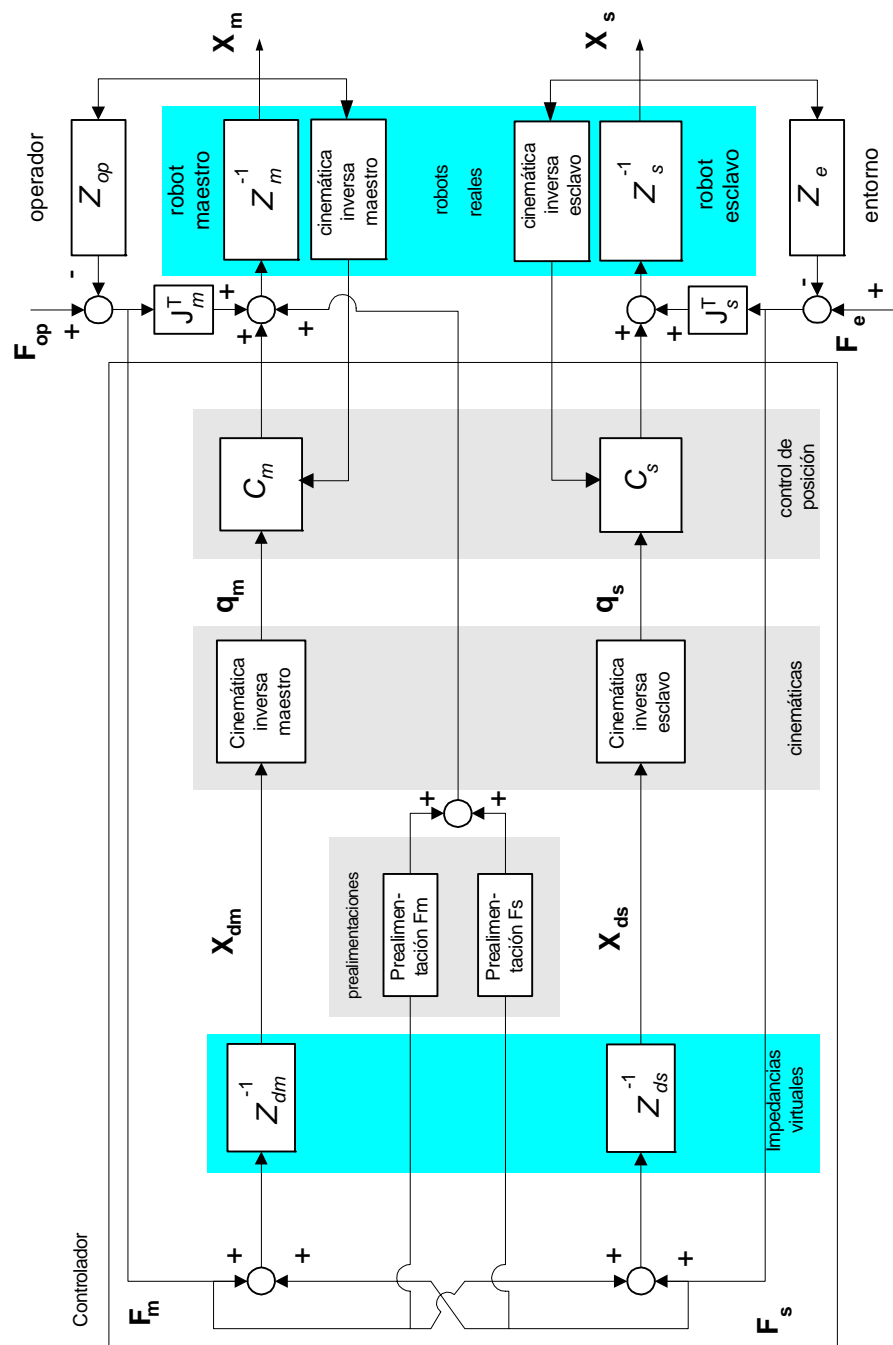


Figura 4.2 Algoritmo de control bilateral propuesto.

Los motivos fundamentales de la elección de este controlador se resumen en:

- Gracias a la asociación de la impedancia virtual más el controlador de posición, se consigue reducir la dinámica que el operario siente al desplazar el robot maestro. Así, el esfuerzo que hay que realizar para mover los robots queda drásticamente reducido. Esta característica es imprescindible ya que para mover el robot maestro, al ser éste altamente irreversible, se necesitaría aplicar una elevada fuerza.
- Se ha preferido optar por un esquema de 2 canales frente al de 4 por motivos de sencillez en la implementación y análisis.
- De entre todos los algoritmos de dos canales, el fuerza-fuerza puede conseguir una gran transparencia, aunque sea menos estable que el de posición-posición.
- Con robots de poca reversibilidad, la implementación de controladores de tipo posición es inviable ante la resistencia que presentan éstos a ser desplazados directamente por un operario.
- Por último el robot esclavo sólo admite consignas de posición en coordenadas cartesianas, a una frecuencia de 200Hz. Entonces el diseño del controlador queda altamente restringido al no poder enviarse consignas de corrientes (pares) a los motores.

### **4.3 IMPEDANCIAS VIRTUALES**

Como ya se ha mencionado, los robots empleados en la construcción del prototipo de teleoperación son altamente irreversibles. Esta característica puede resultar ser un gran inconveniente para ciertas estrategias de teleoperación, por lo que interesa enmascarar la dinámica real de los robots y sustituirla por otra aparente. Así, de cara a los operarios, aquéllos se comportan como si fueran reversibles.

Otro factor que limita del diseño del controlador es que el robot esclavo sólo admite consignas de posición en coordenadas cartesianas, por lo cual sólo cabe la posibilidad de emplear controladores que fijen trayectorias de posiciones.

Para salvar estas dificultades, se utilizan los bloques denominados impedancias virtuales. Estos bloques modelizan la dinámica, tanto de traslación como de rotación deseada para cada robot: una para el robot maestro  $Z_{dm}$ , y otra para el robot esclavo  $Z_{ds}$ . De forma genérica estos bloques se referenciarán como  $Z_d$ .

Las  $Z_d$  actúan como planificadores de trayectorias de referencia que reciben, como entradas, las fuerzas y los pares medidos en cada robot,  $\mathbf{F}_m$  y  $\mathbf{F}_s$ , y entregan, como salidas, trayectorias cartesianas,  $\mathbf{X}_m$  y  $\mathbf{X}_s$  (Figura 4.3). El problema que resta es conseguir que las trayectorias reales de los robots coincidan con las de referencia (subapartado 4.3.5).

El modelo elegido para  $Z_d$  es la de un sólido inmerso en un entorno viscoso sometido a una fuerza proveniente de un potencial elástico y sin efectos gravitatorios. Se ha elegido este modelo porque su comportamiento resulta intuitivo. El amortiguamiento es necesario para estabilizar el modelo ante las eventuales inestabilidades introducidas por el operario y el entorno remoto. La fuerza proveniente de un potencial se emplea cuando se desea que el robot tienda a una posición de equilibrio, como por ejemplo, cuando se pretende que el robot maestro se comporte como un joystick convencional. No se consideran efectos gravitatorios, que además de introducir términos no lineales, suponen un cansancio extra para el operario. Con todo ello, las ecuaciones dinámicas Newton-Euler de un sólido rígido son:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= M\dot{\mathbf{v}}_d + C\mathbf{v}_d + \mathbf{f}_{mt} \\ {}^m \mathbf{t} &= {}^m \mathbf{I}_G {}^m \dot{\boldsymbol{\omega}}_d + {}^m \boldsymbol{\omega}_d \wedge {}^m \mathbf{I}_G {}^m \boldsymbol{\omega}_d + {}^m C_R {}^m \boldsymbol{\omega}_d + {}^m \mathbf{t}_{mr} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.3}$$

donde las magnitudes son:  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{t}$ , las fuerzas y pares introducidos a la dinámica virtual;  $\dot{\mathbf{v}}_d$  y  $\mathbf{v}_d$ , las aceleraciones y velocidades lineales deseadas;  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_d$  y  $\boldsymbol{\omega}_d$ , sus equivalentes en rotaciones;  $\mathbf{f}_{mt}$  y  $\mathbf{t}_{mr}$ , son respectivamente una fuerza y un par que derivan de un potencial elástico. Estas últimas fuerzas sólo se consideran en el robot maestro cuando se activa el *modo joystick* o *modo de control de velocidades* (apartado 4.3.3). El origen de potencial se sitúa en el punto central del espacio de trabajo del robot maestro donde se verifica que  $\mathbf{X}_m = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .

El modelo elegido para  $\mathbf{f}_{mt}$  es la de un muelle lineal:

$$\mathbf{f}_{mt} = \mathbf{K}\Delta\mathbf{x} \quad \text{Ec. 4.4}$$

donde  $\Delta\mathbf{x}$  es la elongación del muelle y  $\mathbf{K}$  es una matriz de dimensión 3x3, simétrica y definido positiva que representa la rigidez del muelle.

Sin embargo, el modelo para el muelle torsor no es tan evidente ya que el comportamiento de éste último depende de la parametrización elegida para definir las orientaciones (anexo C). En el presente trabajo se propone emplear la parametrización ángulo girado/eje de giro:

$$\Delta\Phi = \varphi \mathbf{u} \quad \text{Ec. 4.5}$$

donde  $\varphi$  es el ángulo girado y  $\mathbf{u}$  es el eje de giro.

La justificación del uso de esta representación y el modelo para  $\mathbf{t}_{mr}$  puede consultarse a continuación en el apartado 4.3.1.

Los restantes parámetros de la dinámica virtual son:  $\mathbf{M}$ , la matriz de masas;  $\mathbf{I}_G$ , la matriz de inercias;  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{C}_R$ , representa el amortiguamiento tanto en la dinámica de traslación como en la de rotación.

Hay que señalar que, en la Ec. 4.3, la dinámica de traslación (Newton) se define sobre un sistema de referencia inercial o fijo  $\{0\}$ , mientras que la dinámica de rotación (Euler) se establece respecto a un sistema no inercial  $\{m\}$  (representado por el superíndice  $m$ , a diferencia del inercial donde se suprime la representación por superíndice). Este sistema no inercial es solidario al centro de gravedad del sólido virtual que coincide con el extremo final de cada robot.

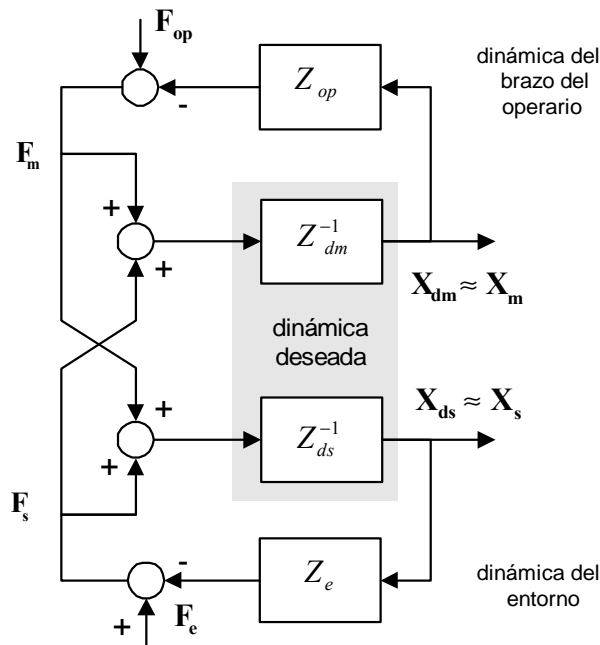


Figura 4.3 Generación de la trayectoria de referencia a partir de las impedancias virtuales.

### 4.3.1 Rigidez virtual de torsión

En el intento de buscar un modelo de muelle torsor para las ecuaciones de la dinámica deseada, se considera como punto de partida la definición de una rigidez en traslación (Ec. 4.4), cuya energía elástica es:

$$Ep_{tras} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{K} \Delta \mathbf{x} \tag{Ec. 4.6}$$



Sin embargo, un muelle virtual torsor tridimensional no puede resolverse como una mera extensión de los datos obtenidos para los gdl de traslación. [Siciliano, 1999] realiza un estudio, resultando un modelo distinto para cada tipo de representación de las orientaciones.

El procedimiento elegido para definir los pares elásticos ejercidos por los muelles torsores parte de estas mismas consideraciones energéticas que en el caso del muelle de traslación. Por ello, se busca que la expresión del par torsor presente una analogía con las Ec. 4.4 y Ec. 4.6, pero empleando la representación ángulo girado/eje de giro. Con todas estas consideraciones, se establece la definición de energía elástica como:

$$Ep_{ag/eg} = \frac{1}{2} \Delta\Phi^T \mathbf{K}_R \Delta\Phi \quad \text{Ec. 4.7}$$

donde  $Ep_{ag/eg}$  es la energía potencial definida en función de la notación ángulo girado/eje de giro,  $\Delta\Phi$  es la elongación angular del muelle torsor, medida bajo una representación ángulo girado/eje de giro, y  $\mathbf{K}_R$ , la matriz de rigideces, simétrica y definido positiva. En este caso se elimina el superíndice  $m$  respecto al mostrado en la Ec. 4.3 ya que las conclusiones a las que se llegan son válidas tanto para el sistema móvil como para el fijo.

El proceso de cálculo continúa con la derivación temporal de dicha ecuación Ec. 4.7 y de este modo obtener una expresión para la potencia:

$$\dot{E}p_{ag/eg} = \Delta\Phi^T \mathbf{K}_R \Delta\dot{\Phi} \quad \text{Ec. 4.8}$$

Sustituyendo  $\Delta\dot{\Phi}$  por su expresión en función de la velocidad angular (Ec. C.19), resulta:

$$\dot{E}p_{ag/eg} = \Delta\Phi^T \mathbf{K}_R \Xi \omega \quad \text{Ec. 4.9}$$

donde  $\Xi$  es una matriz de dimensión  $3 \times 3$  que relaciona la velocidad angular con el vector de derivadas temporales  $\Delta\dot{\Phi}$ .

Por otro lado, la potencia puede calcularse también considerando el producto escalar del par torsor  $\mathbf{t}_{mr}$  por la velocidad angular.

$$\dot{E}p_{ag/eg} = \mathbf{t}_{mr}^T \omega \quad \text{Ec. 4.10}$$

Comparando la Ec. 4.9 con la Ec. 4.10, momento elástico es:

$$\mathbf{t}_{mr} = \Xi^T \mathbf{K}_R \Delta\Phi \quad \text{Ec. 4.11}$$

que resulta ser una extensión natural para la dinámica de rotación a la considerada en traslación de la Ec. 4.4.

Una propiedad interesante de la notación ángulo girado/eje de giro es que el vector  $\Delta\Phi$  puede ser fácilmente separado en dos componentes: la primera es

paralela al eje de giro  $\mathbf{u}$  y la otra, en la perpendicular (de Ec. 4.12 a Ec. 4.15). Una explicación más detallada sobre el tema puede encontrarse en el Anejo C.

$$\dot{\Phi} = \dot{\varphi} \mathbf{u} + \varphi \dot{\mathbf{u}} = \Xi \boldsymbol{\omega} \quad \text{Ec. 4.12}$$

$$\Xi = \Xi_{\parallel} + \Xi_{\perp} \quad \text{Ec. 4.13}$$

$$\Xi_{\parallel} = \mathbf{u} \mathbf{u}^T \quad \text{Ec. 4.14}$$

$$\Xi_{\perp} = \frac{\varphi}{2} \left( \cotan\left(\frac{\varphi}{2}\right) (\mathbf{I} - \mathbf{u} \mathbf{u}^T) - \tilde{\mathbf{u}} \right) \quad \text{Ec. 4.15}$$

donde  $\varphi$  es el ángulo girado;  $\mathbf{u}$ , el eje de giro; y la matriz  $\Xi_{\parallel}$  proyecta la velocidad angular en una dirección paralela a  $\mathbf{u}$ , mientras que  $\Xi_{\perp}$  la proyecta en la dirección ortogonal.

Gracias a esta descomposición de  $\Xi$ , el modelo de muelle torsor de la Ec. 4.11 tiene un sentido físico claro si la matriz de rigideces  $\mathbf{K}_R$  es diagonalizable:

$$\mathbf{K}_R = \mathbf{W}_R \boldsymbol{\Gamma}_R \mathbf{W}_R^T \quad \text{Ec. 4.16}$$

donde  $\mathbf{W}_R$  es la matriz cuyas columnas son los vectores propios ( $\mathbf{w}_i$ ) de  $\mathbf{K}_R$  y  $\boldsymbol{\Gamma}_R$  es una matriz diagonal que contiene los valores propios ( $\gamma_i$ ).

En este punto, si se considera una rotación de un ángulo  $\varphi_i$  alrededor de una dirección tal que coincida con la del vector propio  $\mathbf{w}_i$ , la Ec. 4.5 se particulariza en:

$$\Delta \Phi = \varphi \mathbf{u} = \varphi_i \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.17}$$

Sustituyendo en la ecuación del par elástico (Ec. 4.11) el valor de  $\Delta \Phi$  dado por Ec. 4.5 y considerando el valor de  $\mathbf{K}_R$  aportado por Ec. 4.16, se tiene:

$$\mathbf{t}_{mr} = \Xi^T \mathbf{W}_R \boldsymbol{\Gamma}_R \mathbf{W}_R^T \varphi_i \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.18}$$

Obviamente, el escalar  $\varphi_i$  puede pasar multiplicando al principio de la expresión. Entonces se puede efectuar el producto matricial  $\mathbf{W}_R \boldsymbol{\Gamma}_R \mathbf{W}_R^T \mathbf{w}_i$ , resultando:

$$\mathbf{t}_{mr} = \varphi_i \gamma_i \Xi^T \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.19}$$

Teniendo en cuenta la descomposición de  $\Xi$  dada en la Ec. 4.13, la Ec. 4.19 puede describirse como:

$$\mathbf{t}_{mr} = \varphi_i \gamma_i (\Xi_{\parallel}^T + \Xi_{\perp}^T) \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.20}$$

Recordando que se cumple la Ec. 4.17, y multiplicando la expresión  $\Xi_{\perp}^T$  de la Ec. 4.15 por el vector  $\mathbf{w}_i$ , fácilmente se comprueba que:

$$\Xi_{\perp}^T \mathbf{w}_i = 0 \quad \text{Ec. 4.21}$$

Entonces la Ec. 4.20 se reduce a:

$$\mathbf{t}_{mr} = \varphi_i \gamma_i \Xi_{\parallel}^T \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.22}$$

Usando nuevamente la particularización dada por la Ec. 4.17, se puede sustituir  $\Xi_{\parallel}^T$  por su valor dado en Ec. 4.14 en la Ec. 4.22. Entonces se llega a:

$$\mathbf{t}_{mr} = \varphi_i \gamma_i \Xi_{\parallel}^T \mathbf{w}_i = \varphi_i \gamma_i \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_i = \varphi_i \gamma_i \mathbf{w}_i \quad \text{Ec. 4.23}$$

Como conclusión puede decirse que el valor propio  $\gamma$  de la matriz  $\mathbf{K}_R$  representa la rigidez de la dirección espacial definida por el vector propio  $\mathbf{w}_i$  y el par elástico presenta la misma dirección y sentido que la rotación efectuada.

En el caso de interés en el presente trabajo, se necesita la expresión para el caso de una rotación alrededor de un eje genérico  $\mathbf{u}$ , con una matriz de rigideces  $\mathbf{K}_R$  múltiplo de la identidad. Entonces, fácilmente se demuestra que la expresión del par torsor es:

$$\mathbf{t}_{mr} = \varphi \gamma \mathbf{u} = \gamma \Delta \Phi \quad \text{Ec. 4.24}$$

donde  $\varphi$  es el ángulo girado y  $\gamma$  es el escalar que representa la rigidez.

Se concluye que el modelo de muelle torsor definido en la Ec. 4.11 tiene un sentido físico coherente, ya que el par es coincidente con la dirección de rotación y la rigidez es independiente a la orientación instantánea que tome el robot.

Un modelo similar de muelle torsor basado en ángulos de Euler podría haberse definido como:

$$\mathbf{t}_{mr} = \mathbf{B}^{-T} \mathbf{K}_{Reu} \Delta \Psi \quad \text{Ec. 4.25}$$

donde  $\Delta \Psi$  es la elongación angular del muelle torsor, medida bajo una representación cualquiera de los ángulos de Euler,  $\mathbf{K}_{Reu}$ , la matriz de rigideces y  $\mathbf{B}$  es la matriz que relaciona las derivadas temporales de los ángulos de Euler con la velocidad angular.

Aunque pudiera parecer que este modelo es equivalente al propuesto para la notación ángulo girado/eje de giro, su comportamiento es completamente distinto. La principal diferencia viene dada por la matriz  $\mathbf{B}$ , que no admite una descomposición similar a la que tiene  $\Xi$  en donde se pueda considerar un término de  $\mathbf{B}$  que proyecte  $\boldsymbol{\omega}$  en la dirección de  $\mathbf{u}$  ó  $\boldsymbol{\psi}$ , y otra en la perpendicular. La consecuencia física es que no existe una correspondencia clara de las rigideces definidas en la matriz  $\mathbf{K}_R$  y unas direcciones espaciales concretas, independientes de la orientación instantánea del robot. Ello no implica que esta representación no tenga interpretación física. La interpretación física de la Ec. 4.25 es la de una asociación de tres muelles espaciales unidos a

un sistema de referencia dado cuya rigidez variable que depende del producto  $\mathbf{B}^{-T} \mathbf{K}_{Reu}$ .

Si se consideran pequeños desplazamientos en el entorno del origen, es decir, una linealización para  $\boldsymbol{\psi}=[0 \ 0 \ 0]^T$ , resulta:

$$\Delta \boldsymbol{\psi} \approx \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} dt = \mathbf{B}^{-1} \boldsymbol{\omega} dt \quad \text{Ec. 4.26}$$

donde  $\mathbf{B}$  debe ser particularizado al entorno de linealización que en el caso de ángulos de Euler ZYX seguidores se tiene:

$$\mathbf{B}(\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 0) = \mathbf{B}^{-1}(\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.27}$$

Sustituyéndolo todo en la Ec. 4.25, se llega a:

$$\mathbf{t}_{mr} = \mathbf{B}^{-T} \mathbf{K}_{Reu} \Delta \boldsymbol{\psi} \approx \mathbf{B}^{-T} \mathbf{K}_{Reu} \mathbf{B}^{-1} \boldsymbol{\omega} dt \quad \text{Ec. 4.28}$$

Con estas suposiciones, el momento elástico no dependería de la orientación, tal y como sucede en el caso general si se usa la notación ángulo girado/eje de giro, por ello se opta como más adecuado este último.

### 4.3.2 Simplificación de los términos de Coriolis y centrífugos

La mayor diferencia formal entre las ecuaciones de la dinámica de traslación (Newton) y la de rotación (Euler), mostradas en Ec. 4.3, es la aparición del término  $\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega}$  en la dinámica de rotación. Este término engloba las fuerzas inerciales debidas a las aceleraciones centrífugas y de Coriolis, que si se desarrolla, se obtiene<sup>4</sup>:

$$\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \quad \text{Ec. 4.29}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \quad \text{Ec. 4.30}$$

<sup>4</sup> A partir de ahora y para simplificar la nomenclatura, sin pérdida de generalidad, se suprime el superíndice m y el subíndice d.

$$= \begin{bmatrix} \omega_z \omega_y (I_{33} - I_{22}) + \omega_x (\omega_y I_{31} - \omega_z I_{21}) + I_{32} \omega_y^2 - I_{23} \omega_z^2 \\ \omega_x \omega_z (I_{11} - I_{33}) + \omega_y (\omega_z I_{12} - \omega_x I_{32}) + I_{13} \omega_z^2 - I_{31} \omega_x^2 \\ \omega_y \omega_x (I_{22} - I_{11}) + \omega_z (\omega_x I_{23} - \omega_y I_{13}) + I_{21} \omega_x^2 - I_{12} \omega_y^2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.31}$$

Si se hace uso de la propiedad de que la matriz de inercias es simétrica, la Ec. 4.31 se reduce a:

$$\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_z \omega_y (I_{33} - I_{22}) + \omega_x (\omega_y I_{13} - \omega_z I_{12}) + I_{23} (\omega_y^2 - \omega_z^2) \\ \omega_x \omega_z (I_{11} - I_{33}) + \omega_y (\omega_z I_{12} - \omega_x I_{23}) + I_{13} (\omega_z^2 - \omega_x^2) \\ \omega_y \omega_x (I_{22} - I_{11}) + \omega_z (\omega_x I_{23} - \omega_y I_{13}) + I_{12} (\omega_x^2 - \omega_y^2) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.32}$$

En el movimiento libre, en la elección de la dinámica deseada sólo se consideran matrices de inercia diagonales, entonces la expresión para  $\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega}$  queda altamente simplificada:

$$\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_z \omega_y (I_{33} - I_{22}) \\ \omega_x \omega_z (I_{11} - I_{33}) \\ \omega_y \omega_x (I_{22} - I_{11}) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.33}$$

Se observa que cada componente de par centrífugo y Coriolis depende un producto cruzado de las componentes de la velocidad angular y la diferencia de inercias en esas mismas direcciones.

A priori no se puede asegurar que este término sea despreciable frente al resto de términos del modelo mostrado en la Ec. 4.3. Una forma de comprobar el peso de  $(\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{I}_G \boldsymbol{\omega})$  es considerando un ensayo con los robots reales del prototipo de teleoperación y obligándoles a seguir una trayectoria típica en tareas que no requieran el contacto del robot esclavo con su entorno (ensayo de movimiento libre). En esta situación, se plantea el registrar el historial de las velocidades y aceleraciones que presentan los robots. Con este registro se pueden estimar qué fuerzas y pares deben intervenir según el modelo de la Ec. 4.3.

Para comprobar el peso global del término de pares de Coriolis más centrífugos  $\mathbf{t}_{\text{Cor}}$  sobre el modelo, se puede calcular éste y, además, el término de pares debido a la matriz de inercias y de amortiguamiento<sup>5</sup>  $\mathbf{t}_{\text{I}_G, \text{C}}$ .

$$\begin{aligned} {}^m \mathbf{t}_{\text{Cor}} &= {}^m \boldsymbol{\omega}_r \wedge {}^m \mathbf{I}_G {}^m \boldsymbol{\omega}_r \\ {}^m \mathbf{t}_{\text{I}_G, \text{C}} &= {}^m \mathbf{I}_G {}^m \dot{\boldsymbol{\omega}}_r + {}^m \mathbf{C}_R {}^m \boldsymbol{\omega}_r \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.34}$$

<sup>5</sup> Se considera en estos momentos y sin pérdida de generalidad,  $\mathbf{t}_{\text{mr}} = 0$  para simplificar los ensayos y el análisis.

donde  ${}^m\dot{\omega}_r$  y  ${}^m\omega_r$  son los datos de velocidades y aceleraciones angulares obtenidos en un ensayo real e  ${}^mI_G$  y  ${}^mC_R$  toman los valores típicos de matriz de inercias y amortiguamiento para el modelo virtual cuando se realiza una operación de movimiento libre. En este caso los valores son:

$${}^mI_G = \begin{bmatrix} 0,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,15 & 0 \\ 0 & 0 & 0,75 \end{bmatrix} \text{ kg-m}^2 \quad \text{Ec. 4.35}$$

$${}^mC_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \text{ N-m-s}$$

Los resultados del ensayo se muestran en la Figura 4.4. Los términos de par debidos a las aceleraciones centrífugas más Coriolis se encuentran representados en trazo rojo, mientras que los debidos a la matriz de inercias y amortiguamiento están de azul. Claramente se observa que en este caso  $t_{\text{Cor}}$  es despreciable frente a  $t_{I,C}$ .

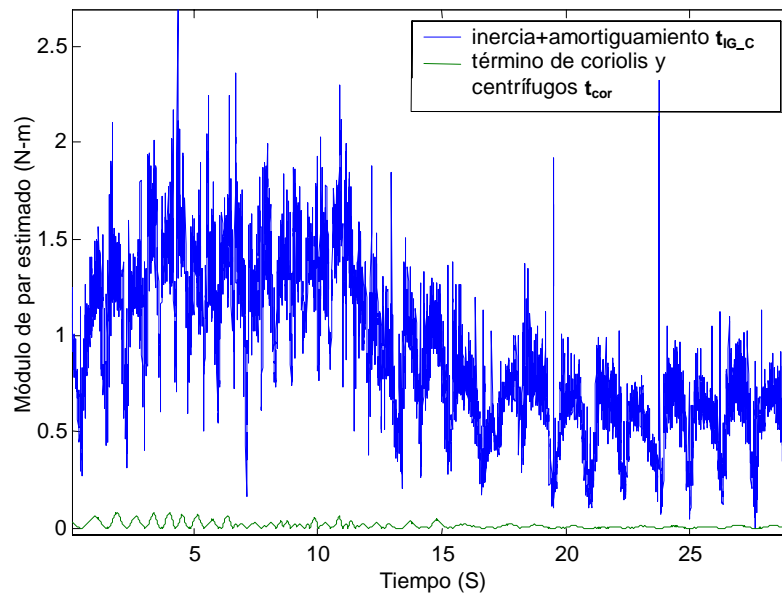


Figura 4.4 Comparativa entre términos inerciales y de amortiguamiento con los de con los de coriolis y centrífugas.

En operaciones de contacto,  ${}^mI_G$  no es diagonal pero sigue siendo simétrica, con lo cual sigue siendo válida la Ec. 4.32 para calcular  $t_{\text{Cor}}$ . En este

caso no resulta evidente si los términos de Coriolis y centrífugos son despreciables ya que en esta expresión intervienen más elementos que en Ec. 4.33 (expresión para el movimiento libre).

Si en este momento la atención se centra en el hecho de que la dependencia de  $\mathbf{t}_{\text{Cor}}$  respecto a la velocidad angular es cuadrática, y además que el máximo de estas velocidades en operaciones de contacto resulta ser muy inferior a el de movimiento libre, se puede decir que  $\mathbf{t}_{\text{Cor}}$  sigue siendo despreciable frente a  $\mathbf{t}_{\text{I}_G}$ . Esta afirmación queda reforzada por los resultados de un experimento similar al mostrado en la Figura 4.4, donde se han medido unas velocidades angulares máximas en movimiento libre de 12 rad/s y, en operaciones de contacto, de 0,6 rad/s.

Con estas consideraciones se asume que los términos de par debidos a Coriolis y centrífugos son despreciables frente a los debidos a la matriz de inercias y amortiguamiento. Con ello, el modelo de la Ec. 4.3 se simplifica en:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{M}\dot{\mathbf{v}}_d + \mathbf{C}\mathbf{v}_d + \mathbf{f}_{\text{mt}} \\ {}^m\mathbf{t} &= {}^m\mathbf{I}_G {}^m\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + {}^m\mathbf{C}_R {}^m\boldsymbol{\omega}_d + {}^m\mathbf{t}_{\text{mr}} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.36}$$

Este resultado es equivalente a efectuar una linealización de la ecuación dinámica de rotación para velocidades bajas.

Gracias a esta simplificación, se facilita la integración de las ecuaciones, además de verificarse un cierto paralelismo entre la dinámica de traslación y la de rotación exceptuando dos puntos:

- La velocidad angular no es integrable, es decir, no existe un vector tal que su derivada sea la velocidad angular, aunque sí se puede establecer una matriz que relacione ésta con las derivadas de variables que parametrizan las rotaciones.
- La ecuación de traslación se verifica respecto del sistema de referencia fijo, mientras que la ecuación de rotación lo hace respecto a un sistema de referencia solidario con el cuerpo (superíndice m).

La Figura 4.5 muestra por bloques cada una de las partes que forman el modelo para la dinámica deseada. Para particularizar el diagrama al caso del robot maestro habría que añadir el subíndice  $m$  a cada una de las señales y matrices; y, en el caso del esclavo, el subíndice es el  $s$ . Claramente se distinguen por un lado los parámetros matriciales vinculados a la dinámica de traslación (masa,  $\mathbf{M}$  amortiguamiento,  $\mathbf{C}$ ; rigidez,  $\mathbf{K}$ ) y por el otro a la dinámica de rotación (inercia,  ${}^m\mathbf{I}_G$ ; amortiguamiento rotacional,  ${}^m\mathbf{C}_R$ ; rigidez torsional,  ${}^m\mathbf{K}_R$ ).

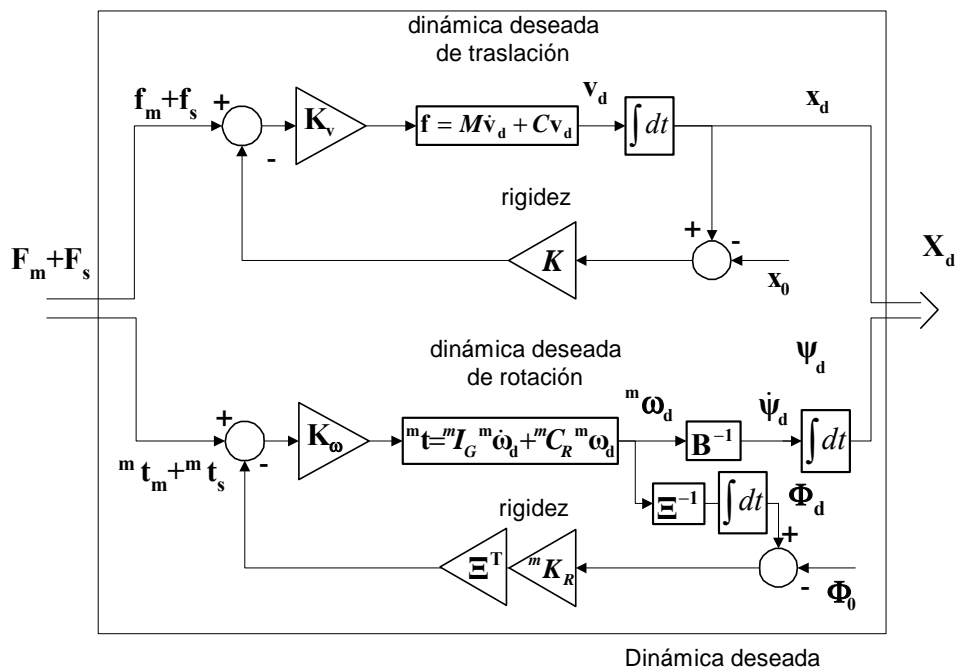


Figura 4.5 Diagrama de bloques genérico de las dinámicas deseadas  $Z_{dm}$  y  $Z_{ds}$ . Para particularizar para cada robot basta con añadir el subíndice  $m$  (para el maestro) y  $s$  (para el esclavo).

La matriz  $\mathbf{B}$  (3x3) representa la matriz que relaciona la velocidad angular con las derivadas temporales de los ángulos de Euler y  $\Xi$  (3x3) resulta ser el homólogo pero con la notación ángulo girado/vector de giro.  $\mathbf{x}_0$ ,  $\Phi_0$  representan respectivamente la posición y orientación para los cuales se han establecido los orígenes de potencial elástico.

También se consideran las matrices, múltiplos de la identidad,  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{K}_\omega$  que controlan la ganancia en velocidades.

### 4.3.3 Modos de trabajo del controlador

La estrategia de control descrita, basada en la copia de trayectorias, presenta el gran inconveniente de que sólo aprovecha al máximo los espacios de trabajos de los robots cuando éstos son cinemáticamente idénticos. En caso contrario, las trayectorias quedarían confinadas en el subespacio intersección de ambos robots. Para solucionar este inconveniente, se dota al sistema de los modos de trabajo citados a continuación:



- Modo normal: el robot esclavo copia fielmente la trayectoria del robot maestro.
- Modo *indexing*: permite mover el robot maestro, manteniendo la posición del robot esclavo. Este modo de operación ha resultado ser de gran utilidad debido a la gran diferencia del espacio de trabajo de ambos robots.
- Modo de control de velocidad: que es básicamente el uso del robot maestro como un joystick convencional, en el cual los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son interpretados como comandos de velocidad para el robot esclavo.
- Escalado de velocidades: también denominado escalado de espacios de trabajo. Usado para realizar operaciones de macromanipulación ( $\mathbf{K}_{vm} < \mathbf{K}_{vs}$ ,  $\mathbf{K}_{\omega m} < \mathbf{K}_{\omega s}$ ) y/o micromanipulación ( $\mathbf{K}_{vm} > \mathbf{K}_{vs}$ ,  $\mathbf{K}_{\omega m} > \mathbf{K}_{\omega s}$ ).

Cada un de estos modos de trabajo se consigue modificando los valores de las impedancias según aparece en la siguiente tabla.

Modo de funcionamiento	Robot maestro				Robot esclavo			
	$M, I_g$	$C, C_R$	$K, K_R$	$K_v, K_{\omega}$	$M, I_g$	$C, C_R$	$K, K_R$	$K_v, K_{\omega}$
normal	=escl	=escl	0	=escl	=maes	=maes	0	=maes
<i>Indexing</i>	=escl	=escl	0	=escl	$\infty$	$\infty$	0	=maes
Control de veloc.	=escl	=escl	$\neq 0$	=escl	=maes	=maes	0	=maes
Escal. de veloc.	=escl	=escl	0	$\neq$ escl	=maes	=maes	0	$\neq$ maes

Tabla 4.1 Estrategia de elección de los parámetros matriciales de las dinámicas deseadas para los diversos modos en el desplazamiento del robot esclavo.

Se observa que en el modo de funcionamiento normal, los valores que toman los parámetros son idénticos para ambos robots ya que en este caso, el objetivo es la copia exacta de la trayectoria del robot maestro en el esclavo. Como es deseable que la acción de mover los robots no suponga gran esfuerzo, hay que procurar que los parámetros dinámicos sean de bajo valor.

Si se desea hacer una operación de indexado, hay que bloquear los movimientos del robot esclavo. Ello se consigue incrementando la dinámica deseada del robot esclavo hasta un valor arbitrariamente elevado, manteniendo baja la del maestro.

El control en velocidad o “modo joystick” se consigue partiendo de los datos en el modo normal y añadiendo una rigidez a la dinámica del robot maestro.

Finalmente, si  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{K}_{\omega}$  son diferentes en un robot y en otro, se produce un escalado de velocidades (o del espacio de trabajo): cuando los del maestro sean

mayores que los del esclavo, se realiza una tarea de micromanipulación y, en caso contrario, macromanipulación.

#### 4.3.4 Reflexión de fuerza

Además de los parámetros mostrados en la Figura 4.5 también se puede considerar, como parámetro asociado a los bloques de dinámica deseada, la constante de ganancia/atenuación de fuerza y par medida sobre el robot esclavo.

Así, dicha fuerza se amplifica o se atenúa de tal forma que el operario no sienta realmente la fuerza que está ejerciendo el robot esclavo sobre el entorno, sino más bien una fuerza proporcional, mayor o menor que la real (Figura 4.6).

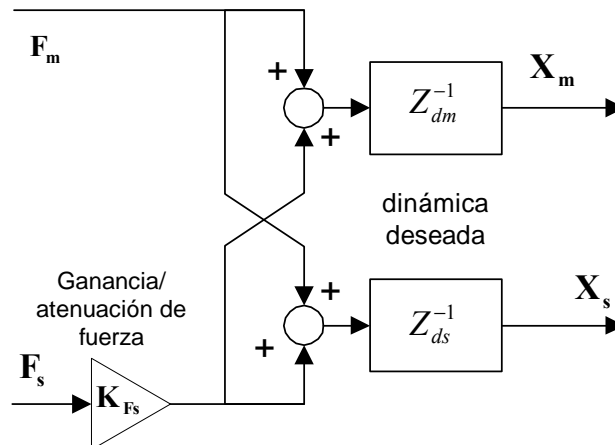


Figura 4.6 Escalado de fuerzas y pares.

El escalado de fuerzas puede resultar especialmente útil cuando se desea manipular una carga excesivamente pesada, sin que el operario tenga que realizar un esfuerzo extra innecesario. Entonces, el sistema de teleoperación serviría de ayuda para realizar un trabajo de forma más sencilla que si se realizara la operación directamente.

Además de la funcionalidad de esta ganancia, hay que mencionar es un parámetro que condiciona la estabilidad del sistema [Peñín, 1998]: a medida que aumenta el valor de  $K_{Fs}$  el sistema de teleoperación se vuelve más inestable en los contactos.

#### 4.3.5 Controladores de posición

Los controladores de posición son PD y su objetivo es lograr que las posiciones reales y deseadas coincidan y así el comportamiento de los robots reales tiende a ajustarse a la dinámica deseada.

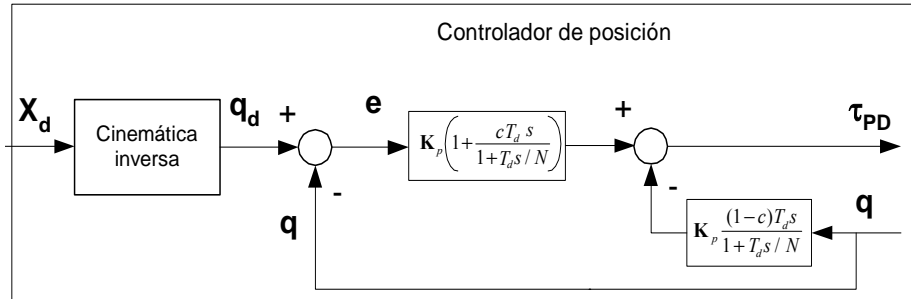


Figura 4.7 Controlador de posición en el espacio articular.

Estos controladores (Ec. 4.37, Ec. 4.38, Figura 4.7) trabajan en el espacio articular, por lo que es necesario aplicar la cinemática inversa a las trayectorias de salida de los bloques de las dinámicas deseadas ( $\mathbf{X}_{dm}$ ,  $\mathbf{X}_{ds}$ ) y así obtener las trayectorias en articulares ( $\mathbf{q}_{dm}$  y  $\mathbf{q}_{ds}$ ).

$$\boldsymbol{\tau}_{PDm} = \mathbf{K}_{pm} \mathbf{e}_m + c \frac{\mathbf{K}_{pm} T_{dm}}{1 + \frac{T_{dm}}{N}} \dot{\mathbf{e}}_m - (1-c) \frac{\mathbf{K}_{pm} T_{dm}}{1 + \frac{T_{dm}}{N}} \dot{\mathbf{q}}_m \quad \text{Ec. 4.37}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{PDs} = \mathbf{K}_{ps} \mathbf{e}_s + c \frac{\mathbf{K}_{ps} T_{ds}}{1 + \frac{T_{ds}}{N}} \dot{\mathbf{e}}_s - (1-c) \mathbf{K}_{ps} T_{ds} \frac{\mathbf{K}_{ps} T_{ds}}{1 + \frac{T_{ds}}{N}} \dot{\mathbf{q}}_s \quad \text{Ec. 4.38}$$

donde  $\mathbf{q}_m$  y  $\mathbf{q}_s$  son las posiciones reales de cada manipulador y los errores de seguimiento de trayectorias son:

$$\mathbf{e}_m = \mathbf{q}_{dm} - \mathbf{q}_m \quad \text{Ec. 4.39}$$

$$\mathbf{e}_s = \mathbf{q}_{ds} - \mathbf{q}_s \quad \text{Ec. 4.40}$$

$\mathbf{K}_{pm}$  y  $\mathbf{K}_{ps}$  son matrices diagonales de dimensión 6x6 que constituyen la ganancia proporcional de los controladores PD para el maestro y el esclavo respectivamente.  $T_{dm}$  y  $T_{ds}$  son las constantes de tiempo que intervienen en la parte derivativa y  $c$  es un parámetro que divide la componente derivativa en dos términos: el primero es proporcional a la derivada del error y el segundo proporcional a la derivada de la velocidad actual de cada manipulador.

#### 4.4 PREALIMENTACIONES DE FUERZA

[Hashtrudi-Zaad, 2001] realizó un estudio de estabilidad de las diferentes arquitecturas de teleoperación, tanto para dos canales como para cuatro canales. Estas arquitecturas cuentan, además de la propia comunicación de señales entre

los robots, lazos locales de prealimentación, propuesto por el mismo autor en anteriores trabajos [Hashtrudi-Zaad, 1999].

El análisis de estabilidad, que propone, se basa en el criterio de estabilidad absoluta de Llewellyn [De Pian L., 1962]. Y el resumen de las principales conclusiones que se extraen del trabajo de Hashtrudi, particularizadas a la estrategia de control fuerza-fuerza, son:

- La robustez del sistema aumenta cuando las ganancias de las señales de fuerza comunicadas entre los robots son bajas. Ello implica en una disminución del ancho de banda de la impedancia reflejada.
- Al partir de un esquema de teleoperación fuerza-fuerza, una prealimentación local de fuerza en cada robot tiende más influencia en la estabilidad absoluta del sistema que la prealimentación de local de posición.
- Una prealimentación local de fuerza disminuye la impedancia sentida por el operador en el movimiento libre y disminuye la máxima impedancia transmisible en las operaciones de contacto.
- Las prealimentaciones locales de posición incrementan las impedancias aparentes de los robots.

Teniendo en cuenta los puntos anteriores, se ha decidido incluir en la estrategia de control una prealimentación local de fuerza en el robot maestro y una alimentación directa de fuerza del robot esclavo en el maestro (Figura 4.2).

Análogamente, se podría plantear la implementación de prealimentaciones locales de fuerza hacia el robot esclavo. Así, se conseguiría una mejora de la estabilidad en el contacto. Sin embargo, ello no es posible con el prototipo actual ya que el controlador del robot esclavo es demasiado cerrado: sólo admite consignas de posición en el espacio cartesiano. Por ello, si se desea realizar prealimentaciones de fuerza, sería necesario modificar la arquitectura del controlador del robot esclavo o buscar otro robot que cuente con una arquitectura de control más abierta.

#### 4.4.1 Prealimentación local de la fuerza medida en el maestro

La prealimentación local de fuerza propuesta parte de un modelo dinámico parcial del robot en el cual sólo se tiene en cuenta las inercias, que son unos parámetros que pueden estimarse con relativa facilidad. Así, la fuerza prealimentada al manipulador compensará la diferencia de dinámicas sólo si, los efectos de amortiguamiento, rigideces y fricción del sistema real son despreciables. En caso contrario, la compensación no será completa y por ello deben mantenerse los controladores PD (subapartado 4.3.5) cuya función, ahora, es la de absorber las desviaciones debidas a las hipótesis simplificadoras del modelo.

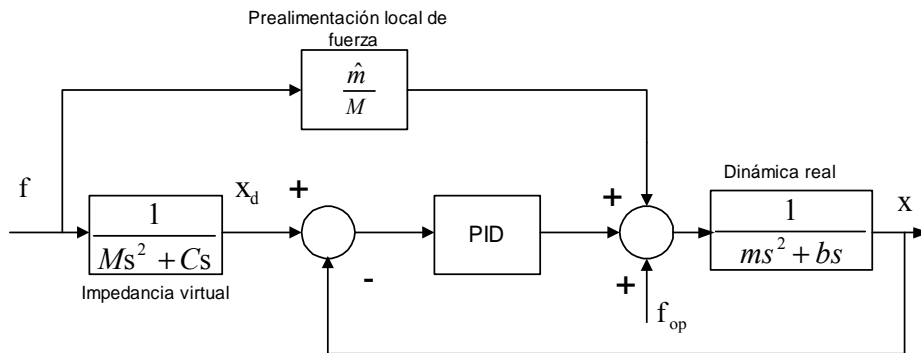


Figura 4.8 Prealimentación local de fuerzas para un robot de 1gdl.

En la Figura 4.8 puede observarse la implementación de la prealimentación para un sistema de un gdl. Se distingue entre la fuerza  $f$  que se emplea como señal excitadora de la dinámica deseada ( $Ms^2+Cs$ ) y la fuerza que el operario ejerce sobre el robot real (se supone que tiene una dinámica real desconocida  $ms^2+bs$ ). Se observa que el controlador PID ya no es el único responsable de mantener la trayectoria del robot. Por ello, los requerimientos de sus parámetros no son ya tan críticos. La prealimentación elegida es una ganancia de valor el cociente entre la estimación grosera de la matriz de masas real ( $\hat{m}$ ) y la escogida en la dinámica virtual ( $M, I_G$ ).

Volviendo al caso de 6 gdl, se propone una prealimentación de la fuerza registrada en el maestro que compense la inercia del robot:

$$\tau_{prmm} = J_m^T [\hat{m}] \begin{bmatrix} M_m & 0 \\ 0 & I_{Gm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_m \\ t_m \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.41}$$

donde  $J_m$  es la matriz jacobiana del robot maestro,  $M_m$  y  $I_{Gm}$  las matrices de masas e inercias de la dinámica deseada y  $\hat{m}$ , la estimación grosera de la matriz de inercias del robot maestro.

Experimentalmente y de forma teórica se ha calculado la matriz  $\hat{m}$  para los actuadores de la plataforma Stewart (elemento más influyente en la matriz de inercias, debido a la alta reducción). Ésta resulta ser una matriz identidad multiplicada por 23 kg. A la expresión anterior puede añadirse una ganancia para un mejor ajuste.

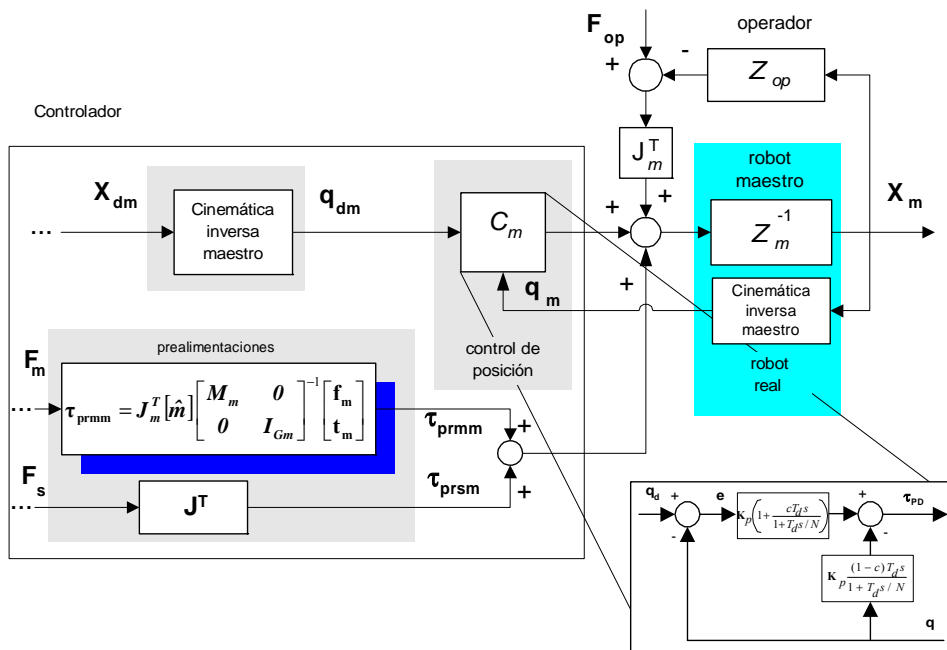


Figura 4.9 Prealimentación de la fuerza aplicada sobre el robot maestro.

#### 4.4.2 Prelimentación de la fuerza medida en el esclavo

Aprovechando la misma idea, descrita en el anterior apartado, se puede plantear una prealimentación al maestro de la fuerza medida en el robot esclavo. Ahora el objetivo perseguido es incrementar la transparencia. En este caso, la fuerza/par del robot esclavo se aplica directamente a los actuadores del maestro a través de la matriz jacobiana.

$$\tau_{prsm} = J_m^T F_s \tag{Ec. 4.42}$$

donde  $J_m$  es la matriz jacobiana del robot maestro,  $F_s$  es la fuerza medida en el robot esclavo y  $\tau_{prsm}$  es la fuerza prealimentada.

### 4.5 MODIFICACIÓN ADAPTATIVA DE LAS IMPEDANCIAS VIRTUALES

Si el algoritmo de teleoperación descrito en las secciones anteriores se aplica a un prototipo real, sin modificación, éste tiende a desestabilizarse en contactos rígidos. Pueden proponerse varias técnicas para estabilizar el sistema como por ejemplo reduciendo las constantes proporcionales de los controladores de

posición. Otra opción sería definir unos valores para la masa y amortiguamiento en los bloques correspondientes a las dinámicas deseadas para los robots, para los cuales el sistema fuera estable en todo momento. En general, este problema suele ser resuelto por otros autores con las estrategias de control híbrido [Khatib, 1987] o de control de impedancias [Hogan, 1985].

Si se reduce la ganancia de los controladores de posición, la transparencia en contactos rígidos puede llegar a ser bastante pobre. Por ello se propone aumentar la inercia y amortiguamiento del robot esclavo pero sólo cuando se detecte que el robot esclavo entre en contacto con algún objeto.

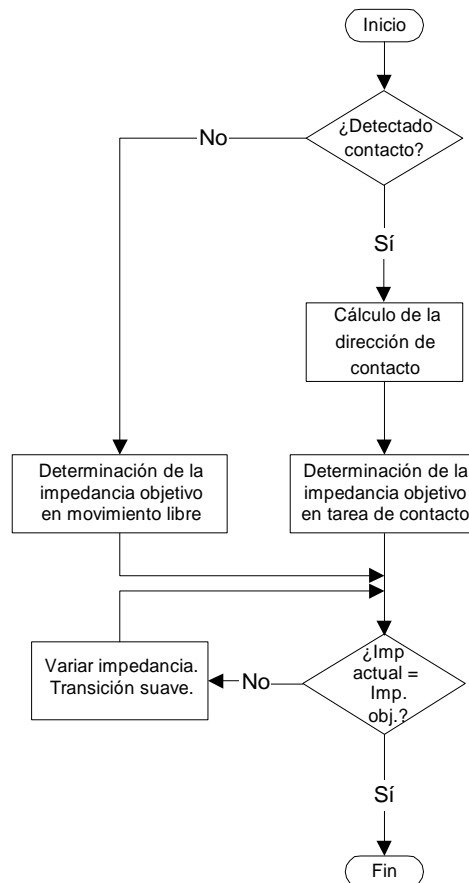


Figura 4.10 Algoritmo de detección y modificación adaptativa de las impedancias en tareas de contacto.

La Figura 4.10 muestra cada uno de los pasos del algoritmo de modificación adaptativa. Éste comienza con la detección de la colisión (subapartado 4.5.1) a través de un índice que también informa sobre su

intensidad. Una vez detectada la colisión se procede a la determinación de las direcciones de contacto (subapartado 4.5.2) y a la elección de la impedancia adecuada para la dinámica deseada. En este caso se distinguen las impedancias en movimiento libre, esto es, cuando no hay choque ( $\mathbf{F}_s=0$ ) y las impedancias en movimiento restringido (subapartado 4.5.3), es decir, hay choque ( $\mathbf{F}_s \neq 0$ ).

Finalmente, el algoritmo provoca un transitorio de conmutación en los valores de las dinámicas virtuales cuando se detecta que éstas deben ser modificadas.

#### 4.5.1 Detección del contacto

El instante, en el cual se debe realizar la modificación adaptativa, se determina a través de un índice que informe de cuándo y con qué intensidad se ha producido el choque. En la bibliografía se pueden encontrar ejemplos de definición de este tipo índices, como el índice propuesto en [Chang, 1994] que se basa en el coseno del ángulo entre la fuerza y la velocidad del robot esclavo. El índice propuesto en el presente trabajo se basa en el empleado por [Rubio, 1999] que consiste en calcular el cociente de los módulos de fuerzas en el robot esclavo y maestro (Ec. 4.43). Para evitar la división por cero, en caso de que la fuerza medida en el maestro sea nula, se suma un pequeño valor  $f_{th}$  a ambas fuerzas:

$$\delta_1 = \frac{|\mathbf{f}_s| + f_{th}}{|\mathbf{f}_m| + f_{th}} \quad \text{Ec. 4.43}$$

Si  $\delta_1$  se encuentra próximo a uno se considera que el esclavo está en contacto con un objeto y si es próximo a cero, se considera que el esclavo está en movimiento libre.

A través de este parámetro sólo se tiene información instantánea acerca del estado del sistema, es decir, si hay o no, situación de contacto. Por consiguiente, no se puede discernir si el operador pretende establecer un contacto o devolver el sistema a la condición de movimiento libre. Como resultado, el operario sentirá que, una vez que sea efectivo el contacto, el restaurar el movimiento libre presenta una pequeña oposición como si la herramienta se hubiera quedado adherida a una superficie.

Además, se observa que si el módulo de la fuerza del operador es menor que  $f_{th}$ , el parámetro  $\delta_1$  está próximo a uno. Entonces, el algoritmo considerará que se verifica un contacto con el entorno, y se aumentará la impedancia. Este comportamiento tiene como ventaja que encubre el pequeño *offset* que tienen los sensores de fuerza que conducirían a los robots a un movimiento de deriva, cuando el operario no esté sujetando el maestro. Como desventaja, se debe ejercer una pequeña fuerza para desactivar el modo de alta impedancia cuando



se desea iniciar una tarea. Esta pequeña fuerza se muestra como una fuerza aparente de rozamiento seco.

Otro inconveniente para el parámetro  $\delta_1$  es su rango de aplicación que se limita al estudio de interacciones puntuales. Una extensión natural de este parámetro sería el definir otro análogo que tuviera en consideración contactos no puntuales que provocaran pares. Así se tiene la definición de  $\delta_2$ :

$$\delta_2 = \frac{|\mathbf{t}_s| + t_{th}}{|\mathbf{t}_m| + t_{th}} \quad \text{Ec. 4.44}$$

Donde ahora se consideran los módulos de pares medidos en el robot maestro y esclavo ( $|\mathbf{t}_m|$ ,  $|\mathbf{t}_s|$ ) y la constante positiva  $t_{th}$  que evita las divisiones por cero.

Combinando  $\delta_1$  y  $\delta_2$  bajo un único índice que depende tanto de las fuerzas como de los pares registrados, se obtiene el índice global empleado en el presente trabajo:

$$\delta = \frac{|\mathbf{f}_s| + k_{f_t} |\mathbf{t}_s| + f_{th}}{|\mathbf{f}_m| + k_{f_t} |\mathbf{t}_m| + f_{th}} \quad \text{Ec. 4.45}$$

En este caso  $f_{th}$  evita los casos en los cuales  $|\mathbf{f}_m| + k_{f_t} |\mathbf{t}_m| = 0$  y  $k_{f_t}$  es una constante que equipara en magnitud las medidas fuerzas y pares.

La conmutación entre situación de contacto/no contacto se produce cuando el índice  $\delta$  sobrepasa un cierto umbral. Así cuando  $\delta > \delta_{th}$  se considera que el robot esclavo se encuentra en contacto y en caso contrario, se considera movimiento libre. En los ensayos, se considera  $\delta_{th}=0,7$ .

#### 4.5.2 Cálculo de la dirección de contacto

En una primera aproximación se puede considerar el aumento por igual de las impedancias en cada una de las direcciones espaciales. Siguiendo esta estrategia, se conseguiría ganar estabilidad a costa de una sustancial pérdida de transparencia: el operario no sentiría una reflexión de fuerza en la dirección de contacto, sino un incremento elevado de la inercia y de rozamiento viscoso del robot maestro. Este comportamiento es poco intuitivo y tiene el inconveniente de impedir el desplazamiento, no sólo en la dirección de contacto, sino también en las restantes. Por esta razón, se varían las impedancias sólo en aquellas direcciones necesarias para aumentar la estabilidad sin comprometer demasiado la transparencia. Entonces, una vez detectada la condición de choque, la dinámica deseada se aumentará pero de forma direccional (subapartado 4.5.3).

Si se desprecian los efectos del rozamiento y suponiendo un contacto puntual en un único plano, se puede afirmar que el par existente es nulo y que la

fuerza medida por el robot esclavo es ortogonal a la dirección de contacto. Es decir, la dirección en la cual el movimiento está impedido por la restricción geométrica. En otro caso, cuando el contacto no es puntual, aparece un par que determina otra dirección espacial. Esta dirección define un eje según el cual el giro se debe restringir en el sentido en el cual se tienda a aumentar la penetración sobre la superficie de contacto.

Debido a la dualidad fuerza/par presentado en el párrafo anterior, se han definido dos sistemas de referencia auxiliares: uno asociado a la dirección donde se produce la fuerza de contacto  $\{chf\}$  y otro al par  $\{cht\}$ . La orientación de dichos sistemas es tal que el eje  $\hat{x}_{chf} / \hat{x}_{cht}$  coincide con la dirección de la fuerza/par medida en el esclavo ( $\mathbf{f}_s / \mathbf{t}_s$ ), el eje  $\hat{y}_{chf} / \hat{y}_{cht}$  es un eje arbitrario perpendicular al eje  $\hat{x}_{chf} / \hat{x}_{cht}$  y el  $\hat{z}_{chf} / \hat{z}_{cht}$  obtenido del producto vectorial de los ejes  $\hat{x}_{chf} / \hat{x}_{cht}$  e  $\hat{y}_{chf} / \hat{y}_{cht}$  (Figura 4.11).

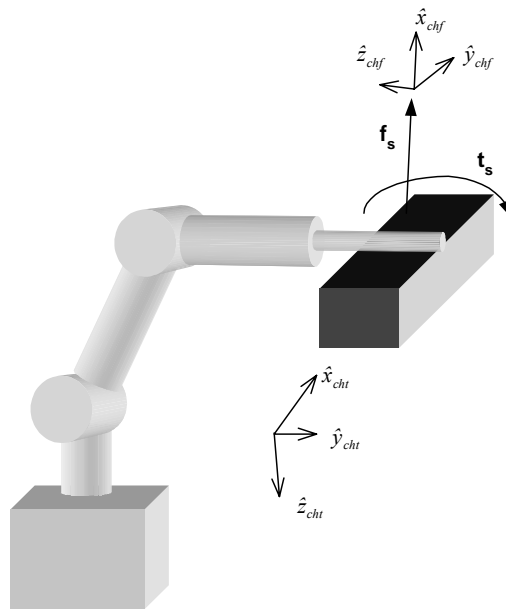


Figura 4.11 Sistemas de referencia asociados a la fuerza  $\{chf\}$  y el par  $\{cht\}$  registrados en el robot esclavo.

Los sistemas de referencia propuestos con las matrices de rotación  $\mathbf{R}_{chf}$  y  $\mathbf{R}_{cht}$ , mostradas en las Ec. 4.48 y Ec. 4.49, se han calculado con el siguiente criterio<sup>6</sup>:

<sup>6</sup> En la descripción de la elección de los ejes coordenados se omiten los subíndices  $chf$  y  $cht$  para simplificar la exposición.

- Eje  $\hat{x}$ : vector unitario cuya dirección coincide con la de la fuerza/par medido.
- Eje  $\hat{y}$ : considerando que debe ser nulo el producto escalar entre el eje  $\hat{x}$  (ya conocido) y el  $\hat{y}$ . Para el caso del sistema de referencia asociado a la fuerza de contacto, se tiene:

$$\hat{x}^T \hat{y} = \begin{bmatrix} \frac{f_{sx}}{|\mathbf{f}_s|} & \frac{f_{sy}}{|\mathbf{f}_s|} & \frac{f_{sz}}{|\mathbf{f}_s|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{Ec. 4.46}$$

donde  $y_1, y_2, y_3$  son las componentes del eje  $\hat{y}$  en función del sistema de referencia fijo  $\{0\}$  y  $f_{sx}, f_{sy}, f_{sz}$  son las de la fuerza medida en el robot esclavo.

Si se efectúa el producto escalar y se despeja  $y_1$  la expresión resultante es:

$$y_1 = \frac{1}{f_{sx}} (-f_{sy}y_2 - f_{sz}y_3) \quad \text{Ec. 4.47}$$

De forma arbitraria se elige  $y_2 = f_{sz}$  y  $y_3 = f_{sy}$  para simplificar la expresión de  $y_1$ . Una vez calculadas las tres componentes, la última operación que resta es la normalización del eje  $\hat{y}$ .

Para el cálculo de pares el proceso es análogo.

- Eje  $\hat{z}$ : producto vectorial de los ejes  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ .

$$\mathbf{R}_{chf} = \begin{bmatrix} \frac{f_{sx}}{|\mathbf{f}_s|} & -2 \frac{f_{sy}f_{sz}}{f_{\perp s}} & \frac{f_{sx}(f_{sy}^2 - f_{sz}^2)}{|\mathbf{f}_s|f_{\perp s}} \\ \frac{f_{sy}}{|\mathbf{f}_s|} & \frac{f_{sx}f_{sz}}{f_{\perp s}} & -\frac{f_{sy}(2f_{sz}^2 + f_{sx}^2)}{|\mathbf{f}_s|f_{\perp s}} \\ \frac{f_{sz}}{|\mathbf{f}_s|} & \frac{f_{sy}f_{sx}}{f_{\perp s}} & \frac{f_{sz}(f_{sx}^2 + 2f_{sy}^2)}{|\mathbf{f}_s|f_{\perp s}} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.48}$$

$$f_{\perp s} = \sqrt{4f_{sz}^2f_{sy}^2 + f_{sx}^2f_{sz}^2 + f_{sx}^2f_{sy}^2}$$

$$\mathbf{R}_{cht} = \begin{bmatrix} \frac{t_{sx}}{|\mathbf{t}_s|} & -2 \frac{t_{sy}t_{sz}}{t_{\perp s}} & \frac{t_{sx}(t_{sy}^2 - t_{sz}^2)}{|\mathbf{t}_s|t_{\perp s}} \\ \frac{t_{sy}}{|\mathbf{t}_s|} & \frac{t_{sx}t_{sz}}{t_{\perp s}} & -\frac{t_{sy}(2t_{sz}^2 + t_{sx}^2)}{|\mathbf{t}_s|t_{\perp s}} \\ \frac{t_{sz}}{|\mathbf{t}_s|} & \frac{t_{sy}t_{sx}}{t_{\perp s}} & \frac{t_{sz}(t_{sx}^2 + 2t_{sy}^2)}{|\mathbf{t}_s|t_{\perp s}} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.49}$$

$$t_{\perp s} = \sqrt{4t_{sz}^2t_{sy}^2 + t_{sx}^2t_{sz}^2 + t_{sx}^2t_{sy}^2}$$

donde  $t_{sx}$ ,  $t_{sy}$ ,  $t_{sz}$  son, respectivamente, las componentes de par medida en el robot esclavo según los ejes  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  del sistema referencia fijo  $\{0\}$ .

### 4.5.3 Determinación de los parámetros objetivo de las dinámicas virtuales

Una vez concretado si el operador se encuentra desarrollando una tarea que implique el contacto o no con una superficie, hay que establecer los valores que los parámetros matriciales de la dinámica deseada  $Z_d$  deben alcanzar (Figura 4.5). Debido a las dos situaciones de trabajo (movimiento libre y movimiento restringido u operación de contacto), se consideran dos grupos de parámetros, uno para cada situación.

Para las  $Z_d$  en movimiento libre, el criterio de diseño es minimizar la fatiga del operario, pero manteniendo la estabilidad del lazo PD de control de posición. Siguiendo estas directrices se han empleado los valores propuestos en [Rubio, 1999] que se muestran en la Tabla 4.2. En todos los casos, las matrices se consideran como diagonales en el sistema de referencia en el cual están definidas las respectivas ecuaciones de movimiento (en traslación, es el sistema fijo ó  $\{0\}$ ; y en rotación, el solidario con el movimiento del robot ó  $\{m\}$ ).

Parámetro	Valor
Masa del Robot virtual	0,6 kg.
Amortiguamiento viscoso	40 Ns/m
Momento de inercia en 'x' e 'y'	0,015 kg m <sup>2</sup>
Momento de inercia en 'z'	0,0075 kg m <sup>2</sup>
Amortiguamiento angular en 'x' e 'y'	1 Nms
Amortiguamiento angular en 'z'	0,5 Nms
Constante proporcional	40000 N/m

Tabla 4.2 Constantes de las impedancias de los robots en movimiento libre.

Por el contrario, los criterios de elección de la  $Z_d$  en el choque persiguen el bloqueo de los robots sólo en aquellas direcciones espaciales donde interese, o por motivos de estabilidad, o por requerimientos de la tarea a desarrollar.

Desde el punto de vista de estabilidad, se consideran direcciones críticas aquellas en las cuales se registra la fuerza/par en el robot esclavo, es decir  $\hat{x}_{chf} / \hat{x}_{cht}$  (subapartado 4.5.2). Por lo tanto, se aumentan las impedancias sólo en dichas direcciones. Este aumento selectivo de las  $Z_d$  es posible variando cada uno de los parámetros matriciales de la dinámica virtual, mostrados en la Figura 4.5.

Sea uno cualquiera de los parámetros matriciales que en lo sucesivo se designará como  $\mathbf{H}$ . La forma de modificar adaptativamente y direccionalmente  $\mathbf{H}$  se consigue fácilmente si se define ésta como matriz diagonal en la base auxiliar {chf}, en el caso de dinámica de traslación, y sobre {cht} en dinámica de rotación. La Tabla 4.3 resume los sistemas de referencia usados en la definición de los parámetros matriciales de las dinámicas deseadas.

	Movimiento libre ( $\mathbf{H}_{\text{libre}}$ )	Tareas de contacto ( $\mathbf{H}_{\text{choque}}$ )
Dinámica de traslación	{0}	{chf}
Dinámica de rotación	{m}	{cht}

Tabla 4.3 Bases empleadas en la definición de los parámetros de las dinámicas virtuales.

Una vez definida la matriz  $\mathbf{H}$  como diagonal en el sistema de referencia adecuado, el aumento direccional según el eje  $\hat{x}_{chf} / \hat{x}_{cht}$  se resuelve con el incremento del valor del elemento (1,1), es decir  $h_{11}$ . El valor escogido para este incremento es de 1000 respecto al valor que tiene en el funcionamiento libre.

Calculada la impedancia objetivo, antes de sustituirla en las ecuaciones, se debe realizar el cambio de base correspondiente para que sea coherente con la base de definición de las ecuaciones Ec. 4.36.

Por último la conmutación entre las matrices actual y las objetivo se realiza a través de un filtro IIR de primer orden con una constante de tiempo de una décima de segundo aplicado, por separado a cada uno de los elementos.

#### 4.5.4 Compensación del peso de la herramienta

Cuando se acopla una herramienta al sensor de fuerza, éste comienza a registrar el peso del objeto colocado. El algoritmo de reflexión de fuerza reconduce esta medida al robot maestro, tal y como es de esperar. Sin embargo, es interesante que el operario no tenga que estar soportando este peso, para reducir la fatiga por el uso continuado del dispositivo. Además, la lectura de fuerza causada por el peso de la herramienta confunde al algoritmo de detección de colisión y éste activa el modo de alta impedancia descrito en los subapartados anteriores. Por

ello, la compensación es una tarea crítica.

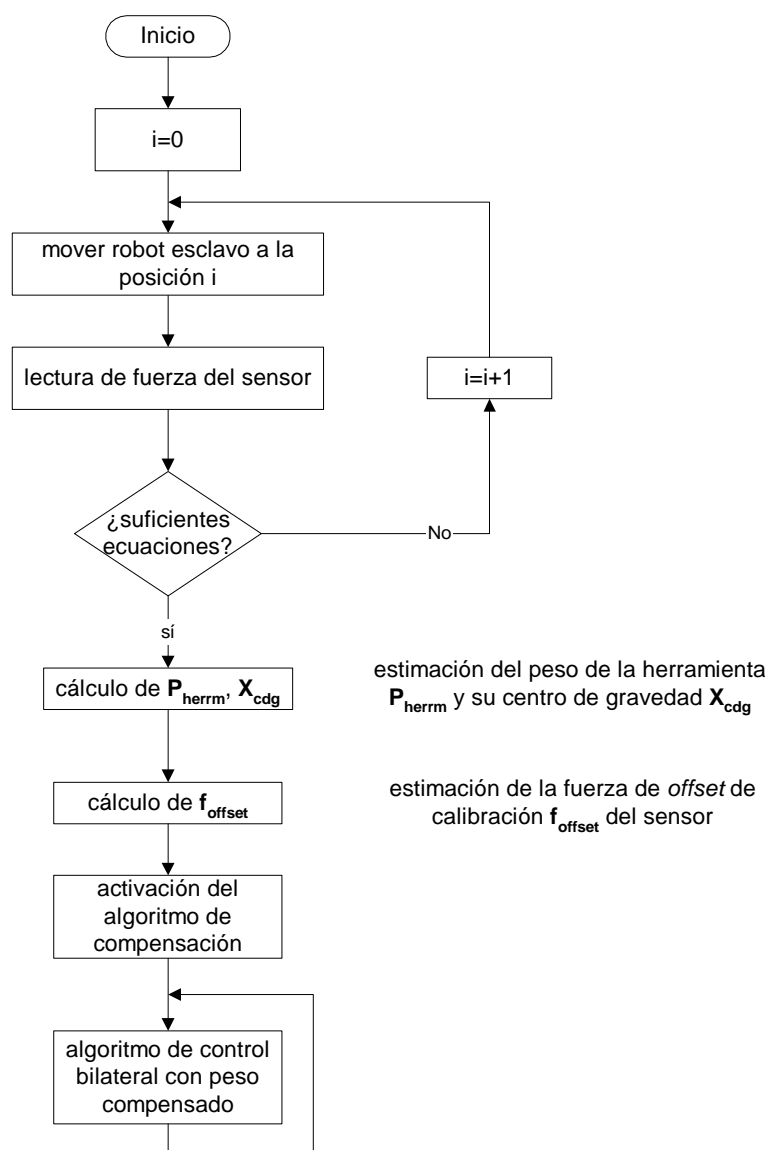


Figura 4.12 Algoritmo de compensado del peso propio de la herramienta.

El propio sensor tiene una función de autoajuste que elimina el *offset* registrado en la medida de fuerza en el momento de calibrado. Este sistema es eficaz para eliminar el *offset* de las galgas extensiométricas o una deriva térmica

en un momento puntual. Sin embargo, cuando el problema se refiere a compensar un peso (fuerza vertical hacia abajo y de magnitud constante), la función de autoajuste sólo resulta útil en el supuesto de que el sensor no cambie su inclinación a lo largo de todo el ensayo.

El presente apartado propone un método para la medición empírica de los pesos de las herramientas acopladas al sensor y la fuerza virtual de compensación que aparece después de invocar a la función de autoajuste. Con estas estimaciones y con los datos de la orientación del extremo final del robot esclavo, el algoritmo de compensación cancela los efectos de los pesos propios sobre el controlador de teleoperación. El resultado final es que el operador no siente cuánto pesa la herramienta y el sistema de detección de colisión funciona con normalidad.

El algoritmo de compensación necesita atravesar por una fase de inicialización. En esta primera fase, el extremo final del robot esclavo se orienta en diversas posiciones ya prefijadas. En cada posición se realizan tomas de la medida de fuerza que permitirán plantear ecuaciones y obtener así las estimaciones. Una vez completada la fase de inicialización, y resueltas las estimaciones, el sistema está listo para compensar los pesos de las herramientas (Figura 4.12).

El número de ecuaciones necesarias dependerá la precisión con la que se desee hacer la compensación. A continuación se comentan cómo se realizan dos posibles aproximaciones. En la primera, se supone que la herramienta tiene un eje de simetría de revolución y, en la segunda, un plano de simetría.

#### 4.5.4.1 Herramientas con simetría de revolución

La primera aproximación al procedimiento de compensación se muestra en la Figura 4.13, válida para herramientas con simetría de revolución. Se comienza en la fase A donde los ejes solidarios al sensor de fuerza (sistema de referencia móvil  $\{m\}$ ) se encuentran alineados con los del sistema de referencia fijo  $\{0\}$ . Entonces la dirección del peso de la herramienta es vertical y el sentido hacia abajo. Invocando la función de autocalibrado, se pasa a la fase B. Entonces el sensor pone a cero los valores aportados como medidas, eliminando así en las posteriores lecturas los *offsets* propios del sensor y el peso de la herramienta. Esta acción podría interpretarse como que el propio sensor genera una contra-fuerza virtual ( $\mathbf{f}_{\text{offset}}$ ) que, despreciando el *offset* del sensor, fundamentalmente anula el peso de la herramienta ( $\mathbf{P}_{\text{herrm}}$ ) en posteriores mediciones. Hay que señalar que esta fuerza,  $\mathbf{f}_{\text{offset}}$ , es solidaria al sistema de referencia del sensor, mientras que el peso lo es al fijo.

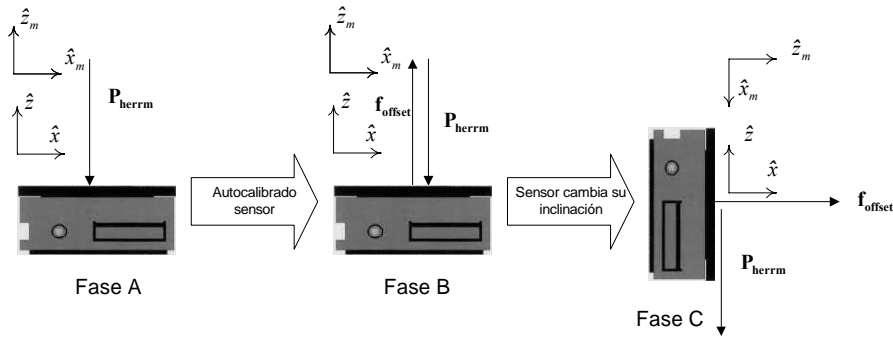


Figura 4.13 Fases del procedimiento de compensación del peso.

Una vez efectuado el autocalibrado del sensor, éste se gira  $90^\circ$  según el eje  $\hat{y}_m$ , para completar la fase C en la cual se registran los valores de fuerza  $[\mathbf{f}_s]_C$  y par  $[\mathbf{t}_s]_C$  en el robot esclavo:

$${}^m[\mathbf{f}_s]_C = \begin{bmatrix} P_{herrm} \\ 0 \\ f_{offset} \end{bmatrix} \quad {}^m[\mathbf{t}_s]_C = \begin{bmatrix} 0 \\ P_{herrm} \quad {}^m z_{cdg} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 4.50}$$

donde los superíndices  $\mathbf{m}$  remarcan que las magnitudes se expresan en el sistema de referencia  $\{m\}$ , es decir, el sistema de referencia solidario al movimiento del extremo final del robot; el subíndice C indica que la lectura de fuerza se efectúa en la fase C;  $P_{herrm}$  es el módulo del vector que representa el peso de la herramienta;  $f_{offset}$  es el módulo del vector  $\mathbf{f}_{offset}$ ; y  ${}^m z_{cdg}$  es la coordenada z del vector que define el centro de gravedad de la herramienta, referido a la base  $\{m\}$ .

Si en un primer acercamiento se supone que la pieza colocada tiene simetría radial según el eje  $\hat{z}_m$ , el c.d.g. coincidirá con este último eje. Por lo que éste queda ya completamente definido:

$$\begin{aligned} {}^m x_{cdg} &= 0 \\ {}^m y_{cdg} &= 0 \\ {}^m z_{cdg} &= \frac{[{}^m t_{s_y}]_C}{P_{herrm}} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.51}$$

donde  $[{}^m t_{s_y}]_C$  es la componente del par medido en el sensor de fuerza esclavo según el eje  $\hat{y}_m$  en la fase C.



#### 4.5.4.2 Herramientas con plano de simetría

Normalmente la herramienta no tiene una simetría de revolución, y puede que, además de ejercer una fuerza de apoyo contra el sensor, también provoque un par. Entonces al invocar la función de autocalibración, aparecerá el par virtual  ${}^m\mathbf{t}_{\text{offset}}$ . Por ello, se necesitarán más fases y obtener más datos que permitan resolver las nuevas incógnitas.

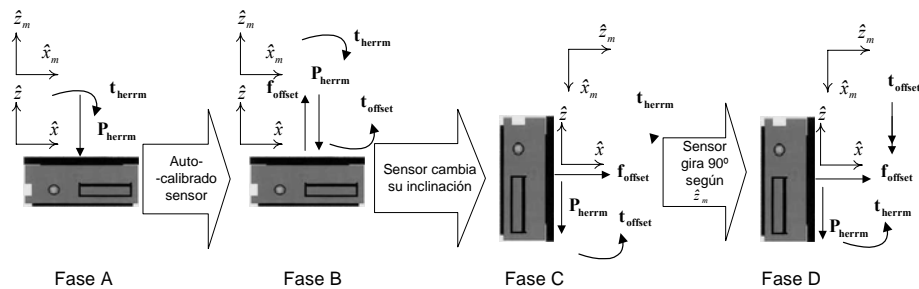


Figura 4.14 Procedimiento de compensación cuando la herramienta tiene simetría según el plano XOZ.

Si se considera que las herramientas empleadas de la Figura 4.15, que tienen un plano de simetría según el XOZ del sistema móvil cuando están montadas adecuadamente sobre el sensor, el procedimiento modificado es el mostrado en Figura 4.14. En este caso se añade la fase D que consiste en medir la fuerza/par después de girar el sensor 90° según el eje  $\hat{z}_m$ , desde su posición en la fase C.



Figura 4.15 De izquierda a derecha, herramientas del robot esclavo: pinza, taladro y amoladora.

Las ecuaciones que resuelven las fuerzas ( $\mathbf{f}_{\text{offset}}$  y  $\mathbf{P}_{\text{herrm}}$ ) no varían respecto al anterior apartado. La dificultad radica en la localización del centro de gravedad de la herramienta que se determina a través de las medidas de par:

$$\begin{aligned}
\text{fase B} \Rightarrow [\mathbf{t}_s]_B &= \begin{bmatrix} -P_{herm} y_{cdg} \\ P_{herm} x_{cdg} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{t}_{offset} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
\text{fase C} \Rightarrow [\mathbf{t}_s]_C &= \begin{bmatrix} 0 \\ P_{herm} z_{cdg} \\ -P_{herm} y_{cdg} \end{bmatrix} + \mathbf{t}_{offset} \\
\text{fase D} \Rightarrow [\mathbf{t}_s]_D &= \begin{bmatrix} P_{herm} z_{cdg} \\ 0 \\ -P_{herm} x_{cdg} \end{bmatrix} + \mathbf{t}_{offset}
\end{aligned} \tag{Ec. 4.52}$$

donde  $[\mathbf{t}_s]_i$  es el par medido en el sensor de fuerza esclavo, según el sistema de referencia móvil  $\{m\}$  y, en la fase  $i$  del proceso de calibración del algoritmo de compensación.

Se puede observar que si se desprecia la componente según el eje  $\hat{z}_m$  de  $\mathbf{t}_{offset}$ , frente al valor del par causado por el peso de la herramienta, los cálculos se simplifican bastante. La validez de esta simplificación ha sido contrastada empíricamente. Tras dicha simplificación, el centro de gravedad de la herramienta resulta:

$$\begin{aligned}
\text{fase C} &\begin{cases} {}^m y_{cdg} = -\frac{{}^m t_{s\_x}}{P} \\ {}^m z_{cdg} = -\frac{{}^m t_{s\_y} - {}^m t_{offset\_y}}{P} \end{cases} \\
\text{fase D} &\begin{cases} {}^m x_{cdg} = -\frac{{}^m t_{s\_z}}{P} \\ {}^m z_{cdg} = -\frac{{}^m t_{s\_x} - {}^m t_{offset\_x}}{P} \end{cases}
\end{aligned} \tag{Ec. 4.53}$$

donde  ${}^m t_{s\_x}$ ,  ${}^m t_{s\_y}$ ,  ${}^m t_{s\_z}$  son las componentes  $\hat{x}_m, \hat{y}_m, \hat{z}_m$  del par medido en el sensor del robot esclavo ( $\mathbf{t}_s$ ); y  ${}^m t_{offset\_x}$ ,  ${}^m t_{offset\_y}$ ,  ${}^m t_{offset\_z}$ , las del par de *offset* del sensor ( $\mathbf{t}_{offset}$ ).

Se observa que la coordenada  ${}^m z_{cdg}$  puede calcularse por dos vías. Obviamente el resultado debe coincidir. En la práctica, el resultado no es el mismo y se ha contrastado que la diferencia es inferior a 10%. Otra comprobación puede hacerse con los valores que toma  ${}^m y_{cdg}$ . Teóricamente el valor de  ${}^m y_{cdg}$  debe ser nulo aunque se miden derivaciones del orden del milímetro. Todas estas variaciones respecto al teórico se deben fundamentalmente a dos motivos: el primero es el ruido eléctrico que aparece en

la medida y el segundo se debe a la tensión mecánica del cable/tubo por el cual le llega la energía eléctrica/aire comprimido a la herramienta. Si bien el primero no ha reportado mayores problemas, ha sido necesario extremar la prudencia para que las tensiones en los cables no desvirtúen las medidas. La Tabla 4.4 muestra los datos de fuerza y par obtenidos en las sucesivas fases de calibración y la Tabla 4.5, los resultados de las estimaciones de pesos y centros de gravedad para las herramientas usadas en el robot esclavo.

Herramienta	Medida fase C						Medida fase D					
	${}^m\mathbf{f}_s(\text{N})$			${}^m\mathbf{t}_s(\text{N}\cdot\text{m})$			${}^m\mathbf{f}_s(\text{N})$			${}^m\mathbf{t}_s(\text{N}\cdot\text{m})$		
Pinza	28,5	-1	29,5	0,03	0,39	0,03	1,5	-30,5	29,5	0,27	0,06	-0,15
Taladro	18,5	0	19,5	-0,03	-0,36	-0,12	0	-20	18	-0,33	-0,06	-0,15
Amoladora	17,5	0	19	0	-0,48	0	-1	-18,5	19,5	-0,3	-0,21	-0,03

Tabla 4.4 Valores típicos de las medidas de fuerza y par tomados en las fases de calibración de las diversas herramientas empleadas.

Herramienta	$P_{herrm}$ (N)	centro de gravedad (m)		
		${}^m x_{cdg}$	${}^m y_{cdg}$	${}^m z_{cdg}$
Pinza	29,5	0,005	0,001	-0,011
Taladro	19,3	0,008	0,002	-0,020
Amoladora	18	0,002	0	0,016

Tabla 4.5 Estimaciones del peso propio y centro de gravedad de la pinza, taladro y amoladora del robot esclavo.

Como era esperable, el centro de gravedad se encuentra muy próximo al eje  $\hat{z}_m$ . Los valores obtenidos para  ${}^m y_{cdg}$  se encuentran muy próximos al límite de precisión debida a la resolución del sensor de fuerza, por lo cual pueden considerarse despreciables.

#### 4.5.4.3 Cálculo de la compensación

Con los datos de las estimaciones de peso de la herramienta, su centro de gravedad y los valores de *offset* del sensor de fuerza, se procede a calcular la fuerza y par de compensación ( ${}^m\mathbf{f}_{comp}$  y  ${}^m\mathbf{t}_{comp}$ ). La fuerza de compensación tiene en cuenta que se conoce el peso de la herramienta respecto al sistema de referencia fijo y el *offset* de fuerza, según el móvil. En el caso del par, se considera el par producido por el peso de la herramienta respecto al origen del sistema de referencia móvil y el par de *offset* del propio sensor (Ec. 4.54).

$${}^m\mathbf{f}_{comp} = {}^m\mathbf{R}\mathbf{P}_{herr} + {}^m\mathbf{f}_{offset} = {}^m\mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P_{herr} \end{bmatrix} + {}^m\mathbf{f}_{offset}$$

Ec. 4.54

$${}^m \mathbf{t}_{\text{comp}} = \begin{bmatrix} {}^m x_{cdg} \\ {}^m y_{cdg} \\ {}^m z_{cdg} \end{bmatrix} \wedge {}^m \mathbf{R} \mathbf{P}_{\text{herr}} + {}^m \mathbf{t}_{\text{offset}}$$

donde  ${}^m \mathbf{R}$  es la matriz de cambio de base entre  $\{0\}$  y  $\{m\}$ ;  $\wedge$  es la notación para expresar el producto vectorial de dos vectores.

Obtenidos los valores de  ${}^m \mathbf{f}_{\text{comp}}$  y  ${}^m \mathbf{t}_{\text{comp}}$ , sólo queda restarlos a la medida del sensor de fuerza del robot esclavo en cada período de muestreo, haciendo así efectiva la compensación del peso de la herramienta.

#### 4.6 IMPEDANCIA TRANSMITIDA EN EL CONTROLADOR IDEAL

Hasta el momento se ha descrito una estrategia para modificar las impedancias virtuales y así el comportamiento dinámico deseado para los robots. Ahora la exposición se centra en el análisis de la impedancia transmitida en el controlador ideal  $Z_I$ .

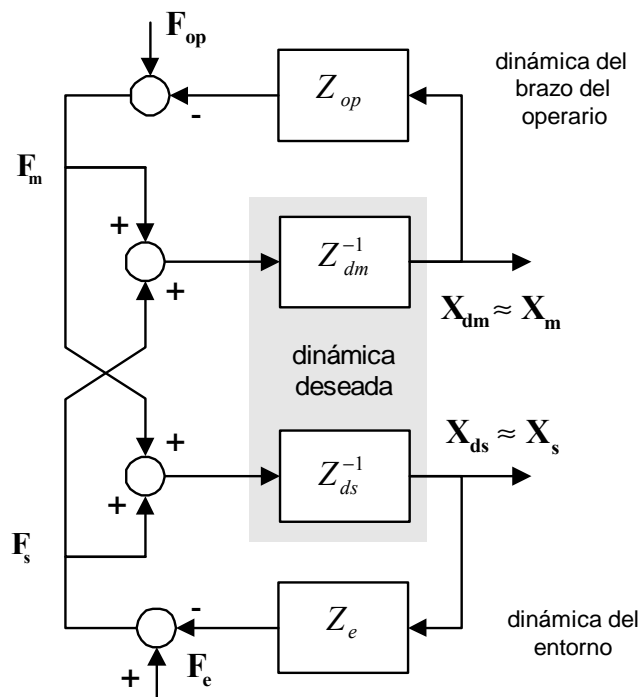


Figura 4.16 Esquema de control ideal.

En la estrategia de control bilateral considerada, se calcula la suma vectorial de las fuerzas/pares medidos en ambos robots. Ésta se establece como entrada de referencia para las impedancias virtuales que a su vez generan la trayectoria deseada.

Como primer acercamiento, se considera un funcionamiento ideal en el cual concluye la hipótesis que la posición real y la deseada coinciden:  $\mathbf{X}_{dm} \equiv \mathbf{X}_m$  y  $\mathbf{X}_{ds} \equiv \mathbf{X}_s$ . Entonces, por simple inspección se observa la relación entre entradas-salidas del sistema (Figura 4.16):

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_m &= Z_{dm}^{-1}(\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_s) \\ \mathbf{X}_s &= Z_{ds}^{-1}(\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_s)\end{aligned}\quad \text{Ec. 4.55}$$

La impedancia transmitida ( $Z_t$ ) del robot esclavo al maestro sería:

$$\mathbf{F}_m = Z_t \mathbf{X}_m = (Z_e Z_{ds}^{-1} Z_{dm} + Z_{dm}) \mathbf{X}_m \quad \text{Ec. 4.56}$$

Analizando un poco más de cerca la Ec. 4.56 se observa que la dinámica que siente el operador es suma de dos términos. El primer término es la dinámica del entorno ( $Z_e$ ) multiplicada por el escalado de velocidades, dada por la relación de las dinámicas deseadas para el robot maestro y el esclavo. El segundo término es la dinámica deseada para el robot maestro.

En condiciones extremas de uso del sistema, movimiento libre ( $Z_e=0$ ) y en contacto con un entorno altamente rígido ( $Z_e=\infty$ ), uno de estos términos de la Ec. 4.56 se hace despreciable frente al otro. De esta forma se calcula el valor teórico de la impedancia transmitida en para cada una de estas situaciones (Ec. 4.57).

$$\begin{aligned}Z_t &= Z_{dm} \quad \text{En movimiento libre} \\ Z_t &\approx Z_{ds}^{-1} Z_{dm} Z_e \quad \text{En contacto rígido}\end{aligned}\quad \text{Ec. 4.57}$$

En movimiento libre, el sistema refleja solamente la impedancia virtual del robot maestro, por ello para reducir la fatiga del operario, es conveniente que sea lo más baja posible.

Por otro lado, en movimiento con contacto, se obtendrá un escalado en la impedancia reflejada según el cociente de impedancias virtuales en ambos robots. Se conseguirá una transparencia perfecta cuando ambas sean iguales, sin importar qué valor tengan.

## 4.7 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha expuesto el algoritmo de control bilateral que se ensaya experimentalmente en el capítulo 6. A lo largo de cada uno de los apartados se ha conseguido la generalización del algoritmo propuesto por [Rubio, 1999] para considerar tanto la reflexión de fuerzas como los pares,

dentro del espacio tridimensional. Esta inclusión de pares permite el establecimiento de interacciones robot-entorno no puntuales y con ello, la ejecución de tareas más complejas.

Además, persiguiendo mejorar la estabilidad y el ancho de banda, se han incluido unas modificaciones al esquema básico de dicho algoritmo. Estas modificaciones consisten en la prealimentación directa de fuerza siguiendo las conclusiones de los trabajos de [Hastrudi, 2001].

También se propone un algoritmo para compensar el peso de la herramienta. Este algoritmo tiene dos funciones: minimizar la fatiga del operario y asegurar el buen funcionamiento del detector de colisión que activa la ley de adaptación.

#### **4.8 REFERENCIAS**

- Adams R. J., Hannaford B., “Stable Haptic Interaction with Virtual Environments”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, N°3, pp. 465-474. 1999.
- Adams R. J., Klowden J., Hannaford B., “Stable Haptic Interaction Using the Excalibur Force Display.”, *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 770-775. 2000.
- Chan T. F., Dubey R. V., “Design and Experimental Studies of a Generalized Bilateral Controller for a Teleoperator System with a Six DOF Master and a Seven DOF Slave”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 2612-2619. 1994.
- De Pian L., “Linear active network theory”, *Prentice-Hall*. 1962.
- Dorf R. C., “Modern Control Systems”, *Addison-Wesley*. 1998.
- Dubey R. V., Fung Chan T., Everett S. E., “Variable Damping Impedance Control of a Bilateral Telerobotic System”, *IEEE Control Systems*, Vol 1, pp 37-45. 1997.
- Geffard F., Andriot C., Micaelli A., Morel G., “On the Use of a Base Force/Torque Sensor in Teleoperation”, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 2677-2683. 2000.
- Hashtudi-Zaad K., Salcudean S. E., “Analysis of Control Architectures for Teleoperations Systems with Impedance/Admittance Master and Slave

- Manipulators”, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 20, N°6. pp 419-445. 2001.
- Hashtrudi-Zaad K., Salcudean S. E., “On the Use of Local Feedback for Transparent Teleoperation”, *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1863-1869. Detroit, 1999.
- Hogan N., “Impedance Control: An Approach to Manipulator”, Part i, ii, iii., *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 107, pp. 1-24. Marzo, 1985.
- Kazerooni H., Tsay T., Hollerbach K., “A Controller Design Framework for Telerobotic Systems”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 1, n° 1, 50-62. Marzo, 1993.
- Khatib O., “An Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators: the Operational Space Formulation”, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 3, n° 1, pp 43-53. 1987.
- Leung G. M. H., Francis B. A., Apkarian J., “Bilateral Controller for Teleoperators with Time Delay Via  $\mu$ -Synthesis”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, pp. 105-116. 1995.
- Massie T. H., Salisbury J. K., “The PHANTOM Haptic Interface: A Device for Probing Virtual Objects”, *Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting, Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*. Chicago, 1994.
- Matsuhira N., Asakura M., Bamba H. and Uenohara M., “Development of an Advanced Master-Slave manipulator using a pantograph master arm and a redundant slave arm”, *International Conference on Robotics and Automation*. pp. 1653-1658. Japón, 1993.
- Peñín, L. F., “Control Bilateral de Robots Teleoperados: contribuciones en reflexión de fuerzas”, Tesis doctoral, *Universidad Politécnica de Madrid*. 1998.
- Rubio A., “Desarrollo de un Sistema Teleoperado Master-Slave con Reflexión de Fuerza”, Tesis doctoral, *Universidad de Navarra*. 1999.

- Rubio A., Avello A., “Adaptive Impedance Modification of a Master-Slave Manipulator”, *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1797-1799. 1999.
- Salcudean S.E., Wong N.M., Hollis R.L., “Design and Control of a Force-Reflecting Teleoperation System With Magnetically Levitated Master Wrist”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, pp. 844-858. 1995.
- Tachi S., Sakaki T., “Impedance Controlled Master-Slave Manipulation system. Part 1: Basic Concept and application to the system with a time delay”, *Advanced Robotics*, vol. 6, no. 4, pp. 483-503. 1992.



## CAPÍTULO 5

# ***GESTIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO DE LOS ROBOTS***

---

### **5.1 INTRODUCCIÓN**

En la bibliografía pueden encontrarse dispositivos de teleoperación en los cuales el robot maestro y el esclavo son idénticos, o quizá, la única diferencia sea un factor de escala. Esta similitud permite diseñar el controlador bilateral en el espacio articular, al poder hacer un mapeado directo de los espacios de trabajo de ambos robots. Ejemplos de este tipo de sistemas pueden ser el prototipo desarrollado en el Instituto de Ingeniería de Control Automático de Munich (Figura 5.1) [Buss, 1999] y el equipo comercial distribuido por Sarcos (Figura 5.2) [Shimamoto, 1992].

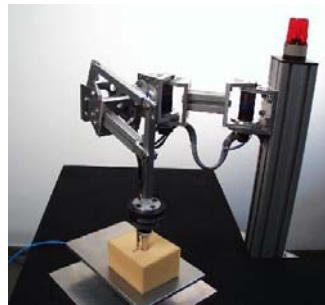


Figura 5.1 Robots maestro y esclavo de un sistema de teleoperación desarrollado en Instituto de Ingeniería de Control Automático (Universidad Técnica de Munich)<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> [http://www.lsr.ei.tum.de/~tele/Welcome\\_eng.html](http://www.lsr.ei.tum.de/~tele/Welcome_eng.html)



Figura 5.2 Sistema de teleoperación réplica comercializado por Sarcos<sup>8</sup>

Sin embargo, los robots maestro y esclavo pueden tener diferente cinemática y por lo tanto, diferentes espacios de trabajo. Ello condiciona el diseño e implementación del controlador bilateral al espacio cartesiano de trabajo. Este hecho obliga a que, una vez calculadas las trayectorias de referencia, sea imprescindible comprobar si éstas caen dentro o fuera del espacio de trabajo de cada manipulador o si se ha alcanzado alguna configuración degenerada de funcionamiento (posición singular).

Además, puede observarse que cada robot alcanzará configuraciones singulares y límites de espacio de trabajo en momentos diferentes, pudiéndose dar el caso en el cual uno se encuentre en una situación normal de funcionamiento, mientras que el otro se acerque a una posición extraña que pueda forzar alguno de sus elementos mecánicos.

Asimismo, algunas de las tareas, realizadas a través de los sistemas de teleoperación, pueden ser relativamente complejas. Como conclusión, es deseable que ambos robots se confinen en regiones donde su destreza no se encuentre significativamente comprometida.

En este capítulo se propone un método por el cual se evita la aproximación a las cercanías de configuraciones singulares y de los límites de sus respectivos espacios de trabajo. Para cumplir este objetivo, primero se mide lo lejos que está un manipulador de alcanzar una de estas zonas peligrosas. En caso de encontrarse demasiado cerca, el controlador activa unos muelles virtuales que mantienen al robot alejado. Estas fuerzas son también reflejadas a la mano del operador y así éste recibe de forma intuitiva información sobre las zonas prohibidas, y/o desaconsejadas, de los espacios de trabajo de los robots. La distribución del capítulo es como sigue:

En el apartado 5.2 se presentan los muelles virtuales para la gestión de singularidades, comenzando con una breve introducción de clasificaciones

---

<sup>8</sup> <http://www.sarcos.com>

realizadas por diversos autores (subapartado 5.2.1) y cómo medir lo lejos que el robot se encuentra de la más cercana de ellas (subapartado 5.2.2). Estas medidas dependen de la matriz jacobiana del manipulador, que debe ser normalizada para conseguir parámetros adimensionales (subapartado 5.2.3). En el apartado apartado 5.3, se muestran los muelles virtuales para los límites del espacio de trabajo. Finalmente, en el apartado 5.4 se explica cómo añadir estas fuerzas dentro del esquema del controlador de teleoperación y también comentan los resultados experimentales.

## 5.2 MUELLES VIRTUALES PARA LA GESTIÓN DE SINGULARIDADES

### 5.2.1 Clasificación de las singularidades

La matriz jacobiana de un manipulador relaciona la velocidad del extremo final del robot con las velocidades de cada una de sus articulaciones. En las singularidades, esta transformación no es posible porque la matriz se vuelve no invertible.

[Gorla, 1984] distingue dos tipos de singularidades. La primera se verifica en el límite del espacio de trabajo (ET) cuando el manipulador se encuentra totalmente extendido. La segunda sucede en el interior del ET cuando dos o más eslabones se alinean. Esta clasificación alcanza el mayor sentido cuando se estudian únicamente manipuladores de cadena cinemática abierta.

Desde el punto de vista físico, se observa que el mecanismo puede ganar (cadena cinemática cerrada) o perder algún grado de libertad (cadena cinemática abierta), tal y como se muestra con un ejemplo en la Figura 5.3.

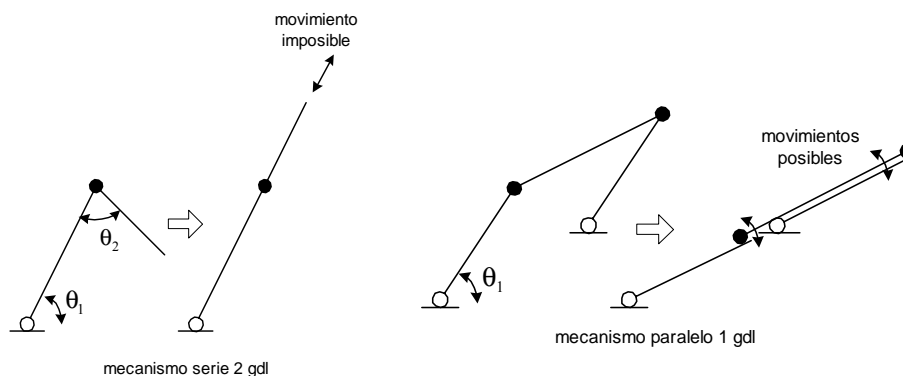


Figura 5.3 Singularidades en mecanismos serie-paralelo. Se observa que el mecanismo serie pierde un gdl, mientras que el paralelo lo gana.

[Gosselin, 1990] distingue en tres tipos las singularidades que pueden aparecer en un mecanismo. El análisis se basa en la expresión general de la matriz jacobiana:

$$\mathbf{J}_x [\mathbf{v} \quad \boldsymbol{\omega}]^T = \mathbf{J}_x \mathbf{V} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad \text{Ec. 5.1}$$

donde  $\mathbf{V}$  es un vector cuyas tres primeras componentes se corresponden con la velocidad lineal y las tres últimas, con la angular dentro del espacio cartesiano; y  $\dot{\mathbf{q}}$  la velocidad en el espacio articular.  $\mathbf{J}_x$  y  $\mathbf{J}_q$  son dos matrices jacobianas. Generalmente, para manipuladores de cadena cinemática abierta  $\mathbf{J}_x$  es la identidad, mientras que  $\mathbf{J}_q$  es la identidad para robots de cadena cinemática cerrada.

Si la matriz  $\mathbf{J}_q$  es singular, el mecanismo pierde un grado de libertad y éste se encuentra en uno de los límites de su espacio de trabajo. Aquí, el robot es capaz de resistir pares o fuerzas sin necesidad de que ninguno de sus actuadores ejerza ningún par o fuerza (singularidad cinemática).

Cuando el determinante de  $\mathbf{J}_x$  es nulo, el robot gana algún grado de libertad extra, no pudiendo soportar ningún esfuerzo, aunque los actuadores se encuentren bloqueados. En otras palabras, es posible que exista un movimiento del mecanismo ante una entrada nula de velocidades (singularidad en fuerzas).

Finalmente, puede darse el caso de que existan ciertas relaciones geométricas entre distintas partes del mecanismo (ej: para el mecanismo biela-manivela, cuando la biela tiene la misma longitud que la manivela). En estos casos, puede aparecer un tercer tipo de singularidad donde tanto la matriz  $\mathbf{J}_x$  como la  $\mathbf{J}_q$  se vuelven singulares. En esta situación, el mecanismo puede moverse en un número finito de direcciones, a pesar de tener bloqueados sus actuadores, o el extremo final del robot permanecerá en reposo aunque haya una entrada velocidad no nula en los actuadores.

Una extensión de esta clasificación la da [Zlatanov, 1998] que amplía a seis los tipos de singularidades que pueden aparecer en un manipulador arbitrario no redundante. La terminología que se emplea es *entrada*, para la consigna de velocidad en los actuadores y, *salida* para el movimiento del extremo final del robot.

- RI/RO (entrada/salida redundante, *Redundant Input/Output*). Aparece cuando una entrada/salida de velocidad no nula provoca una salida/entrada de velocidad nula.
- RPM (movimiento pasivo redundante, *Redundant Passive Movement*). Se verifica cuando alguna parte del mecanismo tiene una velocidad instantánea distinta de cero, cuando las velocidades de entrada/salida son nulas.

- II/IO (entrada/salida imposible, *Impossible Input/Output*). Son los casos en los cuales se produce un bloqueo de las barras (de entrada/salida) que conforman el mecanismo.
- IIM (incremento instantáneo de movilidad, *Instantaneous Increase of Movement*), sucede cuando el mecanismo gana algún grado de libertad.

Tal y como cita el propio autor, estos casos no son mutuamente excluyentes, debiendo verificarse, como mínimo una combinación del grupo (RO-RI-RPM) con (IIM-II-IO) en cada configuración singular.

### 5.2.2 Detección de singularidades: índices de destreza

En la bibliografía pueden consultarse diversos estudios para determinar si un robot ha alcanzado o no una configuración singular [Wang, 1987] y [Burdick, 1992], [Hunt, 1978], [Merlet, 1989].

Sin embargo, puede resultar más interesante cuantificar la distancia a la posición singular más cercana, ya que permite el diseño de un controlador que determine si el robot se está acercando o no a una singularidad y actuar en consecuencia. Para conseguir este objetivo se definen los índices locales de singularidad y los de destreza (inversa de los primeros). Algunos de ellos se describen a continuación.

[Yoshikawa, 1985] propone una "medida de la manipulabilidad" para un mecanismo redundante (Ec. 5.2). Los valores que este índice toma son proporcionales al volumen de un hiper-elipsoide de n-ejes definidos por los valores singulares de la matriz jacobiana [Nakamura, 1991]. En una posición singular, algún valor singular se anula, resultando nulo este índice de manipulabilidad.

$$\omega_{man} = \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)} = \sigma_1 \dots \sigma_n \quad \text{Ec. 5.2}$$

Este índice puede ser aplicado tanto en manipuladores redundantes como para los que no lo son, en cuyo caso se simplificaría en:

$$\omega_{man} = |\det(\mathbf{J})| \quad \text{Ec. 5.3}$$

dado que en este último caso la matriz es cuadrada.

El determinante de la matriz jacobiana se ha empleado en multitud de ocasiones para el análisis de singularidades (p.ej. [Kim, 1998], [Mayer, 1996]).

El número de condición de la matriz Jacobiana se ha empleado extensamente en todo tipo de manipuladores como índice de destreza [Salisbury, 1982][Angeles, 1987]. Se define como producto de la norma de la matriz jacobiana por la de su inversa. La Ec. 5.4 muestra el caso particular del empleo de la norma-2.

$$\kappa(J) = \|J\| \|J^{-1}\| = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad \text{Ec. 5.4}$$

donde  $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$  son los valores singulares máximo y mínimo de la matriz jacobiana. Los valores, que toma el índice, varían desde uno (posición óptima) hasta infinito (posición singular). Para acotar los valores del índice, se suele usar la inversa, entonces el intervalo de oscilación es entre cero (posición singular) y uno (posición óptima, que corresponde al manipulador cartesiano).

### 5.2.3 Normalización de la matriz jacobiana

Debido a que la matriz jacobiana relaciona las velocidades lineales y angulares del extremo final del manipulador con la velocidad de cada articulación, sus elementos no son homogéneos, es decir, no todos ellos tienen la misma dimensión. Por esta razón, los índices de destreza dependerán de las unidades de medida empleadas. Para resolver este problema, se recurre a algún método de normalización/homogeneización de la matriz jacobiana.

Uno de los métodos fue propuesto por [Stocco, 1998]. Este método es válido para todos los manipuladores e intenta eliminar las unidades de la siguiente relación:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad \text{Ec. 5.5}$$

usando matrices las diagonales  $\mathbf{S}_J$  and  $\mathbf{S}_T$  que están definidas como:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{S}_J \Delta \boldsymbol{\tau} \quad \text{Ec. 5.6}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{S}_T \Delta \mathbf{F} \quad \text{Ec. 5.7}$$

donde  $\Delta \boldsymbol{\tau}$  es el tanto por uno del par articular actual sobre el valor nominal; y  $\Delta \mathbf{F}$ , ídem con fuerzas/pares en el extremo final del robot. Entonces se tiene que los valores de las diagonales de las matrices  $\mathbf{S}$  contienen los valores nominales. Juntando las expresiones Ec. 5.5, Ec. 5.6 y Ec. 5.7, se obtiene:

$$\Delta \boldsymbol{\tau} = \mathbf{S}_T^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{S}_J \Delta \mathbf{F} = (\mathbf{J}^*)^T \Delta \mathbf{F} \quad \text{Ec. 5.8}$$

Identificando la Ec. 5.5 con la Ec. 5.8 resulta la expresión de la matriz jacobiana normalizada.

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{S}_J \mathbf{J} \mathbf{S}_T^{-1} \quad \text{Ec. 5.9}$$

Usando la Ec. 5.9, los índices de destreza se pueden redefinir ahora empleando la matriz jacobiana normalizada:

$$\kappa = \text{cond}(\mathbf{J}^*) \quad \text{Ec. 5.10}$$

$$\omega = |\det(\mathbf{J}^*)| \quad \text{Ec. 5.11}$$

Los índices de destreza así obtenidos, son independientes de las unidades empleadas.

#### 5.2.4 Algoritmo de gestión de singularidades

En términos prácticos de funcionamiento del robot, se establece el espacio de trabajo de operación (ET Operación) como el conjunto de puntos del espacio de trabajo del robot permiten el trabajo de forma segura, suficientemente alejado de posiciones singulares.

Restringiendo el funcionamiento del manipulador al ET Operación, el comportamiento de éste nunca se degradará demasiado, consiguiéndose una respuesta buena en cualquier situación. Así se define los valores mínimos permitidos para los índices de destreza en los límites del ET Operación.

El algoritmo de gestión de singularidades puede emplear cualquier índice de destreza. En cada período de muestreo, el controlador comprueba el valor del índice de destreza elegido con el correspondiente del umbral del ET de operación. Si se sobrepasa, entonces se calcula la dirección del gradiente del índice de destreza y se ejerce una fuerza/par en esa dirección proporcional al alejamiento de la frontera del ET de operación.

Si se emplea como índice de destreza el número de condición, la expresión de la fuerza resultante en un robot de seis gdl se muestra en Ec. 5.12.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{vss} &= \mathbf{K}_{vss} (\kappa - \kappa_{max}) \frac{\bar{\nabla}\kappa}{\|\bar{\nabla}\kappa\|} \quad \text{si } \kappa > \kappa_{max} \\ \boldsymbol{\tau}_{vss} &= 0 \quad \text{si } \kappa < \kappa_{max} \end{aligned} \quad \text{Ec. 5.12}$$

$$\text{con } \bar{\nabla}\kappa = \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial q_1} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial q_2} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial q_3} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial q_4} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial q_5} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial q_6} \right]^T$$

donde  $\boldsymbol{\tau}_{vss}$ , de dimensión 6x1, es la fuerza/par ejercido por el controlador para evitar las singularidades y  $\mathbf{K}_{vss}$  es una matriz diagonal, de dimensión 6x6, que representa la ganancia asociada a cada gdl.

Si por alguna razón, la evaluación de la dirección del gradiente resulta complicada, la Ec. 5.12 podría sustituirse por cualquier otra expresión en la que se asegure que el índice de destreza aumenta. Es decir, una dirección en la que el manipulador se aleje de las singularidades. Sin embargo, el empleo de la dirección dictada por el gradiente permite al algoritmo operar con la mayor eficacia. También pueden encontrarse otras estrategias basadas en reflejar fuerzas proporcionales al error entre la consigna de velocidad y la real

consecuencia del empleo pseudoinversa de la matriz jacobiana en las cercanías de las singularidades, o directamente opuestos a los comandos de velocidad de aproximación a la singularidad [Maneewarn, 1998].

### 5.3 MUELLES VIRTUALES DE LÍMITES DEL ESPACIO DE TRABAJO

[Merlet, 1994] analizó las restricciones del espacio de trabajo en un manipulador paralelo. Estas restricciones fácilmente pueden ser generalizadas a un robot cualquiera y se resumen en:

- Intervalo limitado por la carrera de los actuadores.
- Limitaciones mecánicas de las juntas, deslizaderas, etc.
- Interferencia entre los distintos elementos mecánicos.

Estas limitaciones del ET del manipulador pueden no ser detectadas por los índices de destreza descritos en el anterior apartado. Por ello, se considera un segundo tipo muelles virtuales para los límites físicos de los actuadores. En este caso las expresiones son extremadamente sencillas:

$$\begin{aligned} \tau_{vsb_i} &= K_{vsb_i} (q_{max_i} - q_i) & \text{si } q_i > q_{max_i} \\ \tau_{vsb_i} &= K_{vsb_i} (q_{min_i} - q_i) & \text{si } q_i < q_{min_i} \\ \tau_{vsb_i} &= 0 & \text{en otro caso} \end{aligned} \quad \text{Ec. 5.13}$$

donde  $\tau_{vsb_i}$  es la componente  $i$  de la fuerza ejercida por el muelle virtual de fin de carrera.  $K_{vsb_i}$  es el elemento  $(i,i)$  de la matriz diagonal  $\mathbf{K}_{vsb}$  que representa la rigidez de los muelles correspondientes a cada articulación.  $q_{max_i}$  y  $q_{min_i}$  son, respectivamente, los límites de carrera superior e inferior de la articulación  $i$ .

Se observa que estos muelles son lineales para los gdl prismáticos y torsores planos, para las articulaciones de giro.

### 5.4 IMPLEMENTACIÓN DE LAS FUERZAS VIRTUALES DENTRO DEL CONTROLADOR BILATERAL

Una vez definidos los muelles virtuales, el interés se centra en cómo integrarlos dentro del algoritmo de control bilateral. El método descrito en el presente apartado puede ser aplicado, sin restricción alguna, a cualquier controlador bilateral. Un ejemplo es el mostrado en la Figura 5.4 donde las fuerzas virtuales se añaden en el esquema de teleoperación de cuatro canales propuesto por [Lawrence, 1993].



La metodología consiste en añadir las fuerzas/pares de los muelles virtuales en el mismo lugar donde se miden las fuerzas/pares reales registrados por los sensores de fuerza. Así, éstas reciben un tratamiento similar a la que tendrían si fueran reales. El resultado final es que el operador humano sentirá una reflexión de fuerza proveniente de dos fuentes distintas: la primera se deberá a la interacción real entre los robots y sus respectivos entornos; mientras que la segunda estará provocada por los propios muelles virtuales de gestión del espacio de trabajo. Con todo ello, el comportamiento global del sistema resulta intuitivo para el operador. Además, se presenta una clara ventaja respecto a un sistema con reposicionamiento automático ya que éste puede suponer, para el operario, una pérdida momentánea del control de los robots. Una situación como esta debe ser evitada sobre todo si se está manipulando una sustancia peligrosa.

Entonces, la fuerza  $\mathbf{F}'$  que se retroalimenta entre los robots es:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}'_m &= \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_{vsm} \\ \mathbf{F}'_s &= \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_{vss}\end{aligned}\quad \text{Ec. 5.14}$$

donde  $\mathbf{F}$  son el par/fuerza medidos en el robot maestro y en el esclavo;  $\mathbf{F}_{vs}$ , la fuerza y el par introducidos por los muelles virtuales expresados en el espacio cartesiano. A todas estas magnitudes se le añade el subíndice  $\mathbf{m}$  para particularizarlas al robot maestro y el  $\mathbf{s}$  para el esclavo.

La Ec. 5.14 necesita las expresiones de la fuerza y el par de los muelles virtuales en coordenadas cartesianas, pero resulta más interesante dejarlas en función de las coordenadas articulares ya que son los datos aportados por las Ec. 5.12 y Ec. 5.13:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{vsm} &= \mathbf{J}_m^{-T}(\boldsymbol{\tau}_{vsm}) = \mathbf{J}_m^{-T}(\boldsymbol{\tau}_{vssm} + \boldsymbol{\tau}_{vsbm}) \\ \mathbf{F}_{vss} &= \mathbf{J}_s^{-T}(\boldsymbol{\tau}_{vss}) = \mathbf{J}_s^{-T}(\boldsymbol{\tau}_{vsss} + \boldsymbol{\tau}_{vsbs})\end{aligned}\quad \text{Ec. 5.15}$$

donde  $\boldsymbol{\tau}_{vs}$  es la fuerza/par ejercidos por los muelles virtuales en coordenadas articulares.

Esta estrategia puede ser aplicada, sin restricciones, a cualquier algoritmo de control bilateral. A continuación, y como ejemplo, se cita cómo funcionaría un este gestor en un esquema de control posición-posición en el cual se intercambian las posiciones de los robots.

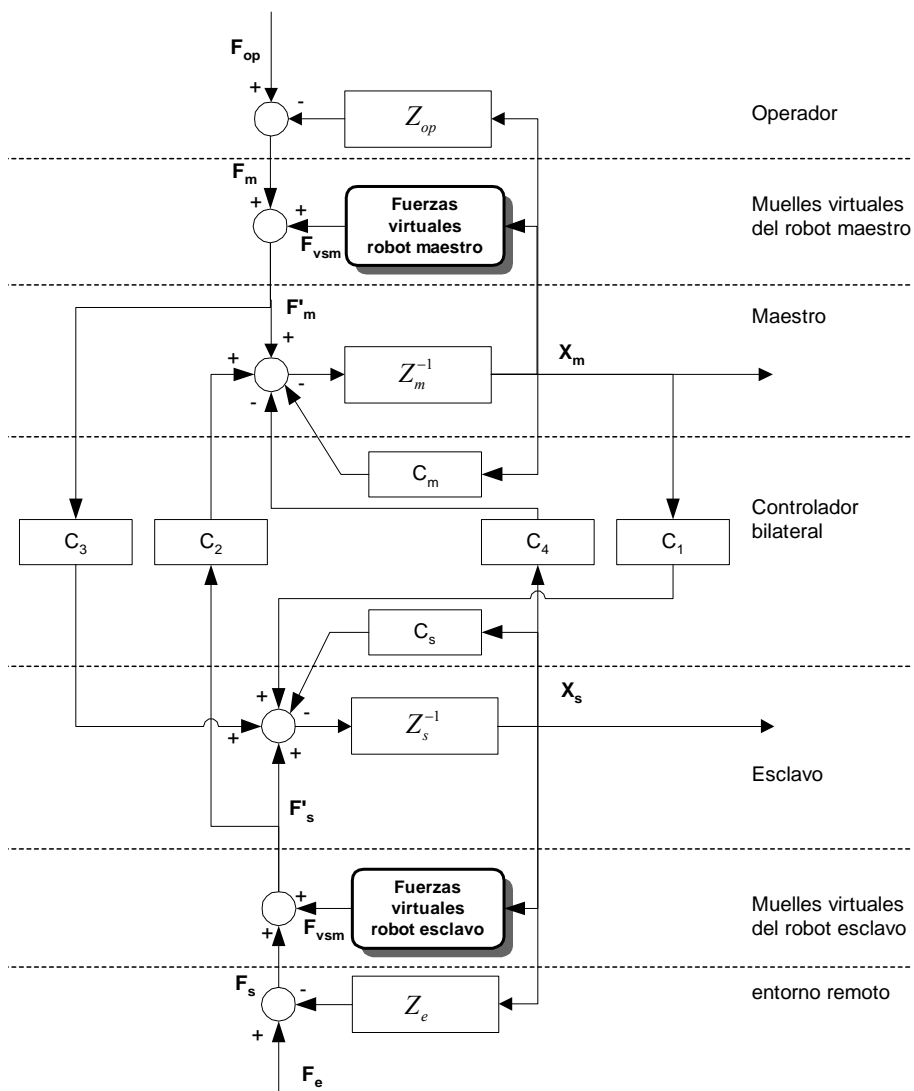


Figura 5.4 Esquema de teleoperación de Lawrence con los bloques de muelles virtuales añadidos.

En un posición-posición, un control PD asegura que los robots se sigan. Este seguimiento no es rígido y actúan como si estuvieran unidos por un muelle más amortiguador. En este caso, los muelles virtuales ejercen una fuerza que se opone al movimiento del robot que se encuentre aproximándose al límite del ET de operación. Así, la trayectoria de dicho robot se ve modificada y finalmente el PD arrastra al otro robot.

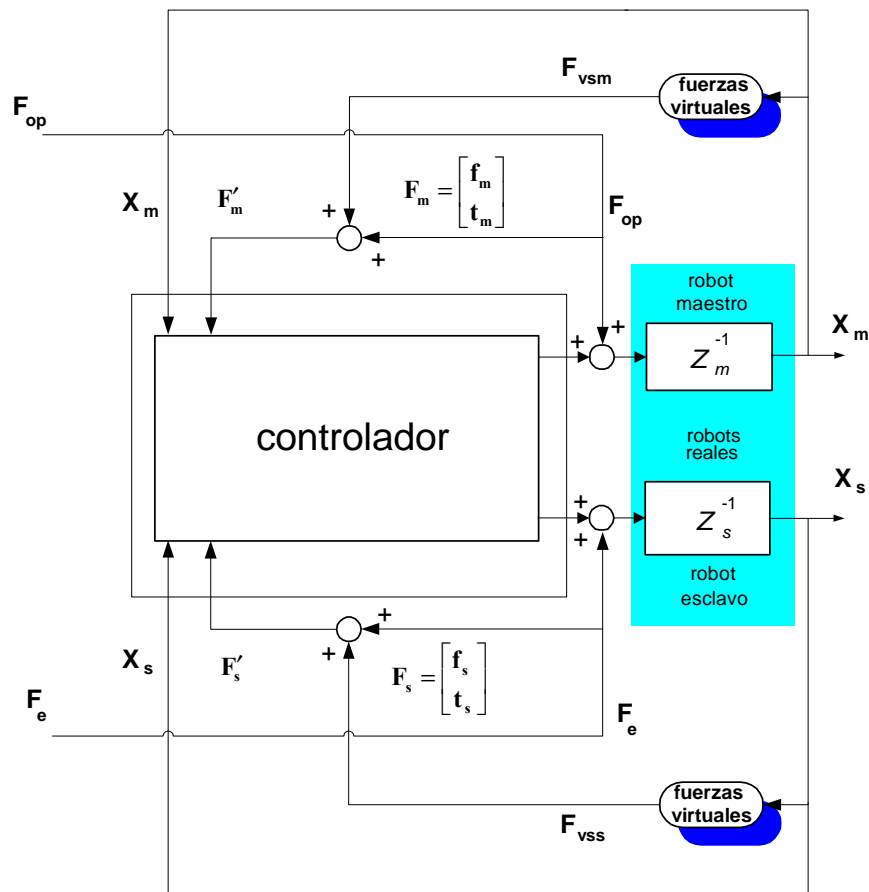


Figura 5.5 Implementación de los muelles virtuales en el esquema de teleoperación mostrado en la Figura 4.2.

La Figura 5.5 muestra la implementación física de los muelles virtuales dentro del esquema de control presentado en el Capítulo 4 y sobre el cual se realizan las pruebas experimentales. A lo largo del presente apartado se describirá también la estrategia usada en particular en cada robot y las gráficas con los resultados experimentales.

#### 5.4.1 Gestión de singularidades

Tras el estudio cinemático del manipulador Maliba se comprueba que el determinante de la matriz jacobiana (que en lo sucesivo se referenciará también como jacobiano) tiene una expresión analítica extremadamente sencilla. Por ello se ha elegido el valor absoluto del jacobiano como cuantificador para realizar el

análisis de singularidades (Ec. B.9).

De esta forma, si el índice crece el manipulador se acerca a una posición isótropa, es decir, una posición en la cual el comportamiento cinemático del mecanismo es óptimo. Si, por el contrario, el índice decrece y se hace cero, el manipulador se aproxima a una posición singular.

El análisis del jacobiano permite analizar las configuraciones singulares del robot esclavo que se resumen en:

- $\text{sen } \theta_5=0 \rightarrow$  eslabones 4 y 5 del robot están alineados,
- $\text{cos } \theta_3=0 \rightarrow$  eslabones 2 y 3 del robot están alineados,
- $(d_4 \cdot \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cdot \text{cos}(\theta_2)) \rightarrow$  el extremo final del robot se encuentra sobre el eje  $\hat{z}_0$ .

donde  $\theta_i$  es el gdl  $i$  del robot; y  $d_4$  y  $a_2$  son los parámetros geométricos de Denavit-Hartenberg definidos en el Capítulo 3. La Figura 5.6 muestra gráficamente el aspecto que toma el robot cuando éste alcanza cada una de estas configuraciones singulares.

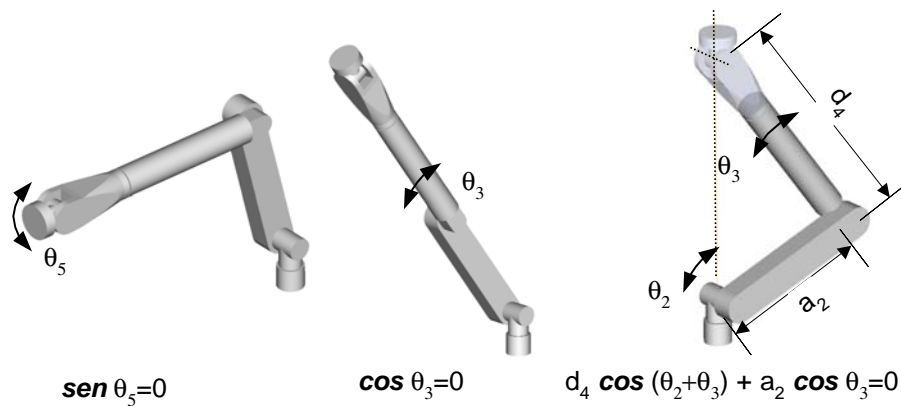


Figura 5.6 Tipos de singularidades del robot esclavo.

Para evitarlas, se implementa un muelle virtual cuya fuerza recuperadora viene dada por la Ec. 5.12 donde se usa el valor absoluto del jacobiano en lugar del número de condición como índice de destreza. El gradiente del jacobiano puede consultarse en la Ec. B.10.

Gráficamente, esta estrategia podría explicarse estableciendo una analogía con un campo escalar o potencial, donde a cada punto  $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$

del ET del manipulador se le asigna una magnitud definida por el valor absoluto del determinante de la matriz jacobiana del robot en dicho punto. Sobre este campo escalar, se define otro vectorial aplicando el operador gradiente al potencial.

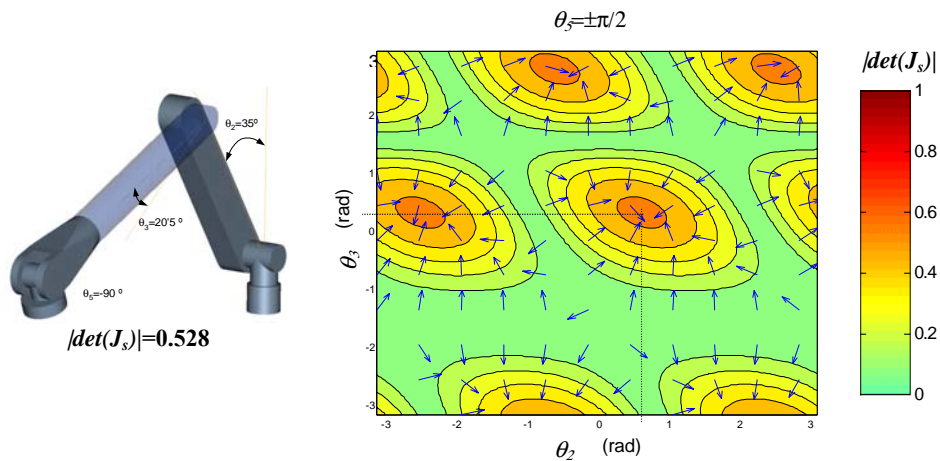


Figura 5.7 Dirección y sentido de la fuerza generada por los muelles virtuales que alejan al robot esclavo de las singularidades. En puntos se marca una de las configuraciones donde se alcanza los valores máximos de la jacobiana. A su vez, esta configuración se muestra en el gráfico del robot de la izquierda

Una vez definidos los campos, y si se cumple la condición de activación del muelle virtual por determinante, la posición del extremo final del robot tenderá a moverse hacia el máximo de potencial más cercano a su posición actual. En otras palabras, el robot se aleja de la zona del espacio donde el determinante se anula (Figura 5.7).

La Figura 5.8 muestra la evolución del valor absoluto del jacobiano cuando  $\theta_3$  es igual a  $\pm\pi/2$ ,  $\pm\pi/8$  y cero. Se observa que las crestas de las gráficas alcanzan sus valores máximos cuando  $\theta_3=\pi/2$  y  $\theta_3=-\pi/2$ . Para  $\theta_3=0$  se tiene una superficie plana, entonces para cualquier valor de  $\theta_2$  y  $\theta_3$  el manipulador se encuentra en una configuración singular.

Se observa que el espacio de trabajo, donde el jacobiano en valor absoluto toma valores altos, se encuentra dividido en varias regiones por zonas donde el jacobiano se anula, esto es, configuraciones singulares. En otras palabras, el ET Operación está formado por varias zonas sin conexión entre ellas. Físicamente, los límites de separación entre estas regiones se corresponden con los cambios de configuraciones de *CODO (ARRIBA-ABAJO)* y *MUÑECA (ARRIBA-ABAJO)*. Esta situación es habitual en los robots antropomórficos con muñecas del tipo *Roll-Pitch-Roll*.

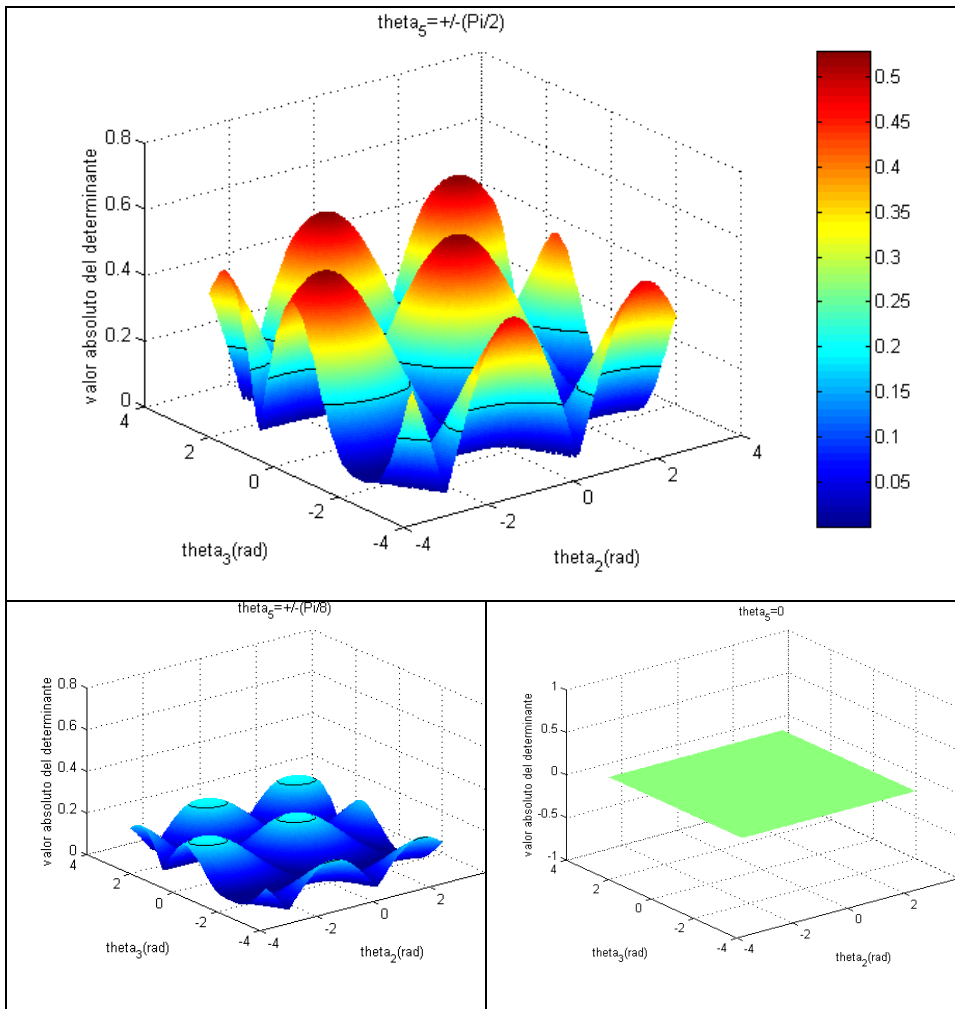


Figura 5.8 Representación gráfica del valor absoluto del jacobiano para distintos valores de  $\theta_5$ . El valor del  $\det(\mathbf{J}_s)_{min} = +0.18$  se encuentra marcado con curvas de nivel negras.

Dada la naturaleza del algoritmo propuesto, que evita la proximidad de regiones singulares, se pierde la capacidad de establecer trayectorias que atraviesen estas regiones singulares. Por ello, mientras esté funcionando el controlador, el robot esclavo no podrá atravesar de una zona a otra del ET Operación no conexas y separadas por una región de determinante nulo. Un ejemplo de una de estas trayectorias prohibidas podría ser recoger un objeto y, conservando la orientación, depositarlo en un lugar elevado. En la Figura 5.9 se muestra gráficamente la sucesión de configuraciones que tiene que alcanzar el manipulador, incluyendo la posición singular (C).

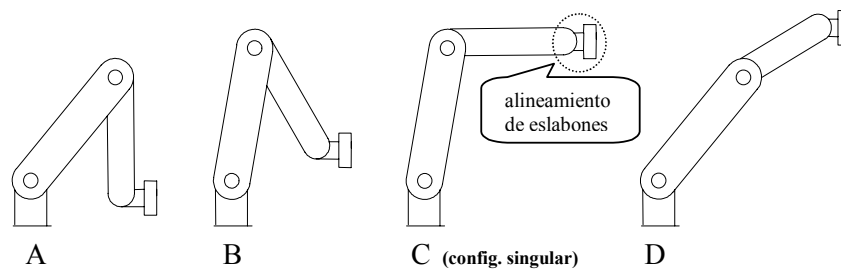


Figura 5.9 Sucesivas configuraciones del robot esclavo en una operación de levantamiento de objeto.

En robótica estándar, el problema se soluciona resolviendo la cinemática inversa de las posiciones A y D e interpolando en articulares. En el caso del controlador bilateral cuando el operario se acerca a la configuración C, y dado que las trayectorias se generan en tiempo real, no se tiene información si el operario realmente pretende llegar a D o no.

La gran consecuencia que se desprende es que el espacio de trabajo realmente útil queda altamente restringido. Para poder solucionar este problema, se debería buscar otras cadenas cinemáticas más adecuadas con menos regiones singulares (p. ej., se podrían estudiar la cinemática de robots con otro tipo de muñecas como las *Pitch-Yaw-Roll*). Otra alternativa la presentan los manipuladores con grados de libertad redundantes o quizás usando alguna otra estrategia de control que sea capaz de atravesar la región singular [Duleba, 2000].

A pesar del problema descrito en el anterior párrafo, la utilidad de los muelles virtuales queda demostrada por la necesidad de no poner en peligro las condiciones seguridad de trabajo con el manipulador.

En el siguiente ensayo (Figura 5.10), se ha aplicado un par constante igual a  $-0.3$  N-m sobre el eje 5 del robot esclavo estando en funcionamiento el controlador bilateral. El robot comienza a moverse acercándose cada vez más a una configuración singular (ver gráfica de evolución del valor absoluto del determinante de la matriz jacobiana). La constante de restitución  $\mathbf{K}_{vss}$  tiene un valor de  $50$  N-m y  $\det(\mathbf{J}_s)_{min}=0.18$ . Se observa que el muelle virtual no entra en funcionamiento hasta que se rebasa el valor límite del jacobiano. Se tiene un comportamiento oscilatorio propio de un muelle, alcanzándose el estacionario al cabo de  $1$  seg. aproximadamente.

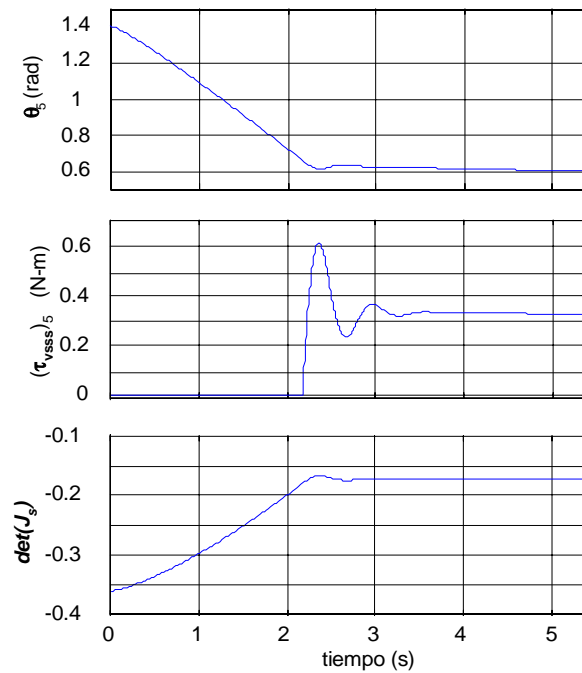


Figura 5.10 Respuesta del muelle de limitación del jacobiano para el robot esclavo.

En el caso de la plataforma Stewart, el robot maestro, se evitan los cálculos analíticos ya que requieren una excesiva carga computacional [Kim, 1999]. Se propone el cálculo numérico del número de condición de la matriz jacobiana normalizada.

Tal y como muestra la Ec. 5.4, si se emplea la norma-2 para el cálculo del número de condición, el problema se reduce a determinar únicamente el máximo y mínimo valor singular (VS) de la matriz jacobiana. Con el cómputo directo la descomposición en VS se obtiene el valor numérico de todos y cada uno de los VS con un costo computacional excesivo.

Por álgebra lineal, puede demostrarse que los VS de la matriz jacobiana se corresponden con la raíz cuadrada de los valores propios de la matriz  $JJ^T$ . Con ello, el número de condición de la matriz jacobiana es:

$$\kappa(J_m) = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}} \tag{Ec. 5.16}$$

Donde  $\lambda_{min}$  y  $\lambda_{max}$  son, respectivamente, los valores propios mínimo y máximo de la matriz  $JJ^T$ .



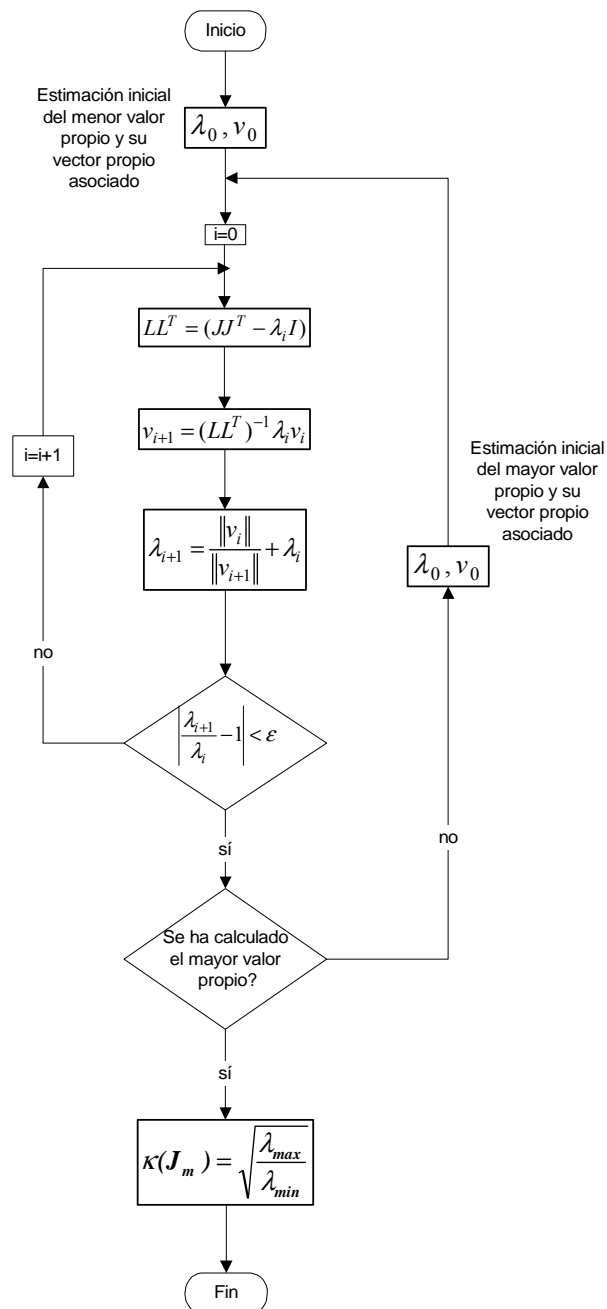


Figura 5.11 Algoritmo de la potencia inversa con desplazamiento para calcular el número de condición.

Aprovechando esta propiedad, se emplea el algoritmo de potencia inversa con desplazamiento [Press, 1992] que permite el cálculo eficiente del mayor y/o menor valor propio la matriz  $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$  (Figura 5.11).

Como estimación inicial para el proceso iterativo, se parte del valor propio  $\lambda_0$  y su vector propio asociado  $v_0$  de la posición alcanzada por el manipulador en el período de muestreo previo. El algoritmo se computa dos veces, primero se calcula el menor valor propio y luego el mayor.

El trabajo aquí expuesto es un resumen y puede consultarse más detalladamente en [Rubio, 2000].

Las configuraciones singulares que deben ser evitadas, y asimismo detectadas con un elevado número de condición, se reducen principalmente a dos. La primera se asimila a la definida por [Gosselin, 1990] como caso 'i' ( $\det(\mathbf{J}_q)=0$ ) que, en la literatura, se equipara a la situación en la que los actuadores de la plataforma Stewart alcanzan los finales de carrera. En la segunda, caso 'ii' ( $\det(\mathbf{J}_x)=0$ ), la plataforma gana un grado de libertad y el mecanismo pierde completamente su rigidez. Para el prototipo empleado se demuestra que se alcanza este último tipo de singularidad cuando se gira excesivamente sobre el eje  $\hat{z}_0$  y/o la plataforma y algún actuador son coplanarios. Existe un caso extremo en el cual la plataforma superior e inferior son coplanarias. Esta situación puede darse desde el punto de vista teórico pero no se considera porque en la práctica la limitación de las carreras de los actuadores impide que en ningún momento se verifique.

Debido al desconocimiento de la expresión analítica del número de condición, y por lo tanto del gradiente, la estrategia parte del resultado empírico que demuestra que el número de condición se minimiza si todos los husillos tienen la misma longitud. Con ello, la fuerza de restitución,  $\tau_{vssm}$ , se calcula como:

$$l_{media} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 l_i \quad \text{Ec. 5.17}$$

$$\tau_{vssm} = \mathbf{K}_{vssm} (\kappa - \kappa_{max}) * \begin{pmatrix} l_{media} \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} - \mathbf{l} \end{pmatrix} \quad \text{Si } \kappa > \kappa_{max} \quad \text{Ec. 5.18}$$

$$\tau_{vssm} = 0 \quad \text{En otro caso}$$

donde  $\kappa_{max}$  es el máximo número de condición permitido de la matriz jacobiana normalizada,  $l_{media}$  es la longitud media de los actuadores en cada instante de muestreo y  $\mathbf{l}$  es el vector de las coordenadas articulares del robot Stewart (longitud de los husillos). La fuerza calculada equivale a la de un muelle torsor que tiende a igualar la longitud de los actuadores hasta su valor medio.

El ensayo realizado para probar el funcionamiento de las ecuaciones anteriores es similar al realizado para el robot esclavo. En este caso se aplica una fuerza en dirección vertical de valor 0,3 N-m. Como consecuencia de aplicación de la fuerza, el robot se acerca hacia una posición singular (ver evolución del número de condición en la Figura 5.12) hasta que se supera el máximo de número de condición (fijado a 4). En ese instante entra en funcionamiento el muelle virtual, apareciendo un comportamiento oscilatorio amortiguado hasta que el robot se detiene.

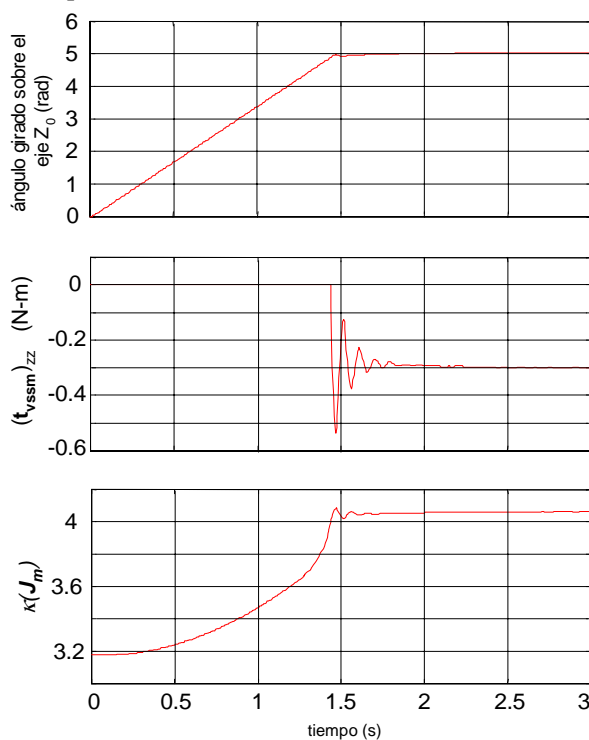


Figura 5.12 Resultado del ensayo del muelle virtual basado en el número de condición de la matriz jacobiana del robot maestro.

#### 5.4.2 Gestión de límites del espacio de trabajo

El segundo grupo de ensayos se centra en los límites de carrera de los actuadores.

El ensayo realizado para comprobar los finales de carrera virtuales del robot esclavo ha consistido en establecer una rigidez de  $\mathbf{K}_{v,ss} = 100$  N-m/rad y aplicar sobre el último eje del robot un par de 0,3 N-m. El robot se acerca al final de carrera y cuando el algoritmo detecta una aproximación excesiva, comienza la actuación de los muelles virtuales. En la Figura 5.13 se presenta el

resultado de este experimento. En el caso del robot maestro, el experimento es similar con la salvedad de que se ha aplicado una fuerza constante igual a 5,5 N en el sentido negativo del eje  $\hat{z}_0$  (Figura 5.14).

Puede verse que las fuerzas virtuales actúan rápidamente, con bajo sobreimpulso y amortiguamiento rápido. A pesar de este comportamiento oscilatorio, el funcionamiento global del algoritmo es satisfactorio.

Sin embargo, si la velocidad de los robots es demasiado alta, puede suceder que la carrera de los muelles no sea suficiente para detener a los robots. Una solución sería incrementar la rigidez de los muelles y añadir unos amortiguadores virtuales para evitar comportamientos inestables. Esos amortiguadores virtuales pueden ser definidos de forma similar a los muelles.

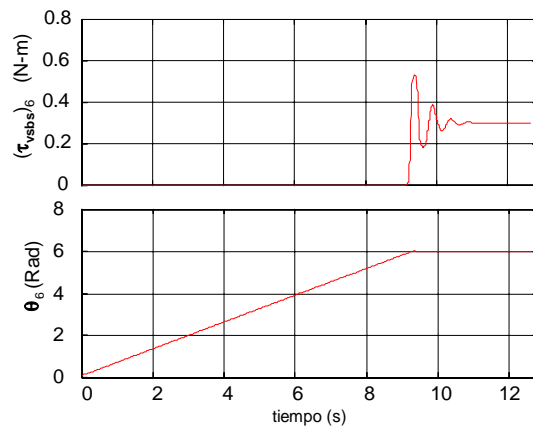


Figura 5.13 Resultados experimentales para los límites de carrera de los actuadores del robot esclavo.

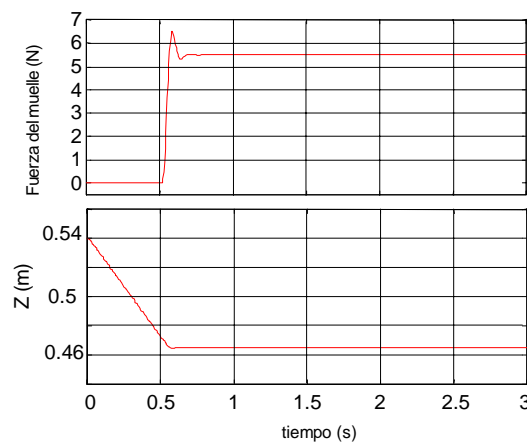


Figura 5.14 Resultados experimentales para los límites de carrera de los actuadores del robot maestro.

## 5.5 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha desarrollado e implementado un algoritmo de gestión del espacio de trabajo de los robots, que impide el acercamiento a configuraciones singulares y límites de carrera de los actuadores. Este algoritmo se basa en la definición de unos muelles virtuales que ejercen una fuerza que es retroalimentada al operador.

Se ha comprobado que el comportamiento de esta estrategia resulta ser muy intuitivo y permite que el operario poco habituado a los ET de los robots pueda usar el dispositivo sin problema y mantenerlo bajo control, siempre dentro del espacio de trabajo útil (y seguro).

Este algoritmo se puede implementar de forma sencilla en cualquier sistema de teleoperación ya que sólo requiere la lectura de posiciones y el cálculo de la cinemática.

Como inconveniente se puede señalar que el algoritmo es poco adecuado cuando el espacio de trabajo resulta demasiado globular, es decir, formado por regiones no conexas, ya que los robots se quedan confinados dentro de una de esas regiones sin poder pasar a otra. Ello conlleva un gran desaprovechamiento de los ET.

## 5.6 BIBLIOGRAFÍA

- Angeles J., Rojas A. A., "Manipulator Inverse Kinematics via Condition Number Minimization and Continuation". *International Journal of Robotics and Automation*. Vol. 2, N° 2, pp 3-9. 1985.
- Burdick J.W., "A Recursive Method for Finding Revolute-Jointed Manipulator Singularities". *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol 1, pp. 448-453. 1992.
- Buss M., Schmidt G. "Control Problems in Multi-Modal Telepresence Systems". *Advances in Control, Highlights of ECC'99*. pp 65-101. 1999.
- Craig J., "Introduction to robotics: mechanics and control", *Addison-Wesley Publishing Company*. 1989.
- Dasgupta B., Mruthunjaya T.S. "Singularity-Free Path Planning for the Stewart Platform Manipulator", *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 33, N° 6, pp 711-725. 1998.

- Duleba I., “Channel Algorithm of Transversal Passing Through Singularities for Non-Redundant Robot Manipulators”. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1302-1307. 2000.
- Gorla B., Renaud M., “Robot Manipulateurs”. *Cepadues-Editions*. Toulouse, 1984.
- Gosselin C.M., Angeles J., “Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematics Chains”. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6, N°3, pp. 281-290. 1990.
- Hunt K. H., “Kinematic Geometry of Mechanisms”. *Oxford, Clarendon Press*. 1978.
- Kim D.I., Chung W.K., Youm Y., “Analytic Singularity Expression for 6-DOF Stewart Platform-Type Parallel Manipulators”, *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 1998.
- Kim D.I., Chung W.K., Youm Y., “Singularity Analysis of 6-DOF Manipulators with the Analytical Representation of the Determinant”, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 889-894. 1999.
- Lawrence D. A., “Stability and Transparency in Bilateral Teleoperation”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, N° 5, pp. 624-637. Octubre, 1993.
- Maneewarn T., Hannaford B., “Haptic Feedback for Kinematic Conditioning of Telerobotic Application”, *IROS 98*, pp. 1260-1265. 1998.
- Mayer B., Gosselin C. M., “Singularity Analysis and Representation of Spatial 6-DOF Parallel Manipulators”, *Recent Advances in Robot Kinematics*, Kluwer Academic Publishers, pp. 389-398. 1996.
- Merlet J. P., “Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry”, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 8, No. 5, pp. 45-56. Octubre, 1989.
- Merlet J. P., “Trajectory Verification in the Workspace for parallel Manipulators”, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 13, No. 4, pp. 326-333. Agosto, 1994.

- Nakamura Y., "Advanced Robotics Redundancy and Optimization", *Addison-Wesley Publishing Company*. 1991.
- Nikravesh P. "Computer-Aided analysis of mechanical systems". *Prentice-Hall International*. 1987.
- Olazagoitia J. L. "Optimización Global de Índices de Manipulabilidad en Robots Paralelos". *Tesis Doctoral, Universidad de Navarra*. 1999.
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., "Numerical Recipes in C", 2<sup>nd</sup> edition, *Ed. Cambridge University Press*. 1992.
- Rubio A., Avello A., Florez J. "On the use of Virtual Springs to avoid Singularities and Workspace Boundaries in Force-Feedback Teleoperation". *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 3, pp 2690-2695. 2000.
- Salisbury J. K., Craig J. J., "Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues". *International Journal of Robotics Research*. Vol. 1, N° 1, pp 4-17. 1982.
- Shimamoto, M.S., "TeleOperator/telePresence System (TOPS) Concept Verification Model (CVM) Development," in *Recent Advances in Marine Science and Technology*, Saxena, N.K., ed., Pacon International, Honolulu, HI, pp. 97-104. 1992.
- Stocco L., Salcudean S. E., Sassani F., "Matrix Normalization for Optimal Robot Design", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1346-1351. Mayo, 1998.
- Wang S. L., Waldron K.J. "A Study of the Singular Configurations of Serial Manipulators". *Transactions of the ASME Journal of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design*. Vol. 109. pp. 14-20. 1987.
- Yoshikawa T., "Manipulability and redundancy control of Robotic Mechanisms". *IEEE Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1004-1009. 1985.
- Zlatanov D, Fenton R.G., Benhabib B. "Identification and Clasification of the Singular Configurations of Mechanisms". *Mechanism and Machine Theory*. Vol 33, N°6, pp. 743-760. 1998.





## CAPÍTULO 6

# ***ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE TELEOPERACIÓN***

---

### **6.1 INTRODUCCIÓN**

El análisis y la evaluación de un sistema de teleoperación pueden resultar complejos, ya que el controlador presenta 4 variables vectoriales ( $\mathbf{X}_m$ ,  $\mathbf{F}_m$ ,  $\mathbf{X}_s$  y  $\mathbf{F}_s$ ) como señales de entrada/salida. Más aún si se considera que la teoría de control clásico trata sistemas monovariantes, es decir, aquellos con una única señal escalar de entrada y otra de salida.

Una técnica para solventar este problema inicial puede consultarse en [Hannaford, 1989] donde se emplea la teoría de redes de dos puertas que tradicionalmente había sido usada en el análisis de circuitos eléctricos.

Este punto de vista de la teleoperación ha resultado ser de tanta utilidad que otros autores lo han empleado en sus trabajos: [Lawrence D. A., 1992] con el controlador de cuatro canales y [Hashtrudi-Zaad K., 1999] que añade a aquel unas retroalimentaciones locales de fuerza. Incluso pueden consultarse aplicaciones en el campo de la realidad virtual o *haptics* [Richard J., 1999].

El presente capítulo comienza citando brevemente los conceptos de la teoría de redes de dos puertas (apartado 6.2). Esta teoría establece un marco de trabajo dentro del cual [Aliaga, 2000] presenta un conjunto de parámetros válidos para el análisis y comparación entre sistemas teleoperados (apartado 6.3). Posteriormente, se ensaya el dispositivo Stewart-Malibá para obtener el valor experimental de estos parámetros (apartado 6.4). Finalmente se comentan

las distintas tareas teleoperadas desarrolladas para la validación del prototipo (apartado 6.5).

### 6.2 REDES DE 2 PUERTAS

Tradicionalmente se han empleado las redes de dos puertas para representar la transmisión de energía eléctrica a través de una red. Así se tiene una potencia de entrada ( $E_e, I_e$ ) y una de salida ( $E_s, I_s$ ). Por contra, en un sistema de teleoperación, las variables, que por analogía se emplean, son la fuerza y velocidad ejercida por el operario ( $F_m, V_m$ ) y las registradas en el entorno remoto del robot esclavo ( $F_s, V_s$ ). En este caso, el cuadripolo (red de dos puertas) representa el propio dispositivo de telemanipulación.

Haciendo la suposición de sistema lineal, las variables de salida pueden ponerse en función de las de entrada, de forma genérica, a través de una matriz de cuatro parámetros ( $Z_{ij}$ ):

$$\begin{bmatrix} F_m \\ F_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m \\ V_s \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} V_m \\ V_s \end{bmatrix} \tag{Ec. 6.1}$$

La Figura 6.1 muestra la representación gráfica de la Ec. 6.1. Se observa la 'red de dos puertas' que representa un sistema de teleoperación. Las variables ( $F_{op}, Z_{op}$ ) y ( $F_e, Z_e$ ) componen el equivalente Thevenin para el operario y el entorno respectivamente.

Se dice que se sigue un modelo de impedancias ya que se calcula la tensión/fuerza, a partir de la corriente/velocidad.

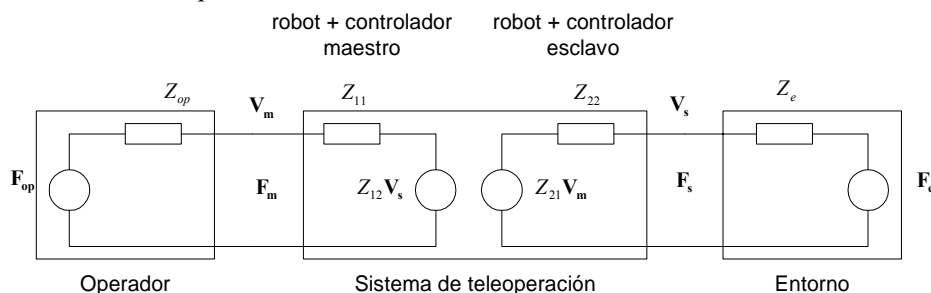


Figura 6.1 Modelo de red de dos puertas para un sistema de teleoperación. Dentro de los bloques se muestra el equivalente Thevenin.

Tal y como sucede en la teoría de circuitos, pueden definirse otras representaciones en función de qué variables se elijan como dependientes/independientes. Así se deducen otros modelos para la red como por ejemplo la matriz de admitancias  $[Y]$  (Ec. 6.2), la de parámetros híbridos  $[H]$  (Ec. 6.3) y su inversa  $[G]$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_m \\ \mathbf{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.2}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.3}$$

Estrictamente hablando, la teoría de redes de dos puertas se aplica cuando los modelos son lineales. Entonces, la extensión a sistemas teleoperados sólo será válida siempre y cuando la respuesta dinámica fuera totalmente lineal. No obstante, en todos los casos, se podría aplicar la teoría de forma cualitativa y si se consideran linealizaciones en el entorno de un punto de equilibrio y pequeños desplazamientos respecto a este último.

### 6.3 PARÁMETROS DE ESTUDIO DEL SISTEMA DE TELEOPERACIÓN

El objetivo del presente apartado es la exposición de los parámetros necesarios para la descripción completa de una red de dos puertas, y cómo éstos pueden ser calculados. Para ello la electrotecnia cuenta con los tradicionales ensayos de cortocircuito y circuito abierto. Tal y como es conocido, en los ensayos de cortocircuito se fijan las señales de tensión a cero, mientras que en los de circuito abierto se anulan las señales de corriente. Así, por ejemplo, en un ensayo de circuito abierto en el cual se anula  $\mathbf{V}_s$ , se puede determinar  $Z_{11}$  usando la Ec. 6.1 al simplificarse en:

$$\mathbf{F}_m = Z_{11} \mathbf{V}_m \quad \text{Ec. 6.4}$$

Puede encontrarse el equivalente a esta forma de trabajo para los sistemas de teleoperación. Así, el análogo a los ensayos de cortocircuito son los ensayos de movimiento libre ( $\mathbf{F}=0$ ) y los de circuito abierto encuentran su homólogo en los ensayos de tareas de contacto ( $\mathbf{V}=0$ ).

Debido a las características de los sistemas de teleoperación, presentan mayor sentido físico y facilidad en la toma de datos los ensayos en los cuales el operario maneja el robot maestro. Entonces las condiciones de movimiento libre y tarea de contacto sólo se imponen al robot esclavo ( $\mathbf{F}_s=0$  ó  $\mathbf{V}_s=0$ , respectivamente).

Por ello y a la hora de realizar un estudio no todos los conjuntos de 4 parámetros tienen la misma utilidad: ya sea porque alguno de los parámetros carezca de sentido físico, o por la dificultad en la obtención empírica, o porque no forma un conjunto de parámetros independientes. La Tabla 6.1 muestra la selección empleada por [Aliaga, 2000] en un estudio comparativo entre diferentes algoritmos de teleoperación. Esta misma selección es la empleada en el presente trabajo.

Parámetro	valor ideal	$Z$	$Y$	$h$	$g$	sentido físico
$\left. \frac{F_m}{V_m} \right _{F_s=0}$	0		$\frac{1}{Y_{11}}$	$h_{11}$		Impedancia sentida por el operario en mov. libre.
$\left. \frac{V_s}{V_m} \right _{F_s=0}$	1			$h_{21}$		Seguimiento de trayectorias.
$\left. \frac{F_s}{F_m} \right _{V_s=0}$	1				$g_{21}$	Relación de la reflexión de fuerza.
$\left. \frac{F_m}{V_m} \right _{V_s=0}$	$\infty$	$Z_{11}$			$\frac{1}{g_{11}}$	Impedancia máxima transmitida en colisión.

Tabla 6.1. Parámetros de evaluación de un sistema de teleoperación.

## 6.4 RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación se muestran los distintos ensayos realizados sobre el prototipo de teleoperación. El procedimiento seguido para la toma de datos y elaboración de las gráficas presenta dos fases. En la primera, se registran en un disco duro las variables importantes del análisis. Estas variables se toman con una frecuencia de 200Hz, que coincide con la de control del sistema. En la segunda fase, los datos obtenidos se procesan con el programa matemático Matlab usando la librería de procesamiento de señal. De entre todas las funciones empleadas, destacan por su utilidad las funciones de cálculo de transformadas rápidas de Fourier (fft), estimación de funciones de transferencia (tfe) y filtrado de señales sin introducir retardos (filtfilt).

A lo largo de todas las pruebas realizadas, se ha comprobado el gran inconveniente que supone tener que sincronizar el funcionamiento de 3 ordenadores distintos y la limitación de sólo poder registrar los datos desde el PC maestro.

Debido a que el dispositivo no es lineal, para las pruebas cuyo objeto es la determinación de diagramas de Bode, se considera el comportamiento linealizado en el entorno al punto de trabajo óptimo de los robots. Se considera como punto de trabajo óptimo para el robot maestro aquel cuyas coordenadas cartesianas son  $x=y=z=\alpha=\beta=\gamma=0$  y para el robot esclavo aquel cuyo determinante de la matriz jacobiana alcanza su valor máximo (**Figura 5.7**).

### 6.4.1 Ancho de banda en posición de los robots

Antes de proceder al estudio de la calidad del controlador de teleoperación en sí, es importante realizar un breve análisis del ancho de banda de los controladores

PID de posición de bajo nivel. Éste permitirá establecer el intervalo en el cual es válida la hipótesis de que la posición deseada y real de cada robot se confunden.

Los controladores de posición están implementados en el espacio articular, esto es, trabajan directamente con las posiciones de los actuadores. Sin embargo, las gráficas se muestran según los ejes cartesianos del sistema de referencia fijo. Así se puede establecer un punto de comparación entre ambos robots ya que éstos cuentan con cinemáticas completamente distintas.

#### 6.4.1.1 Robot maestro

El controlador de posición del robot maestro se encuentra implementado en mismo ordenador en el cual se calculan los algoritmos de reflexión de fuerza. La representación esquemática se muestra en la Figura 6.2.

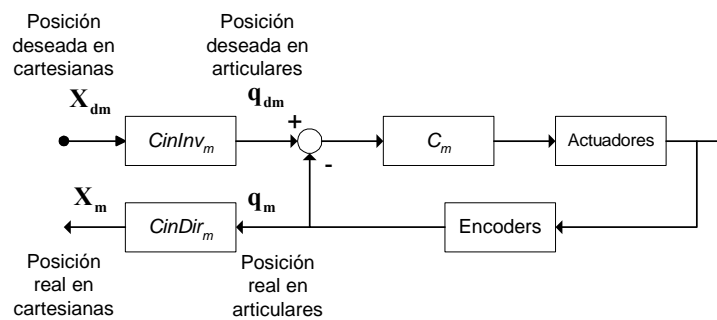
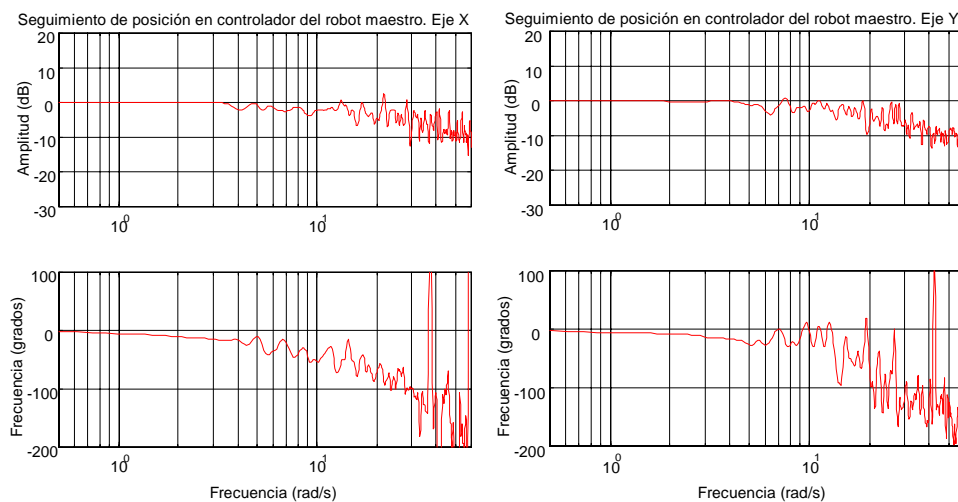


Figura 6.2 Controlador en posición del robot maestro.



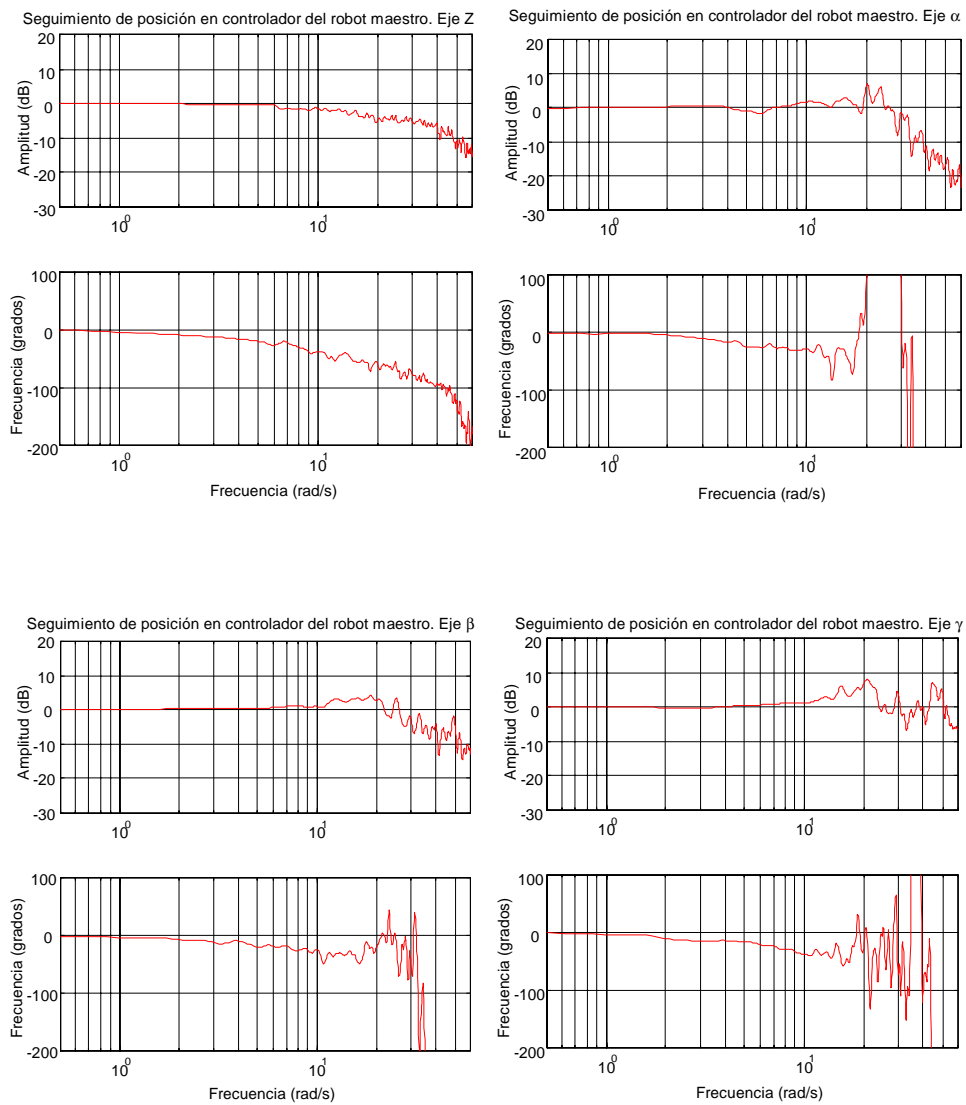


Figura 6.3 Ancho de banda del controlador de posición del robot maestro.

Los diagramas de Bode resultantes se muestran en la Figura 6.3. Desde el punto de vista de amplitudes, se observa que la ganancia se mantiene prácticamente constante y a 0dB hasta frecuencias del orden de 10 rad/s ( $\approx 1.6$ Hz), para las traslaciones, y hasta 30 rad/s ( $\approx 4.8$  Hz) acompañado un ligero pico de resonancia, para las rotaciones. Por otro lado, el comportamiento desde el punto de vista de fases es sensiblemente peor, verificándose la aparición de un retardo desde frecuencias relativamente bajas.

#### 6.4.1.2 Robot esclavo

La gran diferencia observada entre el controlador de posición del robot maestro y el del esclavo (Figura 6.4) es la distribución de este último entre distintos ordenadores. Ello obliga a la consideración de bloques de comunicaciones que introducen retardos no despreciables. Tal y como se comentó en el capítulo 2, el prototipo consta de tres computadoras y dos protocolos de comunicaciones distintos.

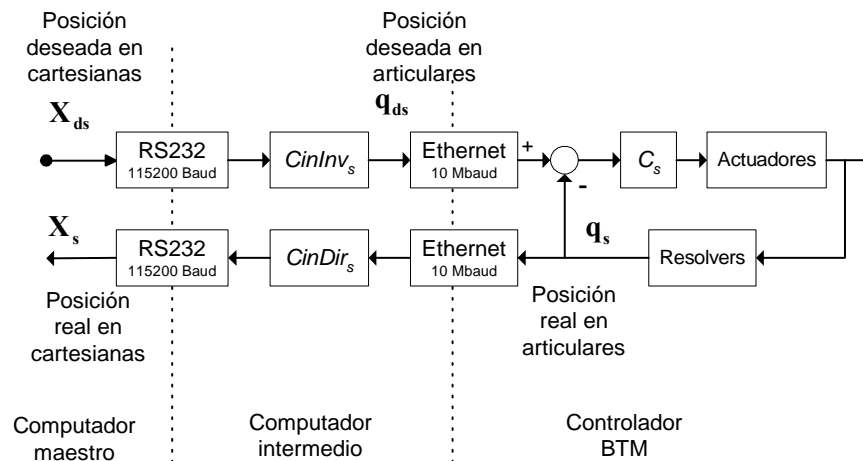


Figura 6.4 Controlador de posición del robot esclavo.

El primer protocolo se basa en el estándar RS-232 a 115200 baudios. Ello implica una velocidad de conexión entre el computador maestro y el intermedio de unos 11 bytes/ms. Teniendo en cuenta que los mensajes enviados son del orden de 10 bytes (ver apartado 2.5), las comunicaciones serie introducen un retardo aproximado de 1 ms en el mensaje de ida y otro ms en el de vuelta.

Para el segundo protocolo (entre el ordenador intermedio y el de control del robot esclavo), el medio de transporte es una red ethernet local a 10 Mbaudios. Si bien la red ethernet es un camino rápido de comunicaciones, pierde bastante eficiencia cuando los mensajes a transmitir/recibir son de

tamaño corto. Un ensayo desveló un tiempo de transmisión de unos 500  $\mu$ s, independiente del tamaño de mensajes cuando éste es inferior a 100bytes. El ensayo fue realizado sobre una red ethernet de 10Mb, con dos ordenadores (pentium II- 233, windows NT y pentium III- 733, windows 2000) y el protocolo empleado fue el TCP/IP.

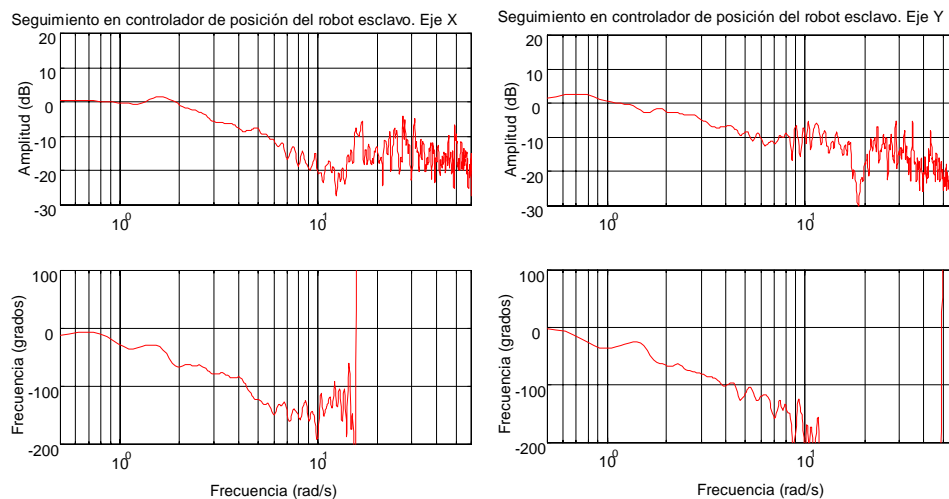
Otro punto a resaltar son las bajas velocidades máximas de salida de cada uno de los ejes del robot, sobre todo en los tres primeros (Tabla 6.2).

Eje	$\dot{\theta}_{max}$ (r.p.m.)
1	1,36
2	1,5
3	1,87
4	6,8
5	6,8
6	6,8

Tabla 6.2. Velocidades máximas (en articulares) del robot Maliba.

La baja velocidad máxima de los motores conduce a una rápida saturación de la acción de control. Por tanto, la entrada en una región de trabajo no lineal. Experimentalmente, este hecho se hace patente cuando el operario desea hacer desplazamientos a puntos lejanos y mueve el robot maestro con una secuencia de velocidades y aceleraciones que no puede seguir el robot esclavo.

Desde el punto de vista práctico de los diagramas de Bode, estos hechos se detectan en altos desfases y dificultad en su obtención debido a las no linealidades (Figura 6.5).





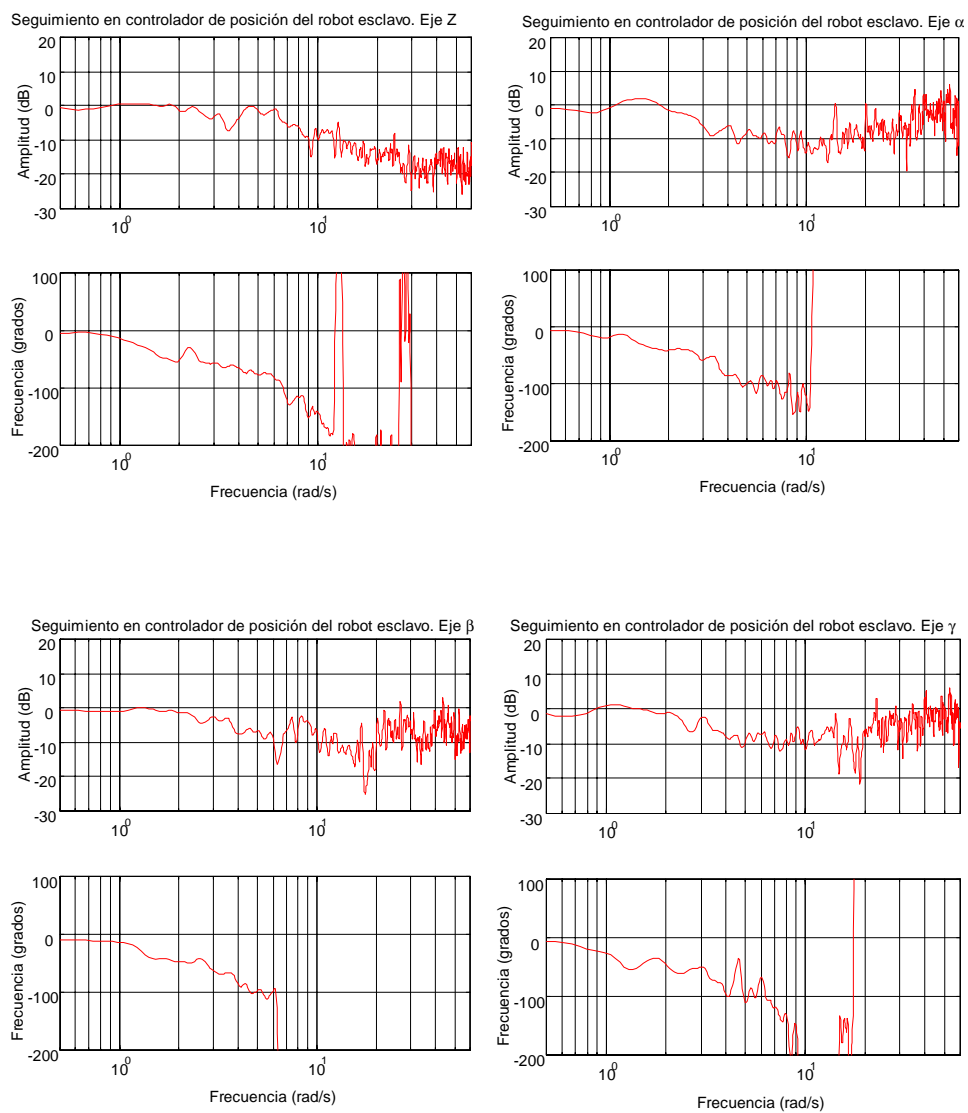


Figura 6.5 Ancho de banda del controlador de posición del robot esclavo.

Además del gran desfase observado en las gráficas experimentales, se mide un ancho de banda bastante bajo, cercano a 2 rad/s (0.3 Hz). Este ancho de banda tan bajo, hace prever un comportamiento no bueno en el seguimiento de posiciones, importante en operaciones de traslado de objetos a ubicaciones lejanas. Si bien este hecho no repercute en el error de posicionamiento final del robot.

### 6.4.2 Impedancia reflejada en movimiento libre

El primer parámetro de análisis del sistema de teleoperación es la impedancia reflejada en movimiento libre (Ec. 6.5). Este parámetro muestra qué dinámica siente el operario, sobre su brazo, cuando maneja el robot maestro y el robot esclavo se mueve libremente sin interactuar con su entorno. Esto es:

$$\left. \frac{\mathbf{F}_m}{\mathbf{V}_m} \right|_{\mathbf{F}_s=0} \tag{Ec. 6.5}$$

El valor teórico ideal para este parámetro es cero, para todo rango de frecuencias. De este modo sería nula la fuerza que se debería aplicar para mover el robot maestro. Un valor elevado para la impedancia reflejada causa una gran fatiga al operario en un corto espacio de tiempo.

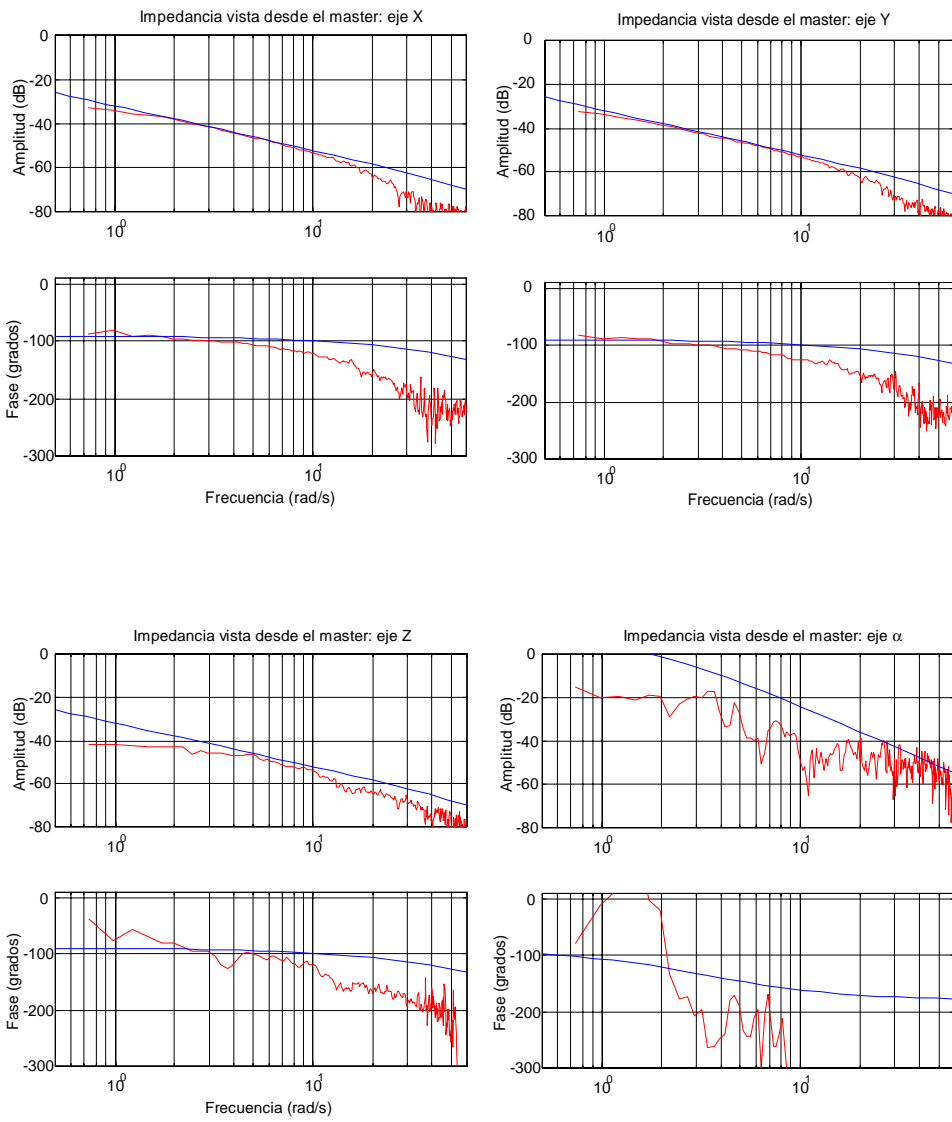
En la práctica, se han fijado como valores objetivos de la impedancia en movimiento libre los mostrados en la (Tabla 6.3). Éstos se han elegido como un compromiso entre la estabilidad del sistema y el cansancio repercutido sobre el operario. Los resultados del ensayo se observan en la Figura 6.6. Con trazo azul se representa los valores objetivo mientras que los reales se trazan en rojo.

Eje	Masa (kg)	Amortiguamiento (N-s <sup>2</sup> /m)
$\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0$	0,6	0,15

Eje	Inercia (kg-m <sup>2</sup> )	Amortiguamiento (N-s <sup>2</sup> -m)
$\hat{x}_0, \hat{y}_0$	0,15	20
$\hat{z}_0$	0,075	10

Tabla 6.3 Parámetros de la dinámica virtual en movimiento libre.

Los diagramas de Bode de amplitudes revelan un buen funcionamiento del algoritmo para frecuencias comprendidas en un entorno entre 1 rad/s y 10 rad/s. Por ello parece razonable pensar que las desviaciones por debajo de 1 rad/s son debidas al rozamiento de Coulomb y las de por encima de 10 rad/s son debidas a la limitación del ancho de banda del controlador del robot maestro. Obviamente, el controlador del robot esclavo no influye en este parámetro.



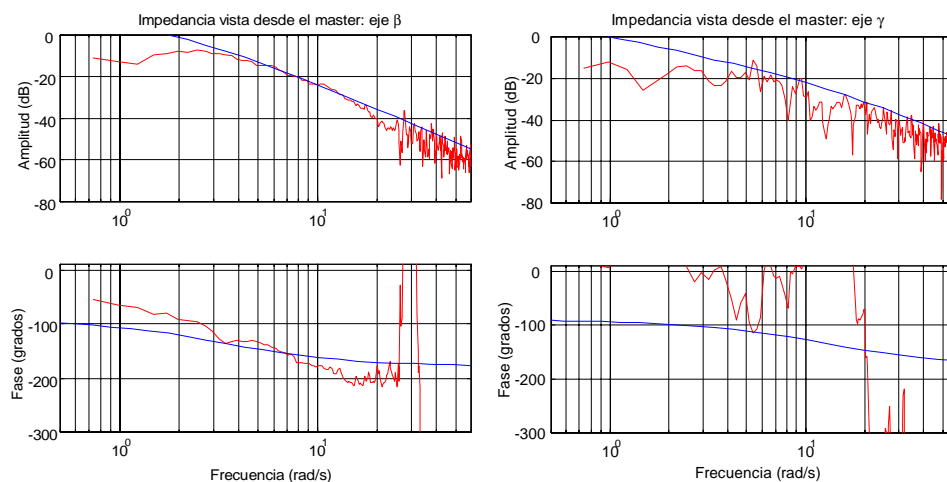


Figura 6.6 Impedancia reflejada por el robot maestro cuando el robot esclavo se mueve libremente. La traza azul es la referencia mientras que la roja es la real.

Desde el punto de vista de los diagramas de fase, el comportamiento es sensiblemente peor, tal y como ya lo era en el de posición.

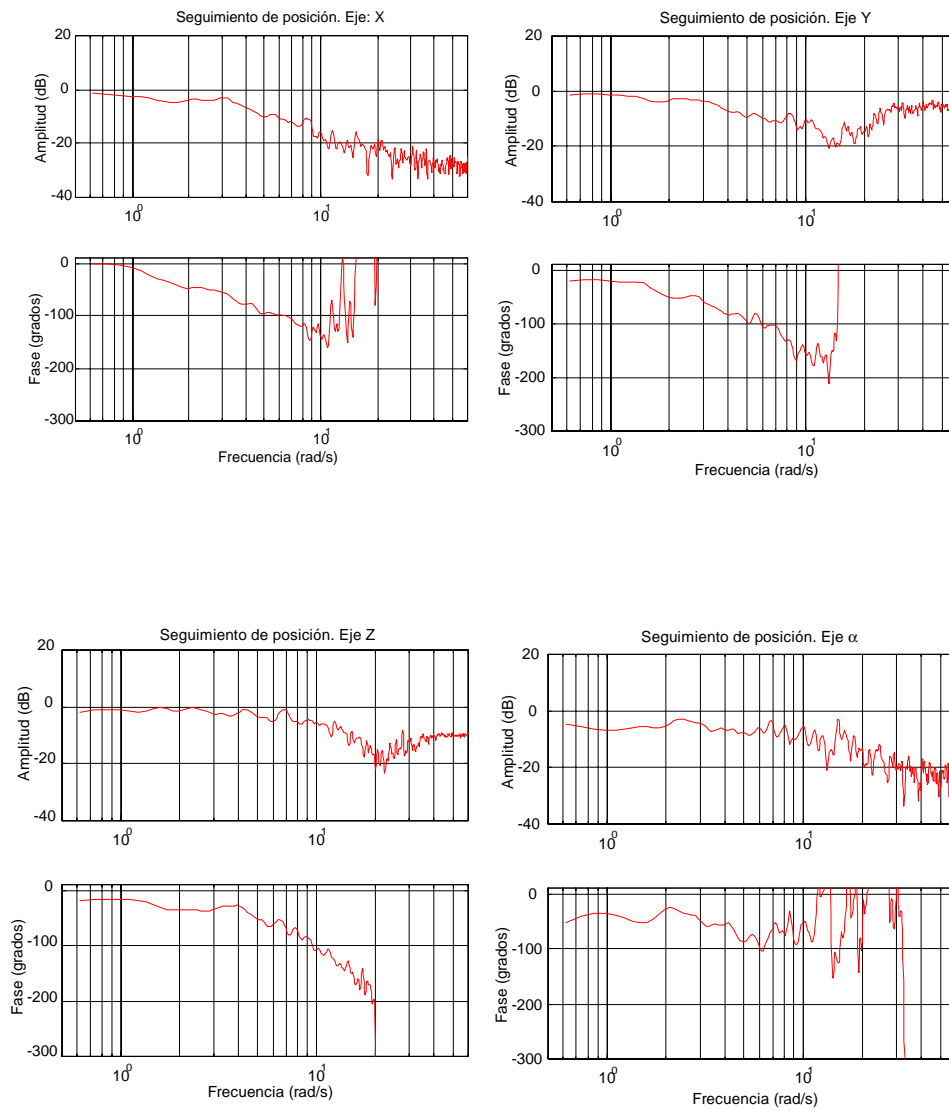
Debido a que el esquema de reflexión de fuerza empleado es el fuerza-fuerza, este parámetro se encuentra influido sólo por las características del robot maestro. Esta idea es confirmada por el elevado ancho de banda de los diagramas de Bode.

### 6.4.3 Seguimiento en posiciones

El siguiente parámetro mide la calidad en posicionamiento del sistema de teleoperación. Es decir, con qué fidelidad los robots se siguen entre sí cuando el robot esclavo todavía no ha establecido contacto. En una primera aproximación, se podría definir como el cociente de posiciones entre ambos robots. No obstante, se prefiere trabajar con velocidades (Ec. 6.6). Ello permite admitir la posibilidad de que exista un *offset* de posición entre ambos robots, hecho que sucede frecuentemente en las operaciones de indexado (subapartado 4.3.3).

$$\frac{V_s}{V_m} \Big|_{F_s=0} \tag{Ec. 6.6}$$

Los valores que idealmente puede tomar este parámetro son uno (0 dB), para todas las frecuencias de trabajo y en condiciones normales. Idealmente, este índice puede tomar también valores distintos de cero en las operaciones realizadas con un escalado de espacios de trabajo.



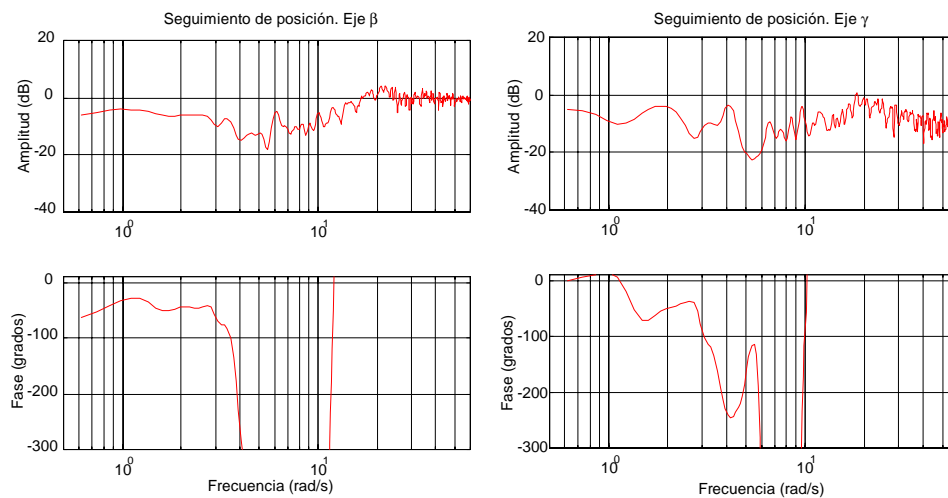


Figura 6.7 Seguimiento en posición de ambos robots.

A diferencia del parámetro descrito en el anterior apartado, éste se ve fuertemente influido por el funcionamiento de ambos controladores de posición. A pesar de ello, las gráficas experimentales (Figura 6.7) muestran un aspecto similar a las del controlador de posición del robot esclavo. Este hecho es debido ya que, al tener éste último un peor comportamiento, supone un cuello de botella para la actuación global del sistema. Finalmente se comprueba que las mediciones del desfase no son buenas.

#### 6.4.4 Relación de reflexión de fuerza

El tercer parámetro es la relación de reflexión de fuerzas entre ambos robots. Ya se comentó en (subapartado 4.3.4) lo mucho que influye esta variable en la estabilidad final del sistema. Siendo este último menos estable para valores bajos del parámetro. El objetivo es alcanzar el valor unidad, aunque, nuevamente pueda interesar en ciertos casos amplificar la fuerza ejercida por el operario (mayor que uno) o atenuar (menor que uno).

$$\left. \frac{\mathbf{F}_s}{\mathbf{F}_m} \right|_{\mathbf{V}_s=0} \tag{Ec. 6.7}$$

En la obtención empírica del parámetro, se debe obstaculizar el movimiento del robot esclavo ( $\mathbf{V}_s=0$ ) con una superficie rígida. La Figura 6.8 muestra los resultados frecuenciales cuando el valor de reflexión se fija a 6.

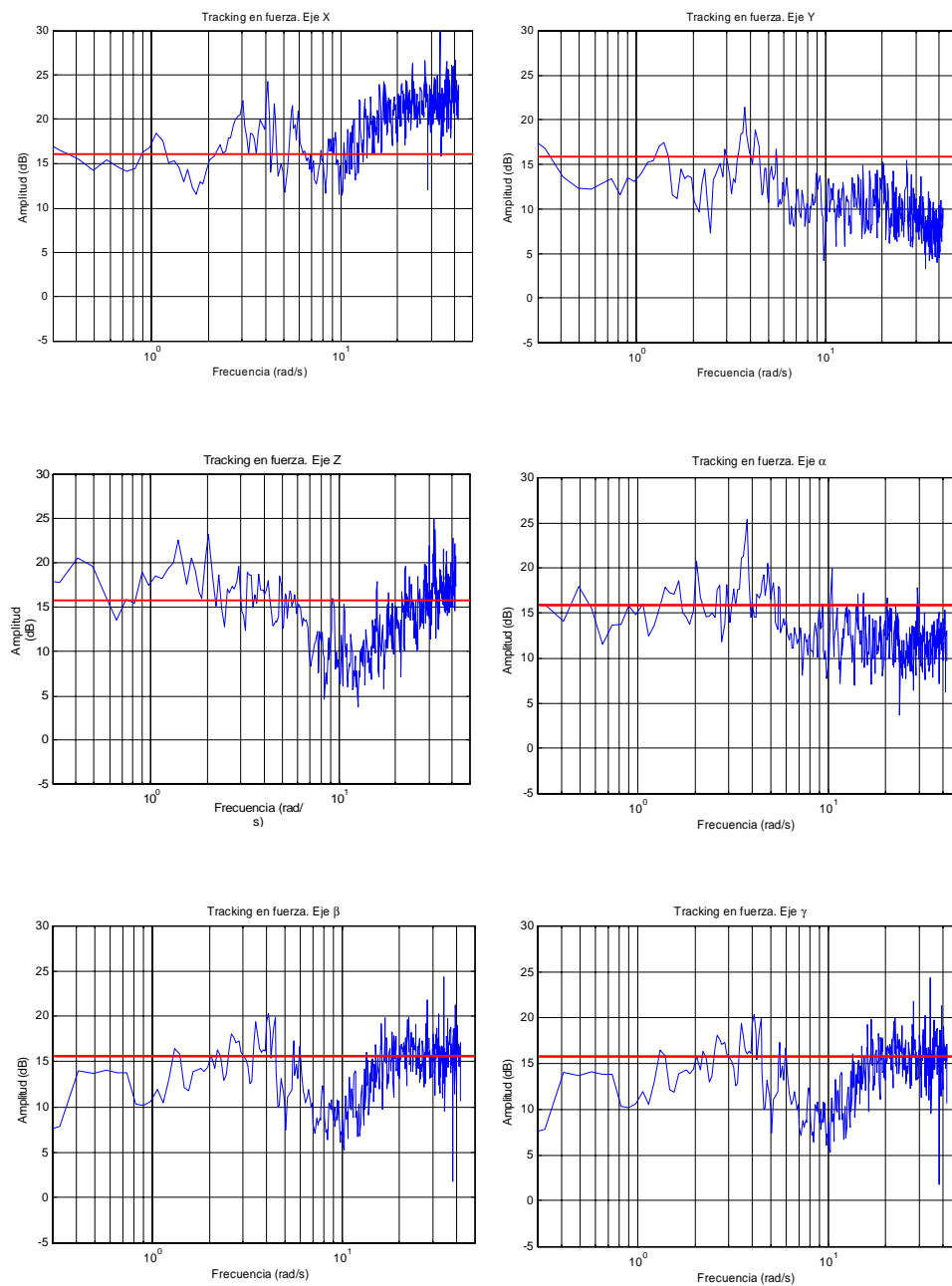


Figura 6.8 Reflexión de fuerza. En trazos azules se muestran los valores experimentales y en rojo el valor teórico esperado.

El primer punto a señalar es la gran dificultad en la obtención de buenas gráficas, de las cuales se pueda inferir una conclusión del comportamiento. Ello puede estar motivado, entre otras cosas, por el alto ruido detectado en las medidas del sensor esclavo y su baja precisión.

También se observa un ancho de banda mayor que en las gráficas de posición, como es esperable, condicionada en su mayor parte por la respuesta frecuencial de los sensores de fuerza, el controlador de posición del robot maestro y la prealimentación.

### 6.4.5 Impedancia máxima transmisible

El último parámetro analizado es la impedancia reflejada en el robot maestro cuando el robot esclavo entra en contacto con un entorno de rigidez infinita (Ec. 6.8). En la práctica, el ensayo se realiza estableciendo un contacto con una superficie de rigidez alta.

$$\left. \frac{\mathbf{F}_m}{\mathbf{V}_m} \right|_{\mathbf{v}_s=0} \tag{Ec. 6.8}$$

Idealmente, la impedancia o dinámica que siente el operario en una tarea de contacto debería ser igual a la impedancia del entorno remoto con el cual se encuentra interactuando el robot esclavo. En la práctica, el operario siente una asociación de dinámicas de cada robot, del entorno del robot esclavo y la del controlador bilateral (Figura 6.9). Por ello, la impedancia máxima transmisible quedará condicionada por la impedancia intermedia que tenga menor rigidez.

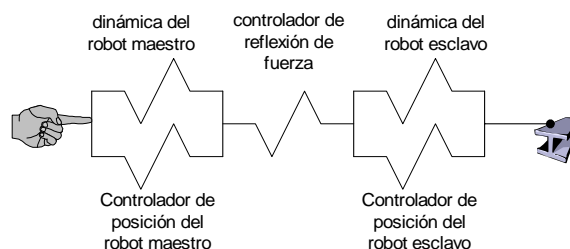


Figura 6.9 Asociación de impedancias que siente el operador.

La Figura 6.10 muestra los resultados experimentales cuando se colisiona el robot esclavo según el eje  $\hat{z}_0$  contra una estructura de aluminio. Las gráficas teóricas de la impedancia en movimiento libre se marcan de azul, mientras que las reales se trazan en rojo.

En las figuras se puede comprobar cómo el algoritmo de modificación adaptativa de impedancias actúa en función de la restricción de movimientos del robot esclavo: en el eje  $\hat{x}_0$  la impedancia sigue siendo igual a la de movimiento



libre, en el  $\hat{y}_0$  está parcialmente aumentada y en el eje  $\hat{z}_0$  se presenta la dirección principal de contacto.

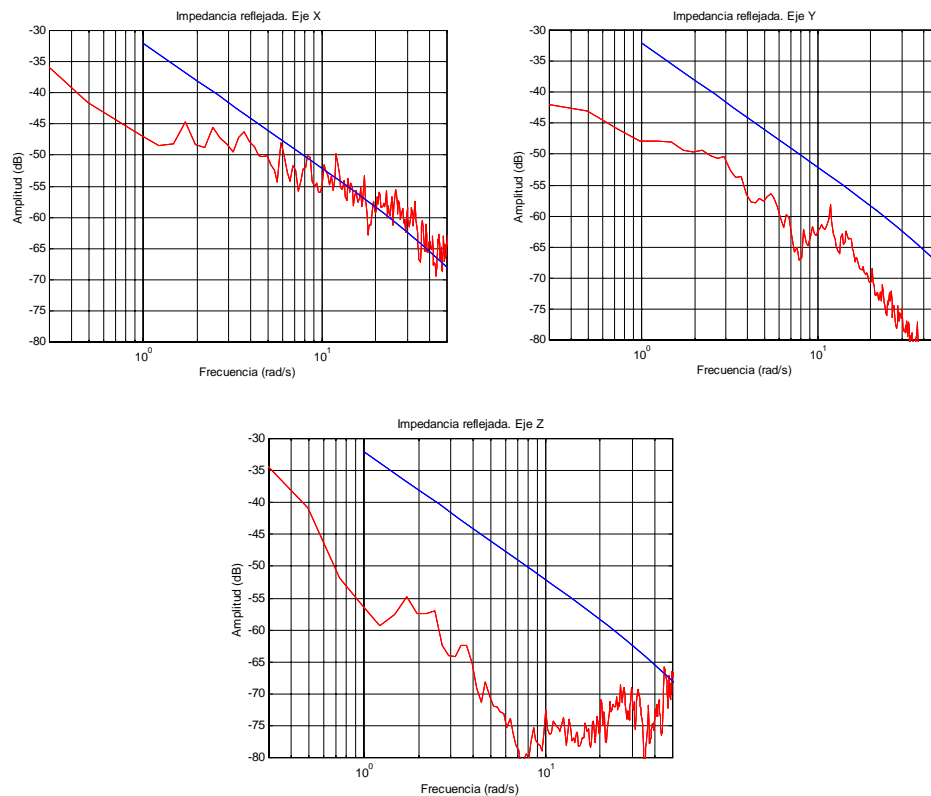


Figura 6.10 Impedancia reflejada en el robot maestro.

## 6.5 TAREAS REALIZADAS

Los gráficos mostrados en el anterior apartado responden a un análisis experimental de la respuesta del controlador de teleoperación con reflexión de fuerza. Sin embargo, no hay que olvidar que todo el estudio tiene como objetivo final la construcción de un dispositivo práctico que pueda ser empleado como herramienta eficaz en la ejecución de tareas concretas.

En el caso particular del prototipo ensayado, se han previsto tres operaciones básicas (manipulado de objetos, taladrado y pulido de superficies), que se describirán a lo largo del presente apartado.

Para dar mayor realismo a los ensayos, todas las tareas se han realizado sin contacto visual directo entre el operario y el robot esclavo. La realización de la tele-tarea se ha controlado por imágenes de cámaras que mostraron la

necesidad de empleo de sistemas de visión tridimensional y la importancia de colocarlos adecuadamente (capítulo 2).

### 6.5.1 Manipulado de objetos

La tarea de manipulación de objetos consiste en acercar el manipulador esclavo a diversas piezas, sujetarlos mediante una pinza, para posteriormente desplazarlos a un punto lejano y, finalmente depositarlos. La pinza empleada (Figura 6.11) es eléctrica y permite ajuste fino de la apertura de los dedos. Cuenta con una cámara CCD (B/N) que permite visionar cuándo la pinza se encuentra alineada con el objeto que se desea recoger.

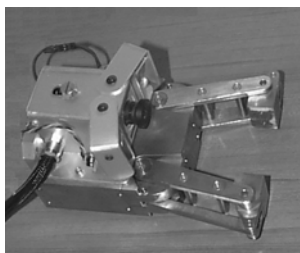


Figura 6.11 Pinza empleada.

Esta tarea es la que menos requiere la característica de reflexión de fuerza con que cuenta el sistema. A pesar de ello, ésta resulta extremadamente útil cuando no se tiene buena visión del robot, ya que permite detectar colisiones de la pinza con obstáculos imprevistos. Por el contrario, la reflexión de fuerza puede resultar molesta y fatigosa para el operario porque también se refleja el peso propio del objeto que es transportado.

Este último hecho puso de manifiesto un pequeño inconveniente del algoritmo detección de colisión (apartado 4.5): una vez cogida la pieza a transportar, el sensor de fuerza esclavo registra el peso del objeto y el algoritmo de colisión interpreta dicha fuerza como una reacción y activa el modo de alta impedancia. Dicho problema tuvo que ser resuelto reajustando el umbral de disparo del algoritmo en función del peso de la pieza sujeta.

Por otro lado, podría ser interesante contar con la medida de un sensor que informara con qué presión los dedos de la pinza están sujetando los objetos. Así se evitaría causar daños serios a piezas, por excesiva presión, o por el contrario, el riesgo de caída si se efectúa demasiado poca.

### 6.5.2 Taladrado de superficies

La siguiente tarea comentada es el taladrado en superficies mediante el empleo de una herramienta neumática (Figura 6.12). En este caso, y a diferencia de la manipulación de objetos, la característica de reflexión de fuerza es una gran

ayuda. Gracias a ella, el usuario del sistema controla con exactitud la presión que ejerce la broca sobre el material a perforar, permitiendo ejecutar la operación con normalidad. En otro caso, una presión excesiva provocaría la rotura de la herramienta, mientras que una fuerza insuficiente alargaría innecesariamente el tiempo de proceso.

Además, la reflexión de fuerza permite establecer, sin lugar a dudas, el momento en el cual broca comienza a profundizar en el material y, cuando se traspasa todo el espesor. Con todo ello, el sistema de teleoperación permite ejecutar la tarea con una pericia similar a la que se consigue actuando directamente.

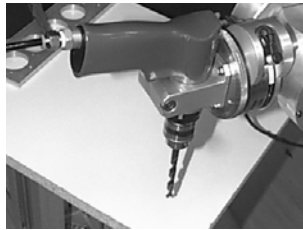


Figura 6.12 Taladro neumático colocado en el extremo del robot esclavo.

Una de las características más interesantes de este ensayo es que el contacto entre la herramienta y la superficie ya no es puntual. Las reacciones, tanto en fuerza como en par, pueden venir de cualquier dirección espacial y cambiar bruscamente. Si bien, en situaciones normales de trabajo, existe una dirección principal que se corresponde con la de ataque de la herramienta.

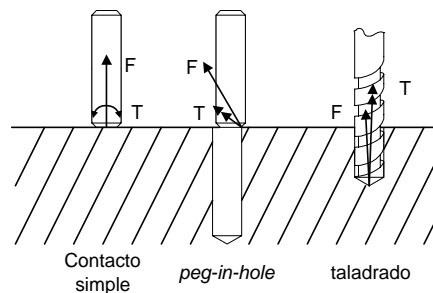


Figura 6.13 Operación de taladrado frente al contacto simple y *peg-in-hole*.

La Figura 6.13 muestra una comparativa entre un contacto simple, una operación de *peg-in-hole* y taladrado. Uno de los mayores problemas, tanto en el taladrado como en las operaciones *peg-in-hole*, sucede cuando el eje axial de la herramienta (o eje a introducir) no coincide exactamente con el del agujero y/o de avance del manipulador. Entonces se generan unas fuerzas transversales que, no sólo inestabilizan al sistema sino que, también pueden llegar ser las

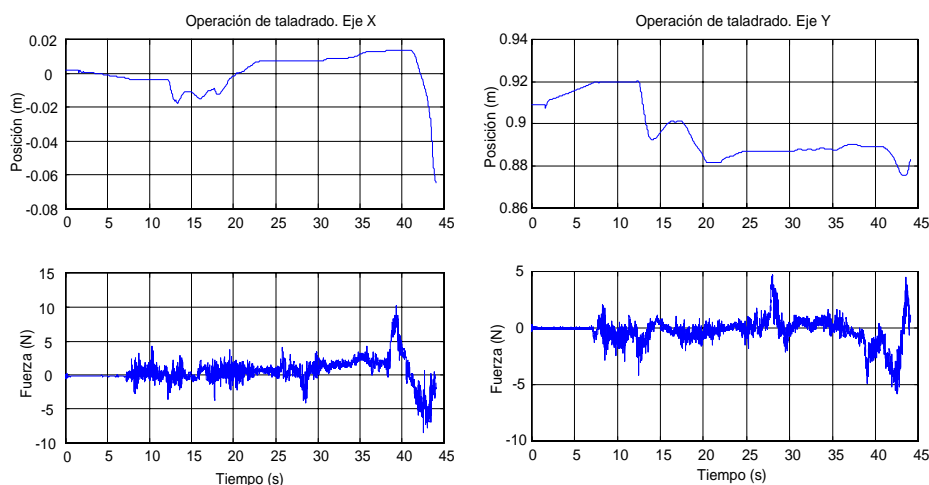
responsables de rotura de alguna pieza. Para evitar estos problemas y ayudar en las tareas, se proponen varias estrategias.

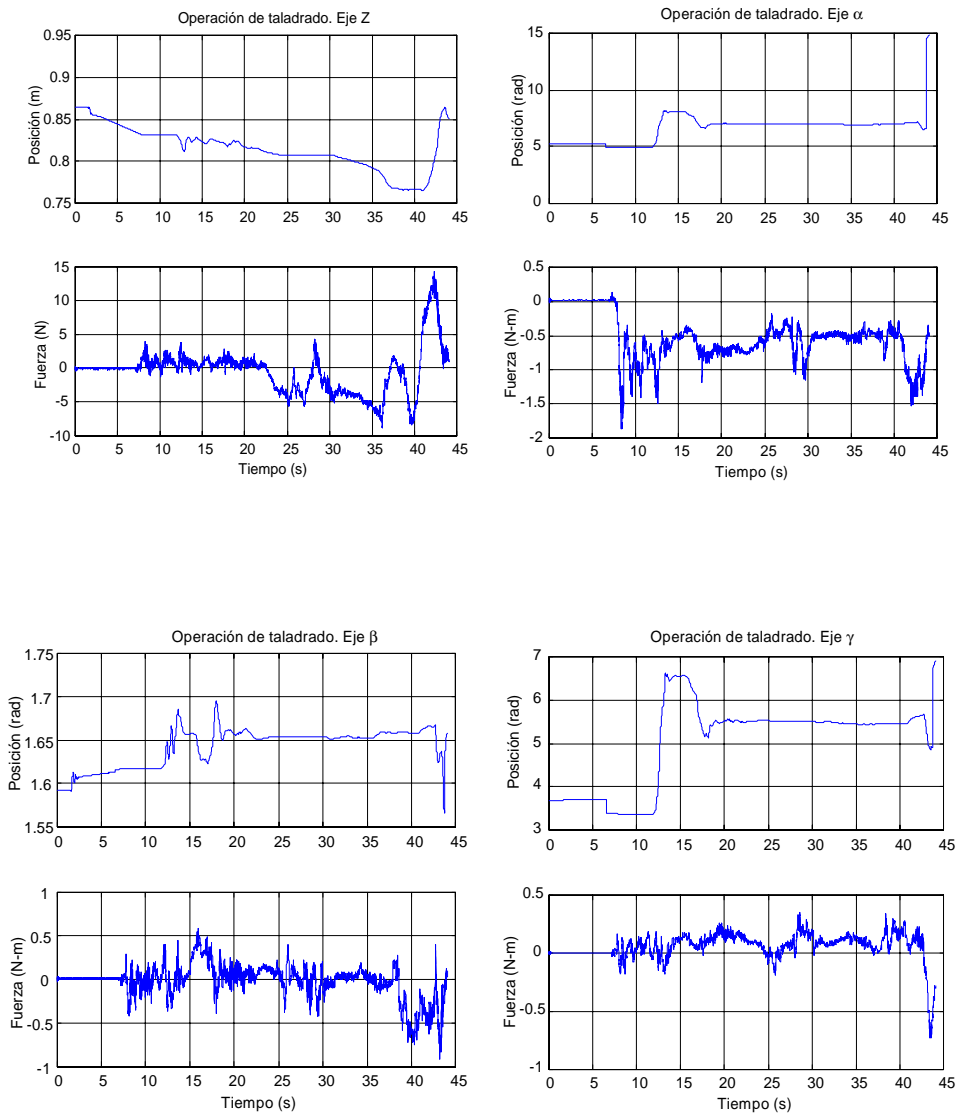
La primera consiste en instruir al sistema con la dirección de ataque, entonces y de forma automática entraría en funcionamiento un controlador en posición que tendería a alinear correctamente a la herramienta. A su vez, en la instrucción del sistema habría dos posibilidades: la primera sería metiendo a través de teclado y la segunda, estimando la dirección de penetración como la normal a la superficie de contacto.

La segunda ayuda proviene del cambio de los valores de la dinámica virtual en el modo de alta impedancia, adaptándola a los requerimientos particulares de la operación a realizar. Un análisis de la operación de taladrado sugiere la conveniencia de fijar constante la dirección principal de traslación y bloquear los giros. Ello se consigue aumentando la impedancia transversal a la dirección de traslación y aumentando las impedancias de rotación.

Finalmente, se fija el escalado de velocidades a 0,5 de tal forma que el desplazamiento de 1 mm en el robot maestro, se refleja en uno de 0,5 mm en el robot esclavo. Así se facilita la precisión en el posicionado de la broca antes de comenzar a taladrar.

La Figura 6.14 muestra un ensayo realizado según la dirección del eje  $\hat{z}_0$  del sistema de coordenadas fijo. Se encuentran trazadas la posición del robot esclavo y la fuerza registrada en el robot maestro.



Figura 6.14 Gráficas temporales de un ensayo de taladrado según el eje  $\hat{z}_0$ .

Las gráficas muestran mucha información de cómo se ha realizado el ensayo, pudiéndose determinar sin lugar a dudas de los instantes en los cuales se pone en marcha la herramienta y cuándo ésta está profundizando en el material, etc. La Figura 6.15 muestra, sobre la gráfica correspondiente al eje  $\hat{z}_0$ , cada una de las fases de la operación de taladrado. Obsérvese que se puede determinar, sin ninguna duda, el instante en el cual la broca comienza a taladrar y cuando se traspasa el material. Con estos datos puede estimarse con relativa precisión el espesor de material (núm. 11).

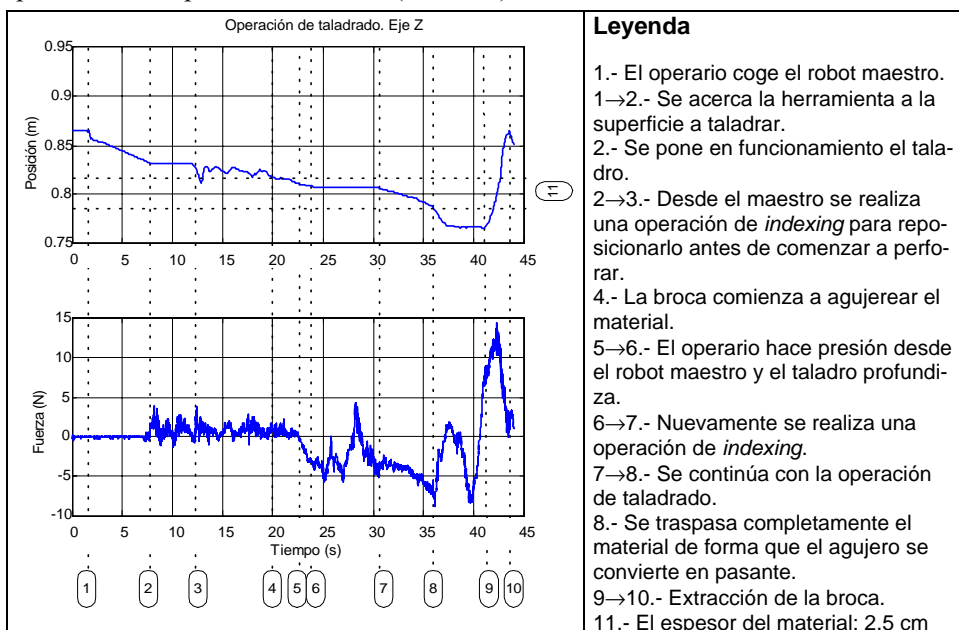


Figura 6.15 Desglose de las fases en las operaciones de taladrado.

La relación de reflexión de fuerza ( $F_m/F_s$ ) elegida es de 1/8. Se ha elegido un valor tan bajo debido a dos motivos principalmente. El primer motivo es por no comprometer la estabilidad del sistema, ya que se ha comprobado que una reflexión unitaria inestabiliza el prototipo. La segunda razón radica en que valores bajos de reflexión permiten al operario por un lado, manejar la herramienta sin tener que realizar toda la fuerza necesaria (que tendría que hacer si realmente estuviera manejando directamente el taladro) pero, por otro lado, contando con la sensibilidad suficiente para poder controlar la operación con suficiente destreza.

### 6.5.3 Amolado de superficies

En el último ensayo, se ha colocado una amoladora en el robot esclavo. Nuevamente, la herramienta elegida es neumática (Figura 6.16). Las pruebas

realizadas determinaron que esta operación requiere mucha mayor sensibilidad que el taladrado. Si no se controla bien la fuerza que ejerce la herramienta, el pulido será irregular o, en caso de realizar una excesiva presión, se bloqueará la máquina.



Figura 6.16 Herramienta neumática utilizada para las pruebas de desbastado.

Para salvar todos estos obstáculos y conseguir teleoperar con éxito, se ha estimado configurar el sistema con una alta reflexión de fuerza (un tercio) y modificar la dinámica virtual en el modo de alta impedancia de tal forma que se penalice enormemente el movimiento en dirección del contacto y se favorece en la dirección normal a éste. Así se consigue un desplazamiento a lo largo de la superficie a pulir.

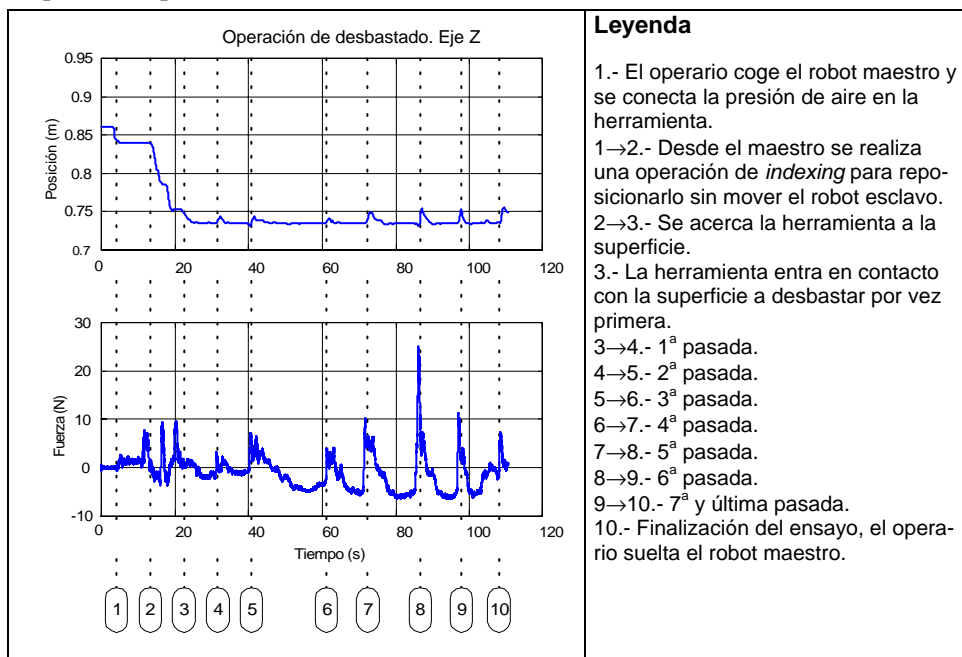
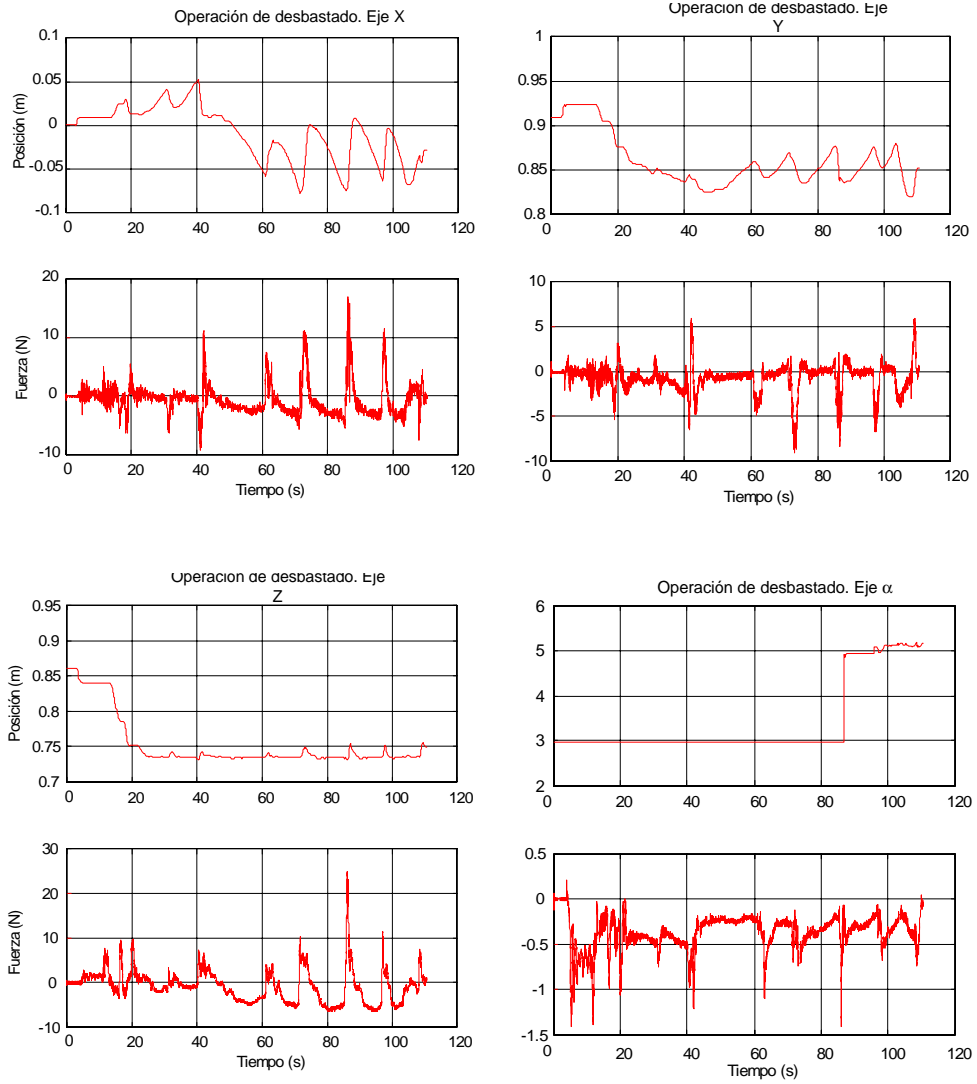


Figura 6.17 Fases del ensayo de pulido de una superficie.





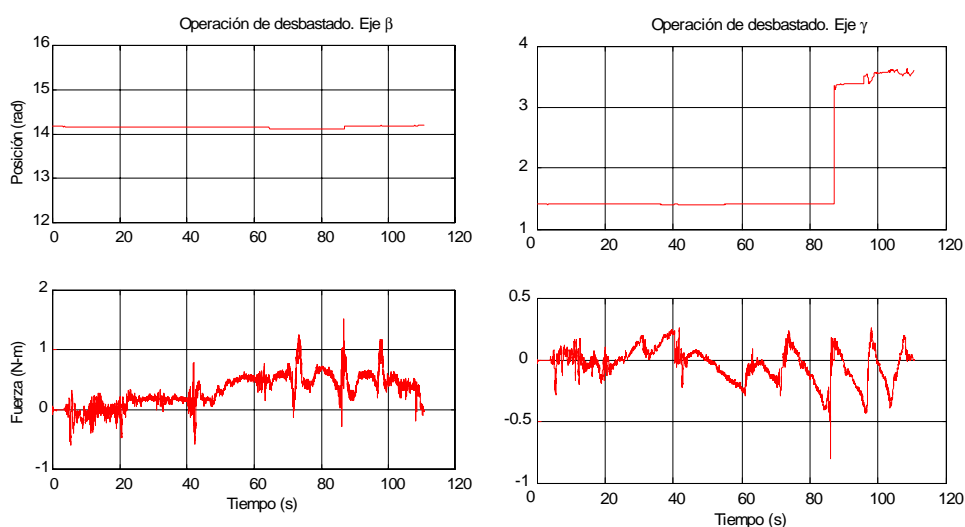


Figura 6.18 Posiciones del robot esclavo y fuerzas registradas en el robot maestro durante una prueba de amolado.

Con estas premisas de partida se ha realizado un ensayo de amolado de una superficie perpendicular al eje  $\hat{z}_0$ . La Figura 6.17 detalla, en la gráfica de fuerzas y posiciones registradas en el eje  $\hat{z}_0$ , cada una de las fases por las que se ha atravesado para completar la tarea. El registro completo de posiciones del robot esclavo y fuerza en el maestro, para el resto de direcciones espaciales, se encuentra en la Figura 6.18. Las oscilaciones observadas en las posiciones según el eje  $\hat{x}_0$  y el eje  $\hat{y}_0$  se corresponden con cada una de las pasadas de la herramienta.

Un hecho destacable es efecto de las vibraciones que se presentan con la puesta en marcha tanto del taladro como de la amoladora. Dichas vibraciones son registradas por el sensor de fuerza esclavo que confunden al algoritmo de detección de contacto y producen, de forma prematura, la conmutación al modo de alta impedancia. Para solucionar este problema ha sido necesario implementar un filtro pasa baja FIR con frecuencia de corte en 10Hz.

## 6.6 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha expuesto el análisis experimental del sistema de teleoperación. Los ensayos mostrados se dividen en dos grupos. El primero evalúa la calidad de funcionamiento del sistema de teleoperación. Mientras que el segundo grupo de ensayos se centra en la tele-tareas realizadas para la

validación del sistema.

En los ensayos de evaluación se representa a través de diagramas de Bode los valores reales de un conjunto de parámetros que permiten la comparación entre distintos sistemas teleoperados. La base teórica para la definición de estos parámetros parte de la analogía entre los sistemas teleoperados y las redes eléctricas de dos puertas.

Para el prototipo desarrollado, los diagramas de Bode descubren un bajo ancho de banda, sobre todo en el controlador de posición del robot esclavo. No obstante, el algoritmo de impedancias virtuales ha resultado ser bastante eficaz cancelando las dinámicas reales de los robots.

Durante el desarrollo del trabajo se han encontrado grandes dificultades en la medición experimental del parámetro de reflexión de fuerza.

No se ha conseguido realizar contactos estables con relación unitaria de reflexión de fuerza, si bien el comportamiento ha sido aceptablemente bueno hasta valores próximos a un tercio (operación de amolado).

Como punto positivo, se han completado con éxito las tres tareas de validación del sistema: manipulado de objetos, taladrado y amolado. Así mismo se ha demostrado la gran destreza que el operario puede adquirir con un sistema que cuente con reflexión de fuerza.

Durante el desarrollo de los ensayos se ha hecho patente la necesidad de contar con un buen sistema de visión 3D, cuando no hay visión directa entre ambos robots. Esta necesidad es todavía más crítica en operaciones que requieren precisión como puede ser el efectuar el taladrado en una posición concreta.

Finalmente, se ha barajado también la idea de que un sistema de teleoperación no sólo debe perseguir la máxima transparencia en la realización de operaciones a distancia, sino que también debe facilitar la ejecución en lo posible, como por ejemplo: el bloquear la herramienta en dirección concreta del espacio, o restringir los desplazamientos a lo largo de una superficie, conseguir hacer movimientos con mayor exactitud (escalado de velocidades), o sin realizar tanta fuerza (escalado de fuerzas), etc.

## 6.7 BIBLIOGRAFÍA

Aliaga I., "Implementación y Comparación De Las Arquitecturas De Teleoperación Con Reflexión De Fuerza Sobre Un Sistema Master-Slave De Dos Grados De Libertad". Proyecto final de carrera. *Universidad de Navarra*. 2000.

- Hannaford B., "A Design Framework For Teleoperators With Kinesthetic Feedback". *IEEE Transactions On Robotics And Automation*, Vol. 5, N°4, pp. 426-434. 1989.
- Hashtrudi-Zaad K., Salcudean S. E., "On The Use Of Local Force Feedback For Transparent Teleoperation". *IEEE Proceedings On International Conference On Robotics And Automation*, Vol. 3 pp. 1863-1869. 1999.
- Hogan N., "Impedance Control: An Approach to Manipulation. Part I- Theory". *Journal Of Dynamic Systems, Measurement And Control*, Vol. 107, pp. 1-7. 1985.
- Lawrence D. A., "Designing Teleoperator Architectures for Transparency". *IEEE Proceedings on International Conference On Robotics And Automation*, pp. 1406-1411. 1992.
- Richard J. A., Hannaford B., "Stable Haptic Interaction With Virtual Environments". *IEEE Transactions On Robotics And Automation*, Vol. 15, N°3, pp. 465-474. 1999.



## *CAPÍTULO 7*

# ***CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN***

---

### **7.1 CONCLUSIONES**

La presente exposición ha tratado de realizar una contribución al campo de sistemas teleoperados y en concreto en aquellos en los que hay reflexión de fuerza. Partiendo de las tesis presentadas por [Rubio, 2000] y por [Olazagoitia, 1999], se han profundizado los estudios teóricos, para finalmente, culminar con la implementación y ensayo de un prototipo de 6 grados de libertad.

Como conclusiones se pueden citar en una serie de puntos que resumen las principales aportaciones del trabajo realizado:

- Se ha revisado y ampliado el esquema de teleoperación propuesto por [Rubio, 2000] para que el dispositivo de teleoperación sea capaz de no solo reflejar fuerzas sino también pares. Estas modificaciones han supuesto las siguientes cuestiones:
  - Se amplía el concepto de dinámica deseada (impedancia virtual), que, además de generar una trayectoria para posicionar el robot también, orienta su extremo final en función los pares medidos.
  - En el modelo de dinámica de rotación, ha sido necesario realizar un estudio adicional para establecer un modelo adecuado de rigidez torsional.
  - Se ha extendido la estrategia de control adaptativo de detección de contacto y cambio de parámetros de la

dinámica deseada de forma que se tengan en cuenta las también medidas de pares.

- Para aumentar la transparencia y estabilidad del sistema, se han añadido al controlador bilateral prealimentaciones de fuerza/par.
- Se ha diseñado e implementado un controlador que evita que los robots se acerquen al límite de sus espacios de trabajo o que alcance una configuración singular. El algoritmo refleja una fuerza/par, computada bajo un modelo de muelle, cuando se detecta que algún robot se encuentra próximo de alguna región que se desea evitar. Este controlador, además de fácil implementación, ha resultado ser muy eficaz y de comportamiento intuitivo para el operario.
- Tanto para la implementación del controlador bilateral, como del algoritmo de evitación de límites del espacio de trabajo y puntos singulares, ha sido necesario contar con el estudio cinemático de los robots. En el caso del robot maestro, este estudio ha sido aportado íntegramente por [Olazagoitia, 1999], y en el caso del robot esclavo, no se contaba con toda la información necesaria y, por ello, se ha tenido que realizar el cálculo de la matriz jacobiana, su determinante y la cinemática inversa por un método gráfico.
- Se ha construido un prototipo real de teleoperación para el ensayo de los algoritmos propuestos a nivel teórico. Este prototipo se encuentra controlado por 3 ordenadores. Esta distribución ha permitido repartir la carga computacional. Sin embargo, y como contrapartida, la sincronización del hardware ha resultado compleja. A pesar de todo, ha dado la posibilidad de ensayar dos protocolos de comunicaciones:
  - RS232 entre el computador maestro y el ordenador intermedio. Es de fácil implementación, pero lento y sujeto a errores de transmisión. Poco adecuado para sistemas de tiempo real con altas frecuencias de muestreo.
  - Ethernet entre el computador intermedio y el controlador del robot esclavo. Éste es más fiable que el protocolo RS232, pero presenta una indeterminación en el tiempo de retardo de envío de paquetes, cuando los tamaños de los mensajes son pequeños. Este problema es aún mayor si el protocolo empleado es el TCP/IP, en lugar de UDP. No obstante, las redes ethernet han demostrado ser razonablemente adecuadas incluso para períodos inferiores a 5ms.
- Respecto a la medición de fuerza, se ha optado por prescindir de la comunicación serie RS232, pasando a emplear un protocolo de tipo

paralelo. Ello ha permitido obtener la medición de fuerza en el instante actual de muestreo (y no en el anterior) redundando en una mejora de la estabilidad.

- Una vez puesto en marcha el dispositivo de teleoperación, se han realizado ensayos para evaluar su calidad. Estos ensayos han comprendido la medición de los siguientes parámetros:
  - El ancho de banda de los controladores de posición de ambos robots.
  - El seguimiento en posición de los robots.
  - La impedancia transmitida en movimiento libre.
  - El radio de reflexión de fuerzas.
  - La impedancia máxima transmitida en las operaciones de contacto.

Las principales conclusiones obtenidas en estos ensayos son:

- La velocidad de posicionamiento del robot esclavo es bastante inferior al del robot maestro.
  - Debido a la alta irreversibilidad de los robots empleados, se ha conseguido alcanzar una alta rigidez con relativa facilidad, a costa de un detrimento en la estabilidad por tener que emplear controladores de posición.
  - Dichos controladores de posición han conseguido cancelar la dinámica real de los robots y sustituirla por la fijada en las impedancias de referencia, aunque sólo a bajas frecuencias. Tal y como se ha mencionado en el anterior punto, son responsables de la tendencia a la inestabilidad que se observa si se pretende eliminar completamente la dinámica real en el movimiento libre.
- Finalmente, para la validación del prototipo, se fijaron como objetivos el conseguir realizar tres tareas simples:
    - Manipulado de objetos,
    - Taladrado de piezas, y
    - Amolado de superficies.
  - No sólo se ha conseguido realizar las operaciones mencionadas en el anterior punto, sino que los ensayos han dado pie a probar nuevas técnicas que permitan desarrollar los trabajos de forma más sencilla que si el operario lo hiciese directamente. Las ayudas propuestas y desarrolladas en el presente trabajo pueden resumirse en: compensación del peso de la herramienta (así el operario no tiene el porqué fatigarse sujetando la herramienta), guiar el robot en las direcciones adecuadas

para la ejecución de las tareas específicas (p. ej, una vez empezado a taladrar, la dirección de la broca no debe cambiar en todo el proceso, etc.), se puede aumentar la precisión con la que el operario desplaza el robot esclavo con sólo realizar un escalado de espacios de trabajo o amplificar la fuerza y así se requiera un menor esfuerzo al realizar ciertas acciones (p. ej: sujetar el taladro mientras la broca agujerea la pieza, etc.).

## **7.2 MEJORAS Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

Los trabajos realizados pueden tener una continuación lógica en nuevas líneas que amplíen, mejoren y completen lo aquí expuesto. De entre todos los posibles caben citar los siguientes:

- El esquema de control fuerza-fuerza ha demostrado no ser demasiado estable (aunque sí transparente). Por ello sería interesante probar otros algoritmos como el de cuatro canales, que ha dado buenos resultados en un prototipo de dos grados de libertad [Aliaga, 2000].
- El parámetro de detección de contacto, basado en el cociente de fuerzas, activa correctamente el modo de alta impedancia. Sin embargo, como el algoritmo bloquea la dirección normal al contacto, sin importar el sentido, el robot sólo se desplaza libremente en las direcciones paralelas al plano de contacto. Entonces, y cuando el usuario quiere salir del contacto, parece que el robot se queda pegado, produciéndose una sensación interpretable ‘como si el robot estuviera unido magnéticamente a la superficie’.
- Se podría hacer un análisis de estabilidad del sistema.
- La arquitectura de tres ordenadores complica la puesta en marcha y parada del sistema debido a la dificultad de sincronizar todos los equipos. Por ello, resulta más conveniente reducir su número, en la medida de lo posible. Además, debido a la gran potencia de los últimos modelos, no hay razón para la paralelización del trabajo entre distintos PCs con objeto de repartir la carga computacional.
- Las pruebas basadas en sockets, sobre protocolo TCP/IP, han demostrado su gran versatilidad y fácilmente permiten ejecutar aplicaciones distribuidas entre varios PCs o integrarlas todas bajo un único. Si bien sería interesante optar por redes más deterministas como pueden ser las ARCNET.
- Por motivos, históricos, de economía y estandarización la programación se ha realizado bajo DOS. Este sistema operativo, aunque antiguo, tiene la ventaja de ser monotarea y aporta una vía sencilla de acceso al hardware. Por ello, es compatible con la filosofía de programación en



tiempo real. Sin embargo, hoy en día sería muy interesante probar otras plataformas: QNX, RT-LINUX o quizás WINDOWS NT con extensiones de tiempo real (RTX, Intime, Hyperkernel, etc.). Ensayos realizados sobre WINDOWS NT y 2000, sin ningún tipo de extensión, han dado resultados bastante aceptables si se emplean los niveles más altos de prioridad de ejecución, de entre todos los permitidos por WINDOWS.

- Respecto al robot maestro, convendría probar mecanismos más reversibles y con más espacio de trabajo que el observado en la plataforma Stewart. Si bien, este segundo inconveniente ha sido subsanado a través del *indexing*, sin que haya supuesto una molestia excesiva para el operador. La irreversibilidad obliga al operador a ejercer una cantidad no despreciable de fuerza, no cancelable por el controlador, que repercute en fatiga y molestias en las articulaciones del brazo, y muy especialmente en el codo, después de un prolongado uso.
- El robot esclavo presenta también dos inconvenientes importantes. Por un lado, se ha comprobado que es un robot lento, con lo cual se degrada el ancho de banda global del sistema. Por otro lado, el controlador, aunque abierto, no lo es lo suficiente e impide probar estrategias más avanzadas de teleoperación. Sería interesante disponer de un controlador que admitiera otros tipos de consignas, además de la de posición en coordenadas cartesianas (p.ej. pares y posición en coordenadas articulares). Las rotaciones deberían poder comandarse con otros tipos de parametrizaciones que evitaran las singularidades de formulación (p. ej. parámetros de Euler, cuaternios, etc.).
- La gestión de singularidades ha resultado ser una característica muy interesante de autoprotección del sistema. Le ha conferido una gran robustez ya que, sólo desde su implementación, el personal no cualificado puede manejar el dispositivo sin problemas. Sin embargo, se detecta que el espacio de trabajo del manipulador esclavo es 'globular', y para pasar de una región a otra necesariamente hay que atravesar una región singular. Como dichas regiones quedan excluidas del espacio de trabajo de operación del robot por el algoritmo, la región útil de trabajo se reduce de forma drástica. El manipulador queda confinado dentro de uno de los 'glóbulos', aquel donde se encuentre el robot en el momento de la activación del controlador. Así, sólo se puede pasar de un 'globulo' a otro usando las coordenadas articulares. Por ello, se propone buscar alguna estrategia alternativa para evitar las singularidades que sea capaz de conducir al robot a través de regiones singulares o sino buscar otro manipulador con un espacio de trabajo más conexo o quizás con un grado de libertad redundante.

- Normalmente, el operario no se encuentra físicamente presente en el mismo recinto que el robot esclavo y es obvio que se necesita contar con un buen sistema de cámaras. Para operaciones de precisión, resulta imprescindible tener un buen sistema de visión estereoscópico. Su elección es una fase crítica, ya que muchos de ellos presentan numerosos inconvenientes: o producen mareos y dolores de cabeza, o sólo dejan el uso a una persona concreta, o impiden el manejo del resto de interfaz del sistema de teleoperación, etc. Sería interesante realizar un estudio con mayor profundidad y proponer una interfaz más eficaz que la aquí mostrada.
- Dentro de las ayudas que puede reportar un sistema teleoperado, para ejecutar las tareas de forma más sencilla, se encuentran los sistemas visuales de realidad aumentada. Éstos también podrían ser estudiados en futuros trabajos.

### **7.3 BIBLIOGRAFÍA**

- Aliaga I, “Implementación y Comparación De Las Arquitecturas De Teleoperación Con Reflexión De Fuerza Sobre Un Sistema Master-Slave De Dos Grados De Libertad”. Proyecto final de carrera. *Universidad de Navarra*. 2000.
- Rubio A., “Desarrollo de un Sistema Teleoperado Master-Slave con Reflexión de Fuerza”, Tesis doctoral *Universidad de Navarra*. 1999.
- Olazagoitia J. L. “Optimización Global de Índices de Manipulabilidad en Robots Paralelos”. Tesis Doctoral *Universidad de Navarra*. 1999.

# ANEJO A

## CÁLCULO DE LA CINEMÁTICA DE LA PLATAFORMA STEWART

---

### A.1 CINEMÁTICA INVERSA

Para la resolución cinemática de la plataforma se emplean dos sistemas de referencia: el primero se encuentra asociado a la base  $\{0\}$  y el segundo es solidario al plato móvil  $\{m\}$ , tal y como se muestra en la Figura A.1.

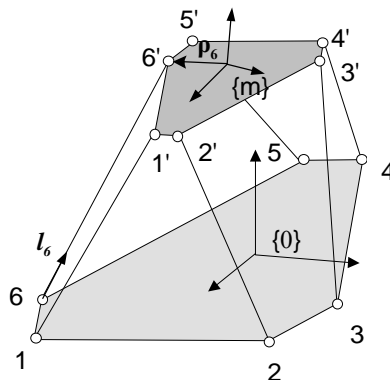


Figura A.1 Sistemas de referencia usados en el cálculo cinemático del robot maestro.

El problema cinemático inverso consiste en determinar la posición de los actuadores dadas la posición y orientación del extremo final del robot. Ello supone el calcular el módulo del vector  $\vec{ii'}$  (vector que une  $i$  con  $i'$ , con  $i=1\dots 6$ ),

a partir del vector que une el origen de  $\{0\}$  con el de  $\{m\}$ . La expresión de cálculo es:

$$l_i = \|l_i \hat{z}_i\| = \|l_i\| = \|\vec{ii}\| = \|\vec{i0} + \vec{0m} + \vec{mi}'\| \quad \text{Ec. A.1}$$

donde  $l_i$  son las longitudes de los actuadores,  $\hat{z}_i$  es el vector unitario que define la dirección del actuador,  $\vec{i0}$  es el vector entre  $i$  y el origen de  $\{0\}$ ,  $\vec{0m}$  es el vector entre orígenes de los sistemas de referencia  $\{0\}$  y  $\{m\}$ , y  $\vec{mi}' = \rho_i$  es el vector entre el origen de  $\{m\}$  e  $i'$ .

## A.2 MATRIZ JACOBIANA DE LA TRANSFORMACIÓN

Para el caso particular de la plataforma Stewart, la matriz jacobiana relaciona las derivadas temporales de las longitudes de los actuadores, con la velocidad del extremo final del robot (tanto la lineal,  $\mathbf{v}$ , como la angular  $\boldsymbol{\omega}$ )<sup>9</sup>:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{l}_1 & \dot{l}_2 & \dot{l}_3 & \dot{l}_4 & \dot{l}_5 & \dot{l}_6 \end{bmatrix}^T \quad \text{Ec. A.2}$$

A través de los trabajos virtuales puede demostrarse que la matriz jacobiana también relaciona la fuerza que ejerce cada actuador y la fuerza que el robot hace con su extremo final (Ec. A.3). Esta segunda relación resulta más interesante para el cálculo de la matriz jacobiana de la plataforma Stewart.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. A.3}$$

donde  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_6]$  es la fuerza que ejercen los actuadores,  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerza que aparece sobre la plataforma superior y  $\mathbf{t}$ , el par.

Normalmente la matriz jacobiana de los manipuladores paralelos es más fácil de expresar en función de las coordenadas cartesianas, y la de los serie, en articulares.

Teniendo en consideración todo lo anteriormente dicho, el método de cálculo parte del equilibrio de fuerzas en el robot, donde la fuerza en el plato móvil es la suma de las fuerzas de cada actuador y el par es la suma de pares que producen las fuerzas de cada actuador respecto al origen de  $\{m\}$ .

<sup>9</sup> En la bibliografía, los autores emplean para los manipuladores paralelos la inversa de la aquí presentada. En el presente trabajo se ha adoptado como criterio el empleado para los manipuladores serie para que la definición coincida con la del robot esclavo.

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^6 \tau_i \hat{\mathbf{z}}_i \quad \text{Ec. A.4}$$

$$\mathbf{t} = \sum_{i=1}^6 \tau_i (\hat{\mathbf{z}}_i \wedge \boldsymbol{\rho}_i) \quad \text{Ec. A.5}$$

Reorganizando las expresiones anteriores, se puede llegar a una relación similar formalmente a Ec. A.3, de la cual se extrae la jacobiana inversa como:

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_1^T & (\hat{\mathbf{z}}_1 \wedge \boldsymbol{\rho}_1)^T \\ \dots & \dots \\ \hat{\mathbf{z}}_6^T & (\hat{\mathbf{z}}_6 \wedge \boldsymbol{\rho}_6)^T \end{bmatrix} \quad \text{Ec. A.6}$$

Se puede consultar una exposición más detallada en [Olazagoitia, 1999].

### A.3 BIBLIOGRAFIA

Olazagoitia J. L., “Optimización Global de Índices de Manipulabilidad en Robots Paralelos”, Tesis doctoral, *Universidad de Navarra*, 1999.



## ANEJO B

# CÁLCULO DE LA CINEMÁTICA DIRECTA Y LA MATRIZ JACOBIANA DEL ROBOT MALIBA

---

### B.1 CINEMÁTICA DIRECTA

La cinemática directa del manipulador Maliba se calcula a través del método de Denavit-Hartenberg que parte de la transformación homogénea entre 6+1 sistemas de referencia (uno por cada articulación del robot más el sistema de referencia fijo):

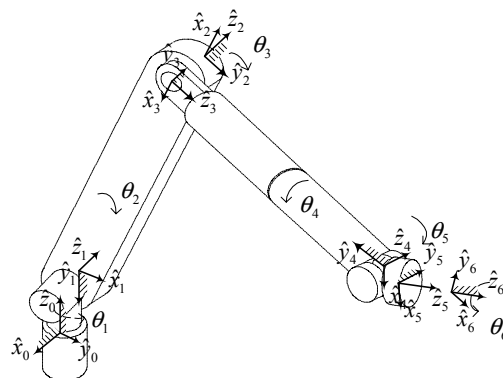


Figura B.2 Sistemas de referencia definidos para el cálculo de la cinemática del robot esclavo.

La transformación homogénea entre el sistema  $\{i-1\}$  e  $\{i\}$  viene dada por una rotación elemental de un ángulo  $\theta_i$  y una traslación  $d_i$  según el eje  $\hat{z}_{i-1}$  más una traslación  $a_i$  y una rotación  $\alpha_i$  según el eje  $\hat{x}_i$ . Todo ello resulta en:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. B.1}$$

La matriz de transformación entre el sistema de referencia fijo  $\{0\}$  y el situado en el extremo final del robot  $\{6\}$  es:

$$T_6 = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. B.2}$$

Efectuando el producto de las 6 matrices, e identificando término a término cada elemento, se obtiene:

$$\begin{aligned} n_x &= ((c_{23} c_4 c_5 - s_{23} s_5 c_6 - c_{23} s_4 s_6) c_1) - s_1 (c_6 c_5 s_4 + c_4 s_6) \\ n_y &= ((s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) c_6 + (-s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) s_6 \\ n_z &= (-s_{23} c_4 c_5 - c_{23} s_5) c_6 + s_{23} s_4 s_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} o_x &= ((s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) c_6 + (-s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) s_6 \\ o_y &= -((s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) s_6 + (-s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) c_6 \\ o_z &= (s_{23} c_4 c_5 + c_{23} s_5) s_6 + s_{23} s_4 c_6 \end{aligned}$$

Ec. B.3

$$\begin{aligned} a_x &= (c_4 c_1 c_{23} - s_1 s_4) s_5 + c_1 s_{23} c_5 \\ a_y &= (s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) s_5 + s_1 s_{23} c_5 \\ a_z &= -s_{23} c_4 s_5 + c_{23} c_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_x &= ((c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) d_6 + s_{23} d_4 + a_2 c_2) c_1 - s_1 s_4 s_5 d_6 \\ p_y &= ((c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) d_6 + s_{23} d_4 + a_2 c_2) s_1 + c_1 s_4 s_5 d_6 \\ p_z &= (-s_{23} c_4 s_5 + c_{23} c_5) d_6 + c_{23} d_4 - a_2 s_2 \end{aligned}$$

Donde  $c_i = \cos \theta_i$ ,  $s_i = \sin \theta_i$ ,  $c_{ij} = \cos (\theta_i + \theta_j)$ ,  $s_{ij} = \sin (\theta_i + \theta_j)$



## B.2 CÁLCULO DE LA JACOBIANA

Las tres primeras filas de la matriz jacobiana se obtienen derivando el vector  $\mathbf{p}$  de la matriz  $\mathbf{T}_6$  de transformación homogénea.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q^1} \\ \mathbf{J}_{q^2} \\ \mathbf{J}_{q^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_5} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. B.4}$$

El resultado es el siguiente:

$$\begin{aligned} J_{1,1} &= -d_6 s_5 s_4 c_1 + ((-d_6 c_4 s_5 c_3 - a_2 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) c_2 + ((-d_6 c_5 - d_4) \\ &\quad c_3 + d_6 c_4 s_5 s_3) s_2) s_1 \\ J_{1,2} &= (((d_4 + d_6 c_5) c_3 - d_6 c_4 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_4 s_5 c_3 - a_2 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) \\ &\quad s_2) c_1 \\ J_{1,3} &= (((d_4 + d_6 c_5) c_3 - d_6 c_4 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_4 s_5 c_3 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) s_2) \\ &\quad c_1 \\ J_{1,4} &= (-s_5 d_6 c_2 c_3 s_4 + s_5 d_6 s_2 s_3 s_4) c_1 - s_5 d_6 s_1 c_4 \\ J_{1,5} &= ((d_6 c_5 c_4 c_3 - d_6 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_5 c_4 s_3 - d_6 s_5 c_3) s_2) c_1 - d_6 c_5 s_1 s_4 \\ J_{1,6} &= 0 \\ J_{2,1} &= ((d_6 c_4 s_5 c_3 + a_2 + (d_4 + d_6 c_5) s_3) c_2 + ((d_4 + d_6 c_5) c_3 - d_6 c_4 s_5 s_3) s_2) \\ &\quad c_1 - d_6 s_5 s_1 s_4 \\ J_{2,2} &= (((d_4 + d_6 c_5) c_3 - d_6 c_4 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_4 s_5 c_3 - a_2 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) s_2) \\ &\quad s_1 \\ J_{2,3} &= (((d_4 + d_6 c_5) c_3 - d_6 c_4 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_4 s_5 c_3 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) s_2) s_1 \\ J_{2,4} &= s_5 d_6 c_1 c_4 + (-s_5 d_6 c_2 c_3 s_4 + s_5 d_6 s_2 s_3 s_4) s_1 \\ J_{2,5} &= d_6 c_5 c_1 s_4 + ((d_6 c_5 c_4 c_3 - d_6 s_5 s_3) c_2 + (-d_6 c_5 c_4 s_3 - d_6 s_5 c_3) s_2) s_1 \\ J_{2,6} &= 0 \\ J_{3,1} &= 0 \\ J_{3,2} &= (-d_6 c_4 s_5 c_3 - a_2 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) c_2 + ((-d_6 c_5 - d_4) c_3 + d_6 c_4 s_5 s_3) \\ &\quad s_2 \\ J_{3,3} &= (-d_6 c_4 s_5 c_3 + (-d_6 c_5 - d_4) s_3) c_2 + ((-d_6 c_5 - d_4) c_3 + d_6 c_4 s_5 s_3) s_2 \\ J_{3,4} &= s_4 s_5 d_6 s_2 c_3 + s_4 s_5 d_6 c_2 s_3 \\ J_{3,5} &= (-d_6 c_5 c_4 s_3 - d_6 s_5 c_3) c_2 + (-d_6 c_5 c_4 c_3 + d_6 s_5 s_3) s_2 \\ J_{3,6} &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. B.5}$$

Las restantes filas de la matriz jacobiana se obtienen a partir de la velocidad angular:

$$\boldsymbol{\omega}_\wedge = \dot{\mathbf{R}}_6 \mathbf{R}_6^T \quad \text{Ec. B.6}$$

la anterior expresión puede reorganizarse de tal forma que quede de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q4} \\ \mathbf{J}_{q5} \\ \mathbf{J}_{q6} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad \text{Ec. B.7}$$

Las expresiones resultantes son:

$$\begin{aligned} J_{4,1} &= 0 \\ J_{4,2} &= -s_1 \\ J_{4,3} &= -s_1 \\ J_{4,4} &= (s_2 c_3 + c_2 s_3) c_1 \\ J_{4,5} &= (-c_2 c_3 s_4 + s_2 s_3 s_4) c_1 - s_1 c_4 \\ J_{4,6} &= ((s_5 c_3 c_4 + s_3 c_5) c_2 + (c_3 c_5 - s_5 s_3 c_4) s_2) c_1 - s_5 s_1 s_4 \\ J_{5,1} &= 0 \\ J_{5,2} &= c_1 \\ J_{5,3} &= c_1 \\ J_{5,4} &= (s_2 c_3 + c_2 s_3) s_1 \\ J_{5,5} &= c_1 c_4 + (-c_2 c_3 s_4 + s_2 s_3 s_4) s_1 \\ J_{5,6} &= s_5 s_4 c_1 + ((s_5 c_3 c_4 + s_3 c_5) c_2 + (c_3 c_5 - s_5 s_3 c_4) s_2) s_1 \\ J_{6,1} &= 1 \\ J_{6,2} &= 0 \\ J_{6,3} &= 0 \\ J_{6,4} &= c_2 c_3 - s_2 s_3 \\ J_{6,5} &= s_4 s_2 c_3 + s_4 c_2 s_3 \\ J_{6,6} &= (c_3 c_5 - s_5 s_3 c_4) c_2 + (-s_3 c_5 - s_5 c_3 c_4) s_2 \end{aligned} \quad \text{Ec. B.8}$$

### B.3 GRADIENTE DEL JACOBIANO

Puede demostrarse que el determinante de la matriz jacobiana es:

$$\det(\mathbf{J}) = a_2 \cdot d_4 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \text{sen}(\theta_5) \cdot (d_4 \cdot \text{sen}(\theta_{23}) + a_2 \cdot \cos(\theta_2)) \quad \text{Ec. B.9}$$

Y su gradiente es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\det(\mathbf{J}))}{\partial \theta_1} &= 0 \\ \frac{\partial(\det(\mathbf{J}))}{\partial \theta_2} &= a_2 d_4 \cos(\theta_3) \text{sen}(\theta_5) (d_4 \cos(\theta_{23}) - a_2 \text{sen}(\theta_2)) \\ \frac{\partial(\det(\mathbf{J}))}{\partial \theta_3} &= -a_2 d_4 \text{sen}(\theta_3) \text{sen}(\theta_5) (d_4 \text{sen}(\theta_{23}) + a_2 \cos(\theta_2)) + \\ & \quad a_2 d_4^2 \cos(\theta_3) \text{sen}(\theta_5) \cos(\theta_{23}) \end{aligned} \quad \text{Ec. B.10}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{det}(\mathbf{J}))}{\partial\theta_4} = 0$$
$$\frac{\partial(\mathbf{det}(\mathbf{J}))}{\partial\theta_5} = a_2 d_4 \cos(\theta_3) \cos(\theta_5) (d_4 \operatorname{sen}(\theta_{23}) + a_2 \cos(\theta_2))$$
$$\frac{\partial(\mathbf{det}(\mathbf{J}))}{\partial\theta_6} = 0$$



## *ANEJO C*

# *REPRESENTACIÓN DE LAS ORIENTACIONES*

---

### **C.1 PARAMETRIZACIÓN DE LAS ORIENTACIONES**

Si bien para la localización de posiciones existe una representación unívoca, para la definición de las orientaciones en el espacio 3D los criterios no son tan claros. Las representaciones empleadas con mayor profusión son las matrices de rotación, los ángulos de Euler, representación de ángulo girado/eje de giro y cuaternios.

Esta diversidad de definiciones para las orientaciones es, principalmente, consecuencia de la no existencia de un vector que sea directamente la integral de la velocidad angular.

Este anejo presenta las parametrizaciones tradicionalmente usadas en robótica, ecuaciones para pasar de una a otra, problemas y ventajas de cada una. En el anejo también se exponen las relaciones matemáticas de las derivadas temporales de las parametrizaciones con la velocidad angular.

#### **C.1.1 Matriz de rotación.**

La orientación de un objeto rígido típicamente es descrita con los elementos de la matriz de rotación que describe la relación de orientación entre un sistema de referencia base  $\{a\}$  y otro rígidamente unido al elemento del cual se quiere representar su orientación  $\{b\}$ .

El cálculo de esta matriz se realiza colocando, por columnas, las coordenadas de los ejes del sistema  $\{b\}$  en función de las coordenadas del sistema  $\{a\}$ .

Como característica principal puede decirse que la matriz de rotación es ortonormal, es decir, el producto escalar entre sus filas/columnas es nulo y los módulos de éstas/os son unitarios/os. De ello se concluye:

$${}^a \mathbf{R}_b^{-1} = {}^b \mathbf{R}_a^T \quad \text{Ec. C.1}$$

donde  ${}^a \mathbf{R}_b$  representa la matriz de rotación del sistema de referencia {a}, o solidario con el sólido rígido, al sistema base {b}.

La velocidad angular se obtiene a través de derivación y usando la siguiente expresión:

$${}^a \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b = {}^a \dot{\mathbf{R}}_b {}^a \mathbf{R}_b^T = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.2}$$

Donde  ${}^a \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b$  es la matriz asociada al producto escalar de la velocidad angular del sistema {b} respecto al {a}.  ${}^a \dot{\mathbf{R}}_b$  es la derivada temporal de la matriz de rotación.

La representación de las orientaciones por matrices de rotación es la más completa y está libre de singularidades. Sin embargo, es la menos compacta ya que su empleo requiere nueve parámetros, que no son independientes entre sí, estando relacionados por las seis condiciones de la ortonormalidad. Ello supone una carga computacional excesiva en algunas ocasiones, como por ejemplo, en la integración de las ecuaciones de movimiento. Por ello se buscan otras representaciones más reducidas.

### C.1.2 Ángulos de Euler.

La mínima representación de una orientación puede obtenerse usando un triplete de ángulos ( $\boldsymbol{\psi} = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ ). Entonces, el problema se resuelve como un conjunto de tres rotaciones elementales sobre ejes coordenados. Existen dos conjuntos de representaciones, uno para cuando las rotaciones elementales se definen sobre el sistema {a} y otro, sobre el {b}. Dentro de cada conjunto, se encuentran hasta doce combinaciones distintas en función de los ejes elegidos para efectuar de las rotaciones. En el presente trabajo se ha elegido trabajar sobre los ZYX móviles. Para este último caso, la relación entre el triplete de ángulos de Euler y la matriz de rotación es:

$${}^a \mathbf{R}_b = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.3}$$

donde:

$$\begin{aligned} c\alpha &= \cos \alpha & s\alpha &= \sin \alpha \\ c\beta &= \cos \beta & s\beta &= \sin \beta \\ c\gamma &= \cos \gamma & s\gamma &= \sin \gamma \end{aligned} \quad \text{Ec. C.4}$$

Aunque los ángulos de Euler es la notación más compacta y aparecen como una ampliación natural de la formulación para traslaciones, presentan el problema de singularidad de formulación. Es decir, para cualquier representación de ángulos de Euler, siempre se verifica que para cierto valor de  $\beta$  la transformación entre la matriz de rotación y el triplete de ángulos queda indefinida. Es conocido que, para el caso de ángulos ZYX móviles, la orientación degenerada se corresponde con  $\beta=90^\circ$ .

La relación entre las derivadas temporales de los ángulos de Euler y la velocidad angular del sólido rígido no es lineal. La Ec. C.5 muestra el caso particular para los ángulos ZYX seguidores.

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\psi}} = \begin{bmatrix} 0 & -s\alpha & c\alpha c\beta \\ 0 & c\alpha & s\alpha c\beta \\ 1 & 0 & -s\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.5}$$

Este caso, se puede estudiar fácilmente la singularidad de formulación de los ángulos de Euler estudiando el determinante de la matriz  $\mathbf{B}$ .

### C.1.3 Ángulo girado/eje de giro.

Debido al problema de las singularidades de formulación que aparecen en los ángulos de Euler, se plantean otras alternativas para representar orientaciones que emplean cuatro parámetros. Así se intenta resolver dicho problema, manteniendo un alto grado de compacidad en la notación. Una de estas parametrizaciones se basa en medir el ángulo que hay que girar  $\varphi$  sobre un eje  $\mathbf{u}$ :

$$\boldsymbol{\Phi} = \varphi \mathbf{u} \quad \text{Ec. C.6}$$

Ahora la matriz de rotación es:

$${}^a\mathbf{R}_b = \begin{bmatrix} -(u_x^2 + u_y^2)\Lambda + 1 & u_x u_y \Lambda - u_z s\varphi & u_x u_z \Lambda + u_y s\varphi \\ u_x u_y \Lambda + u_z s\varphi & -(u_x^2 + u_z^2)\Lambda + 1 & u_y u_z \Lambda - u_x s\varphi \\ u_x u_z \Lambda - u_y s\varphi & u_y u_z \Lambda + u_x s\varphi & -(u_x^2 + u_y^2)\Lambda + 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.7}$$

$$\Lambda = 1 - \cos \varphi \quad s\varphi = \sin \varphi$$

Dada la matriz de rotación, se cumple que no hay ninguna indeterminación en ningún momento si se intenta calcular el ángulo girado y cada una de las componentes del vector  $\mathbf{u}$ .

La expresión para la velocidad angular es [Nikravesh, 1988]:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} u_x & s\varphi & -\Lambda \cdot u_z & \Lambda \cdot u_y \\ u_y & \Lambda \cdot u_z & s\varphi & -\Lambda \cdot u_x \\ u_z & -\Lambda \cdot u_y & \Lambda \cdot u_x & s\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.8}$$

Existen otras representaciones de cuatro parámetros como los cuaternios y ángulos de Euler (Ec. C.9), etc. Todas ellas son equivalentes y consideran distintas normalizaciones de la Ec. C.6.

$$\begin{aligned} e_0 &= \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ e_1 &= \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right)u_x \\ e_2 &= \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right)u_y \\ e_3 &= \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right)u_z \end{aligned} \quad \text{Ec. C.9}$$

Por sencillez en la notación, los tres últimos parámetros suelen agruparse bajo el vector  $\mathbf{e}=[e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ . Fácilmente se demuestra que los parámetros de Euler forman un vector normalizado:

$$\begin{bmatrix} e_0 & \mathbf{e}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1 \quad \text{Ec. C.10}$$

La expresión de la velocidad angular en función de los parámetros de Euler se obtiene a partir de la matriz  $\mathbf{G}$  definida en la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{\omega} = 2\mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e_1 & e_0 & -e_3 & e_2 \\ -e_2 & e_3 & e_0 & -e_1 \\ -e_3 & -e_2 & e_1 & e_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.11}$$

Donde la relación entre la Ec. C.8 y la Ec. C.11 es directa, si se considera la Ec. C.9.

Dado que se verifica propiedad mostrada en la Ec. C.10, fácilmente puede demostrarse que la matriz  $\mathbf{G}$  es ortonormal y cumple las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\mathbf{G}^T &= \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{G}^T\mathbf{G} &= -\begin{bmatrix} e_0 \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 & \mathbf{e}^T \end{bmatrix} + \mathbf{I}_{4 \times 4} \end{aligned} \quad \text{Ec. C.12}$$

donde  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  es la matriz identidad de orden 3;  $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ , de orden 4.



Para formular un modelo de rigidez torsional es interesante contar con las expresiones de las derivadas temporales del ángulo girado/eje de giro en función de la velocidad angular. Esta relación es más sencilla de obtener si se parte de la Ec. C.11, que utiliza los parámetros de Euler.

Gracias a la propiedad Ec. C.12, se puede despejar fácilmente el vector de la derivada temporal de los parámetros de Euler,  $[\dot{e}_0 \ \dot{\mathbf{e}}^T]^T$ , en la Ec. C.11, resultando:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T \boldsymbol{\omega} \quad \text{Ec. C.13}$$

Sustituyendo el valor de la matriz  $\mathbf{G}$  y operando, se obtiene que la expresión para  $[\dot{e}_0 \ \dot{\mathbf{e}}^T]^T$ , en función de la velocidad angular, es:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{e}_0 \boldsymbol{\omega} - \tilde{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.14}$$

donde  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$  es la matriz antisimétrica asociada al producto vectorial de  $\mathbf{e}$ .

El siguiente paso es sustituir en la Ec. C.14 el vector de parámetros de Euler,  $[\mathbf{e}_0 \ \mathbf{e}^T]$ , por notación ángulo girado/eje de giro usando la expresión dada en la Ec. C.9:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \mathbf{u}^T \boldsymbol{\omega} \\ \text{cos}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \boldsymbol{\omega} - \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \tilde{\mathbf{u}} \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.15}$$

Por otro lado, también se puede obtener la relación entre  $[\dot{e}_0 \ \dot{\mathbf{e}}^T]^T$  y la derivada temporal del ángulo girado/vector de giro derivando la Ec. C.9:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \dot{\varphi} \\ \frac{1}{2} \text{cos}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \dot{\varphi} \mathbf{u} + \text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. C.16}$$

Juntando las Ec. C.15 y Ec. C.16, se puede despejar  $\dot{\varphi}$  y  $\dot{\mathbf{u}}$  para obtener las igualdades buscadas [Siciliano, 1999]:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varphi} &= \mathbf{u}^T \boldsymbol{\omega} \\
 \dot{\mathbf{u}} &= \frac{1}{2} \left( \cotan\left(\frac{\varphi}{2}\right) (\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T) - \tilde{\mathbf{u}} \right) \boldsymbol{\omega} \\
 \tilde{\mathbf{u}} &= \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{Ec. C.17}$$

A partir de la Ec. C.17 se puede calcular la derivada temporal de la expresión Ec. C.6 como:

$$\dot{\Phi} = \dot{\varphi} \mathbf{u} + \varphi \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{u} + \varphi \frac{1}{2} \left( \cotan\left(\frac{\varphi}{2}\right) (\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T) - \tilde{\mathbf{u}} \right) \boldsymbol{\omega} \tag{Ec. C.18}$$

Finalmente, sacando factor común  $\boldsymbol{\omega}$ , resulta:

$$\dot{\Phi} = \left\{ \mathbf{u}\mathbf{u}^T + \varphi \frac{1}{2} \left( \cotan\left(\frac{\varphi}{2}\right) (\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T) - \tilde{\mathbf{u}} \right) \right\} \boldsymbol{\omega} = \Xi \boldsymbol{\omega} \tag{Ec. C.19}$$

## C.2 BIBLIOGRAFÍA

Siciliano B., Villani L., “Robot Force Control”, *KAP*, 1999.

Nikravesh P. E., “Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems”, *Prentice Hall*, 1988.