

Apuntes sobre el diseño de estructuras de madera según el DB SE-M

José Manuel Cabrero

Índice

1. Propiedades estructurales de la madera	2
1.1. Determinación de los diferentes valores característicos estructurales	2
1.2. Factores de corrección	2
1.2.1. Altura	2
1.2.2. Volumen	2
1.2.3. Carga compartida	3
1.3. Características diferenciadoras del comportamiento estructural de la madera . . .	3
1.3.1. Contenido de humedad: clases de servicio	3
1.3.2. Duración de las acciones	3
1.4. Valor de cálculo de las propiedades de la madera	4
2. Principios generales del análisis estructural	4
2.1. Método de análisis	4
2.2. Estado Límite Último: dimensionamiento y agotamiento de secciones	4
2.2.1. Estabilidad	6
2.3. Estado Límite de Servicio	8
3. Uniones	8
3.1. Predimensionado	8
4. Ejemplos de aplicación	11
4.1. Viga de cubierta	11
4.1.1. Cálculo de la deformación	11
4.1.2. Comprobación a resistencia	12
4.2. Pilar	14
4.2.1. Comprobación considerando el pandeo	15
4.3. Forjado	16
Referencias	17

1. Propiedades estructurales de la madera

La madera es un material *no homogéneo*, con un comportamiento desigual según la dirección que se analice, paralela o perpendicular a las fibras. Es un material *anisótropo* y *ortótropo*: sus propiedades físicas y mecánicas dependen de la dirección del esfuerzo aplicado en relación con la orientación de las fibras que la constituyen. De modo particular, se consideran dos de las tres direcciones principales, la paralela y la perpendicular a la fibra.

1.1. Determinación de los diferentes valores característicos estructurales

En el Anejo E de la normativa SE-M (2009) se recogen los valores característicos para madera aserrada (clases C –coníferas– y D –frondosas–), laminada encolada (clase GL) y tableros. Allí se indican las resistencias características a flexión ($f_{m,k}$), tracción paralela ($f_{t,0,k}$) y perpendicular ($f_{t,90,k}$), compresión paralela ($f_{c,0,k}$) y perpendicular ($f_{c,90,k}$) y cortante ($f_{v,k}$).

Se recogen también las diversas propiedades de rigidez: módulo de elasticidad paralelo medio ($E_{0,medio}$, empleado para el cálculo de la deformación instantánea), módulo de elasticidad paralelo 5 percentil ($E_{0,k}$), el módulo de elasticidad perpendicular medio ($E_{90,medio}$) y el módulo de cortante medio (G_{medio}).

Los valores característicos (subíndice k) se corresponden al 5 percentil de la población, y se emplean para las comprobaciones de resistencia y estabilidad (pandeo y vuelco lateral).

1.2. Factores de corrección (SE-M, 2009, 2.2.1.2)

La resistencia de la pieza de madera se relaciona con el tamaño de la pieza: cuanto mayor es el volumen del elemento, menor es la tensión de rotura del material. Por ello, en la normativa se recogen una serie de factores que modifican su resistencia característica (SE-M, 2009, 2.2).

1.2.1. Altura

La normativa SE-M (2009) establece una altura de referencia (150 mm para madera aserrada, 300 mm para microlaminada y 600 mm para laminada). Para valores inferiores a esta altura de referencia, se permite *mayorar* el valor de la resistencia por medio del coeficiente k_h , que responde a la forma

$$k_h = \left(\frac{h_{ref}}{h} \right)^s \quad (1)$$

donde el exponente s es 0,2 para madera aserrada, 0,1 para laminada, y debe ser proporcionado por el fabricante en el caso de la microlaminada.

Para valores mayores a la altura de referencia, el coeficiente no afecta a la resistencia, $k_h = 1$.

Este coeficiente se aplica sólo en *tracción paralela* y *flexión*. Para el resto de esfuerzos *no* se considera, por su poco valor.

1.2.2. Volumen

De modo similar al anterior, la normativa recoge un factor de volumen para aplicar en la madera laminada. El volumen de referencia establecido es de 0,01 m³. Para piezas de volumen

inferior, se mejora la resistencia con el coeficiente k_{vol} :

$$k_{vol} = \left(\frac{V_{ref}}{V} \right)^{0,2} \quad (2)$$

Para volúmenes mayores *no* se mejora la resistencia ($k_{vol} = 1$).

Este coeficiente se aplica a *madera laminada* sometida a esfuerzos de *tracción perpendicular* a la fibra, con tensiones repartidas *uniformemente* en la sección.

1.2.3. Carga compartida

Este factor viene recogido en la normativa en la cláusula 4 del apartado 2.2.1.2 SE-M (2009). Se aplica en elementos similares a flexión, dispuestos a intervalos regulares (p.ej., forjados) y *unidos entre sí*. La resistencia de estos elementos puede mayorarse, de modo que se valora el comportamiento solidario de los diversos elementos.

Este coeficiente se emplea para la consideración de sobrecargas puntuales en alguno de los elementos y la consiguiente contribución de los elementos adyacentes, por lo que sólo se considera para acciones de duración *corta*.

1.3. Características diferenciadoras del comportamiento estructural de la madera (SE-M, 2009, 2.2.2)

Existen diversos factores que influyen en las propiedades mecánicas de la madera:

- la calidad de la madera,
- el contenido de humedad,
- la duración de la carga.

La calidad de la madera está considerada por medio de la asignación de la clase resistente correspondiente (SE-M, 2009, Anejos C y D).

1.3.1. Contenido de humedad: clases de servicio (SE-M, 2009, 2.2.2.2)

Al aumentar el contenido de humedad en la madera, disminuyen tanto su resistencia como su módulo de elasticidad. La influencia de la humedad es considerada en la normativa mediante la asignación de *clases de servicio* a cada elemento estructural.

1.3.2. Duración de las acciones (SE-M, 2009, 2.2.2.1)

La resistencia de la madera depende del tiempo de aplicación de la carga. Ante cargas permanentes, se obtienen resistencias del orden del 60 % de las deducidas a partir de los ensayos normalizados (realizados en 5 ± 2 minutos). Debe reseñarse además, que este comportamiento se acentúa en las maderas de mayor calidad.

A cada tipo de acción (peso propio, sobrecarga de uso, viento, sismo, nieve. . .) se le asigna una clase de duración. La clase de duración a asignar (permanente, larga, media, corta o instantánea) se recoge en la Tabla 2.2 SE-M (2009).

1.4. Valor de cálculo de las propiedades de la madera (SE–M, 2009, 2.2.3)

El valor de cálculo que se emplea en los análisis estructurales considera todas las características anteriores, por medio de los coeficientes k_h (altura, ver Sección 1.2.1) y k_v (volumen, ver Sección 1.2.2) antes indicados (si son aplicables), y el factor k_{mod} (SE–M, 2009, Tabla 2.4), que minorra la resistencia según la duración de la carga (Sección 1.3.2) y la clase de servicio (temperatura y humedad, Sección 1.3.1). Se incluye también un coeficiente parcial de seguridad para el material γ_M (SE–M, 2009, Tabla 2.3).

Para cualquiera de las resistencias características del material, X_k , se determina su valor de cálculo como

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k (k_h \cdot k_v)}{\gamma_M} \quad (3)$$

Cuando en una combinación de acciones existan cargas con diferente duración¹, el valor k_{mod} a tomar debería corresponderse con el de la acción de menor duración considerada (EC-5, 2002, 3.1.3(2)).

2. Principios generales del análisis estructural

2.1. Método de análisis

El Código Técnico SE–M (2009) admite tres tipos distintos de análisis:

- análisis de primer orden, verificando la estabilidad con el método de la longitud de pandeo equivalente (descrito en la Sección 2.2.1);
- análisis de primer orden, *pero* la estabilidad se verifica con un análisis global de segundo orden;
- análisis de segundo orden considerando imperfecciones geométricas (en pórticos traslacionales).

2.2. Estado Límite Último: dimensionamiento y agotamiento de secciones

El Código Técnico de la Edificación parte de un concepto prestacional. Por ello, en la parte correspondiente a madera SE–M (2009), no se indican fórmulas para la estimación de las tensiones en el material: sólo se indica que la tensión de cálculo en cada uno de los esfuerzos debe ser inferior a la resistencia de cálculo del material, determinada como se indica en la ecuación (3). Como indica la normativa, dichas tensiones pueden hallarse “según las fórmulas clásicas de Resistencia de Materiales salvo en las zonas en las que exista un cambio brusco de sección” (SE–M, 2009, 6(1)).

¹La duración a asignar a cada una de los tipos de carga se recoge en la Tabla 2.2, SE–M (2009)

Axil paralelo La tensión de cálculo provocada por el esfuerzo axil N_d , suponiendo que las tensiones se reparten de modo uniforme en la superficie neta (descontando taladros, muescas, rebajes. . .) de la sección transversal de la pieza, A_n se determina como

$$\sigma_{N,0,d} = \frac{N_d}{A_d} \quad (4)$$

En el caso de estar la pieza sometida a compresión, debe comprobarse su pandeo (ver Sección 2.2.1).

Flexión

Flexión simple Aunque se trata de un material anisótropo, son válidas las fórmulas habituales para secciones homogéneas e isotrópicas. Para una sección solicitada por un momento flector M_d , su tensión es

$$\sigma_m = \frac{M_d}{I} z, \quad (5)$$

donde I es el momento de inercia de la sección respecto al eje de flexión (para una sección rectangular, $I = \frac{bh^3}{12}$).

La tensión máxima en la sección es

$$\sigma_{max} = \frac{M_d}{W}, \quad (6)$$

en la que W es el módulo resistente (en una sección rectangular, $W = \frac{bh^2}{6}$). Esta comprobación no tiene en cuenta el posible vuelco lateral de la pieza (ver Sección 2.2.1).

Flexión esviada La ley de tensiones normales correspondiente responde a la expresión

$$\sigma = \frac{M_{y,d}}{I_y} z + \frac{M_{z,d}}{I_z} y \quad (7)$$

Deben cumplirse dos condiciones (SE-M, 2009, 6.1.7) simultáneamente:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (8a)$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (8b)$$

En el caso de una sección rectangular, la tensión máxima se produce en dos vértices opuestos respecto al centro de gravedad de la sección. Por ello, dado que es menos probable la presencia de un nudo afectando a la fibra más solicitada, para estas secciones el coeficiente $k_m = 0,7$. En el resto de secciones, $k_m = 1$.

Flexión y axil combinados La ley de tensiones normales es la correspondiente a la suma de las anteriormente indicadas de axil (4) y flexión esviada (7)

$$\sigma = \frac{N_d}{A_d} + \left(\frac{M_{y,d}}{I_y} z + \frac{M_{z,d}}{I_z} y \right) \quad (9)$$

Como en el caso de la flexión esviada (8), las dos condiciones (con el factor k_m afectando alternativamente a cada una de las tensiones de flexión) deben cumplirse simultáneamente. Los valores del factor k_m son los mismos que se han indicado para la flexión esviada.

$$\frac{\sigma_{n,0,d}}{f_{n,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (10a)$$

$$\frac{\sigma_{n,0,d}}{f_{n,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (10b)$$

Cortante La ley de tensiones tangenciales correspondiente al cortante se determina también mediante las expresiones habituales para secciones homogéneas e isótropas.

En el caso de secciones rectangulares, las tensiones se distribuyen parabólicamente, según la ecuación

$$\tau = V \frac{1,5h^2 - 6z^2}{bh^3} \quad (11)$$

La tensión tangencial máxima se produce en la fibra central, y su valor es

$$\tau_{max} = 1,5 \frac{V}{bh} \quad (12)$$

Se pueden despreciar las cargas aplicadas a una distancia al apoyo inferior a la altura h (SE-M, 2009, 6.1.8(3)).

Con las dimensiones habituales en la práctica, el cortante no suele resultar determinante, salvo en piezas de sección variable, vigas cortas o vigas con entalladuras.

Torsión La distribución más sencilla para el momento torsor se produce en las secciones circulares: el momento torsor origina tensiones tangenciales, que se orientan en cada fibra perpendiculares al radio, y se distribuyen linealmente.

En el caso de secciones rectangulares, la distribución es más compleja. La tensión tangencial máxima se produce en el centro del lado mayor, y su valor es

$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha hb^2} \quad (13)$$

donde α es un coeficiente relacionado con la proporción h/b de la sección, con valores² desde 0,208 ($h/b = 1$) hasta 0,333 ($h/b = \infty$).

2.2.1. Estabilidad

Como ya se ha indicado en los apartados correspondientes, en el caso de piezas sometidas a compresión o a flexión deben realizarse también las comprobaciones habituales correspondientes de estabilidad: pandeo (en piezas comprimidas) y vuelco lateral (también llamado “pandeo lateral”, en piezas a flexión).

²Pueden encontrarse valores intermedios para este coeficiente en Argüelles y Arriaga (2003, Tabla 5.1).

Pandeo de pilares Una pieza perfectamente recta, comprimida axialmente y biarticulada en sus extremos, pandea cuando el esfuerzo axial alcanza el valor

$$N_{crit} = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (14)$$

Este valor es conocido como la carga crítica de pandeo de Euler.

La normativa determina una esbeltez relativa (SE-M, 2009, 6.3.2.1(2))

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} \quad (15)$$

En la última expresión, que puede resultar más práctica, λ es la esbeltez mecánica (SE-M, 2009, 6.3.2.1(1)), definida como

$$\lambda = \frac{\beta L}{i} \quad (16)$$

donde i es el correspondiente radio de giro, y β un coeficiente que depende de las condiciones de restricción de los extremos. Debe tenerse en cuenta que las uniones en madera son deformables (semirrígidas): difícilmente puede realizarse un nudo rígido o empotramiento perfecto. Argüelles y Arriaga (2003, Figura 6.4) recomiendan adoptar unos valores mayores a los habituales (aproximadamente 1,5 veces superiores), salvo en el caso de pilares biarticulados, en que recomiendan emplear el habitual $\beta = 1$.

Si la esbeltez relativa en alguno de los dos posibles planos de pandeo es superior a 0,3, debe comprobarse la pieza a pandeo. Se modifica la correspondiente comprobación a axil a

$$\frac{1}{\chi_c} \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \leq 1 \quad (17)$$

lo que significa, en la práctica, mayorar la carga axil por el factor $\frac{1}{\chi_c}$. La normativa indica, en las ecuaciones (6.32) y (6.33), cómo calcular de modo preciso este factor. Puede hallarse interpolando a partir de la esbeltez mecánica ($\lambda = \frac{\beta L}{i}$), según la clase resistente de la madera, en la Tabla 6.1 SE-M (2009).

Vuelco lateral de vigas Tómese una viga rectangular, biapoyada, sometida a flexión constante: la parte superior está comprimida, mientras la inferior está traccionada. La compresión de la parte superior puede, al aumentar el momento hasta un valor límite M_{crit} , provocar un fenómeno conocido como vuelco lateral.

Para la comprobación de la sección, se emplea la esbeltez relativa a flexión, análoga a la empleada en el pandeo a compresión (15):

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (18)$$

donde $\sigma_{m,crit} = \frac{M_{crit}}{W}$. La normativa indica la fórmula para el momento crítico en el caso piezas de directriz recta y sección constante, en la ecuación (6.37) (SE-M, 2009). Para otras piezas, deberá acudir a bibliografía especializada para hallar el momento crítico correspondiente.

La comprobación sólo es necesaria si la esbeltez relativa es superior a 0,75. Si es superior a este valor, se minora la resistencia a flexión del material mediante el factor k_{crit} , cuyos valores se definen en la ecuación (6.41) (SE-M, 2009).

2.3. Estado Límite de Servicio

Como se ha indicado anteriormente en la Sección 1.1, para el cálculo de la deformación se emplea el valor medio del módulo de elasticidad. Como en los casos anteriores, también se emplean las expresiones habituales de la Resistencia de Materiales.

Debe tenerse en cuenta que en la madera, a diferencia de en otros materiales estructurales, la deformación debida al esfuerzo cortante es mayor a lo habitual. En ocasiones, esta deformación puede *no* ser despreciable. Se debe al reducido valor del módulo de elasticidad transversal G . La relación E/G que se adopta en la práctica para la madera ronda el valor 16 (en acero y hormigón, se aproxima al 2,5).

Para una viga biapoyada de sección rectangular, la flecha en el centro del vano incluyendo la influencia del esfuerzo cortante es

$$\delta_i = \frac{1}{48} \frac{QL^3}{EI} \left[1 + \frac{6}{5} \frac{E}{G} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \quad (19)$$

para una carga puntual Q en el centro del vano, y

$$\delta_i = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \left[1 + \frac{24}{25} \frac{E}{G} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \quad (20)$$

para una carga q uniformemente repartida.

(21)

Como se recordará (ver Sección 1.3.2), la resistencia (en el caso de la madera) depende de la duración de la carga. También se produce una deformación viscosa de la madera a lo largo del tiempo, por la que, a mayor duración de la carga, mayor flecha producida. Para considerar este efecto de fluencia, la normativa (SE-M, 2009, Tabla 7.1) considera juntamente un coeficiente k_{def} , definido según el material y la clase de servicio, y el coeficiente de simultaneidad Ψ_2 de la tabla 4.2 del DB-SE SE (2009) (para cargas permanentes, este último toma el valor $\Psi_2 = 1,0$). La deformación total (instantánea más diferida) a considerar en la pieza para cada carga aplicada es

$$\delta_{fin} = \delta_i (1 + \Psi_2 k_{def}). \quad (22)$$

Como se indica en la cláusula 7.1.(2) del DB SE-M SE-M (2009), en el caso de la combinación casi permanente (aparición de la obra), sólo se multiplica una vez por el factor Ψ_2 , por lo que la flecha diferida correspondiente a las acciones variables sólo se verá afectada por k_{def} .

3. Uniones

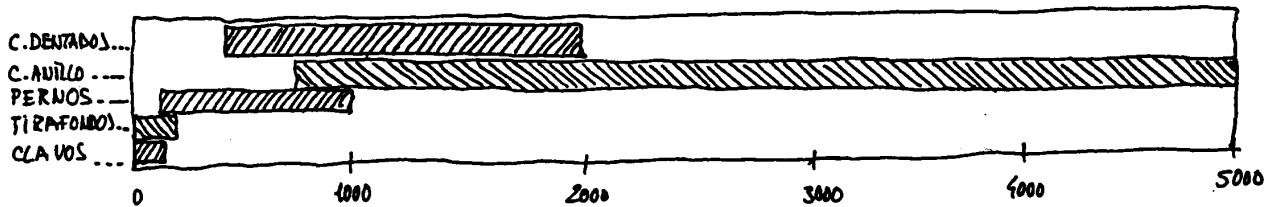
3.1. Predimensionado

Con el objeto de proporcionar unas mínimas reglas que permitan establecer el *orden de magnitud* de las capacidades portantes, se incluyen una serie de cuadros, tomados de Arriaga y Blasco (2001). Los valores proporcionados son aproximados, obtenidos mediante simplificaciones, para

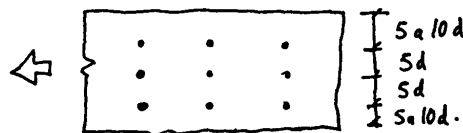
Clases de Servicio 1 ó 2, con una duración permanente de las cargas y para una clase resistente C18. En el caso de doble cortadura, los valores son el doble de los indicados.

Se trata de unos valores de predimensionado, en ningún caso deberían sustituir al análisis detallado de la unión.

COMPARACIÓN DE LAS CAPACIDADES INDIVIDUALES



Clavos Valores aplicables a clavos lisos, con una resistencia mínima a tracción de 60 kN/cm², con longitudes de 40 a 200 mm, y separaciones aproximadas de cinco diámetros.



ϕ (mm)	Resistencia (N)
3	390
4	640
5	940
6	1270

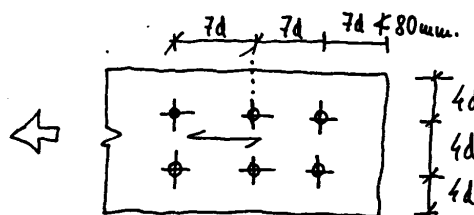
Tirafondos Valores aplicables a tirafondos con una resistencia mínima a tracción de 55 kN/cm², con longitudes de 25 a 300 mm, y separaciones aproximadas de cinco diámetros (ver croquis para clavos).

ϕ (mm)	Resistencia (N)
3,45	320
4,88	740
5,59	1080
7,01	1710

Pernos y pasadores Valores aplicables a pernos y pasadores de calidad 4.6.

El primer mecanismo de trabajo entre perno y madera es el rozamiento; posteriormente el perno entra en flexión y se deforma; por último se deforma la madera y aparecen en ella esfuerzos laterales de tracción.

Separaciones de 4 diámetros en la dirección transversal al esfuerzo, y 7 diámetros en la del mismo.



El número de pernos eficaces en línea se obtiene como

$$n_{ef} = 6 + \frac{2}{3}(n - 6), \tag{23}$$

con n igual al número de pernos cargados y alineados en una misma fila. Puede evitarse esta reducción disponiendo los pernos al tresbolillo.

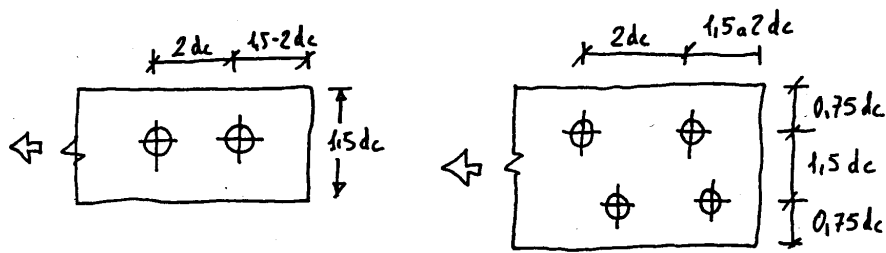
Se recomienda que la suma de las secciones de los pernos no sobrepase el 20% del área de la madera.

ϕ (mm)	Espesor menor (mm)	Simple cortadura (kN)		Doble cortadura (kN)	
		0°	90°	0°	90°
10	35	1,50	1,00	2,60	2,00
12	44	2,25	1,50	3,70	2,90
16	47	3,00	1,90	6,20	4,60
20	60	4,60	2,80	9,50	6,80

Conectores de anillo y placa Las separaciones se indican en el croquis. El número de conectores eficaces en línea es

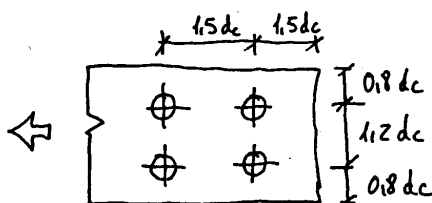
$$n_{ef} = 2 + \left(1 - \frac{n}{20}\right)(n - 2), \tag{24}$$

para n conectores cargados y alineados en una misma fila.



$\phi \times h$ (mm)		Resistencia a 0°	Resistencia a 90°
Anillo	Placa	(kN)	(kN)
65 × 30	65 × 23	8,4	6,2
95 × 30	95 × 23	14,9	10,7
140 × 36	140 × 22,5	26,7	18,5
216 × 40	190 × 34,5	51,2	33,8

Conectores dentados El número eficaz de conectores dentados es igual al de conectores de anillo y placa (24).



ϕ (mm)	Resistencia a 0° (kN)	Resistencia a 90° (kN)
50	5,2	4,4
62	8,7	6,8
95	12,3	10,5
140	18,5	16,5

4. Ejemplos de aplicación

4.1. Viga de cubierta

Se quiere comprobar una viga de cubierta con una escuadría de 55 × 20 cm. La viga salva una luz de 6 m, y tiene una pendiente del 20 %. Pertenece a una cubierta en la que las vigas se han colocado cada 3 m. La cubierta sólo es accesible para labores de mantenimiento. Clase de servicio 1. Clase resistente C27.

Para las sobrecargas se consideran en este ejemplo sólo las cargas uniformes contempladas en SE-AE (2009), recogidas en el Cuadro 1. No se incluye la comprobación con las cargas concentradas indicadas en SE-AE (2009, Tabla 3.1).

Los esfuerzos máximos generados por cada una de las cargas uniformes aplicadas en la viga (no mayoradas) se recogen en el Cuadro 2.

4.1.1. Cálculo de la deformación

Existen tres posibles casos de comprobación de la flecha (SE, 2009, 4.3.3.1): integridad, confort del usuario y apariencia. De ellos, el más exigente en este caso, es el correspondiente a la integridad de los elementos constructivos³. Para ello, deben evaluarse las diferentes combinaciones características posibles (SE, 2009, 4.3.2), considerando las deformaciones que se producen sólo tras la puesta en obra el elemento. Por ello, de las concargas se considera sólo la flecha diferida, mientras que de las sobrecargas se considera la flecha instantánea. El límite de flecha a tomar es $\frac{1}{300}$.

Existen dos posibles combinaciones de cargas características,

$$G_{k,j} + Q_{k,mant} + \Psi_{0,nieve} Q_{k,nieve} = 9 + 3 + 0,5 \cdot 1,8 = 12,9 \text{ kN/m} \quad (25)$$

$$G_{k,j} + Q_{k,nieve} + \Psi_{0,mant} Q_{k,mant} = 9 + 1,8 + 0 \cdot 3 = 10,8 \text{ kN/m} \quad (26)$$

de las que tomamos la (25), por ser la más desfavorable.

³La condición de flecha es más exigente en el caso de confort de los usuarios, pero la combinación de cargas, al considerar sólo las acciones de corta duración, es muy inferior. En el caso de la comprobación de apariencia, el coeficiente de simultaneidad correspondiente a nieve y mantenimiento es $\Psi_2 = 0$ (SE, 2009, Tabla 4.2), por lo que también es más favorable.

Cuadro 1: Cargas a considerar, según SE-AE (2009).

Carga	Duración (SE-M, 2009, tabla 2.2)	Carga superficial kN/m ²
Concargas	Permanente	3
Sobrecarga de uso	Media	1
Sobrecarga de nieve	Corta	0,6

Cuadro 2: Esfuerzos y flechas máximos para cada una de las cargas consideradas (valores sin mayorar)

Carga	Axil kN	Cortante kN	Momento flector kNm	Flecha mm
Concargas	5,295	26,476	40,5	4,7
Sobrecarga de uso	1,765	8,825	13,5	1,6
Sobrecarga de nieve	1,059	5,295	8,1	0,9

Cuadro 3: Esfuerzos y tensiones para la combinación de carga analizada

Tipo	Valor kN, m	Tensión N/mm ²	Punto
Momento flector	81	8,033	Centro del vano
Axil	-10,59	0,096	Apoyo inferior
Cortante	52,95	0,72	Apoyo inferior

La flecha (deformación inicial elástica) correspondiente a cada una de las cargas se indica en el cuadro 2. La comprobación de integridad es, por tanto,

$$\delta = 4,7 \cdot 0,6 + 1,6 + 0,5 \cdot 0,9 = 4,92 \text{ mm}, \quad (27)$$

cuya flecha relativa de $\frac{1}{1219}$, inferior a la limitada.

En la determinación de la flecha, el programa de cálculo empleado no ha considerado la deformación adicional debida al cortante. Si se realiza (aunque es una viga inclinada, y no resulta exacta) una aproximación mediante la fórmula (20), se puede observar cómo la deformación a cortante ronda en este caso el 12,4 %.

4.1.2. Comprobación a resistencia

Existen las siguientes combinaciones correspondientes a situaciones persistentes o transitorias (SE, 2009, 4.2.2):

$$\gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,mant} Q_{k,mant} + \gamma_{Q,nieve} \psi_{0,nieve} Q_{k,nieve} = 1,35 \cdot 9 + 1,5 \cdot 3 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 1,8 = 18,0 \text{ kN/m} \quad (28)$$

$$\gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,nieve} Q_{k,nieve} + \gamma_{Q,mant} \psi_{0,mant} Q_{k,mant} = 1,35 \cdot 9 + 1,5 \cdot 1,8 + 1,5 \cdot 0 \cdot 3 = 15,39 \text{ kN/m} \quad (29)$$

de las que la más desfavorable es (28).

Determinación de las características mecánicas de la madera La combinación de cargas a comprobar tiene como carga variable principal la de mantenimiento, cuya duración es *media*. Por tanto, el coeficiente k_{mod} correspondiente (madera maciza, clase de servicio 1) es 0,8 (SE-M, 2009, Tabla 2.4).

La altura de la pieza es superior a 150 mm, por lo que sí debe considerarse el coeficiente de altura (SE-M, 2009, 2.2.1.2(1)) (que sólo se aplica en este caso a la flexión paralela).

$$k_h = \left(\frac{h_{ref}}{h} \right)^s = \left(\frac{150}{550} \right)^{0,2} = 0,7712 \quad (30)$$

El coeficiente parcial de seguridad para el material es $\gamma_M = 1,30$ (SE-M, 2009, Tabla 2.3). Los valores de cálculo para flexión, cortante y compresión paralelas son:

$$\text{Flexión paralela:} \quad f_{m,d} = k_k k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,7712 \cdot 0,8 \frac{27}{1,3} = 12,81 \text{ N/mm}^2 \quad (31)$$

$$\text{Cortante:} \quad f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{2,8}{1,3} = 1,72 \text{ N/mm}^2 \quad (32)$$

$$\text{Compresión paralela:} \quad f_{c,0,d} = k_{mod} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{22}{1,3} = 13,54 \text{ N/mm}^2. \quad (33)$$

Como puede comprobarse, la viga cumple las condiciones de resistencia. Sus índices de aprovechamiento son $I_m = 0,627$ para flexión, $I_c = 7 \times 10^{-3}$ para compresión, $I_v = 0,418$ para el cortante.

4.2. Pilar

Validar un pilar situado en la planta baja de un edificio de B+IV. El pilar tiene de dimensiones 15×25 cm, y es de frondosa D30. Su altura es 2,65 m, y puede pandear libremente en cualquier dirección. Se facilitan las cargas a considerar en el Cuadro 4. El área contributiva al pilar por cada planta es $7,5 \text{ m}^2$. Clase de servicio 1.

La combinación de cargas más desfavorable corresponde a

$$\gamma_{G,j}G_{k,j} + \gamma_{Q,uso}Q_{k,uso} = 1,35(4 \cdot 30) + 1,5 \cdot 0,9(4 \cdot 15) = 243 \text{ kN}, \quad (34)$$

donde, además de los coeficientes de mayoración indicados en (SE, 2009, Tabla 4.1), se ha considerado el coeficiente de reducción 0,9 para sobrecargas (SE-AE, 2009, Tabla 3.2), al computar cuatro plantas con el mismo uso.

Determinación de las características mecánicas de la madera Se trata de una combinación de cargas cuya sobrecarga tiene la consideración de media duración, por lo que $k_{mod} = 0,8$ (SE-M, 2009, Tabla 2.4).

Al no ser ninguna dimensión de la pieza inferior a 150 mm, no se considera el coeficiente de altura (SE-M, 2009, 2.2.1.2(1)). El coeficiente parcial de seguridad para el material es $\gamma_M = 1,30$ (SE-M, 2009, Tabla 2.3). El valor de cálculo para compresión paralela es:

$$\text{Compresión paralela:} \quad f_{c,0,d} = k_{mod} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{23}{1,3} = 14,15 \text{ N/mm}^2. \quad (35)$$

Tanteo inicial sin considerar pandeo Se realiza un tanteo inicial de comprobación en el que no se considera el pandeo⁴.

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_d} = \frac{243 \times 10^3}{37\,500} = 6,48 \text{ N/mm}^2 < 14,15 \text{ N/mm}^2, \quad (36)$$

por lo que la pieza sería válida. El índice de agotamiento de la sección sería 0,458 (recuérdese que se ha omitido el pandeo).

⁴Esta comprobación se realiza para que el lector pueda considerar la variación resultante posteriormente al considerar el pandeo.

Cuadro 4: Cargas a considerar, según SE-AE (2009).

Carga	Duración (SE-M, 2009, tabla 2.2)	Carga superficial kN/m ²	Carga en pilar kN
Peso propio (con tabiquería)	Permanente	4	30
Sobrecarga de uso (vivienda)	Media	2	15

4.2.1. Comprobación considerando el pandeo

Para la comprobación del pandeo, ha de determinarse respecto a qué eje pandeará. El pilar estudiado pandeará respecto al eje z , cuyos correspondientes momento de inercia y radio de giro son menores.

$$I_z = \frac{bh^3}{12} = 195\,312\,500 \text{ mm}^4 \quad (37)$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = 43,30 \text{ mm} \quad (38)$$

Se considera que el pilar es biarticulado en ambos planos, por lo que $\beta_z = 1$ (SE-M, 2009, Anejo G). La esbeltez mecánica del pilar es (SE-M, 2009, 6.3.2.1(1))

$$\lambda_z = \frac{L\beta_z}{i_y} = \frac{2650 \cdot 1}{43,30} = 61,20 \quad (39)$$

y su esbeltez relativa (SE-M, 2009, 6.3.2.1(2))

$$\lambda_{rel,z} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,z}}} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = 1,044 > 0,3. \quad (40)$$

Al ser la esbeltez relativa mayor de 0,3, debe comprobarse la pieza a pandeo. Para ello, ha de calcularse el coeficiente de pandeo $\chi_{c,z}$ (SE-M, 2009, 6.3.2.2, Tabla 6.1). Puede hallarse interpolando⁵ a partir de la Tabla 6.1 SE-M (2009), entrando con la esbeltez mecánica del pilar (39). El resultado es $\chi_{c,z} = 0,6556$.

El índice de agotamiento del pilar considerando pandeo (SE-M, 2009, (6.34)) es

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{6,48}{0,6556 \cdot 14,15} = 0,698 < 1 \quad (41)$$

por lo que el pilar es válido para las cargas analizadas.

⁵También puede hallarse a partir de las fórmulas (6.36) y (6.37) indicadas en SE-M (2009, 6.3.2.2(1)). El valor obtenido será más exacto que el obtenido por interpolación en la Tabla. En este caso, el valor obtenido aplicando la formulación es $\chi_{c,z} = 0,6565$.

4.3. Forjado

Se solicita comprobar las viguetas de madera de un forjado. El forjado tiene 450 cm de luz, y una escuadría de 14 × 20 cm. La separación a ejes del entrevigado es 40 cm. La madera de las viguetas es de la clase resistente C22. Las cargas estimadas se indican en el Cuadro 5.

Determinación de las características mecánicas de la madera Se trata de una combinación de cargas cuya sobrecarga tiene la consideración de media duración, por lo que $k_{mod} = 0,8$ (SE-M, 2009, Tabla 2.4).

Al no ser la altura de la pieza en el plano de flexión inferior a 150 mm, no se considera el coeficiente de altura (SE-M, 2009, 2.2.1.2(1)). El coeficiente parcial de seguridad para el material es $\gamma_M = 1,30$ (SE-M, 2009, Tabla 2.3). Los valores de cálculo son:

$$\text{Flexión paralela:} \quad f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{22}{1,3} = 13,538 \text{ N/mm}^2 \quad (42)$$

$$\text{Cortante:} \quad f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{2,4}{1,3} = 1,477 \text{ N/mm}^2 \quad (43)$$

Cálculo de la deformación Para considerar la integridad del elemento constructivo, la combinación de cargas características es:

$$G_{k,j} + Q_{k,uso} = 1,32 + 0,8 = 2,12 \text{ kN/m} \quad (44)$$

Para esta comprobación, se tiene en cuenta la diferida de la concarga, y la instantánea de la sobrecarga:

$$\delta_{fin} = \sum_i \delta_{ini,i} (1 + \Psi_{2,i} k_{def,i}) = 7,55 \cdot 0,6 + 4,57 = 9,1 \text{ mm}, \quad (45)$$

La flecha relativa es, por tanto, $\frac{1}{494}$, inferior a la condición impuesta ($\frac{1}{400}$) para pisos con tabiques ordinarios, por lo que el forjado resulta válido.

Se comprueba también la condición de apariencia de la obra. Al considerar una combinación de cargas casi permanente,

$$G_{k,j} + \Psi_2 Q_{k,uso} = 1,32 + 0,3 \cdot 0,8 = 1,56 \text{ kN/m}, \quad (46)$$

Cuadro 5: Cargas a considerar, según SE-AE (2009).

Carga	Duración (SE-M, 2009, tabla 2.2)	Carga superficial kN/m ²	Carga en vigueta kN/m
Concarga (peso propio y solado)	Permanente	2,3	0,92
Tabiquería	Permanente	1,0	0,40
Sobrecarga de uso (vivienda)	Media	2,0	0,80

Cuadro 6: Esfuerzos y tensiones para la combinación de carga analizada

Tipo	Valor kN, m	Tensión N/mm ²	Punto de la viga
Momento flector	7,55	8,0873	Centro del vano
Cortante	6,71	0,359	Apoyos

debe comprobarse también la flecha diferida (SE–M, 2009, ecuación (7.1)), que es el sumatorio de las correspondientes a cada una de las cargas aplicadas:

$$\delta_{fin} = \sum_i \delta_{ini,i} (1 + \Psi_{2,i} k_{def,i}) = 7,55 (1 + 1 \cdot 0,6) + 4,57 (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 17,47 \text{ mm}, \quad (47)$$

Se toma el coeficiente $k_{def} = 0,60$, al tratarse de madera maciza en clase de servicio 1 (SE–M, 2009, Tabla 7.1), y los coeficientes Ψ_2 son $\Psi_2 = 1$ para la concarga y tabiquería (permanentes) y $\Psi_2 = 0,3$ para la sobrecarga de uso (duración media) (SE, 2009, Tabla 4.2). Como se indica en la cláusula 7.1.(2) del DB SE-M SE–M (2009), sólo se multiplica una vez por el factor Ψ_2 : por ello, la flecha instantánea indicada se ha calculado sin este factor⁶. La flecha diferida relativa es, por tanto, $\frac{1}{257}$, superior a la condición impuesta ($\frac{1}{300}$), por lo que el forjado no sería válido.

Comprobación de la resistencia Se comprueba la siguiente combinación correspondiente a situaciones persistentes o transitorias (SE, 2009, 4.2.2):

$$\gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,uso} Q_{k,uso} = 1,35 \cdot 1,32 + 1,5 \cdot 0,8 = 2,982 \text{ kN/m} \quad (48)$$

Dicha combinación genera los esfuerzos máximos recogidos en el Cuadro 6. El índice de aprovechamiento a flexión en el centro del vano es $I_m = 0,597$, el índice correspondiente a cortante en los apoyos, $I_v = 0,243$.

Referencias

Argüelles, R. y Arriaga, F.: *Estructuras de madera. Diseño y cálculo*. Asociación de la Investigación Técnica de las Industrias de la Madera y Corcho, AITIM, 2ª edición, 2003.

Arriaga, F. y Blasco, J.R.: «Estructuras de madera (Jornadas de Introducción)». Colegio Oficial de Arquitectos de España, 2001.

EC-5: *prEN 1995-1-1. Eurocode 5. Design of Timber Structures. Part 1.1, General Rules (General rules and rules for buildings)*. CEN, 2002. Final Draft (Stage 34).

SE: *Documento básico. Seguridad Estructural*. Código Técnico de la Edificación, 2009. Rev. abril 2009.

SE–AE: *Documento básico. Seguridad Estructural. Acciones en la Edificación*. Código Técnico de la Edificación, 2009. Rev. abril 2009.

⁶Si se incluyera de nuevo, se reduciría la flecha diferida resultante, lo que iría en contra de la seguridad.

SE-M: *Documento básico. Seguridad Estructural. Madera.* Código Técnico de la Edificación, 2009. Rev. abril 2009.

Esta obra está bajo una licencia Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 Unported de Creative Commons.

Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/> o envíe una carta a Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.