



Diseño y análisis de uniones  
semirrígidas: uniones con chapa de  
testa extendida



En verdad que para un poeta aprenda a emplear  
las palabras en la actualidad, debe estudiar  
detenidamente a aquéllos que mejor las emplearon  
en *su* época, aquéllos que, en su tiempo,  
renovaron el lenguaje.

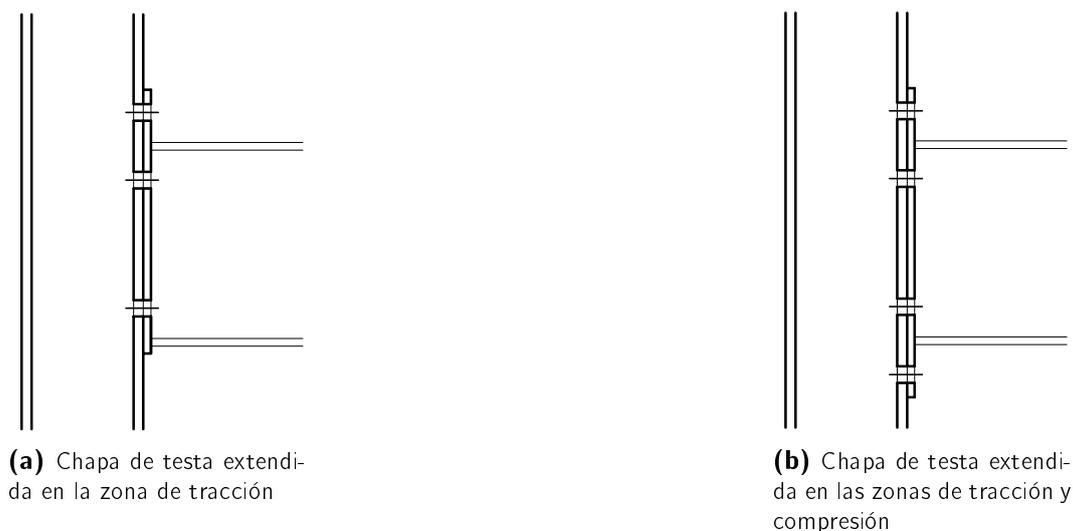
*Thomas Stearns Elliot*

# 5

## Análisis de uniones de chapa de testa extendida mediante el método de los componentes

<b>5.1</b>	<b>Identificación de los componentes</b>	<b>136</b>
<b>5.2</b>	<b>T-stub equivalente</b>	<b>137</b>
5.2.1	Resistencia .....	138
5.2.2	Rigidez.....	141
<b>5.3</b>	<b>Alma del pilar a cortante</b>	<b>143</b>
5.3.1	Resistencia .....	143
5.3.2	Rigidez.....	145
5.3.3	Modelo trilineal de Krawinkler y otros .....	145
<b>5.4</b>	<b>Alma del pilar a compresión</b>	<b>147</b>
5.4.1	Resistencia .....	147
5.4.2	Rigidez.....	148
<b>5.5</b>	<b>Alma del pilar a tracción transversal</b>	<b>149</b>
5.5.1	Resistencia .....	149
5.5.2	Rigidez.....	149
<b>5.6</b>	<b>Ala del pilar a flexión transversal</b>	<b>150</b>
5.6.1	Resistencia .....	150
5.6.2	Rigidez.....	150
<b>5.7</b>	<b>Chapa de testa a flexión</b>	<b>151</b>
5.7.1	Resistencia .....	151
5.7.2	Rigidez.....	151

<b>5.8</b>	<b>Alma de la viga a tracción</b>	<b>151</b>
5.8.1	Resistencia .....	152
<b>5.9</b>	<b>Ala y alma de la viga a compresión</b>	<b>152</b>
5.9.1	Resistencia .....	152
<b>5.10</b>	<b>Tornillos a tracción</b>	<b>153</b>
5.10.1	Rigidez.....	153
<b>5.11</b>	<b>Ensamblaje de los componentes</b>	<b>154</b>
5.11.1	Resistencia .....	154
5.11.2	Ensamblaje de la rigidez.....	154
<b>5.12</b>	<b>Resistencia a cortante</b>	<b>155</b>
<b>5.13</b>	<b>Referencias</b>	<b>156</b>



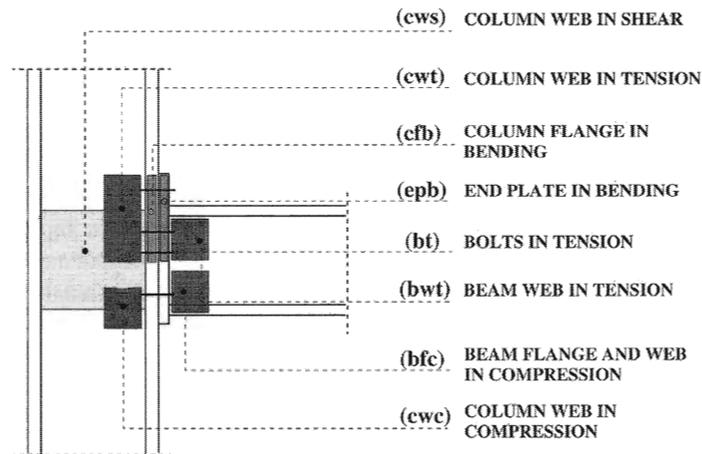
**Figura 5.1:** Los diferentes tipos de uniones de chapa de testa extendida

Va a tratar esta segunda parte de modo exclusivo sobre la unión semirrígida de chapa de testa extendida con pilar sin rigidizar. Como ya se mostró en el Capítulo 1, *Introducción al concepto semirrígido*, esta unión es la de mayor rigidez y resistencia dentro de las semirrígidas. Presenta además un cierto margen de diseño, por el que ajustar su comportamiento a los requerimientos óptimos desarrollados en el método de diseño presentado en el Capítulo 4, *Desarrollo de un método de diseño práctico para pórticos con uniones semirrígidas*.

La popularidad de la unión semirrígida con chapa de testa extendida puede atribuirse a la simplicidad y economía aparejadas con su diseño, fabricación y erección (Bursi y Jaspert, 1998). Requieren menor supervisión y tiempo de ensamblaje que las uniones soldadas. Su geometría es más sencilla y pueden acomodarse más fácilmente a discrepancias geométricas en las dimensiones de vigas y pilares (Bahaari y Sherbourne, 2000). Hasta ahora se han empleado frecuentemente, con pilar rigidizado, para obtener una comportamiento de unión *rígida*.

La unión con chapa de testa extendida en el lado de tracción (Figura 5.1) suele emplearse en pórticos sometidos principalmente a cargas gravitatorias. Para su adecuado funcionamiento, no debe producirse *inversión de momentos*. Ésta suele ocurrir al adquirir mayor importancia los esfuerzos horizontales, ya sean sísmicos o de viento. En dicho caso han de emplearse uniones con chapa de testa doblemente extendida (Figura 5.1(b)), en las zonas de compresión y tracción.

En este capítulo va a explicarse cómo el método de los componentes propuesto por el Eurocódigo (CEN, 2005b) se aplica a este tipo de uniones. No sólo van a detallarse los modelos de cálculo empleados por el Eurocódigo, sino que también se explicarán las diferentes críticas y mejoras que han propuesto diversos autores. Para cada uno de los componentes implicados se analizará el modelo estructural y las suposiciones realizadas mediante los que se ha obtenido su formulación final.



**Figura 5.2:** Componentes para el cálculo de uniones de chapa de testa extendida (Faella y otros, 2000)

## 5.1. Identificación de los componentes

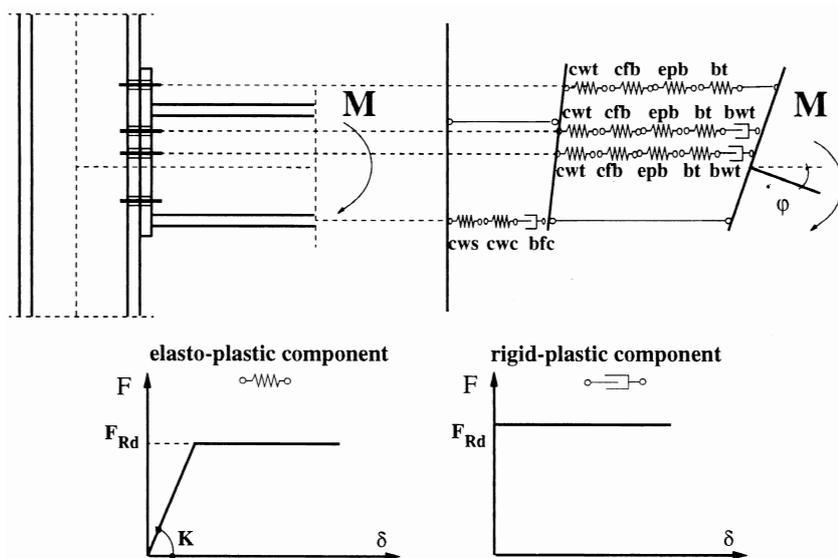
En la Figura 5.2 se indican los componentes a considerar para el análisis de las uniones de chapa de testa extendida:

- alma del pilar a cortante (*cws*),
- alma del pilar a compresión (*cwc*),
- ala del pilar a flexión (*cfb*),
- chapa de testa a flexión (*epb*),
- tornillos a tracción (*bt*),
- alma del pilar a tracción (*cwt*),
- ala y alma de la viga a compresión (*bfc*),
- alma de la viga a tracción (*bwt*).

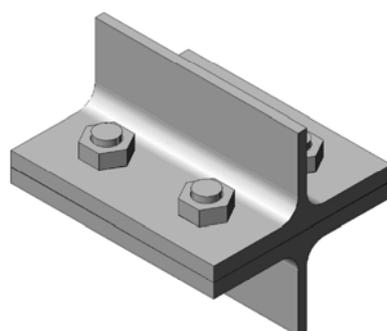
Los primeros seis componentes rigen tanto para la rigidez como para la resistencia. Los dos últimos sólo han de ser considerados para la resistencia de la unión (su flexibilidad se considera integrada en la viga a flexión).

Algunos de estos componentes dependen a su vez del número y localización de las filas de tornillos existentes. Es el caso del ala del pilar a flexión, de la chapa de testa a flexión, de los tornillos a tracción, del alma del pilar a tracción y del alma de la viga a tracción. Para estos componentes, su contribución es analizada considerando el comportamiento de la fila de tornillos aislada (de modo independiente al resto de filas) y como perteneciente a un grupo de tornillos (considerando las posibles interacciones con otras filas).

El modelo mecánico correspondiente para el cálculo de estas uniones es el mostrado en la Figura 5.3. Puede apreciarse la distinta situación de los componentes antes indicados como pertenecientes a las filas de tornillos, y el resto (alma del pilar a cortante, alma del pilar a compresión, ala y alma de la viga a compresión), comúnmente llamados *independientes*.



**Figura 5.3:** Modelo mecánico de componentes para el análisis de uniones de chapa de testa extendida (Faella y otros, 2000)



**Figura 5.4:** Modelo *T-stub*

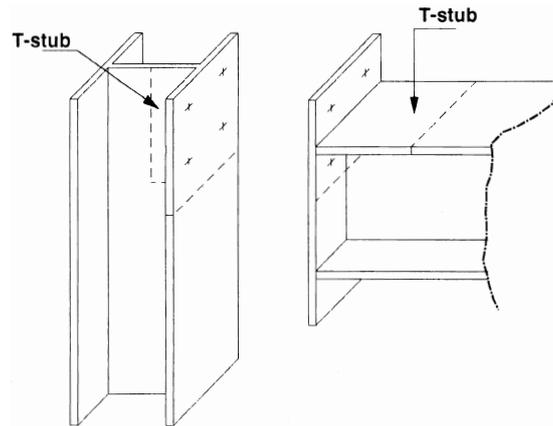
## 5.2. T-stub equivalente

El *T-stub* equivalente es un modelo simplificado para el cálculo de la rigidez y resistencia de uniones atornilladas. Consiste en dos elementos en T unidos entre sí mediante tornillos en las alas, como se muestra en la Figura 5.4. Permite analizar los componentes principales de las uniones atornilladas. En el caso de la unión estudiada se aplica a los siguientes componentes:

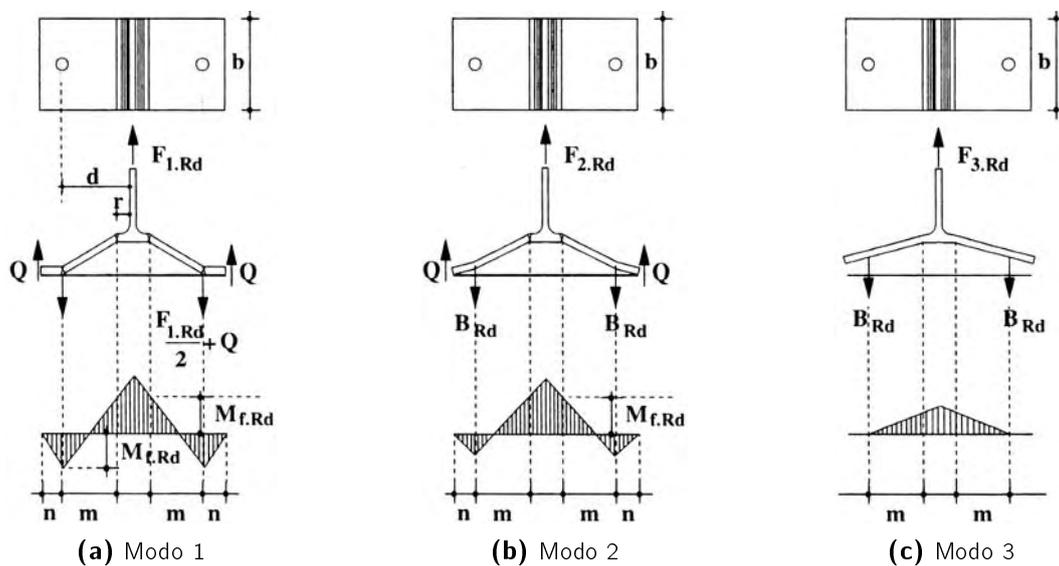
- ala del pilar a flexión (Sección 5.6),
- chapa de testa a flexión (Sección 5.7).

La identificación y orientación de los *T-stub* modelados para la unión de chapa de testa extendida se indica en la Figura 5.5.

Este modelo fue propuesto inicialmente por Yee y Melchers (1986), en un artículo en el que proponían un método para obtener la curva momento-rotación de uniones



**Figura 5.5:** Orientación de los *T-stub* modelados para una unión de chapa de testa extendida (Yee y Melchers, 1986)



**Figura 5.6:** Modos de rotura de *T-stubs* atornillados (Faella y otros, 2000)

con chapa de testa extendida (ver la Sección 3.2 para más detalles). Su trabajo ya contenía los principios básicos de los métodos hoy empleados (CEN, 2005b, apartado 6.2.4).

### 5.2.1. Resistencia

#### Modos de rotura

Dado un *T-stub* en el que se conectan las alas por medio de una única fila de tornillos, se consideran tres mecanismos distintos de colapso (Faella y otros, 2000), mostrados en la Figura 5.6.

**Mecanismo de tipo 1.** Se caracteriza por la formación de cuatro rótulas plásticas en las alas (Figura 5.6(a)). Dos, debidas a la flexión ocasionada por los tornillos, se sitúan a la altura de sus ejes. Las otras dos restantes se localizan en la unión entre ala y alma del perfil, a la distancia  $m$  que el Eurocódigo define como

$$m = d - 0,8r, \quad (5.1)$$

donde  $d$  es la distancia del eje del tornillo a la cara del alma y  $r$  el radio de acuerdo entre ala y alma del perfil. Puede definirse la resistencia de este mecanismo de rotura como:

$$F_{T,1.Rd} = \frac{4M_{f.Rd}}{m}. \quad (5.2)$$

En este caso se puede producir un incremento adicional significativo de la resistencia al considerar la influencia del tornillo. Su acción no se concentra en el eje del mismo, sino que se extiende por toda el área bajo la cabeza o la tuerca. Así, se considera también una fórmula alternativa a la (5.2), en la que se supone que la acción del tornillo se distribuye uniformemente bajo su cabeza. La expresión resultante para la resistencia en este supuesto es

$$F_{T,1.Rd} = \frac{(8n - 2e_w)M_{f.Rd}}{2mn - e_w(m + n)}, \quad (5.2')$$

donde  $n = e_{min}$ , siempre que  $n \leq 1,25m$ , y  $e_w = d_w/4$ .

**Mecanismo de rotura de tipo 2.** Se caracteriza por la formación de dos rótulas plásticas en las alas, en la zona correspondiente a la unión ala-alma, y la fractura de los tornillos (Figura 5.6(b)). Aumentan las fuerzas de palanca ( $Q$ ), por lo que se produce la rotura de los tornillos antes que la rótula en la zona correspondiente al eje del tornillo (como ocurría en el mecanismo de tipo 1).

La condición de plastificación del ala indica

$$B_{Rd}m - Q(n + m) = M_{f.Rd}. \quad (5.3)$$

Se obtiene por equilibrio la resistencia  $F_{T,2.Rd}$ :

$$F_{T,2.Rd} = 2(B_{Rd} - Q), \quad (5.4a)$$

y sustituyendo el valor de  $Q$  de la ecuación (5.3),

$$F_{T,2.Rd} = \frac{2M_{f.Rd} + 2 \sum F_{t.Rd}}{m + n}, \quad (5.4b)$$

donde  $n$  representa la distancia entre el eje del tornillo y la localización de la fuerza de palanca.

Las fórmulas anteriores, indicadas para los modos de rotura 1 y 2, son aplicables cuando se producen fuerzas de palanca<sup>1</sup>. Si  $L_b \leq L_b^*$ , siendo

$$L_b^* = \frac{8,8m^3 A_s}{\sum \ell_{eff,1} t_f^3} \quad (5.5)$$

<sup>1</sup>El Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.2, nota 1) indica que en uniones atornilladas viga-pilar y uniones de vigas, ha de suponerse que siempre van a existir fuerzas de palanca.

y  $L_b$  la longitud de elongación del tornillos, se producen dichas fuerzas. Se han de emplear entonces las fórmulas anteriores.

Caso de no haber fuerzas de palanca  $Q$  ( $L_b > L_b^*$ ), la resistencia es la misma para ambos modos de rotura, y viene expresada como

$$F_{T,1-2.Rd} = \frac{2M_{f.Rd}}{m}. \quad (5.6)$$

**Mecanismo de rotura de tipo 3.** Este último mecanismo de colapso corresponde únicamente a la fractura de los tornillos. Su resistencia es

$$F_{T,3.Rd} = 2B_{Rd}. \quad (5.7)$$

**Resistencia del T-stub .** La resistencia del *T-stub* será la mínima entre las correspondientes a cada uno de los mecanismos de colapso:

$$F_{T.Rd} = \text{mín} \{F_{T,1.Rd}, F_{T,2.Rd}, F_{T,3.Rd}\}. \quad (5.8)$$

Faella y otros (2000) proponen adoptar el parámetro  $\beta_{Rd}$  para identificar de modo sencillo el modo de rotura del *T-stub* :

$$\beta_{Rd} = \frac{4M_{f.Rd}}{2B_{Rd}m} \quad (5.9)$$

donde  $M_{f.Rd}$  es la resistencia de diseño a flexión de las alas,  $B_{Rd}$  es la resistencia axial del tornillo y  $m$  es la distancia entre el eje del tornillo y la sección correspondiente al acuerdo entre ala y alma en la que se espera la rótula plástica (5.1).

Este parámetro relaciona la resistencia del ala y el tornillo y por tanto con el modo resultante de rotura. Junto con el parámetro geométrico  $\lambda = n/m$ , puede definirse:

- mecanismo de tipo 1, cuando  $\beta_{Rd} \leq \frac{2\lambda}{1+2\lambda}$ ;
- mecanismo de tipo 2,  $\frac{2\lambda}{1+2\lambda} < \beta_{Rd} \leq 2$ ;
- mecanismo de tipo 3,  $\beta_{Rd} > 2$ .

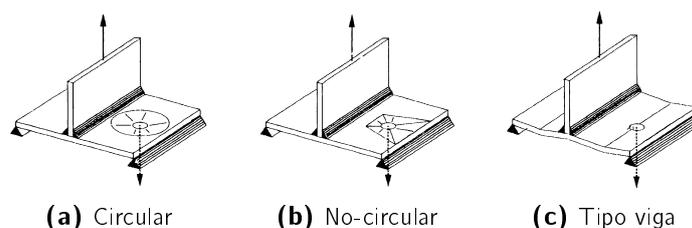
Como la resistencia de la chapa es proporcional a su grosor, el primer mecanismo de colapso es propio de chapas finas, mientras el tercero lo es de chapas gruesas. El segundo y tercer mecanismos, al llevar aparejada la rotura de los tornillos, son mecanismos con menor ductilidad que el primero.

Para obtener la resistencia del *T-stub* se requiere también de la correcta definición de la resistencia a flexión de las alas, dada por

$$M_{f.Rd} = \frac{b_{eff}t_f^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}, \quad (5.10)$$

donde  $b_{eff}$  es el ancho efectivo,  $t_f$  es el espesor del ala,  $f_y$  es la tensión de plastificación y  $\gamma_{M0}$  es el coeficiente parcial de seguridad.

El ancho efectivo,  $b_{eff}$ , es el parámetro más significativo de la expresión (5.10). Se computa estableciendo una equivalencia entre el modelo *T-stub* y el colapso real de la



**Figura 5.7:** Mecanismos de líneas de rotura con una fila de tornillos (Faella y otros, 2000)

chapa. La expresión de esta anchura es uno de los campos en los que se ha invertido mayor esfuerzo investigador.

Para definirlo, se suelen considerar tres diferentes mecanismos de rotura (Faella y otros, 2000):

- patrón circular (Figura 5.7(a)),
- patrón no-circular (Figura 5.7(b)),
- patrón de viga (Figura 5.7(c)).

De acuerdo con el teorema del colapso plástico, el ancho efectivo es tal que la carga de colapso sea la mínima. Consiguientemente se toma el menor de todos los posibles.

El Eurocódigo, para los diferentes componentes, toma inicialmente tanto para los modos 1 y 2 la longitud correspondiente a patrones no circulares. Sólo para el modo 1 se requiere la comprobación también del patrón circular.

Las fórmulas de resistencia adoptadas en el Eurocódigo para los modos 1 y 2 de rotura no tienen en cuenta la interacción momento-cortante. Faella y otros (2000, p. 139 y sgtes.) demuestran cómo la disminución de la resistencia debida a dicha interacción es mínima, por lo que resulta despreciable. Sólo en casos en los que la relación geométrica  $m/t_f \leq 2,5$ , la influencia de tal interacción es superior al 10%. Resulta adecuada la simplificación realizada en la formulación presentada por el Eurocódigo, en la que se desestima.

### 5.2.2. Rigidez

Las principales fuentes de deformación de las uniones atornilladas se modelan en función de este modelo. Por ello, el problema de la rigidez axial de uniones en T (Faella y otros, 2000, apartado 4.3) es de vital importancia. Desafortunadamente este problema no puede ser resuelto de un modo riguroso desde el punto de vista teórico.

La respuesta elástica de uniones en T atornilladas fue analizada inicialmente por Yee y Melchers (1986). En su trabajo, modelaban el elemento T como una viga continua sobre cuatro soportes (Figura 5.8). Los soportes externos correspondían a la localización de las fuerzas de palanca mientras los internos se localizaban en los ejes de los tornillos. Este esquema se cargaba con una fuerza concentrada aplicada en el centro del vano central, correspondiente a la aplicada por el alma en la unión real. Una aproximación similar fue empleada por Jaspart (1991), con una ligera variación en la situación de los esfuerzos de palanca.

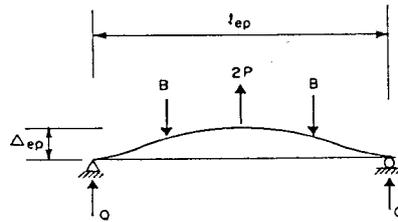


Figura 5.8: Modelo de rigidez del *T-stub* de Yee y Melchers (1986)

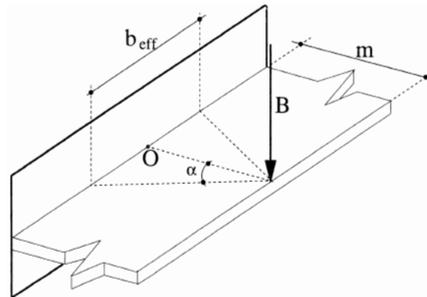


Figura 5.9: Modelo de rigidez del *T-stub* de Faella y otros (2000)

Los resultados de ambos trabajos eran expresiones bastante largas, de difícil aplicación práctica. Jaspart, Steenhuis y Weinand (1995) propusieron una aproximación simplificada en la que se omitía el criterio de compatibilidad entre la deformación de las alas de la unión en T y la deformación axial de los tornillos. Además, se simplificó también la anchura efectiva al deducirla a partir de la aplicada para computar la resistencia. La anchura efectiva se basa en una equivalencia plástica entre el comportamiento real de la unión en T y el modelo de viga. Éste es el modelo propuesto por el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11), con la expresión

$$k_{cfb} = 0,9E \frac{b_{eff} t_{fc}^3}{m^3}. \quad (5.11)$$

Los comportamientos elástico y plástico se corresponden con dos fenómenos distintos. El empleo de un ancho efectivo diferente para la rigidez es coherente con esta realidad. La rigidez axial de la unión en T debe relacionarse exclusivamente con el comportamiento en el rango elástico. En cambio, las anchuras efectivas para los cálculos de resistencia deben tener en cuenta la redistribución plástica y, en particular, el desarrollo de un mecanismo de líneas de rotura.

Faella y otros (2000) proponen una resolución distinta del problema. Omiten también los criterios de compatibilidad, pero obtienen la anchura efectiva de la unión en T considerando la equivalencia en el rango elástico entre el comportamiento real y el modelo de viga. Su modelo emplea un ancho efectivo  $b'_{eff}$  para los cálculos de rigidez distinto al empleado en los de resistencia,  $b_{eff}$ .

El modelo mecánico empleado también es distinto. Analizan una placa indefinida, empotrada en un extremo y cargada por una fuerza concentrada  $B$ , que simula la

acción del tornillo, aplicada en el borde libre (Figura 5.9). Obtienen como resultado la siguiente condición geométrica

$$\frac{b'_{eff}}{m} = 2m \tan \alpha \approx 2,21 \quad \alpha \approx 48^\circ \quad (5.12)$$

Este resultado justifica la adopción de una dispersión de 45° de la acción concentrada del tornillo. Proponen tomar el ancho efectivo para los cálculos de rigidez como

$$b'_{eff} = 2m + d_h \leq b, \quad (5.13)$$

donde  $b$  es el ancho real del elemento.

La rigidez axial del elemento se obtiene del modelo de viga equivalente. El desplazamiento en el extremo del voladizo equivalente viene expresado como (Faella, Piluso y Rizzano, 1996, en Faella y otros (2000))

$$\delta = \frac{Bm^3}{3E \frac{b'_{eff} t_f^3}{12}} = \frac{4Bm^3}{Eb'_{eff} t_f^3} \quad (5.14)$$

Así, omitiendo la influencia de los esfuerzos de palanca ( $B \approx F/2$ ), la rigidez axial  $K$  del elemento T puede definirse como

$$k = \frac{F}{\delta} = 0,5E \frac{b'_{eff} t_f^3}{m^3} \quad (5.15)$$

## 5.3. Alma del pilar a cortante

### 5.3.1. Resistencia

La resistencia del componente correspondiente al alma a cortante, incluyendo la influencia de la distribución de los esfuerzos internos, es

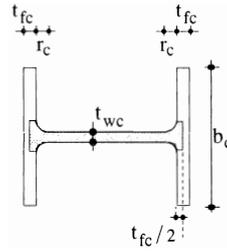
$$F_{cws.Rd} = \frac{M_{bi}}{h_t} = \frac{V_{cws.Rd}}{\beta_i} \quad (5.16)$$

La resistencia del alma del pilar a cortante  $V_{cws.Rd}$  viene dada por (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.1(2)):

$$V_{cws.Rd} = \frac{0,9f_{y,wc}A_{vc}}{\sqrt{3}\gamma_{M0}} \quad (5.17a)$$

Ésta es la resistencia del componente, que es reducida por el factor  $\beta$  para su aplicación práctica

$$F_{cws.Rd} = \frac{V_{cws.Rd}}{\beta} \quad (5.17b)$$



**Figura 5.10:** Área a cortante definida por el Eurocódigo para perfiles laminados (Faella y otros, 2000)

El factor  $\beta$  se añade en el Eurocódigo para incluir de modo sencillo los esfuerzos internos en el alma, dado el modelo estructural propuesto. Este parámetro de interacción  $\beta$  fue explicado en la Sección 3.3.3. En apartados posteriores (Sección 6.6) se aportarán más datos sobre su influencia en el modelo de la unión.

Para secciones soldadas, el área a cortante  $A_{vc}$  se corresponde con la del alma. En perfiles laminados, el área a cortante se define mediante la expresión (Figura 5.10)

$$A_{vc} = A_c - 2b_{cf}t_{cf} + (t_{cw} + 2r_c)t_{cf}, \quad (5.18)$$

donde  $A_c$  es el área del pilar y  $r_c$  es el radio de acuerdo entre ala y alma.

El Eurocódigo (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.1(1)) limita la validez de la formulación propuesta a una esbeltez límite del alma:

$$d/t_w \leq 69\varepsilon \quad (5.19)$$

siendo  $\varepsilon$  (CEN, 2005b, Cuadro 5.2)

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} \quad (5.20)$$

El factor 0,9 en la fórmula (5.17) minorra la resistencia. De este modo se tiene en cuenta la influencia de la tensión normal  $\sigma$  debida al esfuerzo axial. En el caso de que el pilar no soporte una carga axial significativa se infravalora la resistencia de la zona del panel. El valor codificado en el Eurocódigo es seguro hasta una carga axial del pilar del 45 % de la carga axial máxima del pilar (sin considerar el pandeo<sup>2</sup>), según indican Faella y otros (2000, p. 92).

Faella y otros (2000) proponen incluir de modo explícito la influencia del axial del pilar en la resistencia del alma. Aplicando el criterio de plastificación de Hencky-Von Mises dicha resistencia vendría expresada como:

$$V_{cws.Rd} = \frac{A_{vc}f_{y,cw}}{\sqrt{3}\gamma_{M0}} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma}{f_{y,cw}} \right) \right]^{1/2}. \quad (5.21)$$

<sup>2</sup>Es decir, la carga axial tal que  $\sigma_y = N_s/A$ . Sólo es crítica para pilares muy cortos, en los que el pandeo no resulta importante. Para los pilares habituales en edificación no resulta un factor limitativo.

### 5.3.2. Rigidez

Para la rigidez de este componente, el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) indica como coeficiente de rigidez

$$k_{cws} = \frac{0,38EA_{vc}}{\beta z} \quad (5.22)$$

para una unión sin rigidizar, con viga a uno o ambos lados, y cantos de viga similares.

Para obtener la fórmula (5.22) de la rigidez se parte de la siguiente expresión para la rigidez rotacional del alma a cortante:

$$K_{cws}h_t^2 = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{A_{vc}h_t}{\beta}, \quad (5.23)$$

por lo que la rigidez del muelle correspondiente para el modelo mecánico mostrado en la Figura 5.3 es:

$$k_{cws} = \frac{GA_{vc}}{\beta h_t}. \quad (5.24)$$

Esta expresión se corresponde con la del Eurocódigo (5.22), en la que  $G$  es simplificada en función de  $E$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \approx 0,38E. \quad (5.25)$$

### 5.3.3. Modelo trilineal de Krawinkler, Bertero y Popov

La expresión del Eurocódigo es ligeramente diferente a la propuesta originalmente por Krawinkler y otros (1971); Krawinkler, Bertero y Popov (1973, citado por Faella, Piluso y Rizzano (2000)):

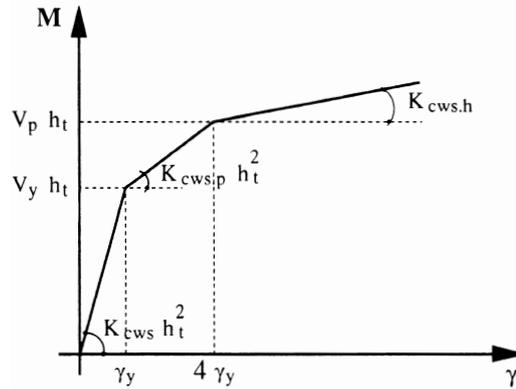
$$k_{cws}h_t^2 = \frac{Gh_c t_{pz} h_b}{\beta} \quad (5.26)$$

Este componente tiene un elevado grado de ductilidad. La zona del panel es capaz de proveer una significativa resistencia post-crítica, atribuible principalmente a la contribución aportada por la flexión de los elementos frontera (alas del pilar y las chapas de continuidad), y el endurecimiento plástico previo a la plastificación completa de las alas del pilar. Krawinkler y otros (1971, 1973) propusieron para la expresión completa de su comportamiento el modelo trilineal de la Figura 5.11.

El momento flector correspondiente a la primera plastificación de la zona del panel viene dado por

$$V_y h_t = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \frac{t_{pz} h_c h_b}{\beta}. \quad (5.27)$$

La deformación a cortante correspondiente a esta primera plastificación es  $\gamma_y = f_y/\sqrt{3}G$ . Por tanto la rigidez rotacional del alma del pilar a cortante,  $K_{cws}h_t^2$ , (donde  $K_{cws}$  es la rigidez axial del muelle correspondiente del modelo mecánico) es la indicada en (5.26).



**Figura 5.11:** Modelo trilineal para el alma del panel a cortante de Krawinkler, Bertero y Popov (1971)

Tras la plastificación, la rigidez de la zona del panel puede atribuirse a la flexión de las alas del pilar, estimada en

$$K_{cws.p} h_t^2 = \frac{24E I_{fc}}{5t_{fc}} \frac{1}{\beta}, \quad (5.28a)$$

donde  $I_{fc}$  es el momento de inercia de las alas del pilar

$$I_{fc} = \frac{b_c t_{fc}^3}{12}. \quad (5.28b)$$

Esta rigidez post-plastificación se mantiene hasta la plastificación de las alas del pilar: ocurre para una deformación a cortante del panel del alma que puede suponerse como prácticamente  $4\gamma_y$ . El momento correspondiente es

$$V_p h_t = V_y h_t + 3K_{cws.p} h_t^2 = V_y h_t \left( 1 + \frac{3\gamma_y K_{cws.p} h_t^2}{V_y h_t} \right). \quad (5.29)$$

Teniendo en cuenta que la deformación  $\gamma_y = f_y / \sqrt{3}G$  y que  $E/G = 2(1 + \nu)$ , e introduciendo las ecuaciones (5.27) y (5.28b), resulta

$$V_p h_t = V_y h_t \left( 1 + 3,12 \frac{b_c t_{fc}^2}{h_c h_b t_{pz}} \right) \quad (5.29')$$

Tras esta segunda plastificación, todavía permanece una reserva plástica en el pilar debida al endurecimiento de la zona del panel. Su rigidez rotacional residual puede expresarse como

$$K_{cws.h} h_t^2 = \frac{E_h}{E} K_{cws} h_t^2, \quad (5.30)$$

donde  $E_h$  es el módulo de endurecimiento del material.

La fórmula (5.29') es la adoptada, con mínimas variaciones en los códigos americanos (LRFD, 1994) como la resistencia plástica del panel sujeto a cortante. La propuesta en el Eurocódigo (5.17), en cambio, es la correspondiente a (5.27), la primera plastificación del componente. La formulación del Eurocódigo no incluye la resistencia adicional proporcionada por su ductilidad, aunque sí indica que las uniones cuya resistencia es caracterizada por este componente disponen de suficiente ductilidad.

## 5.4. Alma del pilar a compresión

### 5.4.1. Resistencia

El Eurocódigo (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.2) determina la resistencia del alma del pilar sin rigidizar a compresión transversal como

$$F_{cwc.Rd} = \frac{\omega k'_{wc} b_{eff,cwc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}}, \quad (5.31a)$$

siempre que

$$F_{cwc.Rd} \leq \rho \frac{\omega k'_{wc} b_{eff,cwc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}}. \quad (5.31b)$$

La ecuación (5.31a) se corresponde a la resistencia del alma del pilar a aplastamiento, mientras la ecuación (5.31b) incluye el pandeo.

El coeficiente  $\omega$  es un factor de reducción que considera los posibles efectos de interacción con el cortante en el panel del alma del pilar. Se recogen los valores en el Cuadro 6.3 del Eurocódigo (CEN, 2005b), extraídos del trabajo de Jaspart y otros (1995). Este factor  $\omega$  depende del factor  $\beta$  y del ancho efectivo  $b_{eff,cwc}$ .

Faella y otros (2000, p. 98, ec. 3.35) argumentan que las fórmulas del Eurocódigo se obtienen de modos no teóricos. Proponen una fórmula distinta para este coeficiente:

$$\omega = \frac{1}{\left[1 + 3\beta^2 \xi^2 \left(\frac{b_{eff,cwc} t_{wc}}{A_{vc}}\right)^2\right]^{1/2}}. \quad (5.32)$$

Para el parámetro  $\xi$  sugieren el valor  $\xi = 0,8$ , según estudios de Tsai y Popov (1988).

La longitud efectiva del alma del pilar a compresión,  $b_{eff,cwc}$ , se define para una unión atornillada de secciones de pilar laminado como:

$$b_{eff,cwc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_{ep} + 5(t_{fc} + r_c) + s_p \quad (5.33)$$

Esta formulación resulta adecuada para secciones del tipo HEA y HEB, pero no para las secciones del tipo HEM. Para estas últimas sobrestima su resistencia (Faella y otros, 2000, p.103).

El factor  $s_p$  es la longitud obtenida suponiendo una dispersión del esfuerzo de 45° a través de la chapa de testa. Su valor mínimo posible es  $t_{ep}$ . Si la longitud inferior de la chapa de testa permite suponerlo, alcanza un valor máximo de  $2t_{ep}$ . Puede aplicarse para su estimación

$$s_p = t_{ep} + h_{ep} - L_{ep} - h_b - \sqrt{2}a_{ep}. \quad (5.34)$$

$\rho$  es el factor de reducción por el pandeo de la chapa. Se define tal que:

$$\rho = \begin{cases} 1,0 & \text{si } \bar{\lambda}_p \leq 0,72 \\ \frac{\bar{\lambda}_p - 0,2}{\bar{\lambda}_p} & \text{si } \bar{\lambda}_p > 0,72 \end{cases} \quad (5.35)$$

siendo  $\bar{\lambda}_p$  la esbeltez de la chapa:

$$\bar{\lambda}_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{Et_{wc}^2}}, \quad (5.36)$$

donde  $d_{wc}$  es la altura libre del alma del perfil, para un pilar I o H laminado:

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c). \quad (5.37)$$

Esta formulación se deriva de la fórmula clásica de Winter (Faella y otros, 2000, p. 101):

$$F'_{cwc.Rd} = F_{cwc.Rd} \left[ \frac{1}{\bar{\lambda}} \left( 1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}} \right) \right] \leq F_{cwc.Rd} \quad (5.38a)$$

$$\bar{\lambda} = \left( \frac{b_{cwc.Rd} t_{wc} f_{y,cw}}{F_{cr}} \right)^{1/2} \quad (5.38b)$$

$$F_{cr} = \frac{\pi E t_{wc}^3}{3(1 - \nu^2) d_{wc}} \quad (5.38c)$$

La expresión de la esbeltez (5.36) empleada en el Eurocódigo la desarrolla y simplifica, tomando 0,2 en lugar de 0,22 en (5.38a).

El factor de reducción  $k'_{wc}$  (CEN, 2005b, sección 6.2.6.2(2), p. 71) tiene en cuenta la tensión longitudinal máxima de compresión  $\sigma_{com,Ed}$  debida al esfuerzo axial y al momento flector en el pilar. Si esta tensión supera el  $0,7f_{y,wc}$  minora el valor de  $F_{cwc.Rd}$  (5.31b):

$$k'_{wc} = \begin{cases} 1 & \text{cuando } \sigma_{com,Ed} \leq 0,7f_{y,wc} \\ 1,7 - \frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,wc}} & \text{cuando } \sigma_{com,Ed} > 0,7f_{y,wc} \end{cases} \quad (5.39)$$

Generalmente, este factor  $k'_{wc}$  es 1,0 y no se requiere ninguna reducción. Puede omitirse en los cálculos preliminares, cuando la tensión longitudinal es desconocida, y ser comprobado después (CEN, 2005b, p. 71, apartado 6.2.6.2(2)). Su obtención implica un proceso iterativo.

El valor en el Eurocódigo de este parámetro está limitado a la unidad. No incluye posibles efectos beneficiosos del estado de tensiones biaxial en el panel del alma a compresión. Por ello, Faella y otros (2000, p. 98, ec. 3.38) proponen adoptar la siguiente formulación alternativa:

$$k'_{wc} = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_v}{f_{y,cw}} \right)^2 + \left( \frac{\omega \sigma_v}{2f_{y,cw}} \right)^2 \right] + \frac{\omega \sigma_v}{2f_{y,cw}}. \quad (5.40)$$

#### 5.4.2. Rigidez

La rigidez del alma de un pilar sin rigidizar viene definida en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) como

$$k_{cwc} = 0,7E \frac{b_{eff,cw} t_{wc}}{d_{wc}}, \quad (5.41)$$

donde  $b_{eff,cwc}$  es la anchura efectiva definida en el Eurocódigo (CEN, 2005b, apartado 2.2 (28)), mostrada en (5.33), reducida en un factor de 0,7.

Diversos autores (Faella y otros, 2000; Tschemmernegg y Humer, 1988a,b) encuentran más razonable, en lugar de reducir el ancho efectivo plástico tomado para la resistencia, calcular un valor distinto para el cálculo de la rigidez elástica. Para ello, parten de la dispersión a 45° de la acción transmitida por el ala comprimida:

$$b'_{eff,cwc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 2(t_{fc} + r_c). \quad (5.42)$$

## 5.5. Alma del pilar a tracción transversal

### 5.5.1. Resistencia

La resistencia de diseño del alma del pilar sin rigidizar sometida a tracción transversal se expresa (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.3) como

$$F_{cwt.Rd} = \frac{\omega b_{eff,cwt} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}}. \quad (5.43)$$

Como se muestra en la Figura 5.5, el ala del pilar a flexión y el alma del pilar a tracción se modelan con el mismo T-stub. Consecuentemente, el ancho efectivo  $b_{eff,t,wc}$  se corresponde con la longitud efectiva del *T-stub* que representa el ala del pilar (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.4), por lo que se remite a la sección 5.6.1.

El factor  $\omega$  incluye los efectos de interacción con el cortante. Se determina, al igual que en el caso del alma a compresión (ver sección 5.4.1) con el Cuadro 6.3 (CEN, 2005b, p. 70), y la longitud efectiva correspondiente,  $b_{eff,twc}$ .

La formulación propuesta por el Eurocódigo (5.43) no incluye la influencia de la tensión axial, como sí hace en el caso del alma del pilar a compresión (5.31) con el factor  $k_{wc}$ . La fórmula (5.43) debería modificarse para añadir dicha interacción (Faella y otros, 2000, p. 105):

$$F_{cwt.Rd} = \frac{b_{eff,cwt} t_{wc} \omega k'_{cwt}}{\gamma_{M0}}, \quad (5.43')$$

definiéndose  $k'_{cwt}$  como

$$k'_{cwt} = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_v}{f_{y,cw}} \right)^2 + \left( \frac{\omega \sigma_v}{2f_{y,cw}} \right)^2 \right] - \frac{\omega \sigma_v}{2f_{y,cw}} \quad (5.44)$$

Esta última es muy semejante a la propuesta también por Faella y otros (2000) para el alma del pilar a compresión (5.40). Ambas formulaciones atienden al criterio de plasticidad de Hencky-Von Mises.

### 5.5.2. Rigidez

El Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) indica la rigidez del alma a tracción de una unión sin rigidizar con una única fila de tornillos a tracción como

$$k_{cwt} = 0,7E \frac{b_{eff,cwt} t_{wc}}{d_{wc}}, \quad (5.45)$$

donde  $b_{eff,cwt}$  es la menor de las longitudes plásticas obtenidas para la resistencia (ver Sección 5.5.1), minorada por 0,7.

Ha de hacerse la misma crítica realizada al ancho efectivo en el caso del alma del pilar sometido a compresión transversal (ver Sección 5.4.2): en lugar de reducir el ancho efectivo por un factor constante, resulta más razonable adoptar un modelo distinto para estimarlo.

Faella y otros (1996), basándose en un extenso programa experimental, sugieren que sea evaluada considerando una viga en voladizo equivalente y tomando una dispersión a 45° de la acción concentrada de los tornillos (ver para más detalles la Sección 5.2.2). Esta misma suposición va a ser propuesta por Faella y otros (2000) para estimar la rigidez del resto de componentes basados en el *T-stub* (ala del pilar a flexión y a la chapa de testa a flexión).

## 5.6. Ala del pilar a flexión transversal

### 5.6.1. Resistencia

El modelado de este componente se basa en un *T-stub* equivalente (ver Sección 5.2). La resistencia de diseño y el modo de rotura del ala del pilar sin rigidizar a flexión transversal en conjunción con los tornillos a tracción asociados (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.4), es el correspondiente al ala del *T-stub* equivalente (ver la Sección 5.2). Cada fila de tornillos ha de considerarse individualmente y configurando un grupo con los superiores a ella. El ancho efectivo a tomar viene dado por el Eurocódigo en su Cuadro 6.4 (CEN, 2005b).

### 5.6.2. Rigidez

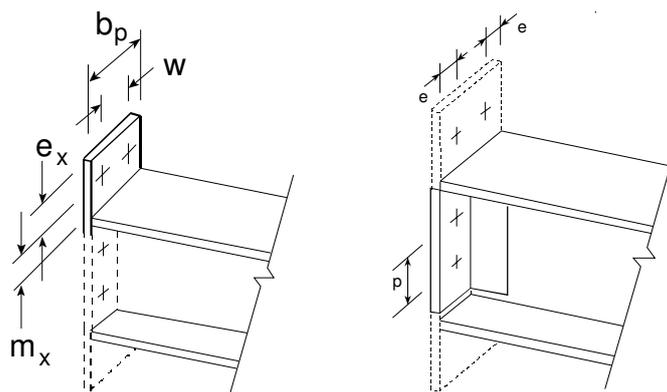
El Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) propone tomar para la rigidez del componente:

$$k_{cfb} = 0,9E \frac{\ell_{eff} t_{fc}^3}{m^3} \quad (5.46)$$

donde  $\ell_{eff}$  es la longitud efectiva antes obtenida para la resistencia (ver apartado 5.6.1).

Como ya se explicó en la Sección 5.2.2, y se ha matizado en las Secciones 5.4.2 y 5.5.2, adoptar una longitud basada en consideraciones plásticas para el comportamiento elástico no resulta adecuado.

Por ello, Faella y otros (2000, p. 195) proponen adoptar para la rigidez el modelo explicado en la Sección 5.3.2 (Figura 5.9). Para aplicar esta longitud efectiva, puesto que se parte también de un modelo mecánico distinto, debe aplicarse la fórmula dada en (5.15), en lugar de (5.46).



**Figura 5.12:** Los dos *T-stub* adoptados para el modelado de la chapa de testa extendida a flexión (CEN, 2005b)

## 5.7. Chapa de testa a flexión

### 5.7.1. Resistencia

Este componente, al igual que el ala del pilar a flexión (ver Sección 5.6.1), también se modela por medio de un *T-stub* equivalente, según lo relatado en la Sección 5.2 (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.5).

Las filas de tornillos a un lado de un rigidizador o similar, deben tratarse como pertenecientes a grupos de tornillos independientes. Se han de modelar con diferentes *T-stub* equivalentes. En el caso de las uniones de chapa de testa extendida, la chapa de testa se debe modelar por medio de dos *T-stub* : para la extensión de la chapa y para el grupo de tornillos interior (Figura 5.12). Ambas zonas pueden tener diferentes modos de rotura.

### 5.7.2. Rigidez

La rigidez de este componente se basa también en el modelo de *T-stub* equivalente. Se remite por ello a la Sección 5.6.2, pues las formulaciones y consideraciones a realizar son análogas.

## 5.8. Alma de la viga a tracción

En el modelo de componentes se supone que la deformación de este componente está incluida en la deformación de la viga por flexión. Por ello no contribuye a la flexibilidad de la unión, aunque sí limita su resistencia.

### 5.8.1. Resistencia

En una unión de chapa de testa atornillada, la resistencia de diseño a tracción se obtiene como (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.8)

$$F_{bwt.Rd} = \frac{b_{eff.bwt} t_{bw} f_{y,bw}}{\gamma_{M0}} \quad (5.47)$$

La anchura efectiva  $b_{eff.bwt}$  se debe tomar igual al ancho efectivo tomado para el *T-stub* equivalente que representa la chapa de testa a flexión (ver 5.7.1), sea como grupo o individualmente.

## 5.9. Ala y alma de la viga a compresión

Como en el caso del componente anterior, su deformabilidad se considera incluida en la deformación a flexión de la viga. Constituye por tanto una limitación a la resistencia del conjunto unión-viga, de tal forma que no puede superar a la de la viga.

### 5.9.1. Resistencia

La resistencia conjunta de diseño a compresión del ala y el alma de la viga se da mediante la siguiente expresión (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.7)

$$F_{bfc.Rd} = \frac{M_{b.Rd}}{h_b - t_{fb}}, \quad (5.48)$$

donde  $M_{b.Rd}$  es el momento resistente de diseño de la sección transversal de la viga. Éste viene expresado por (CEN, 2005a, apartado 6.2.5)

$$M_{b.Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (5.49)$$

para perfiles de clase 1 ó 2, los habitualmente empleados en este tipo de unión.

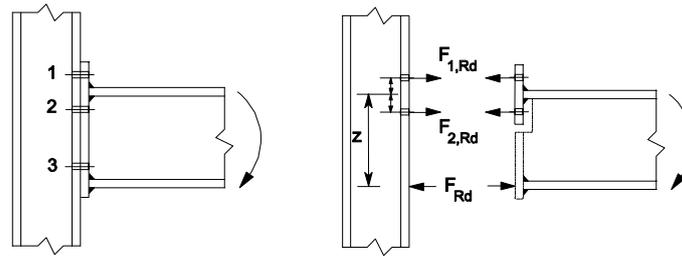
Normalmente, el momento siempre va a estar acompañado de cortante. El Eurocódigo no requiere tener en cuenta su efecto si su valor es inferior a la mitad de la resistencia plástica a cortante<sup>3</sup>(CEN, 2005a, apartado 6.2.8(2)), que se define como(CEN, 2005a, 6.2.6(2))

$$V_{pl.Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (5.50)$$

Caso de superar el cortante dicho valor, el Eurocódigo (CEN, 2005a, apartado 6.2.8(3)) propone calcular el momento resistente mediante la fórmula (5.49), utilizando una resistencia minorada, tal que

$$M_{b.Rd} = \frac{W_{b.pl} (1 - \rho) f_y}{\gamma_{M0}}. \quad (5.51)$$

<sup>3</sup>Puede omitirse dicha influencia en la resistencia, excepto en aquellos casos en los que el pandeo debido a cortante reduzca la resistencia de la sección(CEN, 2005a, apartado 6.2.8(2)).



**Figura 5.13:** Simplificación para el ensamble de la resistencia de una unión con chapa de testa extendida (CEN, 2005b)

Se define  $\rho$  como

$$\rho = \left( \frac{2V_{Ed}}{V_{pl.Rd}} - 1 \right)^2, \quad (5.52a)$$

y  $V_{pl.Rd}$  como

$$V_{pl.Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}. \quad (5.52b)$$

## 5.10. Tornillos a tracción

El modelo de *T-stub* (ver 5.2) incluye implícitamente la resistencia de los tornillos en cada uno de los modos de rotura. Por tanto, no ha de considerarse su resistencia de modo independiente al *T-stub* al que pertenecen (en este caso, al formado por la chapa de testa a flexión y el ala del pilar a flexión).

### 5.10.1. Rigidez

En el caso de la rigidez, el modelo propuesto de *T-stub* no incluye la deformación de los tornillos: sólo modela la deformación de las alas de los perfiles (ver 5.2.2). Debe por tanto incluirse la rigidez de los tornillos de modo explícito en el modelo de rigidez.

La rigidez indicada por el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) para una fila de dos tornillos a tracción es

$$k_{bt} = E \frac{1,6A_s}{L_b}. \quad (5.53)$$

$L_b$  es la longitud de alargamiento del tornillo, tomada como

$$L_b = t_{fu} + t_{fl} + 2t_{wh} + \frac{t_h + t_n}{2}. \quad (5.54)$$

donde  $t_{wh}$ ,  $t_h$  y  $t_n$  son los espesores de las arandelas, la cabeza del tornillo y la tuerca, respectivamente. Además,  $t_{fu}$  y  $t_{fi}$  son los espesores del ala del elemento superior e inferior, respectivamente.

El coeficiente de 1,6 minora la resistencia de los tornillos. Tiene en cuenta la influencia de los esfuerzos de palanca, que producen un incremento en los esfuerzos axiales en los tornillos (Faella y otros, 2000, p. 162). En el caso del mecanismo de rotura tipo 3, dicho coeficiente debe ser sustituido por un coeficiente igual a 2, pues no se producen esfuerzos de palanca.

## 5.11. Ensamblaje de los componentes

El método general de ensamblaje presentado en la Sección 3.2 sigue siendo válido para este tipo de uniones. Para el caso particular de uniones de chapa testa extendida, el Eurocódigo permite además realizar una serie de simplificaciones, que se comentan en los apartados siguientes.

### 5.11.1. Resistencia

Puede aproximarse el cálculo de la resistencia de una unión de chapa de testa extendida mediante la propuesta de la Figura 5.13 (CEN, 2005b, p. 84).

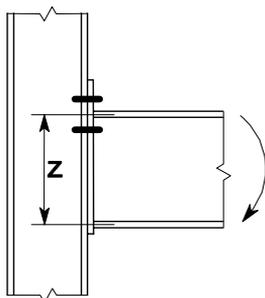
La zona de tracción de la unión se simplifica a un único componente básico. Si ambas filas a tracción equidistan del ala de la viga (suposición bastante común en el diseño de estas uniones), la parte correspondiente de la chapa de testa puede ser tratada como un único *T-stub* equivalente. Con él, se puede determinar el esfuerzo en la primera fila de tornillos,  $F_{1,Rd}$ . Al suponer para el comportamiento de la segunda fila el mismo *T-stub*, su valor,  $F_{2,Rd}$ , va a ser igual a  $F_{1,Rd}$ . Esta simplificación conlleva que la resistencia de la zona de tracción puede obtenerse como  $2F_{1,Rd}$ .

También puede simplificarse la posición del centro de compresión. Se toma para ello la del eje del ala de compresión de la viga (CEN, 2005b, figura 6.15, p. 83).

Este método es una aproximación conservadora de la resistencia. En la Figura 5.5, se mostraba cómo se modelaba la unión mediante dos *T-stub* distintos para el ala del pilar y la chapa de testa. Incluso la misma chapa de testa extendida se modela adicionalmente como otros dos *T-stub* (Figura 5.12). Al suponer un único *T-stub* se omite la mayor resistencia que aportan el ala y alma de la viga, que actúan como rigidizadores (y que son el motivo de que en la aplicación estricta del método se modele toda la zona por medio de tres *T-stub* distintos).

### 5.11.2. Ensamblaje de la rigidez

Como ya se explicó en la Sección 3.2.1 para aplicar el método de los componentes en uniones atornilladas con dos o más filas de tornillos a tracción, deben reemplazarse todos los componentes relacionados con estas filas por un único muelle equivalente, de rigidez  $k_{eq}$  (3.17).



**Figura 5.14:** Brazo de palanca de una unión de chapa de testa extendida para la aplicación del método simplificado (CEN, 2005b)

Para el caso de chapas de testa extendidas con dos filas de tornillos a tracción (una en la parte extendida de la chapa de testa y otra inferior al ala superior de la viga), el Eurocódigo propone un método simplificado (CEN, 2005b, apartado 6.3.3.2, p. 98).

Se supone para ello que las rigideces de los componentes de las dos filas de tornillos a tracción van a ser muy similares. Se computan los muelles correspondientes a una única fila, la situada en la parte extendida, duplicando su rigidez. De este modo se incluyen las rigideces de ambas filas.

Se emplea también un brazo de palanca  $z$  simplificado, mostrado en la Figura 5.14. Se corresponde a la distancia del centro de compresión al punto medio entre ambas filas de tornillos.

La fila de tornillos exterior es más flexible, pues el alma de la viga actúa a modo de rigidizador en la interior. Al deducir el comportamiento rotacional de ambas a partir de aquélla, va a resultar una unión más flexible que la real. Se produce, por tanto, una ligera subestimación de la rigidez rotacional.

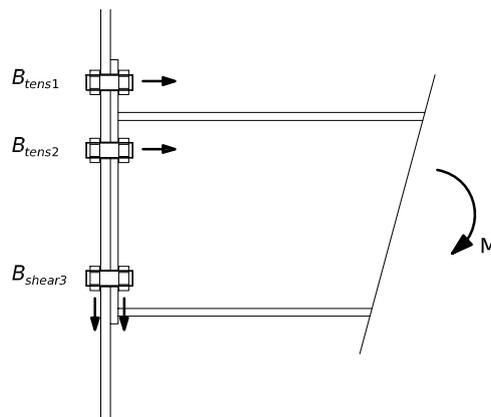
## 5.12. Resistencia a cortante

En uniones atornilladas con chapa de testa, la resistencia de diseño de cada fila de tornillos debe ser verificada para los esfuerzos combinados de tracción y cortante (CEN, 2005b, apartado 6.2.2). Para ello, deben seguirse los criterios adoptados en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 3.4). Ha de tenerse en cuenta la tracción total en el tornillo, incluyendo cualquier esfuerzo debido a las fuerzas de palanca.

Se puede adoptar una simplificación en el comportamiento de la unión. Se distinguen los tornillos que van a trabajar a tracción y el resto, según muestra la Figura 5.15. Las filas de tornillos superiores sólo trabajan a tracción y la inferior provee la resistencia a cortante.

Los tornillos a *tracción* se suponen capaces de proveer toda su resistencia a tracción cuando se demuestra que los esfuerzos cortantes no superan la suma de (CEN, 2005b, apartado 6.2.2(2)):

- la resistencia total de diseño de los tornillos no requeridos para resistir la tracción;



**Figura 5.15:** Tornillos a tracción y tornillos a cortante en una unión de chapa de testa extendida

- 0,4/1,4 veces la resistencia total de diseño a cortante de los tornillos también requeridos para la tracción.

Es decir,

$$V_{Ed} \leq \sum_{b.shear,i} F_{v.Rd,i} + \frac{0,4}{1,4} \sum_{b.tens,j} F_{v.Rd,j} \quad (5.55)$$

### 5.13. Referencias

Bahaari, M.R. y Sherbourne, A.N. (2000). «Behavior of Eight-Bolt Large Capacity Endplate Connections». *Computers and Structures*, **(77)**, pp. 315–325.

Bursi, O.S. y Jaspart, J. P. (1998). «Basic Issues in the Finite Element Simulation of Extended End Plate Connections». *Computers & Structures*, **69**, pp. 361–382.

CEN (2005a). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1993-1-1:2005)*. CEN.

CEN (2005b). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.

Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (1996). «Some proposals to improve EC3-Annex J approach for predicting the moment–rotation curve of extended end plate connections». *Costruzioni Metalliche*, **127(4)**.

Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).

Jaspart, J.P. (1991). *Etude de la Semi-Rigidite des Noeuds Poutre-Colonne et son Influence sur la Resistance et la Stabilité des Ossatures in Acier*. Tesis doctoral, Universidad de Lieja.

- Jaspart, J.P.; Steenhuis, M. y Weinand, K. (1995). «The Stiffness Model of Revised Annex J of Eurocode 3». En: Kounadis (Ed.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, Balkema, Trento (Italia).
- Krawinkler, H.; Bertero, V.V. y Popov, E.P. (1971). «Inelastic Behaviour of Steel Beam-to-Column Subassemblages». *Informe técnico Informe UCB/EERC-71/7*, Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica, Universidad de California, Berkeley (EEUU).
- Krawinkler, H.; Bertero, V.V. y Popov, E.P. (1973). «Further Studies on Seismic Behaviour of Steel Beam-to-Column Subassemblages». *Informe técnico Informe UCB/EERC-73/27*, Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica, Universidad de California, Berkeley (EEUU).
- LRFD (1994). *Manual of Steel Construction - Load and Resistance Factor Design (LRFD)*. volumen I. Structural Members, Specifications, & Codes. American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, Illinois (EEUU), 2 edición.
- Tsai, K.C. y Popov, E.P. (1988). «Steel Beam-Column Joints in Seismic Moment Resisting Frames». *Informe técnico Report UCB/EERC-88/19*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (Estados Unidos).
- Tschemmerneegg, F. y Humer, C. (1988a). «The Design of Structural Steel Frames under Consideration of the Nonlinear Behaviour of Joints». *Journal of Constructional Steel Research*, **11**.
- Tschemmerneegg, F. y Humer, C. (1988b). «A Non-Linear Joint Model for the Design of Structural Steel Frames». *Costruzioni Metalliche*, **1**.
- Yee, Y.L. y Melchers, R.E. (1986). «Moment-Rotation Curves for Bolted Connections». *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **112(3)**, pp. 615–635.



El error está en suponer que puede nuestro albedrío decidir cuáles cosas han de ocupar el primer plano, cuáles el segundo, y así sucesivamente. Nada de eso; las cosas por sí, y previamente a la localización que les damos, pertenecen a uno u otro rango.

*José Ortega y Gasset*

# 6

## Análisis paramétrico de uniones de chapa de testa extendida

<b>6.1</b>	<b>Análisis paramétricos previos</b>	<b>160</b>
6.1.1	Faella, Piluso y Rizzano .....	160
<b>6.2</b>	<b>Descripción de los especímenes</b>	<b>163</b>
<b>6.3</b>	<b>Modos de rotura observados</b>	<b>164</b>
<b>6.4</b>	<b>Influencia del espesor de la chapa de testa</b>	<b>165</b>
<b>6.5</b>	<b>Influencia de parámetros relacionados con los tornillos</b>	<b>168</b>
6.5.1	Diámetro de los tornillos .....	168
6.5.2	Distancia vertical entre filas de tornillos, $p$ .....	169
6.5.3	Distancia horizontal entre tornillos, $w$ .....	170
6.5.4	Distancia vertical del taladro al extremo de la chapa, $e_x$ .....	172
6.5.5	Distancia horizontal del taladro al extremo de la chapa, $e$ .....	172
<b>6.6</b>	<b>Influencia de los esfuerzos internos: el parámetro <math>\beta</math></b>	<b>172</b>
<b>6.7</b>	<b>Resumen y conclusiones</b>	<b>175</b>
<b>6.8</b>	<b>Referencias</b>	<b>176</b>

En el capítulo anterior, *Análisis de uniones de chapa de testa extendida mediante el método de los componentes*, se analizaron las diversas fuentes de deformación y resistencia de la unión de chapa de testa extendida. En éste, mediante un análisis paramétrico, se estudiará la influencia de los diversos parámetros de diseño en el comportamiento rotacional y resistente de este tipo de uniones. En la Sección 6.1 se va a presentar el análisis paramétrico desarrollado por Faella, Piluso y Rizzano (2000).

Al igual que esta referencia, el análisis paramétrico desarrollado tiene como objetivo su aplicación práctica. Busca establecer los factores geométricos con mayor influencia en el comportamiento de la unión. Al observar de modo aislado la influencia de cada uno, puede obtenerse un criterio claro sobre su repercusión en su resistencia y rigidez.

Es un paso previo a la consecución de un modelo simplificado de comportamiento (como el presentado finalmente en el Capítulo 8): saber la influencia cuantitativa y cualitativa de cada uno de estos parámetros, y de este modo conocer de qué herramientas se dispone para diseñar la unión.

## 6.1. Análisis paramétricos previos

### 6.1.1. Faella, Piluso y Rizzano

Faella y otros (2000, apartado 8.2.1) desarrollaron un extenso análisis paramétrico. Con sus resultados desarrollaron un ábaco de diseño para uniones semirrígidas de chapa de testa extendida, como las aquí estudiadas, para el diseño de pórticos arriostrados. El método de diseño de la estructura fue ya reseñado en la Sección 4.1. El ábaco de diseño de la unión (una muestra es la Figura 8.1) será expuesto con más detalle en la Sección 8.1.

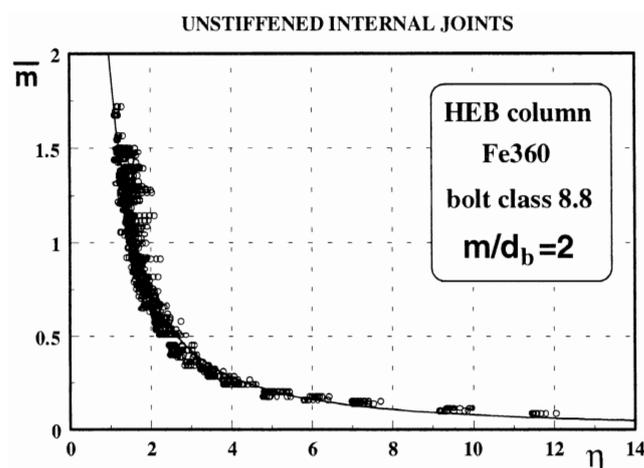
Analizaron, mediante el método de los componentes, más de 28 000 uniones de acero Fe360. Variaron los siguientes parámetros:

- la sección del pilar (todas las secciones del estándar HEA, HEB y HEM);
- la sección de la viga (todas las secciones de la serie IPE);
- la distancia  $m$  entre los tornillos y el alma de la viga —se supuso que la distancia entre tornillos y ala de la viga era la misma—;
- la clase de acero de los tornillos (clases 8.8 y 10.9) —los tornillos se diseñaron para resistir  $1,2M_{pl,b}$ , momento plástico de la viga—;
- el espesor de la chapa de testa.

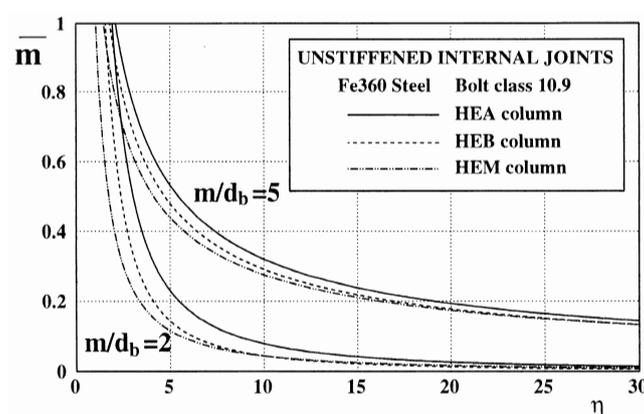
Estudiaron la relación entre la rigidez rotacional y la resistencia a flexión de las uniones. Para ello, y basándose en la longitud equivalente propuesta por Bjorhovde y otros (1990) (ver Sección 2.1.4) establecieron unos parámetros adimensionales para expresar la rigidez en función de la rigidez de la viga,  $\eta$ ; y la resistencia de la unión según la viga,  $\bar{m}$ :

$$\eta = \frac{L_b}{h_b K}, \quad (6.1a)$$

$$\bar{m} = \frac{M_{j,Rd}}{M_{b,Rd}}. \quad (6.1b)$$



**Figura 6.1:** Relación entre rigidez y resistencia para uniones internas de chapa de testa extendida sin rigidizar (Faella y otros, 2000)



**Figura 6.2:** Influencia del perfil del pilar en el comportamiento de la unión de chapa de testa extendida (Faella y otros, 2000)

donde

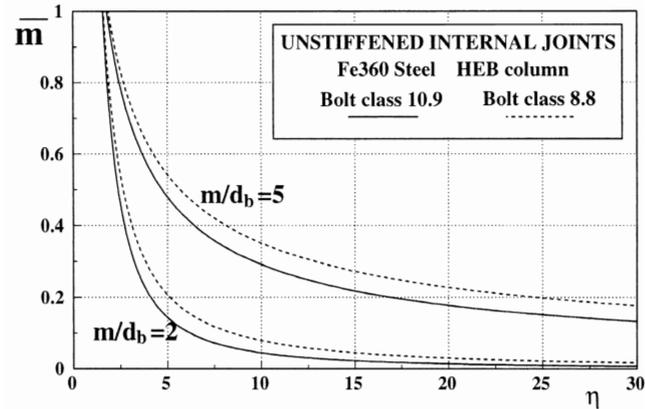
$$\bar{K} = \frac{S_j L_b}{E I_b}. \quad (6.1c)$$

En la Figura 6.1 se muestra una de las gráficas resultantes. Se encontró una relación entre ambas características de la forma

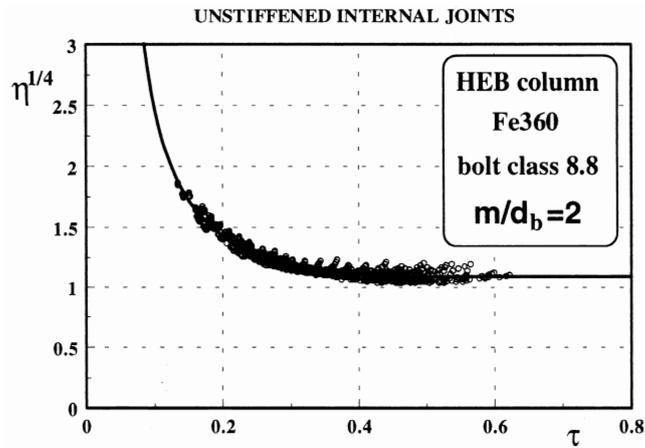
$$\bar{m} = C_1 \eta^{-C_2}, \quad (6.2)$$

donde  $C_1$  y  $C_2$  son dos constantes que se hallan mediante un análisis de regresión.

También influyen en esta relación el tipo de pilar y el grado de los tornillos, como muestran respectivamente las Figuras 6.2 y 6.3. El uso de perfiles HEM, HEB o HEA, conlleva, respectivamente, una disminución de la rigidez rotacional. En el caso de los tornillos, la clase 8.8 supone una mayor flexibilidad.



**Figura 6.3:** Influencia de la clase de tornillo en el comportamiento de la unión de chapa de testa extendida (Faella y otros, 2000)



**Figura 6.4:** Relación de los espesores de la chapa de testa y el ala del pilar con la flexibilidad rotacional de la unión (Faella y otros, 2000)

Aproximadamente un 80 % de las uniones tuvieron como componente más débil el ala del pilar a flexión o la chapa de testa a flexión, distribuidas entre sí prácticamente al 50 %. La chapa de testa y el ala del pilar son dos parámetros críticos para la resistencia.

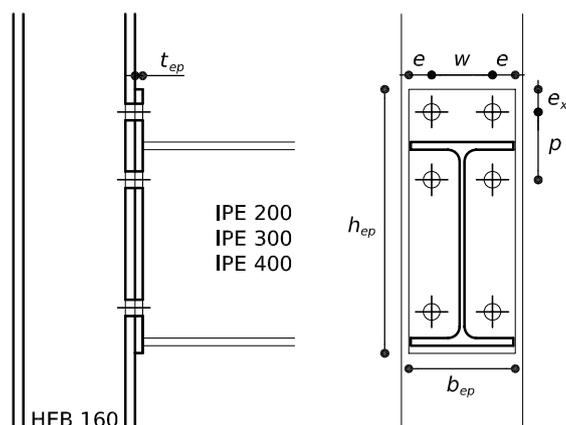
Por ello, se definió un parámetro adimensional  $\tau$  que reflejara sus espesores, definido como

$$\tau = \left( \frac{t_{eq}^3 h_b}{I_b} \right)^{1/4}, \quad (6.3a)$$

donde

$$\frac{1}{t_{eq}^3} = \frac{1}{t_{fc}^3} + \frac{1}{t_{ep}^3}. \quad (6.3b)$$

La Figura 6.4 muestra la relación de este parámetro con la deformabilidad rotacional. Obviamente, la flexibilidad disminuye al aumentar los espesores de ambas chapas.



**Figura 6.5:** Unión tipo de chapa de testa extendida empleada para el análisis paramétrico

Obtuvieron una relación de la forma

$$\eta^{0,25} = \frac{C_3}{\tau - C_4} + C_5 \geq C_6, \quad (6.4)$$

donde los coeficientes  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  y  $C_6$  son obtenidos mediante una regresión no lineal por el método de los mínimos cuadrados.

El coeficiente  $C_6$  es una limitación al parámetro de flexibilidad,  $\eta$ . La influencia de los componentes dependientes de la sección del pilar es más relevante al incrementarse el espesor de la chapa de testa. En consecuencia, cuando la flexibilidad de la chapa de testa resulta despreciable, la flexibilidad de la unión es prácticamente constante. La expresión gráfica de (6.4) y (6.2) es el ábaco de diseño propuesto (Figura 8.1) que se presentará en la Sección 8.1.1.

## 6.2. Descripción de los especímenes

Dentro de esta investigación se realizó un análisis paramétrico de uniones de chapa de testa extendida. Para la obtención de sus características rotacionales y resistentes se empleó el método de los componentes (CEN, 2005b). En el capítulo anterior, *Análisis de uniones de chapa de testa extendida mediante el método de los componentes*, se explicó su aplicación a este tipo de uniones.

Para desarrollar el análisis se requirió de la programación en *MatLab* y *Excel* de una serie de rutinas que implementaban el citado método de análisis. Se analizaron más de 15 000 uniones distintas.

Los especímenes *tipo* adoptados en el análisis fueron uniones de chapa de testa extendida con dos filas de dos tornillos a tracción (Figura 6.5). Se escogieron una serie de perfiles, considerados verosímiles en situaciones habituales de diseño estructural en las que pudieran usarse estas uniones.

Se eligieron perfiles de la serie IPE para la viga, concretamente, IPE 200, IPE 300 e IPE 400. Para el pilar se optó por el perfil comúnmente empleado, HEB, y por una dimensión que resulta verosímil para el tipo de edificios de baja altura en los que puede

ser aplicado este tipo de uniones semirrígidas con mayor facilidad, HEB 160. Ya se han visto en la Sección 4.4 una serie de pórticos, en los que se pueden apreciar las dimensiones habituales de perfiles para esta morfología. Los tornillos se variaron entre TR16, TR20, TR22, TR24 y TR27. Se tomaron además los siguientes valores para las características geométricas indicadas en la Figura 6.5:

$$t_{ep} = \{6; 10; 14; 18\} \quad (6.5a)$$

$$p = \{80; 100; 120; 140\} \quad (6.5b)$$

$$w = \{70; 80; 90; 100\} \quad (6.5c)$$

$$e_x = \{30; 40; 50\} \quad (6.5d)$$

$$e = \{30; 40; 50\} \quad (6.5e)$$

$$\beta = \{0,01; 0,5; 1; 1,5; 2\} \quad (6.5f)$$

Ello dio lugar a un análisis relacionado con el espesor de la chapa de testa, que se relata en la Sección 6.4; y cinco relacionados con parámetros de los tornillos (posición y diámetro de los mismos), explicados en la Sección 6.5. No se consideró realizar otros análisis que variaran aspectos como el grado del acero de los perfiles, pues se consideraron características impuestas a priori de modo independiente al diseño de la unión.

Se expresan la rigidez y resistencia de las uniones de modo adimensional, para que la serie de perfil empleado no sea relevante. La rigidez adimensional se define como

$$\bar{S} = \frac{S_{j,Rd}}{\frac{EI_b}{h_b}}, \quad (6.6)$$

y la resistencia adimensional como

$$\bar{m} = \frac{M_{j,Rd}}{f_y W_{pl,b}}. \quad (6.7)$$

### 6.3. Modos de rotura observados

En el Cuadro 6.1 se indica la distribución de los diferentes modos de rotura, para la fila de tornillos exterior a tracción, para la interior y la distribución total entre ambas. En el caso de la fila superior, el modo principal de rotura es la chapa de testa a flexión (85 %). Los demás modos están muy por debajo, rondando el 5 % el alma del pilar a cortante y a compresión, y la chapa de testa a flexión con rotura del modo 2.

En la segunda fila los resultados son muy distintos. En este caso las proporciones entre los distintos modos resultan más similares. La rotura mayoritaria es el alma a compresión, con un 40 %, seguida de la chapa de testa a flexión, con un 30 % y el alma del pilar a cortante con un 25 %.

**Cuadro 6.1:** Proporción de modos de rotura obtenida en el análisis paramétrico

Modo de rotura		Fila 1	Fila 2	Total
Ala del pilar a flexión	<i>cfb</i>	0,00 %	0,47 %	0,24 %
	<i>cfb(m1)</i>	0,14 %	0,38 %	0,26 %
Alma del pilar a compresión	<i>cwc</i>	4,00 %	41,59 %	22,80 %
Alma del pilar a cortante	<i>cws</i>	5,54 %	24,93 %	15,24 %
Chapa de testa a flexión	<i>epb(m1)</i>	85,19 %	32,63 %	58,91 %
	<i>epb(m2)</i>	5,13 %	0,00 %	2,56 %

La mayor rotura por la chapa de testa a flexión en la primera fila es debida a que es una fila exterior (el alma de la viga actúa como rigidizador para la segunda). Por ello es el elemento que mayor control ejerce sobre la resistencia de esta primera fila. En el caso de la segunda, sigue siendo un componente que controla el comportamiento en un buen número de ocasiones, pero no ya mayoritario. Aparece como elemento débil el alma del pilar (carece de rigidizador), con dos modos de rotura diferenciados: compresión y cortante.

La rotura del alma a compresión del pilar implica una serie de factores *constantes* (que no varían para una misma unión): ancho efectivo y el espesor del alma. Pero hay otros que varían en función del cortante, relacionados con el factor  $\beta$ . En el caso de la rotura a cortante, se relaciona con parámetros geométricos del perfil del pilar (área de cortante y espesor del alma) e inversamente con el factor  $\beta$ .

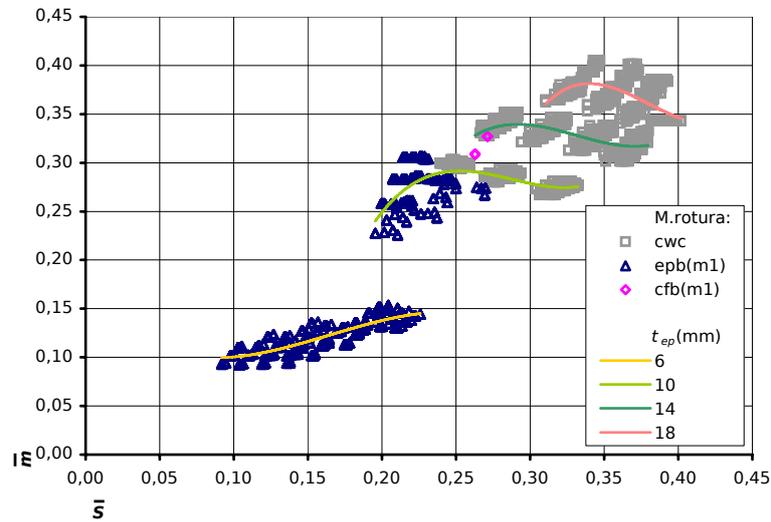
La distribución total, en la que se computan los modos de rotura de ambas, indica cómo son dos los elementos principales que controlan la resistencia de la unión: la chapa de testa y el alma del pilar.

## 6.4. Influencia del espesor de la chapa de testa

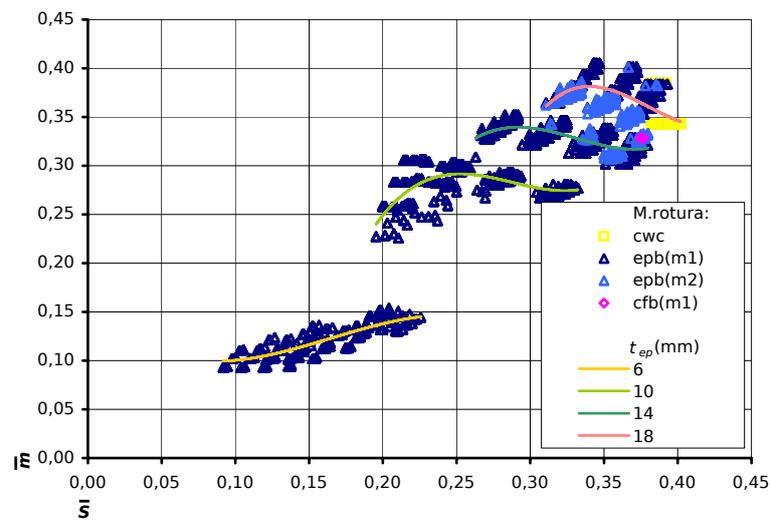
Es el parámetro que manifiesta de modo más acusado su influencia en el comportamiento de la unión, tanto en su rigidez como en su resistencia. En la Figura 6.6 se presentan los resultados de los diversos análisis con  $\beta = 1$  en coordenadas adimensionales de resistencia y rigidez. Las líneas que se muestran en el gráfico corresponden a la línea de regresión obtenida para los análisis correspondientes a cada espesor. Se muestran dos gráficas, en las que se varía la indicación del modo de rotura de la primera y segunda fila.

Para cada uno de los espesores, los resultados abarcan una zona concreta y diferenciada. Se confirma así la fuerte correlación existente en este tipo de uniones entre rigidez, resistencia y el espesor de la chapa de testa empleada.

Para un espesor de chapa de testa se puede obtener un rango determinado de valores. Como media, las series de cada espesor de chapa abarcan un rango máximo de aproximadamente 0,5 para la resistencia y 0,15 para la rigidez. La rigidez admite mayores posibilidades de ajuste que la resistencia. La resistencia máxima obtenida (recordemos que con  $\beta = 1$ ) es escasamente el 40 % de la de la viga.

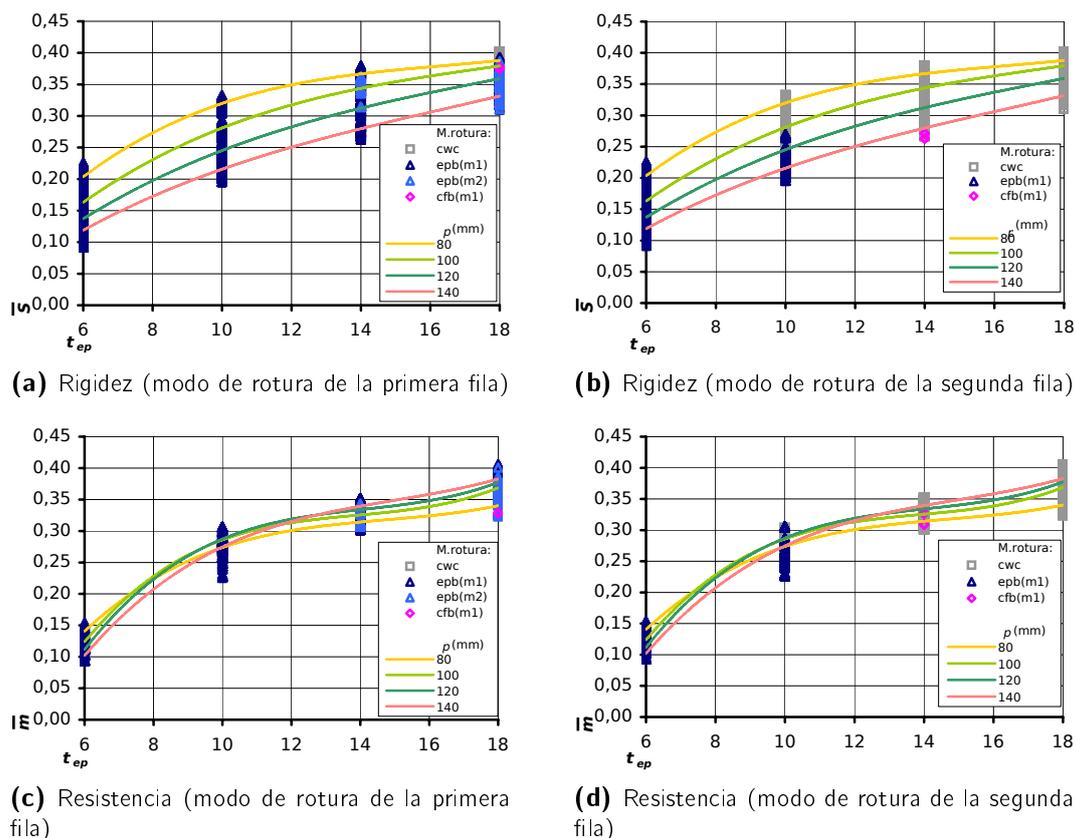


(a) Modo de rotura de la primera fila



(b) Modo de rotura de la segunda fila

**Figura 6.6:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según el espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$



**Figura 6.7:** Rigidez y resistencia de la unión en función del espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$ . Series en función de la distancia vertical entre filas de tornillos,  $p$

La serie de chapa fina muestra un incremento parejo de rigidez y resistencia. En cambio, en el resto, a partir de cierto punto se observa un descenso de la resistencia. Como muestra la Figura 6.6(a), se relaciona éste con el cambio del componente débil para esas uniones al alma del pilar. No ocurre así en la serie fina, en la que el comportamiento resistente siempre está marcado por el de la chapa de testa.

En la Figura 6.7 se muestran los valores característicos para la resistencia y la rigidez. Las líneas de regresión se presentan en este caso en series relacionadas con la distancia vertical entre las filas de tornillos a tracción,  $p$  (factor que se analizará en la Sección 6.5.2). La rigidez (Figura 6.7(a) y 6.7(b)) aumenta al incrementar el espesor de la chapa de testa. Disminuye su influencia al aumentar el espesor: al ser más rígida, cobran más importancia el resto de componentes.

El nivel de resistencia (Figuras 6.7(c) y 6.7(d)) también aumenta con el espesor de la chapa de testa. Se aprecian dos tramos diferentes de comportamiento. En el tramo inicial, la resistencia aumenta según el espesor  $t_{ep}$ . A partir de un espesor  $t_{ep} \approx 13$ , el incremento de resistencia es mucho menor. Hasta el valor indicado, el espesor de la chapa de testa es menor que el del ala del pilar, y es el componente más débil (de ahí la relación directa con la resistencia de la unión). Superado este punto, la rotura está relacionada con otros componentes; ya no se caracteriza por este parámetro, sino por

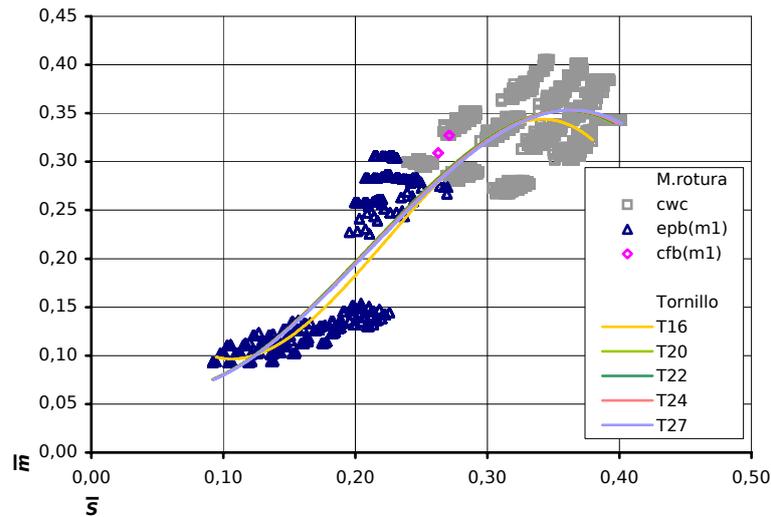
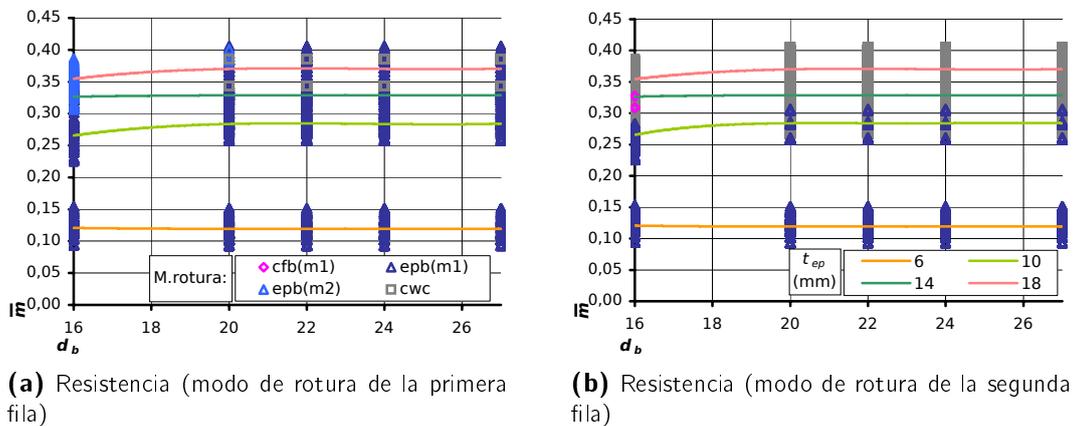


Figura 6.8: Relación entre rigidez y resistencia de la unión según el diámetro de los tornillos



(a) Resistencia (modo de rotura de la primera fila)

(b) Resistencia (modo de rotura de la segunda fila)

Figura 6.9: Resistencia de la unión en función del diámetro del tornillo. Series en función del espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$

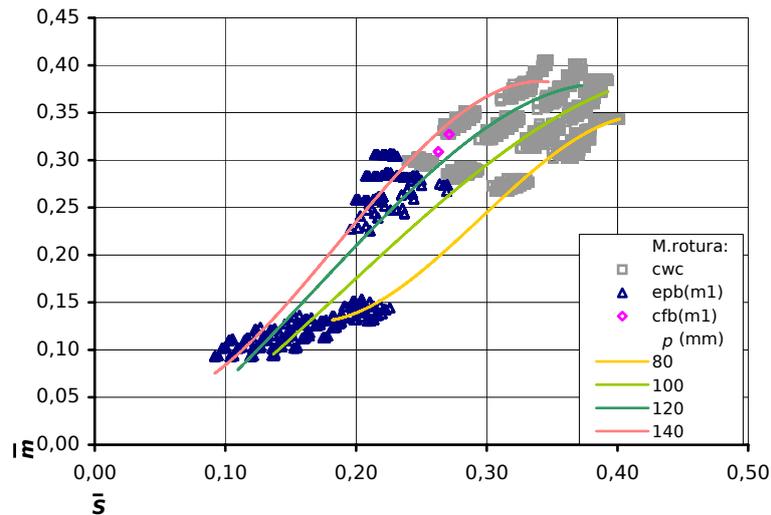
el alma del pilar.

## 6.5. Influencia de parámetros relacionados con los tornillos

### 6.5.1. Diámetro de los tornillos

En la Figura 6.8 se muestra la relación del diámetro de los tornillos con la resistencia y la rigidez de la unión resultante. La variación debida al diámetro del tornillo es mínima: la cinco series resultantes son prácticamente coincidentes (con una ligera variación para el diámetro 16). El acople entre los valores de rigidez y resistencia es evidente.

Es interesante observar los modos de rotura y su variación en función del diámetro del tornillo (Figuras 6.9(a) y 6.9(b)). Para el menor espesor de la chapa de testa,



**Figura 6.10:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según la distancia vertical entre filas de tornillos,  $p$

independientemente del diámetro del tornillo, los modos de rotura de la segunda fila (Figura 6.9(b)) son la chapa de testa a flexión en el modo 1, es decir, con formación de mecanismo plástico en la chapa de testa. Para el diámetro menor analizado ( $d_b = 16$ ), con el siguiente espesor de chapa todavía se está claramente dentro de la zona de rotura por ese mismo mecanismo. Con mayores espesores se produce la rotura del alma del pilar. Para los demás diámetros, salvo para ese menor espesor de la chapa de testa, en los demás casos cobra mayor importancia la rotura del alma del pilar.

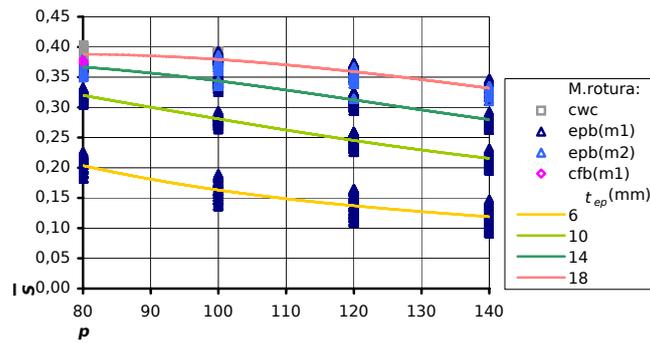
Algo parecido se aprecia en el caso de la rotura de la primera fila de tornillos (la exterior a la viga), como indica la Figura 6.9(a). En este caso se observa claramente la localización de las roturas de la chapa de testa a flexión en el modo 2: se corresponden al diámetro inferior de tornillo ( $d_b = 16$ ) y a los espesores más gruesos de chapa de testa analizados. Este tipo de rotura implica rótulas en chapa y tornillos, lo que es coherente con esta observación. Para el resto de diámetros, al ser mayor el tornillo, en una amplia mayoría de casos lo es por la chapa de testa a flexión en el modo 1.

### 6.5.2. Distancia vertical entre filas de tornillos, $p$

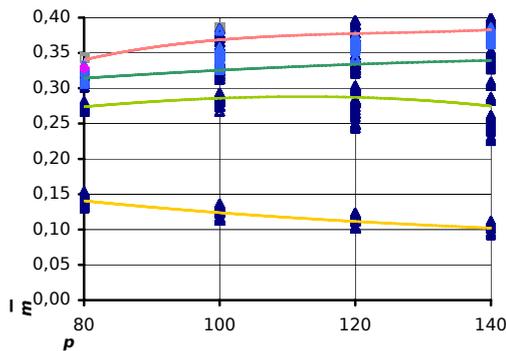
En la Figura 6.10 se muestran los resultados correspondientes a la distancia vertical entre las filas de tornillos,  $p$ . Influye tanto en la rigidez como en la resistencia.

La influencia en la rigidez es inversa (Figura 6.11(a)): a menor distancia entre ellas, mayor rigidez. Puede explicarse a partir del *T-stub* con el que se modelan estas uniones. A mayor cercanía de los tornillos a ambos lados del ala, la longitud de la viga equivalente resulta menor, por lo que es más rígido —se relaciona de modo inverso con el cubo de esta longitud,  $m$ —.

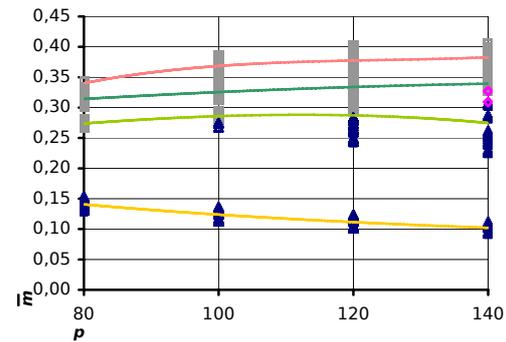
Su influencia en la resistencia (Figuras 6.11(b) y 6.11(c)) es también inversa, aunque sólo se aprecia en la serie de chapa fina ( $t_{ep} = 6$ ). La resistencia del resto de



(a) Rigidez (modo de rotura de la primera fila)



(b) Resistencia (modo de rotura de la primera fila)



(c) Resistencia (modo de rotura de la segunda fila)

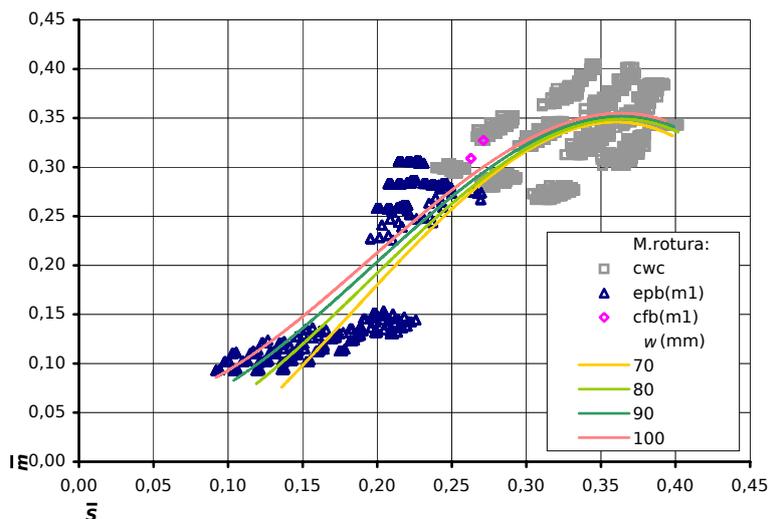
**Figura 6.11:** Rigidez y resistencia de la unión en función de la distancia vertical entre filas de tornillos,  $p$ . Series en función del espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$

espesores no se relaciona con este parámetro, pues la resistencia está controlada por el alma del pilar, no por la chapa de testa.

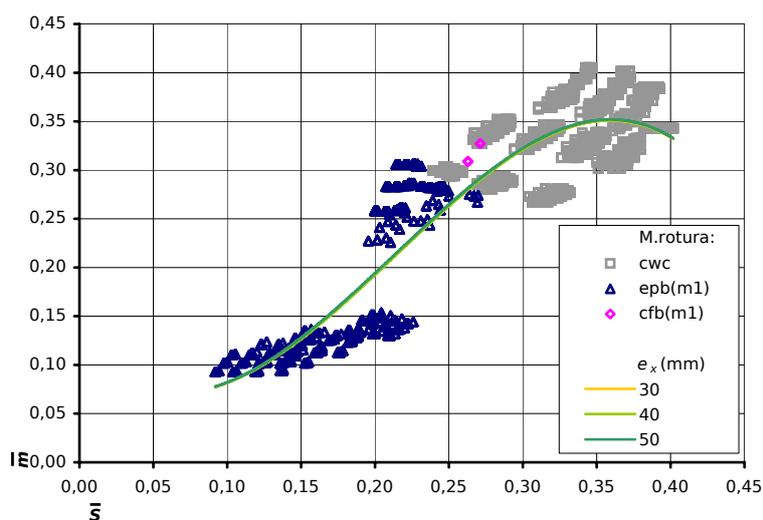
Esta aparente falta de coherencia en el comportamiento resistente se debe al distinto modo en que se obtienen ambos valores para la unión, como ya se ha comentado en otros apartados (en la página Sección 3.2 encontrará el lector mayores referencias sobre este ensamblaje). Para obtener la rigidez se parte de todos los componentes, por lo que la variación de uno afecta al resultado obtenido. En cambio, la resistencia (Figura 6.11(c)) sólo indica la mínima de entre todos los componentes. El modo de rotura mayoritario para los espesores mayores en los que se produce la discordancia es el alma del pilar a compresión, que es independiente de este valor.

### 6.5.3. Distancia horizontal entre tornillos, $w$

La distancia horizontal entre los tornillos, como muestra la Figura 6.12, influye en la rigidez de la unión. Es más apreciable para chapas finas de testa (recordar la distribución de los resultados mostrada en la Figura 6.6). Al aumentar el espesor de la chapa de testa, este efecto resulta cada vez menor.

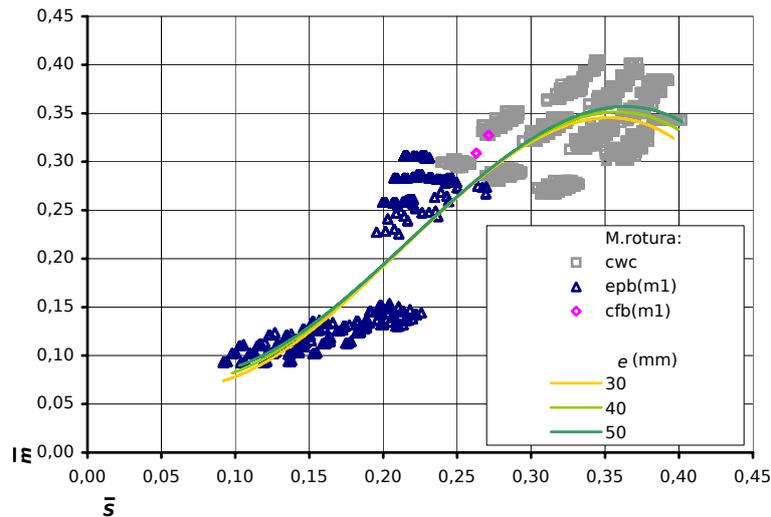


**Figura 6.12:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según la distancia horizontal entre tornillos de la misma fila,  $w$



**Figura 6.13:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según la distancia vertical al extremo superior de la chapa de testa  $e_x$

La relación entre este parámetro y la rigidez es inversa: a más separación, menos rigidez. La viga equivalente a la segunda fila en el modelo de *T-stub* es más flexible al aumentar esta distancia. Como este *T-stub* no es el más influyente de los dos en que se divide la unión (Figura 5.5), no es tan acusada como la correspondiente a la distancia vertical entre las filas de tornillos,  $p$ . Por eso sólo se observa en chapas muy flexibles.



**Figura 6.14:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según la distancia horizontal al extremo de la chapa de testa  $e$

#### 6.5.4. Distancia vertical del taladro al extremo de la chapa, $e_x$

Este parámetro manifiesta una influencia prácticamente nula en el comportamiento de la unión, como muestra la Figura 6.13. Las tres series, correspondientes a las tres distancias analizadas, resultan coincidentes.

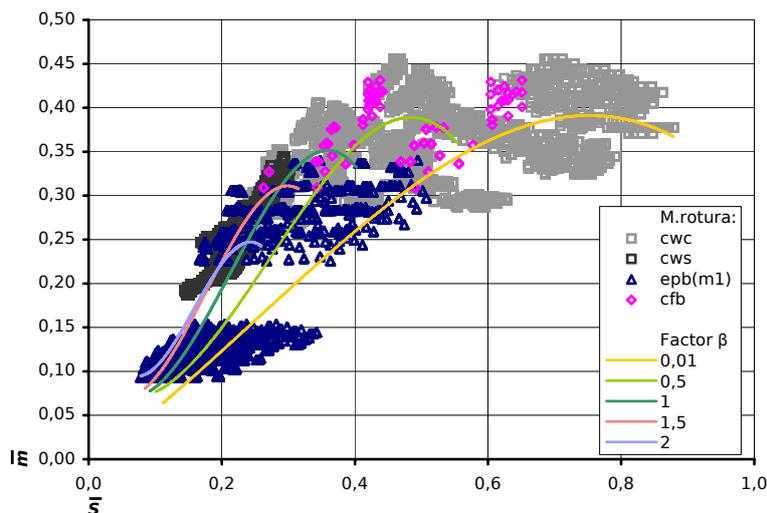
#### 6.5.5. Distancia horizontal del taladro al extremo de la chapa, $e$

Como se aprecia en la gráfica mostrada en la Figura 6.14, la influencia de este parámetro en cualquiera de las características de la unión es mínima. Se observa una ligera variación en el comienzo y fin de las líneas de regresión de cada serie. El parámetro está incluido en las formulaciones propuestas en el Eurocódigo (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.5, Cuadro 6.6) para la longitud efectiva de los  $T-stub$  correspondientes a la chapa de testa a flexión. Al aumentar esta distancia al borde de la chapa, se aumenta la anchura efectiva del  $T-stub$  correspondiente, por lo que se produce el ligero incremento comentado de rigidez y resistencia (con esta anchura se calculan tanto la chapa de testa como el ala del pilar).

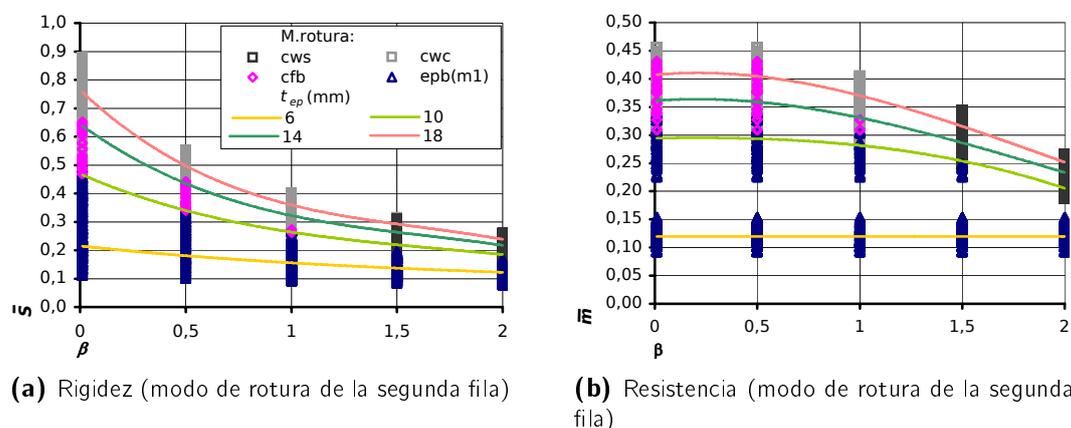
### 6.6. Influencia de los esfuerzos internos: el parámetro $\beta$

El parámetro  $\beta$  no es geométrico; depende de los esfuerzos internos en la estructura, pero afecta directamente al diseño. No es controlable por el diseñador, pues como se ha explicado en la Sección 4.2.4, es una incógnita dentro de la resolución de la estructura.

Se incluye explícitamente en la formulación: la resistencia (5.16) y la rigidez (5.22) del componente del alma del pilar a cortante son divididas por este factor. Su influencia es muy acusada. Como el Eurocódigo limita sus valores entre  $0,0 \leq \beta \leq 2,0$ , se pueden



**Figura 6.15:** Relación entre rigidez y resistencia de la unión según el parámetro  $\beta$



**(a)** Rigidez (modo de rotura de la segunda fila)

**(b)** Resistencia (modo de rotura de la segunda fila)

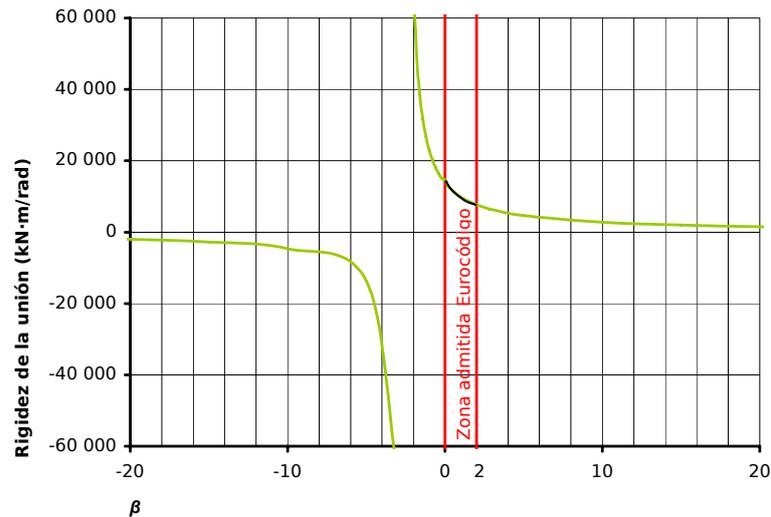
**Figura 6.16:** Rigidez y resistencia de la unión en función del parámetro  $\beta$ . Series en función del espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$

obtener rigideces y resistencias para el alma a cortante infinitas (cuando  $\beta \rightarrow 0,0$ ), o rigideces y resistencias minoradas por un factor 2 cuando  $\beta \rightarrow 2,0$ .

La Figura 6.15 presenta claramente su influencia en ambos parámetros. Con valores superiores a la unidad reduce la resistencia. La resistencia pasa de un valor máximo de 0,40 para la serie de  $\beta = 0,01$  a 0,25 para un  $\beta = 2,0$ . Se reduce prácticamente a la mitad (Figura 6.16(b)).

La resistencia de la chapa fina es regulada siempre por la chapa de testa, por lo que este factor no influye en su comportamiento resistente (al analizar la resistencia de la unión sólo se considera el componente de menor resistencia). Ocurre lo mismo para el siguiente espesor de chapa de testa, cuando  $\beta \leq 1,0$ .

El alma del pilar a cortante es el elemento débil mayoritario para valores de  $\beta > 1,0$ . Como es dividida directamente por este parámetro, la disminución de resistencia



**Figura 6.17:** Influencia del parámetro  $\beta$  en la rigidez más allá del intervalo limitado por el Eurocódigo

reflejada es muy evidente. Además, esta minoración es la causante de que para el espesor de chapa de testa  $t_{ep} = 10$ , con valores de  $\beta > 1,0$  sea también el componente débil principal.

En los análisis de chapa gruesa ( $t_{ep} = 14$ ,  $t_{ep} = 18$ ), para valores de  $\beta \leq 1,0$ , el componente débil es el alma del pilar, pero a compresión. Este componente también está influido por  $\beta$ , que se incluye en la formulación del coeficiente  $\omega$  (considera la interacción compresión-cortante en el alma).

También influye claramente en la rigidez. No tanto para valores de  $\beta > 1,0$ , pero sí se aprecia mayor rigidez cuando  $\beta$  es inferior a la unidad. Al dividir este factor la rigidez del alma a cortante, para dichos valores su rigidez tiende a infinita. Baste observar en la Figura 6.16(a) cómo la rigidez para una cualquiera de las series allí indicadas aumenta apreciablemente al acercarse el valor de  $\beta$  a cero. Como presenta la Figura 6.15, para un  $\beta = 0,01$  el valor de rigidez máxima obtenido ronda el 0,85, mientras que para  $\beta = 2$  es del 0,25. El efecto es más acusado al aumentar el espesor de la chapa de testa: al elevarse la rigidez de la chapa de testa, disminuye su influencia. En las chapas finas, la chapa de testa es muy flexible, por lo que controla el comportamiento de la unión (de hecho, como ya se ha comentado, es también el componente débil para estas uniones).

La situación de  $\beta > 1,0$  no es extraña en el diseño habitual, basta una mínima descompensación de los momentos de las uniones a ambos lados del pilar. Por ello, aunque en los porcentajes obtenidos en el estudio<sup>1</sup> (mostrados en el Cuadro 6.1) la rotura del alma del pilar a cortante no resulta tan importante como otras, en la práctica sí puede constituir uno de los puntos débiles a analizar.

La Figura 6.17 presenta un último análisis sobre este parámetro. En ella se muestra

<sup>1</sup>La distribución mostrada en el Cuadro 6.1 corresponde a una distribución homogénea de análisis para cada valor de  $\beta$  estudiado.

la variación del comportamiento<sup>2</sup> de una unión en función de este parámetro  $\beta$ , sin limitar sus valores al rango establecido en el Eurocódigo ( $0,0 \leq \beta \leq 2,0$ ). El  $\beta$  real, como se indicó en la Sección 3.3.3 y en Bayo y otros (2006a), puede adquirir valores muy distintos y alejados de estos límites del Eurocódigo. Como muestra la Figura 6.17, la rigidez<sup>3</sup> presenta un comportamiento hiperbólico. Se trata de dos hipérbolas tendiendo a una rigidez nula conforme el valor de  $\beta$  tiende a  $\pm\infty$ . El valor limitado por el Eurocódigo es una mínima parte de los valores posibles, y en algunos casos el límite del Eurocódigo no resulta del lado de la seguridad: para valores reales de  $\beta$  mayores de 2,0, el Eurocódigo no es seguro: estima rigideces y resistencias superiores a las reales.

## 6.7. Resumen y conclusiones

Se ha realizado un análisis paramétrico de uniones de chapa de testa extendida con pilar no rigidizado. Los parámetros analizados han sido en su mayoría geométricos y relacionados con la chapa de testa y los tornillos, a excepción del factor de interacción  $\beta$ .

La proporción observada en los modos de rotura de las uniones permite concluir cómo dos son los elementos principales que controlan la resistencia de la unión: la chapa de testa y el alma del pilar.

Entre los parámetros de diseño analizados, los que presentan mayor influencia son:

- El espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$ . Influye tanto en la rigidez como en la resistencia. Como muestra la Figura 6.6, cada espesor se corresponde a una zona concreta en el plano rigidez-resistencia. A mayor espesor, mayor rigidez de la unión. Si su espesor es inferior al del ala del pilar, es el componente débil de la unión.
- Distancia vertical entre las filas de tornillos,  $p$ . Se relaciona inversamente con la rigidez: a mayor separación, menor rigidez de la unión. También es inversa su relación con la resistencia, aunque sólo se manifiesta para espesores de chapa finos, en los que el componente débil es la chapa de testa.
- El factor  $\beta$ . Se relaciona inversamente con la rigidez, con mayor influencia cuando  $\beta \rightarrow 0,0$ . En el caso de la resistencia, para valores de  $\beta > 1,0$ , reduce la resistencia de la unión hasta la mitad. Cuando la chapa es fina, no influye en su comportamiento resistente (pues la resistencia viene marcada por la propia chapa de testa).

Su influencia es evidente también fuera de los límites marcados por el Eurocódigo. El intervalo admitido por el Eurocódigo no siempre está del lado de la seguridad. Resulta aconsejable no restringir su valor y trabajar con su valor real.

<sup>2</sup>Se indica en la gráfica el comportamiento elástico, pues al incluir en su ensamblaje siempre todos los componentes es más aclaratorio.

<sup>3</sup>Aunque no se muestra, el comportamiento general de la resistencia es similar, con la asíntota vertical de las hipérbolas desplazada en función del valor resistente del resto de componentes.

## 6.8. Referencias

- Bayo, E.; Cabrero, J.M. y Gil, B. (2006). «An effective component-based method to model semi-rigid connections for the global analysis of steel and composite structures». *Engineering Structures*, **28(1)**, pp. 97–108.
- Bjorhovde, R.; Colson, A. y Brozetti, J. (1990). «Classification System for Beam-to-Column Connections». *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **116(11)**, pp. 3059–3076.
- CEN (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).

*Inspiración, arte, artista, son palabras de sentido poco determinado, que nos impiden ver con claridad en un dominio donde todo es equilibrio y cálculo, por donde pasa el soplo del espíritu especulativo.*

*Igor Strawinsky*

# 7

## Desarrollo de un modelo numérico para el análisis de uniones de chapa de testa extendida

<b>7.1</b>	<b>Modelos numéricos previos</b>	<b>178</b>
<b>7.2</b>	<b>Consideraciones generales sobre el modelado con el método de los elementos finitos de uniones de chapa de testa extendida</b>	<b>182</b>
7.2.1	Tipo de elemento.....	182
7.2.2	Modelado de los tornillos.....	190
7.2.3	Modelo del material.....	192
7.2.4	Formulación del contacto.....	192
<b>7.3</b>	<b>Modelo numérico realizado para la simulación de uniones semirrígidas de chapa de testa extendida</b>	<b>195</b>
7.3.1	Descripción del modelo de <i>Abaqus</i> .....	195
7.3.2	Descripción del modelo de <i>COSMOS</i> .....	196
7.3.3	Experimento de validación T101.010.....	196
7.3.4	Resultados de los modelos numéricos.....	197
<b>7.4</b>	<b>Referencias</b>	<b>200</b>

La simulación de uniones semirrígidas mediante el método de los elementos finitos permite comprender los fenómenos que determinan la respuesta de las uniones. Estas simulaciones han de apoyarse siempre sobre evidencias experimentales. Sus resultados han de confrontarse siempre con la realidad para asegurar la obtención de un modelo de cálculo adecuado.

En este capítulo se van a analizar las características que debe implementar un modelo numérico que represente correctamente el comportamiento de las uniones semirrígidas de chapa de testa extendida. Para ello, se va a partir de las experiencias existentes en las referencias, y que se describirán en la Sección 7.1. Posteriormente, se realizarán diversas consideraciones sobre las formulaciones, elementos y modelos a emplear, en la Sección 7.2. Estas consideraciones se referirán a la teoría general de elementos finitos y de modo particular al paquete comercial *Abaqus*. El modelo finalmente desarrollado con este *software* se presentará en la Sección 7.3.1. Se describirá también brevemente otro modelo alternativo realizado con el programa *COSMOS/M* (Sección 7.3.2).

En la Sección 7.3.4, en la que se mostrará el ajuste de los modelos numéricos desarrollados con un experimento existente en la bibliografía (cuyas características se recogen en la Sección 7.3.3), se observará cómo ambos paquetes computacionales proporcionaban resultados similares. Se optó por desarrollar los modelos posteriores (que se presentarán en el Capítulo 11) con *Abaqus*, entre otras motivos, por su mayor facilidad de uso y simplificación del modelado del problema de contacto.

Baniotopoulos (2000) indica que para el desarrollo de un modelo numérico ha de elegirse entre diversos aspectos:

- método de análisis más efectivo;
- tipo de elemento empleado para cada parte de la unión;
- densidad y tipo de mallado;
- modelo de plasticidad y endurecimiento del material;
- uso de modelos uni-, bi-, o tri-dimensionales;
- modelo de contacto unilateral, fricción y separación en las zonas de contacto.

Se requiere la capacidad de modelar fenómenos muy complejos, como el contacto, la fricción, la sujeción y el deslizamiento, las concentraciones de tensiones, los esfuerzos de palanca y las acciones de los tornillos. Los avances realizados el cálculo computacional y la última generación de paquetes computacionales de elementos finitos son capaces de simular con cierta facilidad casi todos estos complejos fenómenos que caracterizan el comportamiento de las uniones atornilladas con chapa de testa. Todavía permanecen algunas dificultades por solventar que exigen realizar simplificaciones y suposiciones diversas. Por ello, es importante recordar el objetivo principal del modelo, y decidir en consecuencia.

## 7.1. Modelos numéricos previos

Krishnamurthy y Graddy (1976, ref. por Bursi y Jaspart (1998)) fueron los pioneros en el campo del modelado tridimensional de uniones, hace ya treinta años. Adoptaron el elemento ladrillo (*brick*) subparamétrico de ocho-nudos para reproducir el compor-

tamiento de uniones atornilladas de chapa de testa (Krishnamurthy y Graddy, 1976). Realizaron análisis elásticos lineales. Al no poder simular eficientemente el contacto, éste se modelaba artificialmente de modo explícito: en cada paso de carga, y en función de la distribución de tensiones, se unían o soltaban los nudos adecuados. En los tornillos se incluía el efecto de pretensado. Por la limitada capacidad computacional de la época, el primitivo modelo tridimensional se empleó para caracterizar un modelo bidimensional, que fue el empleado para el desarrollo de su modelo predictivo (ver Sección 3.1.1).

Posteriormente, otros investigadores han utilizado también modelos bidimensionales de elementos finitos para uniones atornilladas. Generalmente se ha obtenido una excelente aproximación entre los análisis y los experimentos. Pero estos modelos bidimensionales son inadecuados: predicen soluciones más rígidas y resistentes, salvo en el caso de que el desplazamiento de la unión y los campos de tensión sean prácticamente bidimensionales (Bursi y Jaspert, 1998).

Resulta mejor plantear un modelo tridimensional, empleando para su construcción elementos lámina (*shell*) y barra (*truss*) (Chasten, Lu y Driscoll, 1992) o elementos lámina y de contacto (Sherbourne y Bahaari, 1994). Los elementos usados deben ser capaces de realizar análisis de *membrana gruesa* para simular la evolución de las tensiones normales requeridas para satisfacer el equilibrio con las fuerzas de palanca<sup>1</sup>.

Kukreti y otros (1987, ref. por Bursi y Jaspert (1998)) realizaron un modelo con el objetivo de reproducir curvas momento-rotación de uniones de chapa de testa. Los resultados obtenidos fueron excelentes, aunque ha de recalarse que sólo pueden emplearse dentro del rango para el que validaron sus análisis. No estudiaron temas fundamentales como el número de puntos de integración, la descripción cinemática y el tipo de elemento o la discretización.

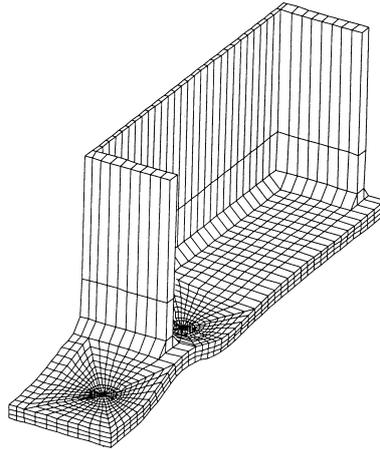
Posteriormente (Kukreti, Murray y Ghassemieh, 1989, ref. por (Bursi y Jaspert, 1998)) también desarrollaron modelos de elementos finitos para uniones rigidizadas en T, tipo *T-stub*. Estos modelos pueden calificarse de híbridos, porque emplearon elementos sólidos tridimensionales para las chapas y los tornillos, y elementos planos para el alma y los rigidizadores. Sus resultados fueron satisfactorios, aunque dependían en gran medida de las propiedades nominales empleadas para los materiales. En este caso sí analizaron temas básicos como la discretización y el tipo de criterio de rotura.

Sherbourne y Bahaari (1994, 1997) evaluaron el comportamiento momento-rotación de uniones de chapa de testa atornillada. Emplearon para ello modelos tridimensionales, en los que realizaron una serie de simplificaciones, relacionadas sobre todo con el tornillo. Sherbourne y Bahaari supusieron conexión continua entre los nudos de la cabeza de los tornillos y los nudos de las chapas de contacto, lo que restringe los giros relativos entre tornillo y chapa. Emplearon un elemento barra (*truss*) para el modelado del tornillo; no es adecuado si el tornillo trabaja a cortante.

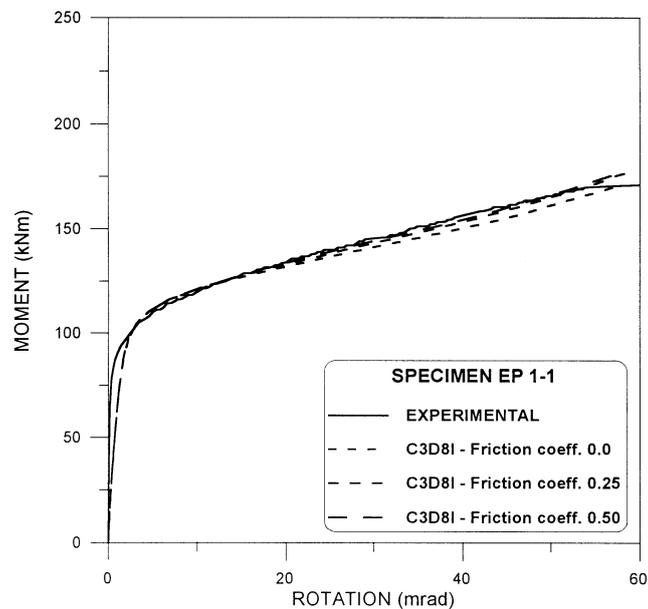
Bursi y Jaspert (1998) realizaron modelos de elementos finitos para conexiones tipo *T-stub* y de chapa de testa extendida. No incluyeron el pilar. Sólo se modelaba la viga, la chapa de testa y el tornillo (Figura 7.1). Compararon sus resultados con

---

<sup>1</sup>Los elementos de lámina fina, al no reproducir las tensiones de cortante, sobrestiman de la carga de rotura plástica (Bursi y Jaspert, 1998).



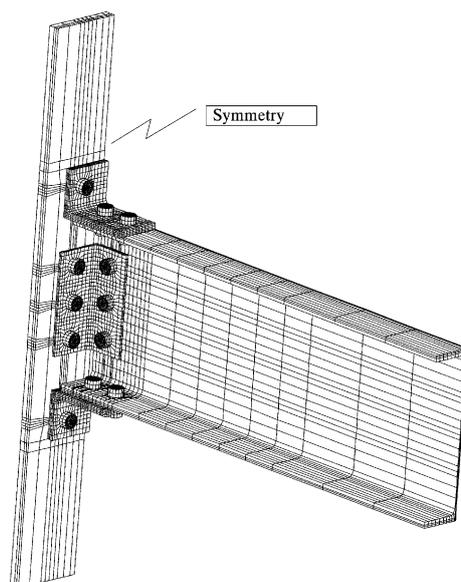
**Figura 7.1:** Modelo de elementos finitos desarrollado por Bursi y Jaspart (1998) para uniones con chapa de testa extendida



**Figura 7.2:** Comportamiento momento-rotación del modelo virtual. Comparativa entre distintos coeficientes de fricción (Bursi y Jaspart, 1998)

experimentos en los que se excluía la flexibilidad correspondiente al pilar, y realizaron una comparativa de los elementos empleados y su resultado (ver Sección 7.2.1).

En el caso del modelo de chapa de testa, sólo incluyeron los tornillos de la zona de tracción. Emplean la ley constitutiva nominal del material, pues la aplicación de la ley real no implica grandes variaciones en el comportamiento (Bursi y Jaspart, 1998). Fenómenos como la falta de ajuste, las imperfecciones y las tensiones residuales determinan una serie de discrepancias que se pueden observar en la Figura 7.2.



**Figura 7.3:** Modelo de elementos finitos para uniones con angulares de Citipitioglu y otros (2002)

Bahaari y Sherbourne (2000) realizaron un modelo en *Ansys*, empleando principalmente elementos lámina. No modelaron la cabeza y la tuerca del tornillo. En su lugar, para compensar el efecto rigidizador, aumentaron el espesor de los elementos en la chapa de testa y en el ala del pilar alrededor del agujero del tornillo. La espiga del tornillo se modeló por medio de un elemento *spar* que conectaba un nudo de la chapa de testa con otro del ala del pilar. Las condiciones de soporte de la chapa de testa (el contacto con el ala del pilar) se modelaron gracias a elementos de interfase tridimensionales a los que se asignó una rigidez de un orden de magnitud mayor a la rigidez axial del *T-stub*. Se fijó el coeficiente de fricción en 0,5.

Sumner, Mays y Murray (2000) analizaron la posibilidad real de experimentación virtual de conexiones. Sus resultados mostraron un muy buen acuerdo entre experimentación y modelo. Emplearon modelos de elementos finitos con *Ansys*. Usaron elementos sólidos de ocho nudos para la sección de la viga y el ala del pilar, y elementos sólidos de veinte nudos para los tornillos y la chapa de testa. Incluyeron elementos de contacto entre la chapa de testa y el ala del pilar.

Citipitioglu y otros (2002) realizaron modelos tridimensionales de uniones semirrígidas de doble angular de ala y alma. En su estudio siguieron las recomendaciones sobre el tipo de elemento a emplear realizadas por Bursi y Jaspart (1998) (ver Sección 7.2.1). Incorporaron de modo explícito el contacto entre todas las partes de la unión. Realizaron un análisis paramétrico del coeficiente de fricción entre las superficies, con resultados similares a los ya comentados por Bursi y Jaspart (1998): la influencia en la rigidez de la unión es escasa, y ligeramente mayor en la zona plástica.

Más recientemente, Maggi, Gonçalves y Tristao (2005) han desarrollado un modelo tridimensional en *Ansys* a partir de elementos hexaédricos con modos incompatibles y elementos de contacto entre las superficies. Kanchanalai y Suparp (2005) han realizado

un modelo de uniones de angulares de ala y alma por medio de *Abaqus*, con elementos hexaédricos de ocho-nudos, y contacto duro entre las superficies. Oliveira Bessa, Loureiro Ribeiro, da Costa Neves y Carvalho Teixeira.Gomes (2005) han realizado simulaciones numéricas de uniones de chapa de testa en el eje menor del pilar.

Xiao y Perneti (2005) han propuesto modelos de elementos finitos en *Ansys* con elementos lámina. Eligen estos elementos basándose en estudios previos de Troup, Xiao y Moy (1998), en los que se demostraba que los elementos lámina proporcionaban similar exactitud que los sólidos y reducían considerablemente el tiempo de cálculo requerido. También emplearon elementos lámina para las cabezas de los tornillos. Se supuso despreciable el deslizamiento entre cabezas y chapas, y que siempre permanecían en contacto. El contacto entre la chapa de testa y el ala del pilar fue modelado con elementos de contacto sin capacidad de transmitir esfuerzos de tracción, y con una alta rigidez a compresión. Como los elementos empleados requerían la definición de una rigidez, se adoptó una rigidez de uno o dos órdenes superior a la rigidez estructural general. El valor empleado fue de  $k = 235\,000\text{ N/mm}$ .

## 7.2. Consideraciones generales sobre el modelado con el método de los elementos finitos de uniones de chapa de testa extendida

En esta sección se realiza un repaso a una serie de parámetros que deben considerarse para realizar el modelado virtual de uniones de chapa de testa extendida. En la mayoría de los apartados, se hará referencia expresa a las características concretas del *software* finalmente empleado en la investigación, *Abaqus*.

### 7.2.1. Tipo de elemento

Es crucial la selección del tipo de elemento que se acomode óptimamente al problema analizado. Han de considerarse principalmente las siguientes características:

- primer o segundo orden;
- integración completa o reducida;
- formulación normal, híbrida o con modos incompatibles;
- elemento hexaédrico o tetraédrico.

Como se indicó en la Sección 7.1, los elementos sólidos y de contacto pueden simular correctamente el comportamiento de uniones atornilladas. Son los elementos básicos adoptados para los modelos de estas uniones. Los elementos sólidos (también llamados continuos) definidos en *Abaqus* pueden emplearse en análisis no lineales complejos, en los que deba incluirse contacto, plasticidad y grandes deformaciones.

La biblioteca de *Abaqus* incluye elementos de primer (lineal) y segundo (cuadrático) orden de interpolación. En ambos casos incluye la posibilidad de integración reducida, híbrida, y modos incompatibles.

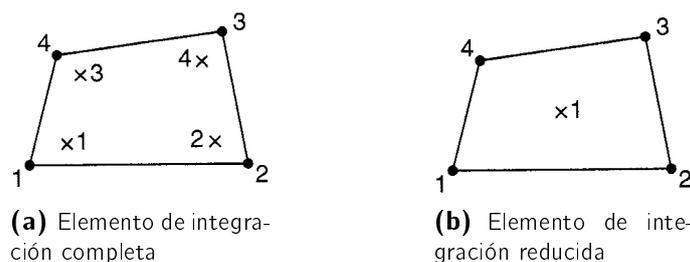


Figura 7.4: Elemento de ocho nudos (ABAQUS, 2004a)

**Orden de integración.** En el caso de los elementos de primer orden, el operador de deformación proporciona una deformación volumétrica constante a lo largo de todo el elemento. Se impide así el “bloqueo” del mallado cuando la respuesta del material es prácticamente incompresible.

Los elementos de segundo orden proporcionan mayor exactitud en problemas en los que no haya condiciones complejas de contacto o distorsiones excesivas. Son muy efectivos para problemas en los que domina la flexión. Su eficiencia en zonas de plasticidad (hecho que ocurre en el modelo) es cuestionable en comparación con los elementos de primer orden (Gantes y Lemonis, 2003).

Para el modelado de uniones atornilladas resulta aconsejable la elección de elementos con primer orden de integración. A pesar de su menor eficiencia para problemas dominados por flexión, son más adecuados para problemas con situaciones complejas de contacto. Además, tienen menor requerimiento computacional.

**Integración completa o reducida.** Los elementos de integración completa (Figura 7.4(a)) incluyen en su formulación la energía de cortante. Por ello, pueden sobrestimar la rigidez de la estructura (al incluir la rigidez debida al cortante). Este fenómeno se conoce como bloqueo por cortante (*shear locking*).

Un modo de solucionar este problema es el empleo de elementos con integración reducida (Figura 7.4(b)). En ellos, no se efectúa la integración numérica de manera exacta para la rigidez de cortante (la matriz de masa y de cargas distribuidas mantienen la integración completa). Se reduce además el tiempo de cálculo, especialmente en el caso de problemas tridimensionales<sup>2</sup>.

En los elementos de primer orden con integración reducida puede producirse otra anomalía, conocida como *hourglassing*. Se debe a la existencia de modos de energía nula distintos a los de sólido rígido: al tener dichos elementos un único punto de integración (Figura 7.4(b)), se deforman de tal modo que las deformaciones calculadas en el punto de integración son nulas, lo que provoca una distorsión incontrolada del mallado. Los elementos de este tipo en *Abaqus* incorporan un algoritmo de control de este fenómeno. Deben a cambio emplearse sólo en mallados muy densos.

<sup>2</sup>El manual de *Abaqus* proporciona la siguiente estimación (ABAQUS, 2004a, p. 14.1.1-3): el elemento tipo C3D20 (de integración completa) tiene 27 puntos de integración, mientras el C3D20R (de integración reducida) tiene sólo 8. El ensamblaje del elemento es por tanto, aproximadamente 3,5 veces más costoso para el C3D20 que para el C3D20R.

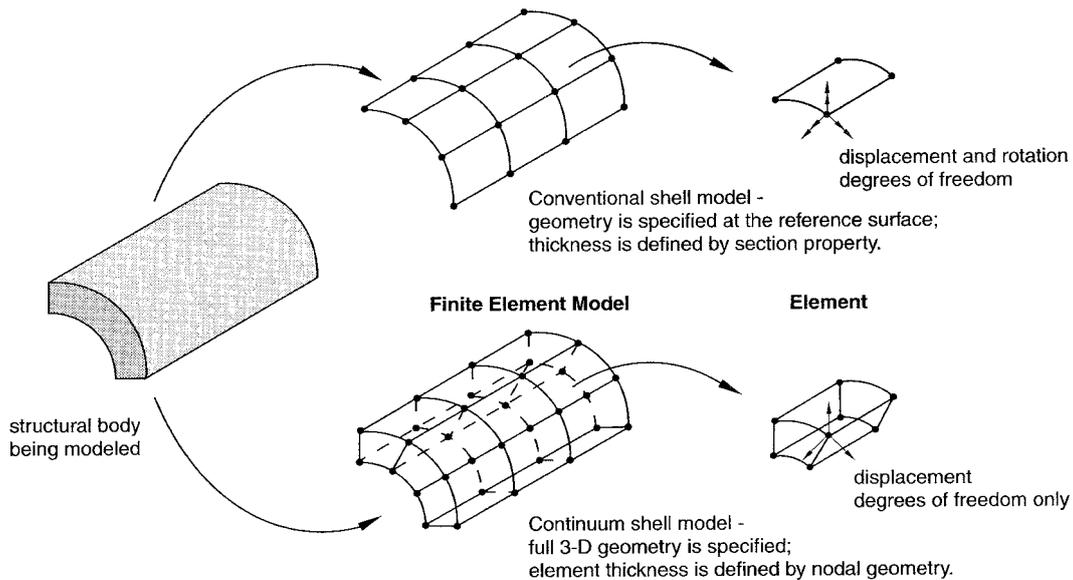


Figura 7.5: Elementos lámina convencional y continuo (ABAQUS, 2004a)

**Elementos tetraédricos o hexaédricos.** Ambos elementos proporcionan una geometría base muy versátil.

El elemento tetraédrico es muy adecuado para mallar formas complejas. Los de primer orden resultan normalmente más rígidos, por lo que requieren mallados más finos. Proporciona además soluciones de exactitud equivalente con un menor coste computacional.

Los elementos hexaédricos presentan mejor convergencia, y menor sensibilidad a la orientación del mallado, aunque mayor a la forma inicial del elemento.

**Modos incompatibles.** Los elementos con modos incompatibles son elementos de primer orden mejorados con la adición de modos de deformación incompatibles. De este modo se mejora su comportamiento a flexión.

La incorporación de estos modos suprime las tensiones de cortante parásitas que provocan la respuesta demasiado rígida de los elementos regulares de primer orden (comentada en la página 183, dentro del apartado *Integración completa o reducida*). Eliminan también la rigidización artificial debida al efecto de Poisson a flexión.

Al añadirse grados de libertad internos, resultan un poco más caros (computacionalmente hablando) que los elementos regulares de primer orden. A pesar de ello siguen siendo más económicos todavía que los correspondientes de segundo orden. Emplean integración completa y por tanto, no adolecen del efecto *hourglass*.

**Elementos lámina.** Pueden emplearse elementos lámina en lugar de los sólidos. *Abaqus* permite la definición de dos tipos: convencionales y continuas. Se muestran en la Figura 7.5

Las láminas convencionales se definen mediante una superficie de referencia. Su espesor se establece como una característica adicional de la sección. Tienen grados de libertad traslacionales y rotacionales.

Las láminas continuas (Figura 7.5) se generan a partir de un modelo tridimensional. El espesor se determina a partir de la geometría de los nudos. Sólo poseen grados de libertad traslacionales. Aparentan elementos tridimensionales continuos convencionales, pero su comportamiento es semejante a las láminas convencionales. Incluyen los efectos de la deformación transversal por cortante y la consiguiente modificación de espesor. Estos elementos continuos, al emplear dos superficies distintas de contacto, resultan más eficientes para el modelado de fenómenos de contacto.

Se requiere el empleo de elementos con formulación de lámina gruesa (*thick shell*) cuando la deformación transversal a cortante es importante. En placas gruesas no se emplea la hipótesis de Kirchoff, por lo que las secciones rectas normales al plano medio de la placa no se mantienen normales a dicho plano medio en el estado deformado. Por tanto, no tiene por qué coincidir el ángulo que gira la sección con la tangente a la deformada (Celigüeta Lizarza, 2000). Para el caso de secciones homogéneas, la deformación a cortante adquiere importancia cuando el espesor es superior a 1/15 de la longitud característica de la superficie de la lámina. *Abaqus* proporciona los elementos S8R y S8RT con formulación de lámina gruesa.

La mayor parte de los elementos lámina incluidos en la biblioteca de *Abaqus* emplean integración reducida para formar la rigidez del elemento. Proporciona resultados más exactos y reduce significativamente el tiempo de cálculo. Pero no debe emplearse en el caso de que los elementos tengan flexión en su plano. *Abaqus* no proporciona algoritmos artificiales de control del fenómeno de *hourglass*. Si se detecta, debe reducirse el mallado.

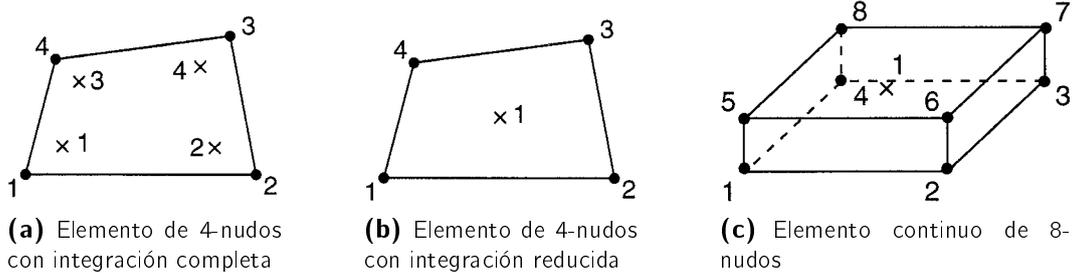
### Análisis comparativo de elementos

Se realizó un análisis para comparar el comportamiento de los diferentes elementos disponibles en *Abaqus* y que podrían ser empleados para realizar el modelo numérico de la unión. Los diferentes elementos continuos *sólidos* analizados fueron:

- C3D8 con integración completa (ocho puntos de Gauss). Puede experimentar bloqueo por cortante (*shear locking*).
- C3D8R con integración reducida (un punto de Gauss). Proporciona un remedio al bloqueo por cortante, pero la deficiencia de rango de la matriz puede generar soluciones con modos singulares (*hourglass*). *Abaqus* controla las singularidades con el método de la rigidez artificial.
- C3D8I con integración total (ocho puntos de Gauss) y modos incompatibles. Posee trece grados adicionales de libertad. Está concebido para eliminar los llamados efectos parásitos de tensiones de cortante que se observan en los problemas dominados por flexión.

En el caso de las láminas, los elementos analizados fueron (Figura 7.6):

- SC8R (Figura 7.6(c)). Lámina continua. Incluye pequeñas deformaciones de la membrana, y grandes rotaciones, además de permitir variaciones en el espesor.



**Figura 7.6:** Puntos de integración de los elementos lámina (ABAQUS, 2004a)

- S4R (Figura 7.6(b)). Lámina convencional con integración reducida (un punto de Gauss). En este elemento, como ya se describió para el caso del C3D8R, la deficiencia de rango de la matriz puede generar soluciones con modos singulares (*hourglass*). En este caso, *Abaqus* no dispone de mecanismos de control para este fenómeno.
- S4 (Figura 7.6(a)). Lámina convencional con integración completa.

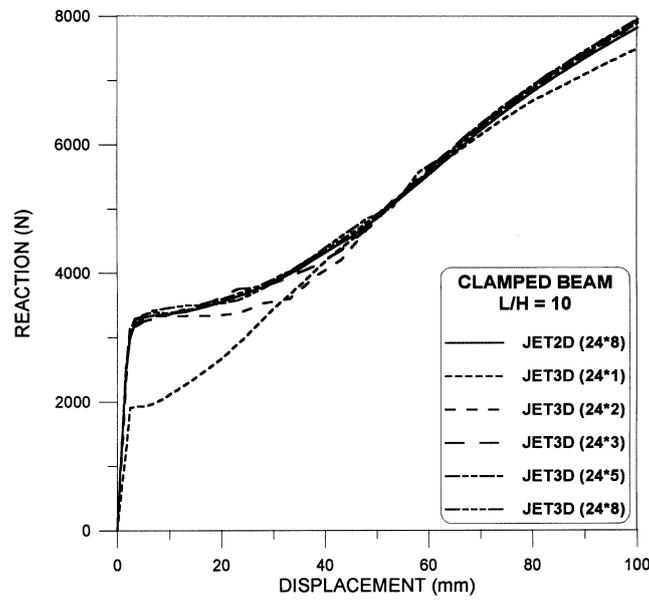
**Análisis previos.** Li (1996, ref. por Bursi y Jaspert (1998)) analizó el comportamiento de elementos de ocho-nudos hexaédricos y elementos de contacto. Realizó para ello modelos de problemas dominados por el comportamiento a flexión: una viga biarticulada y otra biempotrada.

Las comparaciones de mallado fueron realizadas para un elemento sólido, JET3-D (con un único punto de Gauss). Las condiciones de contorno se establecieron para que fuera un problema de deformación plana.

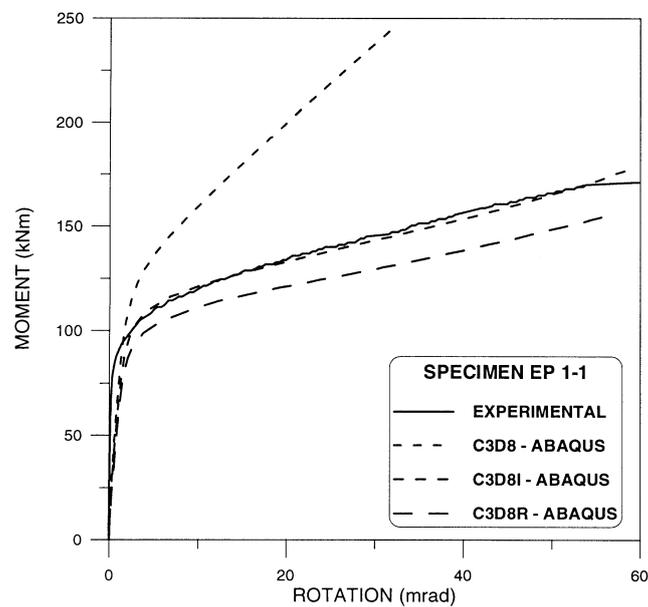
Las relaciones carga-desplazamiento obtenidas se muestran en la Figura 7.7. Una única capa de elementos proporciona resultados inaceptables. El modelo con dos capas resulta satisfactorio en el régimen elástico, pero da resultados no satisfactorios en el inelástico. Todos los modelos con más de dos capas de mallado proporcionan excelentes resultados incluso en el régimen de grandes desplazamientos, en el que los efectos de membrana gobiernan la respuesta inelástica (Bursi y Jaspert, 1998).

Bursi y Jaspert (1998) realizaron un estudio del comportamiento de tres elementos ladrillo de ocho-nudos existentes en la biblioteca de *Abaqus* (Figura 7.8). Concluyen que el elemento C3D8I (ocho nudos con modos incompatibles) se comporta particularmente bien en el rango inelástico, pues es un elemento diseñado para problemas en los que predomina la flexión. Los elementos C3D8R (ocho nudos con integración reducida) subestiman la carga de rotura plástica, al contrario que los elementos C3D8 (ocho nudos), que la sobrestiman. Éste último es un fenómeno producido por el bloqueo por cortante.

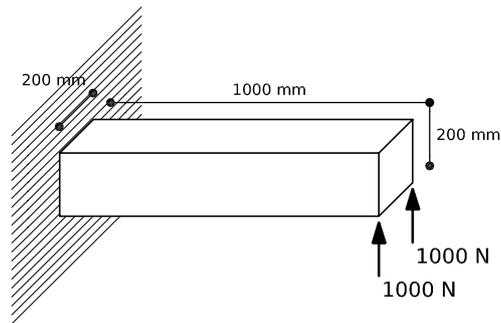
**Análisis comparativo.** Se realiza un análisis complementario al de Bursi y Jaspert (1998), para corroborar los datos en él incluidos y ampliar el tipo de elementos probados.



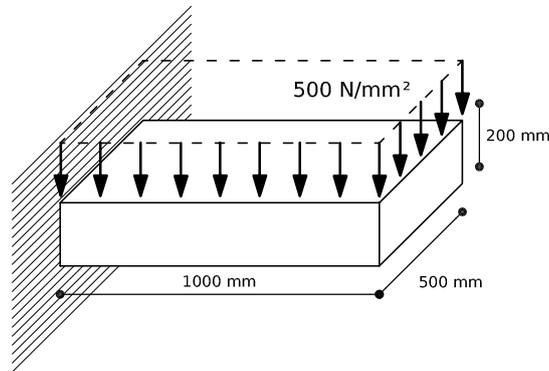
**Figura 7.7:** Variación del comportamiento de un modelo virtual de viga biempotrada al variar el número de capas de elementos (Li, 1996, ref. por Bursi y Jaspart (1998))



**Figura 7.8:** Comparativa entre los diferentes tipos de elementos de la biblioteca de *Abaqus* (Bursi y Jaspart, 1998)



**Figura 7.9:** Modelo virtual de viga con carga puntual para el análisis comparativo de los elementos de *Abaqus*



**Figura 7.10:** Modelo virtual de viga con carga continua para el análisis comparativo de los elementos de *Abaqus*

**Cuadro 7.1:** Modelo virtual de viga con carga puntual. Resultados para cada elemento

Elemento		Deflexión mm	Error
Tipo	Nº de elemto. y capas		
C3D8	10 × 1	0,0402	68,80 %
C3D8	10 × 3	0,0234	-1,80 %
C3D8I	10 × 1	0,0241	1,22 %
C3D8I	10 × 3	0,0243	1,85 %
C3D8R	10 × 1	2,1810	9060,20 %
C3D8R	10 × 3	0,0344	44,61 %
S4	5	0,0239	0,38 %
S4	10	0,0243	1,98 %
S4R	5	0,0242	1,64 %
S4R	10	0,0244	2,48 %
SC8R	10	0,0250	5,04 %

**Cuadro 7.2:** Modelo virtual de viga con carga continua. Resultados para cada elemento

Elemento		Deflexión	Error
Tipo	Nº de elemtos. y capas		
C3D8	5 × 1	1,0840	21,41 %
C3D8	5 × 3	0,6705	-24,90 %
C3D8	10 × 1	1,6690	86,93 %
C3D8	10 × 3	0,8477	-5,06 %
C3D8I	5 × 1	0,8919	-0,11 %
C3D8I	5 × 3	0,8696	-2,60 %
C3D8I	10 × 1	0,8950	0,24 %
C3D8I	10 × 3	0,8860	-0,77 %
C3D8R	5 × 1	82,1100	9096,32 %
C3D8R	5 × 3	1,0150	13,68 %
C3D8R	10 × 1	82,1100	9096,32 %
C3D8R	10 × 3	1,0080	12,90 %
S4	5	0,8995	0,74 %
S4	10	0,9022	1,05 %
S4R	5	0,9040	1,25 %
S4R	10	0,0904	-89,87 %
S8R	5	0,9022	1,05 %
S8R	10	0,9034	1,18 %
SC8R	5	0,9055	1,42 %
SC8R	10	0,9051	1,37 %

Se emplean dos modelos diferentes para analizar el comportamiento de los diferentes elementos. Ambos análisis eran problemas dominados por la flexión, comportamiento principal de la chapa en la unión analizada. Se trataba de elementos en voladizo, en un caso con carga puntual en su extremo (Figura 7.9) y en el otro con carga distribuida en su superficie (Figura 7.10).

En el caso del modelo con carga puntual en su extremo, mostrado en la Figura 7.9, se indican los resultados en el Cuadro 7.1. Los elementos sólidos se probaron con diez elementos distribuidos en la longitud de la viga, y con una o tres capas de elementos en su espesor. Tres capas es el valor mínimo recomendado por Bursi y Jaspert (1998). En el caso de las láminas se varió el número de elementos distribuidos en la longitud de cinco a diez.

Los resultados del análisis se muestran en el Cuadro 7.1, en comparación con la solución analítica, que en este caso viene definida como (Gere y Timoshenko, 1986)

$$\delta_b = \frac{QL^3}{3EI} = 0,0238 \text{ mm.} \quad (7.1)$$

El elemento de integración reducida C3D8R proporciona pésimos resultados en cualquiera de los casos. El elemento C3D8, con la formulación estándar, sobrestima en un 50 % la rigidez con una única capa de elementos, pero obtiene una aceptable

aproximación con tres. El elemento con modos incompatibles, C3D8I, proporciona buenos resultados, tanto con una y como con tres capas. Los elementos lámina obtienen resultados aceptables.

El segundo modelo es una chapa gruesa en voladizo (Figura 7.10) cargada superficialmente. La variación de curvatura resultante va a ser más constante. La solución analítica al desplazamiento en el extremo libre viene dada por (Gere y Timoshenko, 1986)

$$\delta_b = \frac{qL^4}{8EI} = 0,8928 \text{ mm.} \quad (7.2)$$

En el Cuadro 7.2 se recogen los resultados obtenidos para cada uno de los elementos analizados. Puede apreciarse, como en el caso anterior, que los elementos lámina proporcionan una adecuada aproximación al resultado analítico, aunque el aumento de elementos no proporciona mayor exactitud; en algunos casos aumenta el error de modo considerable.

En el caso de los elementos sólidos aumenta la precisión al pasar de una a tres capas de elementos e incrementar también los elementos en su longitud. El elemento con mejores resultados es el que incluye los modos incompatibles, C3D8I. Es el tipo de elemento más adecuado para modelar este tipo de uniones, y es además el menos sensible la densidad de mallado empleada.

Aumentar el número de capas de elementos en el espesor permite un mejor conocimiento del comportamiento de la sección, como se muestra en la Figura 7.11. Se percibe de modo más claro el comportamiento de la sección y la distribución de tensiones obtenida es menos burda.

### 7.2.2. Modelado de los tornillos

Los tornillos en este tipo de uniones se comportan de modo tridimensional. Para reducir el número de planos de contacto, suelen modelarse las arandelas unidas a la cabeza del tornillo, y se consideran simétricos.

La flexibilidad adicional proporcionada por la tuerca y la parte roscada pueden incorporarse mediante una longitud efectiva según el modelo de Agerskov (1976, ref. por Bursi y Jaspart (1998)):

$$L_{eff} = \frac{A_s}{A_b} (K_1 + 2K_4), \quad (7.3)$$

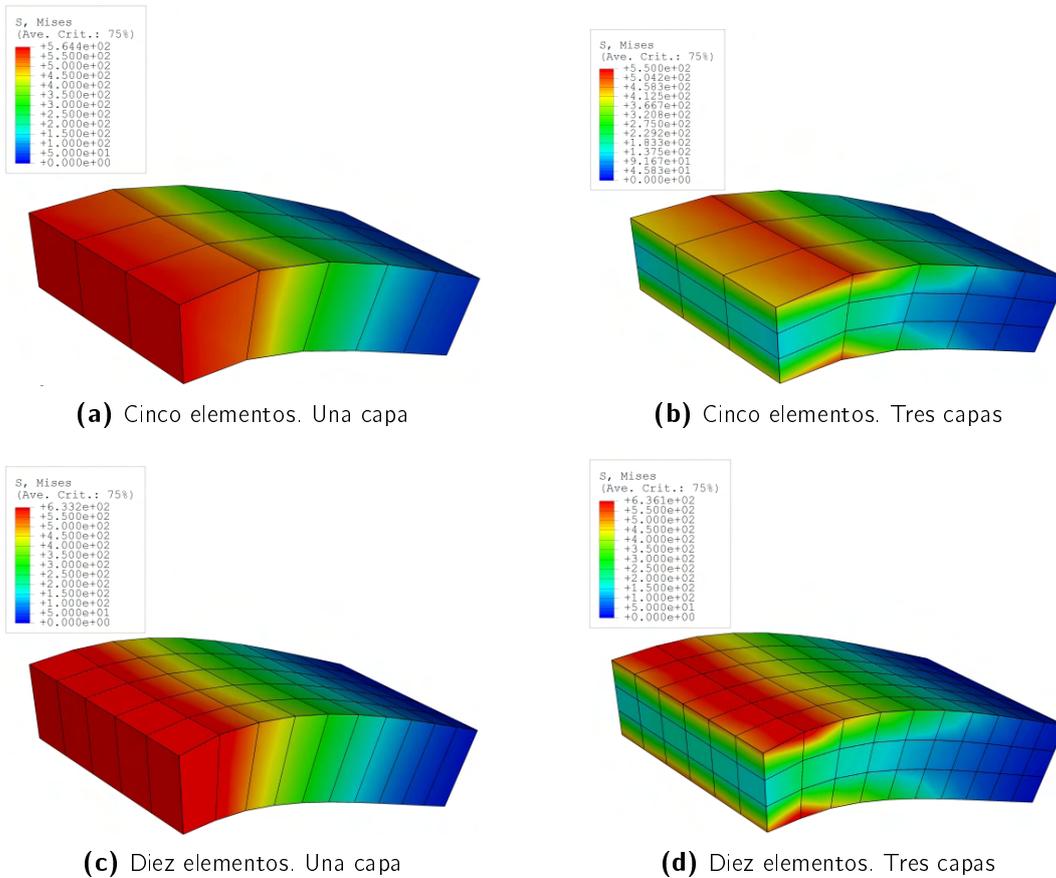
donde  $A_s$  es la sección efectiva correspondiente a la zona roscada,  $A_b$  es el área neta correspondiente a la zona no roscada, y  $K_1$  y  $K_4$  se definen como

$$K_1 = l_s + 1,43l_t + 0,71l_n, \quad (7.4a)$$

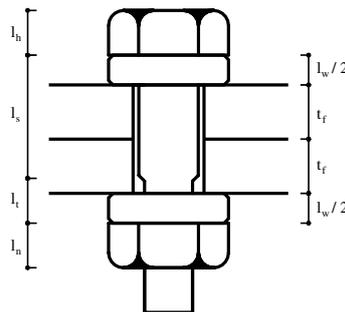
$$K_4 = 0,1l_n + 0,2l_w; \quad (7.4b)$$

las longitudes  $l_s$ ,  $l_n$  y  $l_w$  vienen definidas en la Figura 7.12.

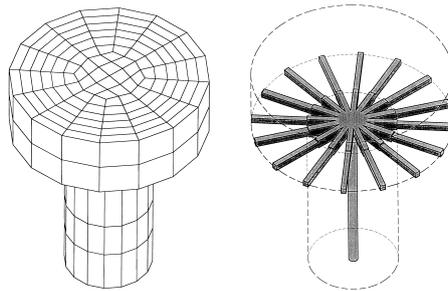
Se ha demostrado que las longitudes computadas por el modelo de Agerskov (1976) proporcionan una respuesta más rígida del tornillo (Gantes y Lemonis, 2003; Wanzek



**Figura 7.11:** Análisis comparativo. Mejora de los resultados numéricos mostrados para el comportamiento de la sección al aumentar el número de capas de elementos (elemento C3D8I)



**Figura 7.12:** Definición de las propiedades geométricas del tornillos para el modelo de Agerskov (1976, ref. por Gantes y Lemonis (2003))



**Figura 7.13:** Modelo de tornillo propuesto por Bursi y Jaspart (1998)

y Gebbeken, 1999). Según Gantes y Lemonis (2003), se requiere en algunos casos aumentar hasta un 50 % la longitud efectiva del modelo de Agerskov (1976).

Bursi y Jaspart (1997) propusieron un modelo distinto, compuesto por una serie de elementos viga, como se muestra en la Figura 7.13.

### 7.2.3. Modelo del material

Para obtener simulaciones realistas, han de introducirse las propiedades reales del material. La integración numérica de las relaciones constitutivas se realiza en *Abaqus* con un robusto algoritmo. Proporciona resultados exactos para el material con endurecimiento lineal. Congruentemente, la exactitud de la solución de los elementos finitos no está influida por el tamaño del paso de integración. Aplica el ampliamente conocido criterio de plasticidad de Huber-Mises-Hencky para reproducir la plastificación dúctil de elementos de acero.

Este criterio supone que la plastificación del metal es independiente de la tensión de presión equivalente, lo que se ha confirmado experimentalmente para la mayoría de metales. Mediante este criterio de von Mises se define plastificación isótropa. Para ello se expresa el valor de tensión uniaxial de plastificación como función de una deformación plástica equivalente.

El endurecimiento introducido en el modelo es isótropo: la superficie de plastificación modifica su tamaño uniformemente en todas las direcciones. La tensión de plasticidad aumenta (o disminuye) en todas las direcciones conforme se da la deformación plástica.

El modelo de elasticidad escogido es un comportamiento lineal elástico isótropo. Resulta adecuado para pequeñas deformaciones elásticas, inferiores al 5 % (ABAQUS, 2004b, Sección 10.2.1).

### 7.2.4. Formulación del contacto

Siempre resulta complicado modelar el contacto. *Abaqus* proporciona un método de definición del contacto entre superficies que simplifica su modelado.

El algoritmo empleado permite la definición de parejas de contacto como parte de la definición del modelo. Estas parejas pueden ser superficies deformables o rígidas.

Ambas superficies no han de contener mallados equivalentes. Una de las superficies se establece como principal (*master*) y la otra como secundaria (*slave*). Esta asignación es uno de los puntos más delicados dentro del algoritmo.

Se impide que los nudos de la superficie secundaria penetren en la superficie principal. Este requerimiento no se aplica a los de la principal. Sus nudos podrían, en principio, penetrar en la superficie secundaria. En la formulación estricta principal-secundaria empleada por *Abaqus*, sólo la superficie principal es empleada como tal superficie, considerando su geometría y orientación. De la superficie secundaria sólo se emplean la localización de sus nudos y el área asociada a cada uno de ellos (nunca la dirección de la superficie). Puede esquematizarse el algoritmo de contacto empleado como el contacto entre una superficie (la principal) y un conjunto de puntos (correspondientes a la secundaria).

Es conveniente elegir como superficie principal el elemento más rígido. La secundaria puede requerir un mallado más fino, para aumentar así el número de nudos incluidos en el contacto y mejorar su precisión.

Este algoritmo puede optimizarse duplicándolo. Si se realiza una doble definición, intercambiando en cada caso las superficies principal y secundaria, ambas son tratadas como principales. Debe evaluarse la necesidad de esta mayor precisión, que se obtiene a cambio de un mayor costo computacional. Esta doble definición no puede emplearse si las superficies tienen mallados equivalentes: da lugar a fenómenos de excesiva fijación (*overconstrain*) en los nudos, que generan singularidades numéricas. Implica también problemas de interpretación de las presiones de contacto obtenidas en cada una de las superficies.

**Propiedades de contacto.** En *Abaqus* pueden establecerse diferentes relaciones entre la presión y el contacto de las superficies:

- El modelo de contacto “duro” (*hard contact*) minimiza la penetración de los nudos de la superficie secundaria. No permite la transferencia de tensiones de tracción.
- Existen también modelos de contacto “suavizado”, en los que la presión de contacto entre las superficies se define en función de su distancia relativa. La función se puede definir de modo lineal, exponencial o tabulado.
- Un último modelo no permite que las superficies vuelvan a separarse una vez que entran en contacto. En los casos anteriores sí se permitía su separación.

El contacto “duro” es el empleado por defecto, el más común. Su comportamiento estándar es el mostrado en la Figura 7.14. Cuando las superficies están en contacto, puede transmitirse entre ambas cualquier grado de presión de contacto requerido. Las superficies se separan si la presión de contacto es nula; entran en contacto cuando la distancia entre ambas se reduce a cero. No hay presión entre superficies separadas.

En el caso de la presión suavizada (la Figura 7.15 la muestra según una relación lineal) las relaciones se establecen en términos que relacionan la penetración (*overclosure*) con la presión transmitida. Esta definición puede emplearse para simular la presencia de capas finas y suaves en una de las superficies. En algunas ocasiones ha de

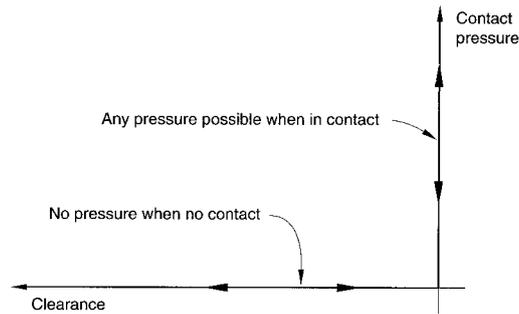


Figura 7.14: Modelo de contacto "duro" (*hard contact*) (ABAQUS, 2004c, p. 22..2-2)

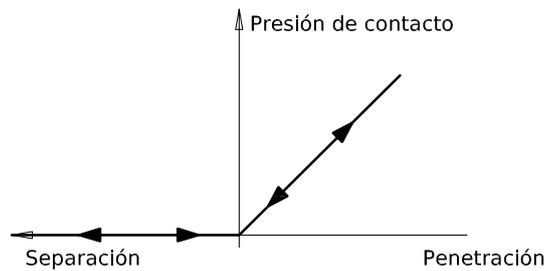


Figura 7.15: Modelo de contacto "suavizado" (*softened contact*)

emplearse por motivos numéricos: simplifica la resolución numérica de las condiciones de contacto.

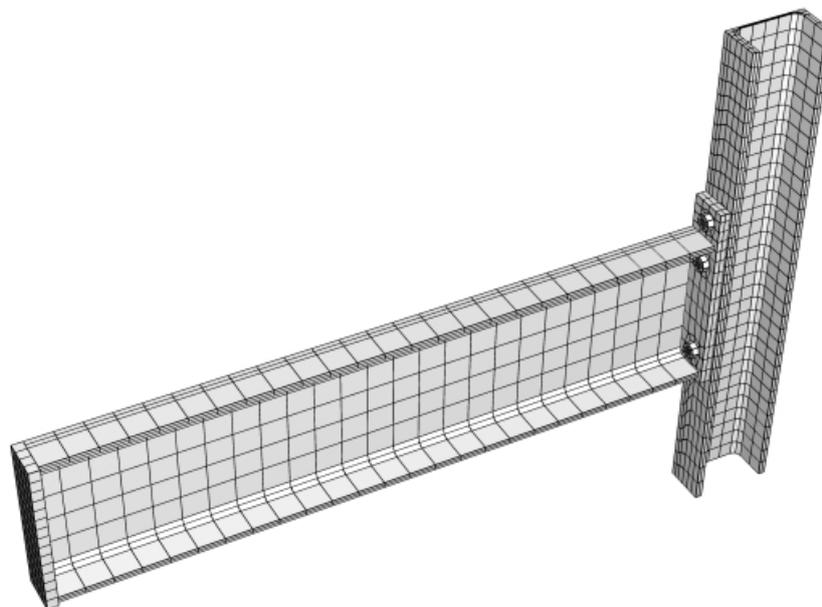
**Fricción.** Las superficies en contacto no sólo se transfieren presiones normales; también se transmiten cortante. Generalmente ambas componentes suelen estar relacionadas. Esta relación se conoce como fricción, y se expresa habitualmente en términos de tensión en la interfase entre ambos cuerpos.

Entre los diversos modelos de fricción proporcionados por *Abaqus*, el más común es el isótropo de Coulomb. Considera que dos cuerpos pueden transmitirse tensiones de cortante hasta un nivel límite antes de comenzar a deslizar. Define esta tensión de cortante crítica,  $\tau_{crit}$ , en la que se inicia el deslizamiento entre ambas superficies, como una fracción de la presión de contacto  $P$  entre las superficies,

$$\tau_{crit} = \mu P. \quad (7.5)$$

La fracción  $\mu$  es la conocida como coeficiente de fricción. El modelo básico supone además que  $\mu$  es la misma en todas las direcciones (modelo isótropo).

Bursi y Jaspart (1998) realizaron un análisis de la influencia del coeficiente de rozamiento en el modelo, variando su valor de 0,0 a 0,5 (Figura 7.2). La influencia es mínima en la respuesta rotacional de la unión. Influye más en el comportamiento plástico. Sus resultados fueron corroborados posteriormente por Citipitioglu y otros (2002).



**Figura 7.16:** Modelo numérico de la unión de chapa de testa extendida realizado con *Abaqus*

### 7.3. Modelo numérico realizado para la simulación de uniones semirrígidas de chapa de testa extendida

#### 7.3.1. Descripción del modelo de Abaqus

La Figura 7.16 muestra el modelo numérico desarrollado en *Abaqus*. Éste es el modelo base empleado en desarrollos posteriores de la investigación (que se presentarán en el Capítulo 11, *Análisis paramétrico de la unión tridimensional mediante un modelo numérico*). Se modela media unión, estableciendo las condiciones de contorno adecuadas en los planos de simetría. Se analiza con control por fuerza, considerando en la formulación de los elementos la no linealidad geométrica (grandes desplazamientos).

Los elementos empleados son sólidos. Dados los resultados obtenidos en el análisis comparativo que se mostró en la Sección 7.2.1 (página 185), se emplea el elemento C3D8I (de ocho nudos y con modos incompatibles, ver Sección 7.2.1) para el modelado de la chapa de testa y los perfiles. Su precisión es similar a los elementos lámina; acusa además menor influencia del mallado, y simula mejor los fenómenos de contacto. Se varía la densidad del mallado para elevar la exactitud en las zonas críticas.

Los tornillos se modelan con el elemento C3D8 (de integración completa). Geométricamente se definen como un cilindro con el diámetro correspondiente a su sección resistente. La cabeza es modelada con su diámetro y espesor medios. Por razones de convergencia numérica, se realiza un acople entre los grados de libertad rotacionales de los nudo extremos del eje del tornillo y los del taladro correspondiente.

Se modela explícitamente el contacto entre todos los componentes de la unión. Se define como un contacto duro (ver Sección 7.2.4), con un coeficiente de fricción de 0,5.

### 7.3.2. Descripción del modelo de COSMOS

Además del modelo realizado en *Abaqus* presentado en la Sección anterior, se realizó otro modelo mediante el paquete computacional *COSMOS/M*. Aprovechando la simetría, se simuló también media unión. Se emplean elementos placa para modelar todos los elementos correspondientes a la viga, pilar y chapa de testa. Los tornillos se modelan mediante emplean elementos viga.

Se realiza un cálculo no lineal con grandes desplazamientos, con control por desplazamiento. El método de iteración aplicado es Newton-Raphson. Se asignan al material propiedades y endurecimiento isótropos.

El elemento placa empleado es el llamado SHELL4T (S.R.A.C., 2003, p. 4-183), con formulación de placa gruesa. Incorpora los comportamientos de lámina y membrana, además de la deformación por cortante. Cuenta con seis grados de deformación por nudo (tres traslacionales y tres rotacionales). Es un elemento isótropo de espesor constante. Permite realizar cálculos con las suposiciones de grandes desplazamientos, plasticidad y elasticidad no-lineal. Es adecuado para la simulación, pues reproduce las tensiones de cortante, y puede por tanto calcular la evolución de las tensiones normales requeridas para satisfacer el equilibrio con las fuerzas de palanca.

No se incluyen la cabeza, arandelas o tuerca del tornillo. Sólo se modela el vástago del tornillo por medio de un elemento viga tridimensional. Dicho elemento viga no modela al tornillo en su forma y dimensiones reales, sino equivalentes.

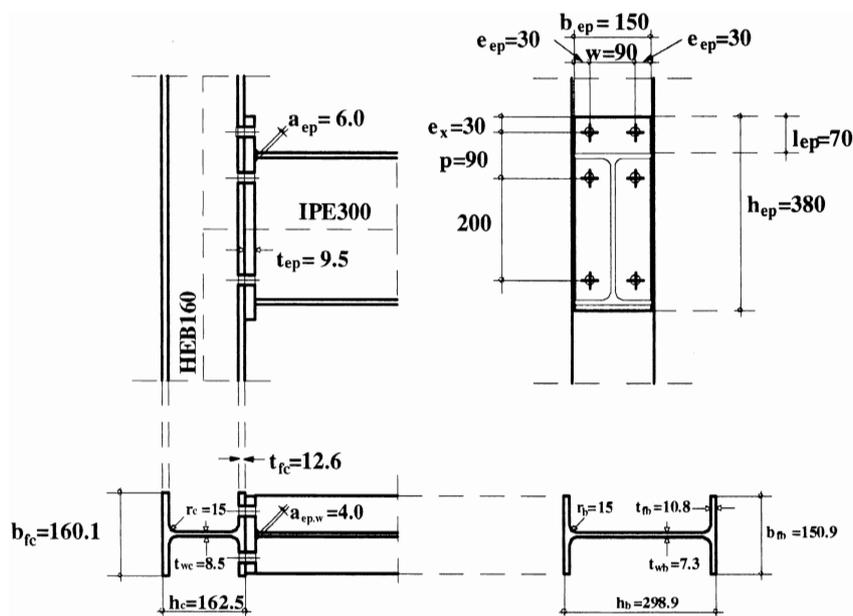
Para el tornillo se utiliza el elemento viga BEAM3D (S.R.A.C., 2003, p. 4-127): corresponde a un elemento uniaxial de dos-nudos, empleado para modelos estructurales no-lineales tridimensionales. Considera seis grados de libertad (tres traslacionales y tres rotacionales) en cada nudo. Se requiere un tercer nudo o un ángulo de orientación de la sección. Admite grandes desplazamientos, elasto-plasticidad y elasticidad no-lineal.

Los extremos del elemento viga empleado se acoplan al perímetro de los taladros en la chapa. Esta restricción de grados de libertad en la chapa reproduce de un modo sencillo y numéricamente estable la sujeción, mayor rigidez y compatibilidad de desplazamientos entre tornillo y la zona adyacente de chapa.

La superficie de contacto entre la chapa de testa y el ala del pilar es una indeterminación variable. Se tantearon estrategias como la de realizar acoplamientos de grados de libertad entre nudos de ambas superficies, pero no se obtuvieron buenos resultados. Se simuló finalmente el contacto insertando elementos GAP (S.R.A.C., 2003, p-4-231), de espacio o fricción no-lineal. Se enlazaron todos los nudos de la chapa de testa con este elemento a sus correspondientes en el ala del pilar (tuvo que emplearse mallados equivalentes). No se consideró fricción. El elemento GAP se definió "a compresión": la presión de contacto sólo aparece cuando las chapas establecen tal, y no opone ninguna resistencia a su separación.

### 7.3.3. Experimento de validación T101.010

Para el calibrado del modelo de elementos finitos se emplea un experimento presentado en la bibliografía, del que se dispone de sus datos geométricos y de su respuesta experimental. El experimento es el T101.010 (Janss, Jaspert y Maquoi, 1987, recogido



**Figura 7.17:** Experimento T101.010 (Janss y otros, 1987, ref. por Faella y otros (2000))

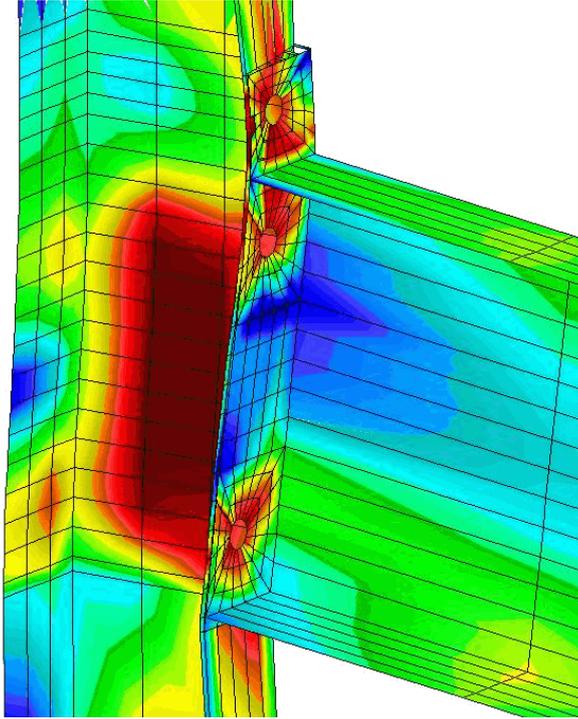
por Faella y otros (2000)), mostrado en la Figura 7.17. Se trata de un ensayo de una unión de chapa de testa extendida en el eje mayor con pilar sin rigidizar. Los perfiles empleados fueron HEB 160 para el pilar e IPE 300 para la viga, con acero S275. La chapa de testa tenía 15 mm de espesor. Los tornillos fueron de diámetro 16, de la clase 10.9. El modo de rotura experimental fue el alma del pilar a cortante, y el momento máximo alcanzado  $124,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$ .

### 7.3.4. Resultados de los modelos numéricos

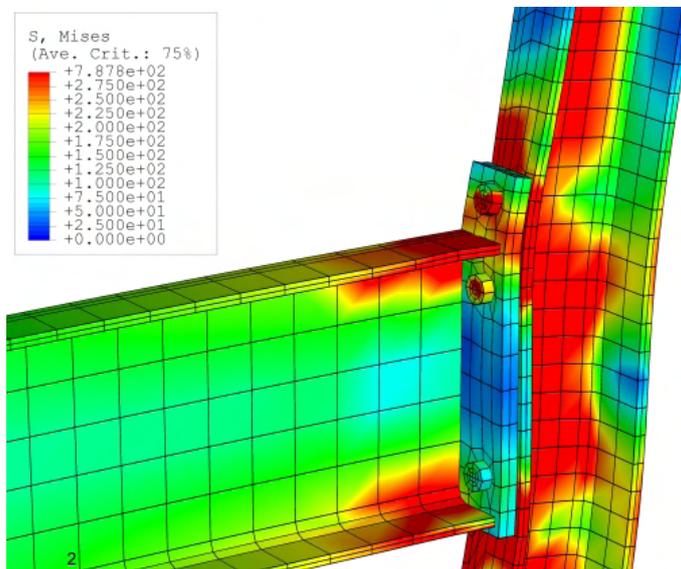
Las Figuras 7.20 y 7.21 muestran el comportamiento rotacional obtenido con los modelos de elementos finitos desarrollados en COSMOS/M y Abaqus, respectivamente. En ambos casos la aproximación es bastante buena. Ambos modelos presentan una rigidez ligeramente inferior al resultado experimental y una resistencia ligeramente superior. El comportamiento tensional obtenido en ambos modelos se muestra en las Figuras 7.18 y 7.19. Se aprecia cómo la mayor tensión se produce en la zona del alma del pilar, como sucede en el experimento real.

El modelo realizado en *COSMOS/M* no predice adecuadamente la ductilidad de la unión (los dos modelos han sido calculados hasta que el programa no ha podido proseguir). Este hecho, unido a la complicación de la simulación del problema de contacto (los elementos GAP deben insertarse uno a uno), fue determinante para desechar el uso de este paquete computacional. Por tanto, por razones de simplicidad de modelado y manejo<sup>3</sup>, se decidió emplear a lo largo de la investigación el modelo desarrollado

<sup>3</sup>*Abaqus* permite la incorporación de rutinas programadas en *Python*, lo que permite automatizar procesos. Este aspecto se reveló como especialmente útil en el análisis finalmente realizado y que se presentará en detalle en el Capítulo 11.



**Figura 7.18:** Tensiones resultantes en el modelo de elementos finitos de *COSMOS/M*



**Figura 7.19:** Tensiones resultantes en el modelo de elementos finitos de *Abaqus*

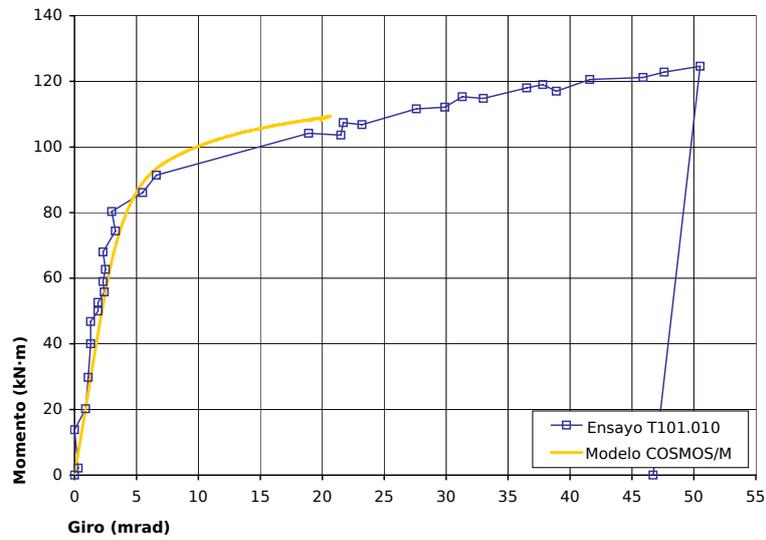


Figura 7.20: Comportamiento momento-rotación del modelo desarrollado en *COSMOS/M*

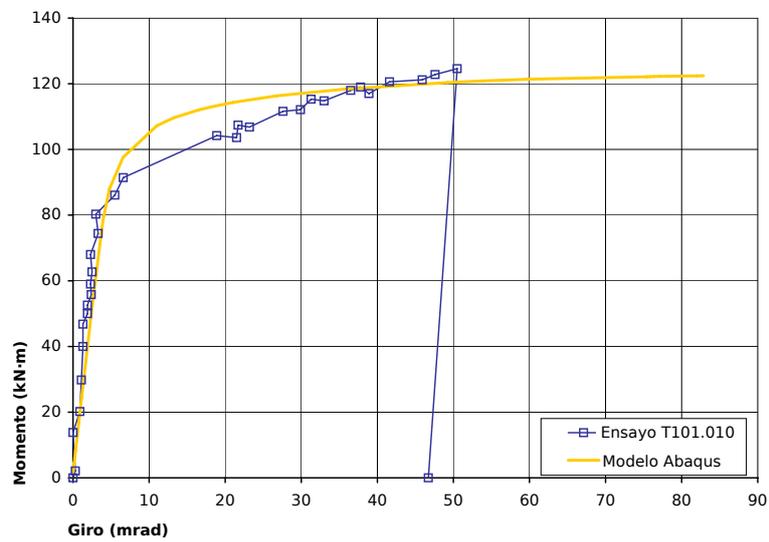


Figura 7.21: Comportamiento momento-rotación del modelo desarrollado en *Abaqus*

mediante *Abaqus* (Sección 7.3.1).

## 7.4. Referencias

- ABAQUS (2004a). *ABAQUS v6.5 Analysis User's Manual*. volumen IV: Elements.
- ABAQUS (2004b). *ABAQUS v6.5 Analysis User's Manual*. volumen III: Materials. version 6.5 edición.
- ABAQUS (2004c). *ABAQUS v6.5 Analysis User's Manual*. volumen V: Prescribed Conditions, Constraints & Interactions.
- Agerskov, H. (1976). «High-strength bolted connections subject to prying». *Journal of the Structural Engineering Division, ASCE*, **102(1)**, pp. 161–175.
- Bahaari, M.R. y Sherbourne, A.N. (2000). «Behavior of Eight-Bolt Large Capacity Endplate Connections». *Computers and Structures*, **(77)**, pp. 315–325.
- Baniotopoulos, C. C. (2000). «Numerical Simulation: Principles, Methods and Models». En: M. Ivanyi y C. C. Baniotopoulos (Eds.), *Semi-Rigid Connections in Structural Steelwork*, CISM Courses and Lectures, pp. 289–346. Springer Verlag, Udine (Italia).
- Bursi, O.S. y Jaspart, J. P. (1998). «Basic Issues in the Finite Element Simulation of Extended End Plate Connections». *Computers & Structures*, **69**, pp. 361–382.
- Bursi, O.S. y Jaspart, J.P. (1997). «Calibration of a Finite Element Model for Isolated Bolted End-Plate Steel Connections». *Journal of Constructional Steel Research*, **44(3)**, pp. 225–262.
- Celigüeta Lizarza, Juan Tomás (2000). *Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural*. Escuela Superior de Ingenieros Industriales - Universidad de Navarra, 1 edición.
- Chasten, C.P.; Lu, L.W. y Driscoll, G.C. (1992). «Prying and shear in end plate connection design». *Journal of Structural Engineering*, **118(5)**, pp. 3122–3136.
- Citipitioglu, A.M.; Haj-Ali, R.M. y White, D.W. (2002). «Refined 3D Finite Element Modeling of Partially-Restrained Connections Including Slip». *Journal of Constructional Steel Research*, **58**, pp. 995–1013.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).
- Gantes, C.J. y Lemonis, M.E. (2003). «Influence of Equivalent Bolt Length in Finite Element Modeling of T-Stub Steel Connections». *Computers & Structures*, **81**, pp. 595–604.
- Gere, J.M. y Timoshenko, S.P. (1986). *Mecánica de materiales*. Grupo Editorial Iberoamérica, 2 edición.

- Janss, J.; Jaspert, J.P. y Maquoi, R. (1987). «Ensayo T101.010».
- Kanchanalai, T. y Suparp, S. (2005). «Experimental Behaviour of Steel Beam-Column Subassemblages with Semi-Rigid Connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–205–4.10–212. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- Krishnamurthy, N. y Graddy, D. (1976). «Correlation between 2 and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections». *Computers & Structures*, **6**, pp. 381–389.
- Kukreti, A.R.; Murray, J.M. y Abolmaali, A. (1987). «End-Plate Connection Moment-Rotation Relationship». *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, pp. 137–157.
- Kukreti, A.R.; Murray, T.M. y Ghassemieh, M. (1989). «Finite element modeling of large capacity stiffened steel tee-hanger connections». *Computers & Structures*, **32(2)**, pp. 409–422.
- Li, K.P. (1996). *Contribution to the numerical simulations of three-dimensional sheet forming by finite element method, chapter 2*. Tesis doctoral, MSM, Universidad de Lieja, Lieja (Bélgica).
- Maggi, Y.I.; Gonçalves, R.M. y Tristao, G.A. (2005). «Experimental and Numerical Behavior of Bolted T-Stubs Applied for Design of Extended End Plate Connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–9–4.10–16. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- Oliveira Bessa, William; Loureiro Ribeiro, Luiz; da Costa Neves, Luis Filipe y Carvalho Teixeira.Gomes, Fernando (2005). «A 3D numerical analysis of minor-axis steel beam-to-column end plate connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–221–4.10–228. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- Sherbourne, A.N. y Bahaari, M.R. (1994). «3-D simulation of end-plate bolted connections». *Journal of Structural Engineering*, **120(11)**, pp. 3122–3136.
- Sherbourne, A.N. y Bahaari, M.R. (1997). «Finite element prediction of end-plate bolted connection behaviour. I: parametric study». *Journal of Structural Engineering*, **123(2)**, pp. 157–164.
- S.R.A.C. (2003). *COSMOS/M 2.8. User's Guide*. Structural Research & Analysis Corp., 1 edición.
- Sumner, E.A.; Mays, T.W. y Murray, T.M. (2000). «End-Plate Moment Connections: Test Results and Finite Element Method Validation». En: *Fourth International Workshop on Connections in Steel Structures*, pp. 82–93. Roanoke, Virginia (Estados Unidos).
- Troup, S.; Xiao, R.Y. y Moy, S.S.J. (1998). «Numerical Modelling of Bolted Steel Joints». *Journal of Constructional Steel Research*, **46(1-3)**, p. 269.

Wanzek, T. y Gebbeken, N. (1999). *Cost C1 WG6 Report*. Capítulo Numerical aspects for the simulation of end plate connections.

Xiao, Robert Y. y Perneti, Fabio (2005). «Numerical analysis of steel and composite steel and concrete connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–253–4.10–259. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).

Cambian los modos de escribir, según el gusto del público; no sufre mudanza lo que está reducido a su expresión elemental.

*Azorín (José Martínez Ruiz)*

# 8

## Modelos simplificados para la estimación del comportamiento de la unión de chapa de testa extendida

<b>8.1</b>	<b>Modelos predictivos sencillos existentes</b>	<b>204</b>
8.1.1	Faella, Piluso y Rizzano .....	204
8.1.2	Steenhuis, Gresnigt y Weynand .....	206
8.1.3	Kozlowski .....	207
8.1.4	Murray y Shoemaker; Murray y Sumner .....	207
<b>8.2</b>	<b>Requerimientos de un método simplificado para el diseño de uniones</b>	<b>208</b>
<b>8.3</b>	<b>Descripción del modelo simplificado propuesto</b>	<b>210</b>
8.3.1	Rigidez .....	210
8.3.2	Resistencia .....	211
<b>8.4</b>	<b>Comparativa de los modelos predictivos</b>	<b>213</b>
<b>8.5</b>	<b>Referencias</b>	<b>215</b>

En este capítulo se va a proponer un método simplificado de diseño de la unión de chapa de testa extendida. Este método de diseño fue ya presentado en el artículo publicado por Cabrero y Bayo (2005a). El análisis paramétrico desarrollado en el Capítulo 6 es la base sobre la que se asienta esta propuesta.

Para la incorporación práctica de las uniones semirrígidas, se requiere de un método que permita diseñar la unión a posteriori, y obtener los valores requeridos. El método de los componentes (Sección 3.2 y Capítulo 5) no permite un diseño inverso. Es una potente herramienta de análisis, que requiere, como paso previo, un diseño prolijo y detallado de la unión.

Como se vio en el método de diseño estructural propuesto en el Capítulo 4, resulta más adecuado desde el punto de vista del diseñador mantener el flujo de diseño habitual para las uniones *tradicionales*: diseñar la estructura de modo global (perfiles y comportamiento de las uniones), y posteriormente entrar en el detalle (diseño de la unión).

Las diversas propuestas previas (una de ellas aparecida con posterioridad a la publicación del método aquí presentado) se exponen en la Sección 8.1. Los requerimientos que debería cumplir todo método simplificado de diseño de la unión se analizan en la Sección 8.2. La propuesta finalmente realizada (Cabrero y Bayo, 2005a) es descrita en detalle en la Sección 8.3.

En la Sección 8.4 se aplican y comparan el método predictivo aquí propuesto y los previos a una serie de uniones de chapa de testa extendida. La propuesta realizada es la que obtiene los mejores resultados.

## 8.1. Modelos predictivos sencillos existentes

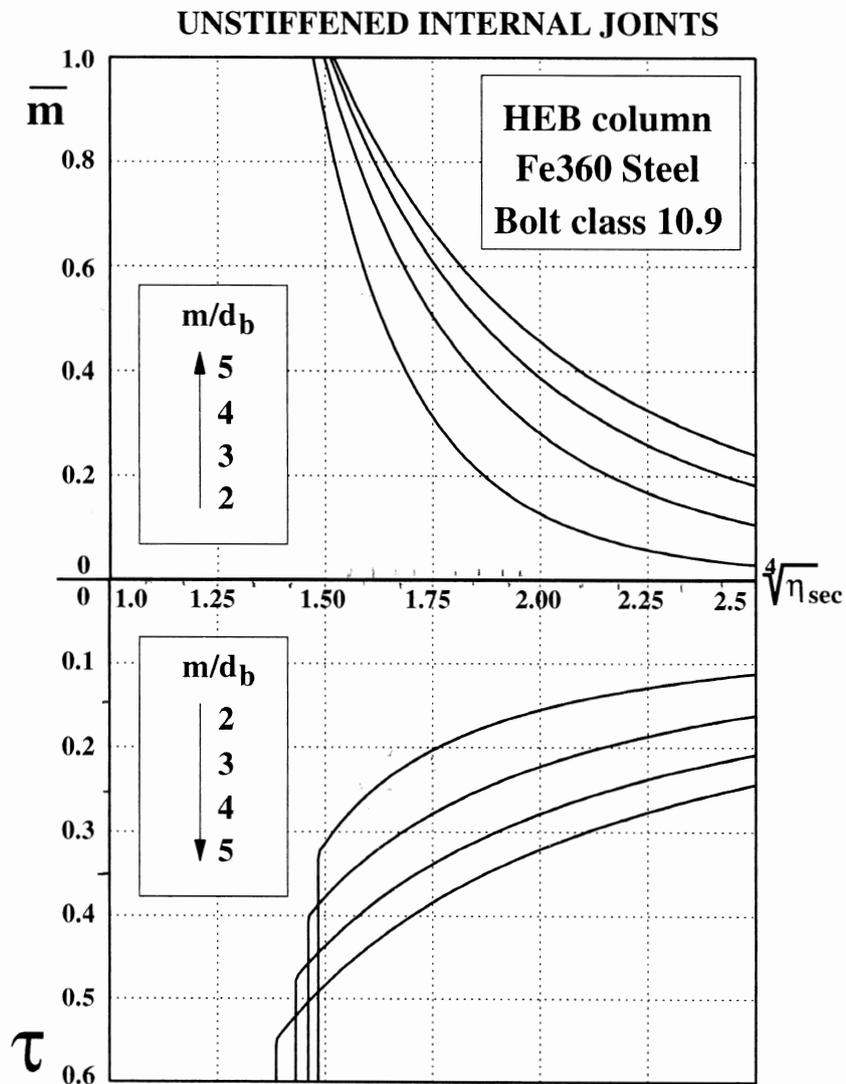
### 8.1.1. Faella, Piluso y Rizzano

Faella, Piluso y Rizzano (2000) propusieron un método de diseño para uniones con chapa de testa extendida en pórticos arriostrados. Es aplicación de las conclusiones obtenidas en su análisis paramétrico explicado en la Sección 6.1.1. En dicho análisis obtuvieron expresiones matemáticas para las relaciones entre la flexibilidad y la resistencia (6.2); y el espesor del ala del pilar, la chapa de testa y la flexibilidad (6.4).

Dichas relaciones se expresan gráficamente en el ábaco de diseño presentado en la Figura 8.1. Dada la relación existente entre rigidez y resistencia, puede usarse el ábaco de diseño de dos modos distintos:

- Previo conocimiento de la rigidez rotacional requerida y las secciones de viga y pilar, la parte inferior del ábaco indica el espesor de chapa de testa requerido (según el valor de la relación  $m/d_b$ ). La parte superior permite obtener la resistencia a flexión de la unión resultante.
- Partiendo de la resistencia requerida para la unión, la parte superior del ábaco proporciona el rango de rigideces en el que se obtendría. La parte inferior muestra entonces el espesor de chapa de testa necesario.

El ábaco permite saber la factibilidad de una unión con unas determinadas características de rigidez y resistencia: la zona limitada por las curvas extremas de la relación



**Figura 8.1:** Ábaco de diseño para uniones internas de chapa de testa extendida (Faella y otros, 2000)

$m/d_b$  indica la zona de uniones viables. Si el punto  $\bar{m}-\eta$  requerido se encuentra dentro de dicha zona, es posible ejecutar una unión de las características buscadas.

### 8.1.2. Steenhuis, Gresnigt y Weynand

Steenhuis, Gresnigt y Weynand (1994) propusieron un método de prediseño de uniones estandarizadas. Mediante el empleo de fórmulas sencillas, en una propuesta inicial (Steenhuis y otros, 1994) sólo se estimaba la rigidez. Posteriormente se completó (Steenhuis, 1999, ref. en CeStruCo (2005)) con la incorporación de fórmulas que indicaban la resistencia.

La principal virtud de su formulación es la mínima información previa requerida. Con el simple conocimiento de los perfiles empleados se obtiene de modo inmediato la rigidez y resistencia de los distintos tipos de uniones semirrígidas. Gracias a esta estimación, el diseñador puede escoger la más conveniente.

Su principal inconveniente es que, aunque abarca la mayoría de los tipos de uniones, para cada uno sólo permite un único diseño geométrico. La adecuación a los requerimientos estructurales se obtiene eligiendo otro tipo de unión. Su propuesta no admite ajustar los parámetros de una unión particular.

Su método se concibe para un prediseño de la estructura, en el que quiere comprobarse la viabilidad de la morfología semirrígida sin necesidad de complicados cálculos. Por ello no pretenden diseñar la unión, sino orientar.

Las fórmulas propuestas para la unión de chapa de testa extendida que nos ocupa son

$$S_{j.ini.pred} = \frac{Er^2 t_{cf}}{\xi} \quad (8.1a)$$

para la rigidez, y

$$M_{j.Rd.pred} = \frac{\zeta f_y r t_{cf}^2}{\gamma_{M0}} \quad (8.1b)$$

para la resistencia. En el Cuadro 8.1 se indican los coeficientes  $\xi$  y  $\zeta$  propuestos, según se trate de una unión interna o externa.

Estas fórmulas resultan de la aplicación del método de los componentes (CEN, 2005b, ver Capítulo 5), determinando previamente la geometría base<sup>1</sup> según una serie de parámetros:

- dos filas de tornillos en la zona de tracción;
- el diámetro de los tornillos es aproximadamente 1,5 veces el espesor del ala del pilar;
- los tornillos se sitúan próximos a la curva de acuerdo entre el ala y el alma del pilar y la viga, a una distancia aproximada de 1,5 veces el espesor del ala del pilar;

<sup>1</sup>Como el método de los componentes requiere una prolija definición geométrica de la unión, determinar a priori la geometría de la unión es un requerimiento necesario para obtener el resultado buscado.

**Cuadro 8.1:** Coeficientes  $\xi$ ,  $\zeta$  y brazo de palanca  $r$  para la estimación de la rigidez inicial y la resistencia de una unión de chapa de testa extendida (tomado de CeStruCo, 2005, en referencia a Steenhuis (1999))

Unión	Coeficiente	
	$\xi$	$\zeta$
Externa	13,0	5,0
Interna	7,5	7,0

- el espesor de la chapa de testa es similar al del ala del pilar.

Se realizan también otra serie de simplificaciones referentes a los parámetros geométricos de los perfiles empleados.

### 8.1.3. Kozlowski

Recientemente, Kozlowski (2005) ha propuesto una nueva formulación para la estimación de la rigidez y la resistencia de uniones semirrígidas. Se basa en un análisis de regresión de los resultados de un extenso análisis paramétrico realizado conforme al método de los componentes (CEN, 2005b, ver Capítulo 5).

En el caso de uniones de chapa de testa extendida con pilar sin rigidizar, propone la siguiente expresión para la rigidez inicial (en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ ):

$$S_{j.ini.pred} = 0,44h_c^{-0,22}h_b^{2,10}t_{ep}^{0,5}d_b^{-0,1} - 4896 \quad (8.2a)$$

para uniones internas,

$$S_{j.ini.pred} = 1,5h_c^{0,44}h_b^{1,2}t_{ep}^{0,35}d_b^{0,005} - 19211 \quad (8.2b)$$

para uniones externas.

Para la resistencia (en  $\text{kN} \cdot \text{m}$ ) propone :

$$M_{j.Rd.pred} = 4,8 \cdot 10^{-4}h_c^{0,24}h_b^{1,31}t_{ep}^{0,32}d_b^{0,9} - 21 \quad (8.3a)$$

para uniones internas,

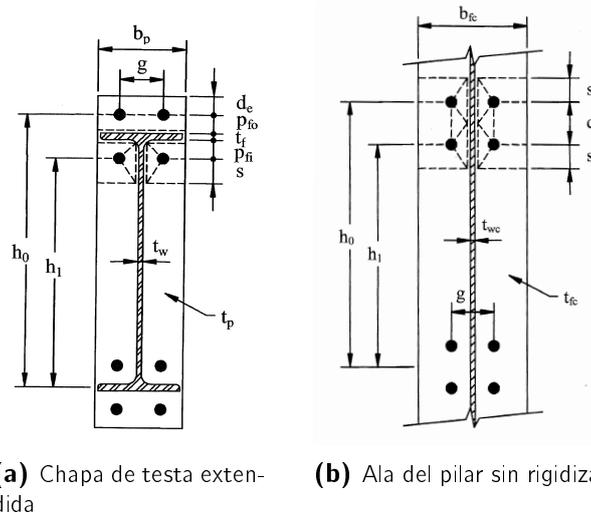
$$M_{j.Rd.pred} = 7,4 \cdot 10^{-5}h_c^{0,62}h_b^{1,2}t_{ep}^{0,4}d_b^{0,85} \quad (8.3b)$$

para uniones externas.

Es más versátil que la propuesta de Steenhuis, Gresnigt y Weynand (ver Sección 8.1.2). Incluye un mayor número de parámetros, por lo que no se limita a un único diseño geométrico de la unión.

### 8.1.4. Murray y Shoemaker; Murray y Sumner

Este método (Murray y Shoemaker, 2002; Murray y Sumner, 2004) ha sido recomendado por la AISC (2004). Sólo calcula la resistencia. Se ha desarrollado para



**Figura 8.2:** Mecanismos de rotura para la estimación de la resistencia de la chapa de testa y el ala del pilar sin rigidizar (Murray y Sumner, 2004)

estimar de modo sencillo y rápido la resistencia de uniones rígidas, adecuadas para construcción de Tipo 1, totalmente restringida<sup>2</sup>. No se considera la rigidez de la unión.

Aplican el método de las líneas de rotura (Johansen, 1962) a la chapa de testa y al ala del pilar (Figura 8.2). La formulación general resistente es

$$\phi M_{j,Rd,pred} = 0,9f_y t_i^2 Y_i, \quad (8.4)$$

donde  $Y_i$  es un factor geométrico cuyos valores son, para la chapa de testa y el ala del pilar sin rigidizar:

$$Y_{ep} = \frac{b_{ep}}{2} \left[ h_1 \frac{1}{p_{f1}} + \frac{1}{s_i} + h_0 \frac{1}{p_{f0}} - \frac{1}{2} \right] + \frac{2}{g} [h_1 (p_{f1} + s_i)], \quad (8.5a)$$

$$Y_{cf} = \frac{b_c}{2} \left[ (h_1 + h_0) \frac{1}{s_i} \right] + \frac{2}{g} \left[ h_1 \left( s_i + \frac{3c}{4} \right) + h_0 \left( s_i + \frac{c}{4} \right) + \frac{c^2}{2} \right] + \frac{g}{2}, \quad (8.5b)$$

respectivamente, siendo

$$s_i = \frac{1}{2} \sqrt{b_i g}. \quad (8.5c)$$

## 8.2. Requerimientos de un método simplificado para el diseño de uniones

Para la aplicación práctica de las uniones semirrígidas, es necesario disponer de un método que permita estimar de modo sencillo las características de la unión. No

<sup>2</sup>Esta referencia es de ámbito americano. La normativa americana (LRFD, 1994) distingue tres tipos de construcciones, siendo el Tipo 1 el correspondiente a la construcción con uniones rígidas.

sólo para conocer de modo previo a un análisis más detallado las características de la unión, sino también para, en las fases iniciales de concepción y diseño, conocer de antemano la adecuación de la unión escogida. Por ello, esta herramienta es un complemento *necesario* al método de diseño presentado en el Capítulo 4 (Cabrero y Bayo, 2004, 2005a). Los métodos existentes previamente<sup>3</sup> (Faella y otros, 2000; Murray y Shoemaker, 2002; Murray y Sumner, 2004; Steenhuis, 1999; Steenhuis y otros, 1994) no resultan adecuados:

- En un caso (Steenhuis, 1999; Steenhuis y otros, 1994), al tratar de reducir el método de los componentes a una sencilla fórmula como la mostrada en (8.1), se realizan demasiadas simplificaciones geométricas. El modelo así resultante sólo es válido para un tipo de uniones muy concreto<sup>4</sup>.
- La propuesta de Murray y Shoemaker (2002); Murray y Sumner (2004) es, obviamente, incompleta: sólo aborda el problema de la resistencia. Además, su formulación, aunque sencilla, resulta larga y dada a errores.
- El método propuesto por Faella y otros (2000) se basa en ábacos, según parámetros adimensionales. Resulta más cómodo un prediseño basado en unas mínimas fórmulas, sin la necesidad de disponer de un ábaco determinado. Los parámetros adimensionales hacen más arduo su empleo.

Se necesita un método de prediseño de la unión con las siguientes características:

- no constreñido a una geometría concreta —al contrario que ocurre con el método de Steenhuis (1999); Steenhuis y otros (1994)—;
- según parámetros geométricos obtenidos directamente de la unión y las características de los perfiles, y con un sentido físico claro —no en función de parámetros adimensionales de más compleja comprensión y obtención, como ocurre en Faella y otros (2000)—;
- que sea una herramienta *práctica* de diseño, en la que se puedan obtener, conociendo los requerimientos de la unión, la geometría adecuada —Kozlowski (2005), en parte, soluciona este aspecto, pues su expresión es función del espesor de la chapa de testa y el diámetro de los tornillos; aunque no se indica su distribución geométrica—;
- que permita conocer el elemento débil de la unión, el que gobierna su comportamiento y resistencia (ninguno de los métodos proporciona tal información).

El modelo que se propondrá en la siguiente sección (Cabrero y Bayo, 2005a) trata de subsanar estas deficiencias.

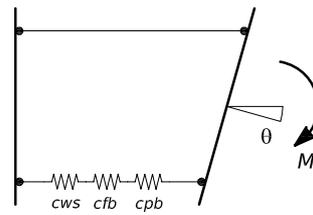


Figura 8.3: Modelo simplificado propuesto para la obtención de la rigidez

### 8.3. Descripción del modelo simplificado propuesto

#### 8.3.1. Rigidez

Dados los resultados y conclusiones obtenidas a partir del análisis paramétrico expuesto en el Capítulo 6, se propone un modelo (Cabrero y Bayo, 2005a) en el que se incluyan sólo los componentes y parámetros que contribuyen en mayor medida a la flexibilidad de la unión:

- alma del pilar a cortante (aunque el componente básico no influye en demasía, sí influye al verse afectado por el factor  $\beta$ , como se muestra en la Sección 6.6);
- ala del pilar a flexión;
- chapa de testa a flexión.

El modelo propuesto simplifica el modelo de muelles del Eurocódigo (ver Figura 5.3) a tres muelles que representan los tres componentes básicos ya citados, como se muestra en la Figura 8.3.

El ensamblaje de los tres muelles proporciona la rigidez inicial de la unión:

$$S_{j,ini.pred} = \frac{1}{\frac{1}{S_{cws}} + \frac{1}{S_{cfb}} + \frac{1}{S_{epb}}} \quad (8.6)$$

La rigidez del alma del pilar a cortante se define como

$$S_{cws} = 0,38E \frac{h_b A_{vc}}{\beta}. \quad (8.7)$$

Es una simplificación de la propuesta en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11), ya presentada en la Sección 5.3.2 (5.22).

Para el ala del pilar a flexión, se expresa su rigidez axial como

$$S_{cfb} = 60E \frac{h_b^2 t_c f^3}{b_c^2}. \quad (8.8)$$

<sup>3</sup>El método de diseño aquí presentado fue publicado en Cabrero y Bayo (2005a). Como se puede comprobar, es anterior a la propuesta de Kozłowski (2005). Al no haberse publicado todavía, no influyó en la gestación del presente método.

<sup>4</sup>Por este motivo, al referirnos a este método se le ha añadido el calificativo de *estandarizadas* a las uniones para las que se aplica.

Por último, la rigidez de la chapa de testa a flexión es

$$S_{epb} = (60 - 2t_{ep}) E \frac{\left(h_b - \frac{p}{2}\right)^2 t_{ep}^3}{p^2}. \quad (8.9)$$

Dos de los muelles —los correspondientes al alma del pilar a cortante (8.7) y al ala del pilar a flexión (8.8)— son independientes de la geometría de la unión. Como las secciones de pilar y viga se conocen previamente, quedan definidos con anterioridad al diseño de la unión.

El muelle correspondiente a la chapa de testa a flexión (8.9) se expresa en función de los parámetros de la geometría de la unión con mayor influencia en su comportamiento (recordar el análisis mostrado en la Sección 6.7): el espesor de la chapa de testa,  $t_{ep}$ , y la distancia vertical entre los tornillos,  $p$ .

Al concentrarse los parámetros de diseño de la unión en un único muelle (el referido a la chapa de testa a flexión (8.9)), se puede operar de forma inversa en la formulación. Así, se pueden obtener los parámetros requeridos para la rigidez buscada (o comprobar la viabilidad de una unión con la rigidez buscada y los perfiles requeridos).

Los muelles correspondientes al ala del pilar a flexión y la chapa de testa a flexión se corresponden con la formulación básica de la rigidez para un *T-stub* (ver Sección 5.2.2):

$$S_{cfb} = A_1 E \frac{h_b^2 t_{cf}^3}{b_c^2}, \quad (8.8')$$

$$S_{epb} = A_2 E \frac{(h_b - p/2)^2 t_{ep}^3}{p^2}. \quad (8.9')$$

Los valores de las constantes  $A_1$  y  $A_2$  han sido obtenidos mediante un análisis de regresión (mostrado en parte en Cabrero y Bayo (2005a) y en los Cuadros 8.2 y 8.3). Tras un análisis inicial en el que se fijaron de modo aproximado los coeficientes de cada muelle, se fijó el coeficiente  $A_1 = 60$  para el muelle del ala del pilar a flexión. En una segunda fase se estimó el valor de  $A_2$  de la chapa de testa a flexión, a partir de la siguiente expresión según  $B_1$  y  $B_2$

$$A_2 = B_1 - B_2 t_{ep}. \quad (8.10)$$

Los valores medios finales son  $B_1 = 60$  y  $B_2 = -2$ , correspondientes a lo indicado en (8.9).

### 8.3.2. Resistencia

Al igual que ocurría con la rigidez, los resultados obtenidos en el estudio paramétrico presentado en el Capítulo 6 permiten inferir como los principales modos de rotura de la unión (Cabrero y Bayo, 2005a):

- alma del pilar a cortante;

**Cuadro 8.2:** Ajuste para obtención de los parámetros de resistencia. Uniones viga-pilar IPE 270-HEB 160 con 90 y 120 mm de separación entre filas de tornillos,  $p$ 

Viga		Pilar			Tornillo		Viga		Pilar			Tornillo			
IPE270		HEB160			T22		IPE270		HEB160			T22			
$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	
355	150	90	90	30	370	150	120	90	30						
$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		
8	13 096,33	60,00	39,91		8	9 679,75	60,00	47,28		8	9 679,75	60,00	47,28		
12	19 149,59	60,00	33,53		12	15 087,22	60,00	33,07		12	15 087,22	60,00	33,07		
15	20 692,98	60,00	24,39		15	17 754,69	60,00	26,71		15	17 754,69	60,00	26,71		
20	23 055,42	60,00	22,14		20	20 838,20	60,00	21,80		20	20 838,20	60,00	21,80		
$B_1 = 51,3650$		$B_2 = -1,5544$			$B_1 = 60,8798$		$B_2 = -2,0964$								

**Cuadro 8.3:** Ajuste para obtención de los parámetros de resistencia. Uniones viga-pilar IPE 450-HEB 160 con 90 y 120 mm de separación entre filas de tornillos,  $p$ 

Viga		Pilar			Tornillo		Viga		Pilar			Tornillo			
IPE450		HEB160			T22		IPE450		HEB160			T22			
$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	$h_{ep}$	$b_{ep}$	$p$	$w$	$e$	
535	150	90	90	30	550	150	120	90	30						
$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		$t_{ep}$	$S_{j,Rd}$	$A_1$	$A_2$		
8	32 160,05	60,00	42,94		8	26 419,30	60,00	50,45		8	26 419,30	60,00	50,45		
12	39 988,74	60,00	29,53		12	34 621,25	60,00	30,75		12	34 621,25	60,00	30,75		
15	42 675,58	60,00	22,96		15	38 741,26	60,00	24,67		15	38 741,26	60,00	24,67		
20	45 151,37	60,00	16,80		20	42 237,83	60,00	17,20		20	42 237,83	60,00	17,20		
$B_1 = 57,5967$		$B_2 = -2,1483$			$B_1 = 67,5947$		$B_2 = -2,6783$								

- ala del pilar a flexión<sup>5</sup>;
- chapa de testa a flexión.

La resistencia del alma del pilar a cortante se expresa como

$$M_{j.cws} = \frac{0,9}{\sqrt{3}} \frac{f_y A_{vc} h_b}{\beta} \approx 0,52 \frac{f_y A_{vc} h_b}{\beta}. \quad (8.11)$$

Esta fórmula es obtenida a partir de la del Eurocódigo (CEN, 2005b, apartado 6.2.6.1), presentada en la Sección 5.3.1.

Las propuestas para la resistencia del ala del pilar sin rigidizar y la chapa de testa a flexión se basan en la formulación realizada por Murray y Shoemaker (2002); Murray y Sumner (2004) presentada en la Sección 8.1.4.

<sup>5</sup>Aunque en los resultados obtenidos en el análisis paramétrico del Capítulo 6 no adquiere tanta preponderancia, se incluye dada la importancia observada por Faella y otros (2000) en el suyo (Sección 6.1.1).

La resistencia de estos componentes se formula como

$$\phi M_{j,Rd} = 0,9f_y t_i^2 Y_i \quad (8.4)$$

donde  $Y_i$  era un parámetro geométrico (8.5) relacionado con las líneas de rotura analizadas para cada elemento (Figura 8.2).

Se desarrolla una nueva formulación para este parámetro  $Y_i$ , expresándolo como función de la distancia vertical entre filas de tornillos,  $p$ , el canto de la viga,  $h_b$ , y el ancho del pilar,  $b_c$ . Se realizan las siguientes simplificaciones:

$$b_{ep} \approx b_c \quad (8.12a)$$

$$p_{fi} \approx 0,4p \quad (8.12b)$$

$$s \approx 0,35b_c \quad (8.12c)$$

$$g \approx 0,5b_c \quad (8.12d)$$

$$h_0 \approx h_b + \frac{p}{2} \quad (8.12e)$$

$$h_1 \approx h_b - \frac{p}{2} \quad (8.12f)$$

Partiendo de (8.5a), se obtiene

$$Y_{ep} = 2,8h_b - 1,4p + (2h_b - p) \frac{0,8p}{b_c} + \frac{2,5b_c h_b}{p} \quad (8.13)$$

para la resistencia de la chapa de testa, y a partir de (8.5b),

$$Y_{cf} = 5,66h_b + 0,25b_c + \frac{p(p + 4h_b)}{b_c} \quad (8.14)$$

para el ala del pilar sin rigidizar.

## 8.4. Comparativa de los modelos predictivos

Se compara el método predictivo propuesto (Cabrero y Bayo, 2005a) con los existentes previamente (explicados en la Sección 8.1). Para ello, se aplican los métodos presentados a seis uniones de chapa de testa extendida. Las uniones analizadas (Cuadro 8.4) son de geometría, perfiles y tornillos diversos. Constituyen una muestra representativa de diversas configuraciones posibles. En el Cuadro 8.4, junto con sus características materiales, se incluyen su rigidez y resistencia, halladas según el método de los componentes (CEN, 2005b, y Capítulo 5) propuesto por el Eurocódigo. Estos valores obtenidos según el Eurocódigo se consideran como la solución exacta. Los Cuadros 8.5 y 8.6 muestran la rigidez y resistencia obtenidas con la aplicación de cada método de prediseño.

El error medio del método aquí propuesto (Sección 8.3) es inferior al 5 %. En ningún caso particular el error supera el 10 %. De los métodos presentados es el que obtiene una mejor aproximación tanto para la rigidez como para la resistencia.

El método de Faella y otros (2000) obtiene un error medio similar para la rigidez, pero en algunos casos concretos el error supera el 10 %, e incluso el 15 %. Sobrestima

**Cuadro 8.4:** Comparativa de métodos de prediseño. Uniones representativas analizadas

Unión	A	B	C	D	E	F
Viga	IPE300	IPE300	IPE360	IPE360	IPE360	IPE360
Pilar	HEB160	HEB160	HEB160	HEB160	HEB200	HEB200
Tornillo	T16	T16	T16	T16	T22	T22
$h_{ep}$	380	380	440	440	440	440
$b_{ep}$	150	150	150	150	150	150
$t_{ep}$	20	10	10	16	16	10
$\rho$	90	90	90	90	90	90
$\rho_2$	156	156	156	156	156	156
$w$	90	90	90	90	90	90
$e$	30	30	30	30	30	30
$e_x$	30	30	30	30	30	30
$\beta$	1	1	1	1	1	1
Rigidez (kN · m/rad)	24 688,99	19 881,05	26 699,40	31 111,95	40 515,76	33 268,17
Resistencia (kN · m)	75,33	51,90	64,46	88,23	123,09	74,35

**Cuadro 8.5:** Comparativa de métodos de prediseño. Rigidez

Unión	A	B	C	D	E	F
Rigidez (kN · m/rad)	24 689,00	19 881,06	26 699,40	31 111,96	40 515,76	33 268,18
Faella y otros	27 455,49 11,21 %	18 709,64 -5,89 %	26 528,41 -0,64 %	30 358,02 -2,42 %	46 862,67 15,67 %	39 359,56 18,31 %
Steenhuis y otros	17 575,84 -28,81 %	17 575,84 -11,60 %	25 329,63 -5,13 %	25 329,63 -18,59 %	29 226,50 -27,86 %	29 226,50 -12,15 %
Kozlowski	18793,12 -23,88 %	10606,43 -46,65 %	17898,72 -32,96 %	24534,12 -21,14 %	29123,98 -28,12 %	21792,37 -34,49 %
Cabrero y Bayo	26 504,26 7,35 %	20 470,04 2,96 %	27 290,30 2,21 %	32 987,71 6,03 %	40 541,06 0,06 %	32 263,17 -3,02 %

**Cuadro 8.6:** Comparativa de métodos de prediseño. Resistencia

Unión	A	B	C	D	E	F
Resistencia (kN · m)	75,34	51,91	64,46	88,23	123,09	74,35
Faella y otros	103,69 37,63 %	65,67 26,50 %	86,87 34,76 %	106,49 20,69 %	159,73 29,76 %	114,89 54,52 %
Steenhuis y otros	67,23 -10,77 %	67,23 29,51 %	80,70 25,20 %	80,70 -8,53 %	107,45 -12,71 %	107,45 44,51 %
Kozlowski	56,53 -24,97 %	42,84 -17,47 %	53,32 -17,29 %	64,34 -27,08 %	96,86 -21,31 %	80,26 7,94 %
Murray y Sumner	162,96 116,31 %	40,74 -21,52 %	50,42 -21,79 %	129,07 46,28 %	128,63 4,50 %	50,25 -32,42 %
Cabrero y Bayo	75,46 0,16 %	56,35 8,56 %	68,45 6,18 %	90,55 2,63 %	127,82 3,85 %	76,94 3,48 %

la resistencia, con un error medio superior al 30 %. Al tener que emplear un ábaco, puede reducirse también la exactitud de los resultados.

La propuesta de Steenhuis y otros (1994) subestima la rigidez en aproximadamente un 15 %. Su mejor aproximación sólo tiene un error del 5 %, pero en el resto de casos el error es superior al 10 %, con errores cercanos incluso al 30 %. Tampoco obtiene buenas predicciones de la resistencia: el error medio supera el 10 %. Sobrestima la resistencia de tres de las uniones en aproximadamente un 10 % y subestima la de las otras tres, con un error máximo del 45 %.

Aun siendo la más reciente, la formulación de Kozlowski (2005) es de las que obtiene peores resultados. Infravalora la rigidez en un 30 % (en un caso la rigidez obtenida es la mitad); y también la resistencia, con un error medio del 20 %.

La propuesta de Murray y Sumner (2004) presenta un error medio del 15 %. En uno de los casos estima una resistencia doble a la real. Ha de indicarse que este método no incluye la resistencia del alma del pilar, lo que explica su mal resultado.

El método expuesto en este capítulo (Cabrero y Bayo, 2005a) es por tanto el que presenta menores errores respecto a los valores obtenidos con el método de los componentes propuesto por el Eurocódigo. Es un método sencillo y versátil, que puede ser empleado en fases iniciales del diseño para estimar de modo fiable (los errores obtenidos no superan el 10 % en ningún caso) la resistencia y rigidez de la unión semi-rígida de chapa de testa extendida.

## 8.5. Referencias

AISC (2004). *Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications*. Borrador del 24 de diciembre de 2004 edición.

Cabrero, J.M. y Bayo, E. (2004). «Uniones Semi-Rígidas en Estructuras de Acero:

- una Visión desde el Diseño». En: S. Hernández (Ed.), *CEA 2004. Congreso de la Estructura de Acero*, Artécnum, A Coruña (España).
- Cabrero, J.M. y Bayo, E. (2005). «Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections». *Engineering Structures*, **27(8)**, pp. 1125–1137.
- CEN (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.
- CeStruCo (2005). «CeStruCo (Continuing Education in Structural Connections). Structural Connections according to Eurocode 3. Frequently Asked Questions». CD-ROM.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).
- Johansen, K.W. (1962). *Yield-Line Theory*. Cement and Concrete Association, Londres (Reino Unido).
- Kozłowski, A. (2005). «Guidelines for Predesign of Steel Frames with Semi-Rigid Joints». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–197–4.10–204. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- LRFD (1994). *Manual of Steel Construction - Load and Resistance Factor Design (LRFD)*. volumen I. Structural Members, Specifications, & Codes. American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, Illinois (EEUU), 2 edición.
- Murray, T.M. y Shoemaker, W. L. (2002). *Flush and Extended Multiple Row: Moment End-Plate Connections*. Steel Design Guide Series. American Institute of Steel Construction, Chicago (EEUU).
- Murray, T.M. y Sumner, E.A. (2004). *Extended End-Plate Moment Connections*. Número 4 en Steel Design Guide. American Institute of Steel Construction, 2 edición.
- Steenhuis, M. (1999). *Momentverbindungen*. volumen SG/TC10a. Stalbouwkundig Genootschap, Rotterdam (Holanda).
- Steenhuis, M.; Gresnigt, N. y Weynand, K. (1994). «Pre-Design of Semi-Rigid Joints in Steel Frames». En: F. Wald (Ed.), *Cost C1: Proceedings of the Second State of the Art Workshop*, Praga (República Checa).