



Un paso más: uniones semirrígidas  
tridimensionales



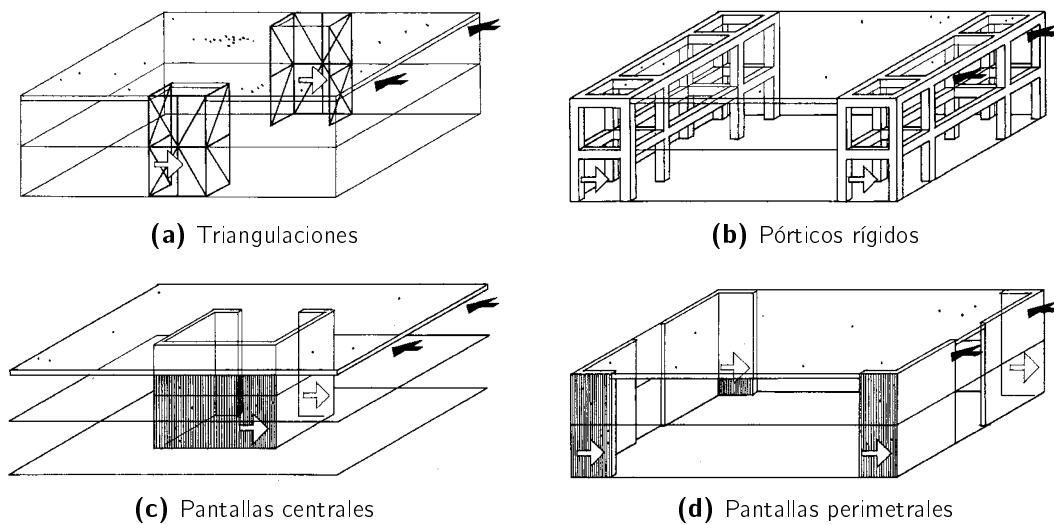
No es el corazón por si solo el que crea todo lo que sea bello, emocional, patético, o encantador; ni tampoco es el cerebro solo capaz de producir la perfecta construcción, la organización sonora, lo que sea lógico o lo complicado.

*Arnold Schönberg*

# 9

## Comportamiento tridimensional

<b>9.1</b>	<b>Mecanismo resistente lateral</b>	<b>220</b>
<b>9.2</b>	<b>Uniones tridimensionales</b>	<b>221</b>
9.2.1	Unión en el eje menor atornillada al alma del pilar .....	221
9.2.2	Propuesta de unión tridimensional .....	223
<b>9.3</b>	<b>Otras necesidades de la estructura tridimensional</b>	<b>227</b>
9.3.1	Pilares sin eje débil .....	227
9.3.2	Forjados bidireccionales .....	228
<b>9.4</b>	<b>Referencias</b>	<b>228</b>



**Figura 9.1:** Mecanismos resistentes para esfuerzos horizontales (Engel, 2001)

Hasta el momento todo ha versado sobre uniones semirrígidas en el eje mayor. Como se mostró en la primera parte, las uniones semirrígidas pueden ser una alternativa morfológica eficiente ante las uniones tradicionales articuladas y rígidas (ver Sección 4). Es factible su aplicación en la dirección principal de la estructura. Su empleo permite obtener una estructura en la que, sin necesidad de arriostramientos adicionales, mediante la rigidez rotacional de las uniones semirrígidas se disponga de suficiente rigidez lateral.

Esta morfología presenta ventajas evidentes desde el punto de vista del diseño del edificio. Se evita la aparición de elementos adicionales de arriostramiento; la estructura se reduce a una pura retícula, sin elementos adicionales que deban ser enmascarados. Es una solución estructural más transparente y flexible (desde un punto de vista funcional). El trabajo conjunto de toda la estructura semirrígida es una alternativa viable a la concentración de los esfuerzos laterales en un único elemento. Y si las uniones semirrígidas no proporcionaran suficiente estabilidad lateral, los elementos de arriostramiento adicionales serían mínimos.

Puede darse un paso más. El plano perpendicular sigue precisando de arriostramiento. ¿Podría extenderse el comportamiento semirrígido y su arriostramiento al eje débil de la estructura?

## 9.1. Mecanismo resistente lateral

Engel (2001) recoge cuatro sistemas de resistencia al viento en sentido longitudinal y transversal: triangulaciones (Figura 9.1(a)), núcleo central (Figura 9.1(c)), pantallas perimetrales (Figura 9.1(d)) y pórticos (Figura 9.1(b)). A excepción de este último, el resto de sistemas estructurales tienen exigencias *estéticas*: se deben cegar paños, disimular triangulaciones...

Los pórticos rígidos son muy caros (ver Sección 1.2.3). Por eso, sólo se ejecutan con uniones rígidas un número determinado de pórticos, que se disponen adecuadamente para resistir las acciones horizontales. Esta misma solución, con algunos pórticos resistentes lateralmente, podría aplicarse a la morfología semirrígida.

Pero, dado su menor coste y sus menores rigidez y resistencia, es más adecuado hacer trabajar *toda* la estructura conjuntamente. Resulta conveniente repartir la carga al mayor número posible de puntos. El efecto global es el mismo, pero el esfuerzo puntual es mucho menor.

La morfología propuesta es una estructura tridimensionalmente activa. Se obtiene un reparto homogéneo de los esfuerzos laterales en toda la estructura, la cual, adicionalmente, es muy redundante.

Se precisa para ello una unión semirrígida en el eje menor. En la siguiente sección se propondrá una, cuya adecuación y comportamiento serán analizados a lo largo de esta parte.

## 9.2. Uniones tridimensionales

### 9.2.1. Unión en el eje menor atornillada al alma del pilar

La solución típica de unión en el eje menor consiste en atornillar directamente al alma del pilar. Con los componentes actualmente recogidos en el Eurocódigo (CEN, 2005b) (ver Figura 3.4) no pueden calcularse estas uniones: falta añadir el *alma del pilar a flexión*. En el Capítulo 12 se propondrá una formulación para este componente.

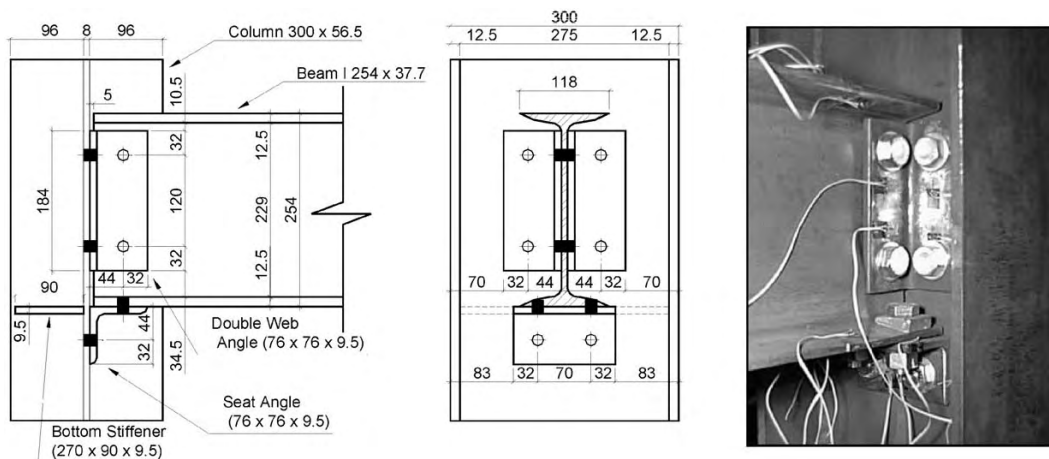
Se han analizado y propuesto una serie de uniones en el eje menor:

- de doble angular de alma y angular inferior de asiento chapa de testa extendida (de Lima y otros, 1999; De Lima y otros, 2002, Figura 9.2(a));
- de chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004, Figura 9.2(b));
- de chapa de testa extendida atornillada a un pilar mixto, formado por un tubular de acero relleno de hormigón (Costa Neves, 2004, Figura 9.3).

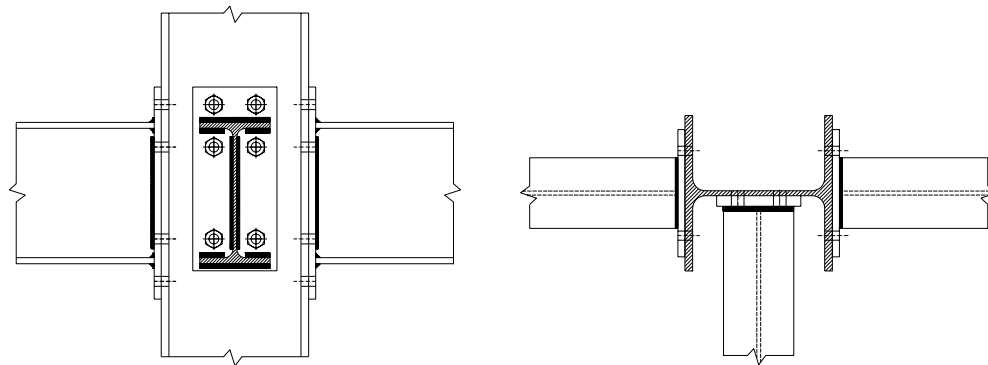
La unión en el eje menor atornillada al alma presenta diversos inconvenientes:

- Al introducirse la viga del eje menor entre las alas del pilar, dificulta la ejecución de la unión del eje mayor. Deben diseñarse ambas uniones de modo que la viga del eje menor no impida la colocación de los tornillos de la del mayor.
- Los taladros y tornillos de las dos uniones del eje menor han de coincidir en posición y número (debe emplearse el mismo tornillos para ambas).
- En muchos casos se reduce la resistencia de la viga del eje menor al despallarla para introducirla en el pilar.
- Los taladros realizados al alma del pilar (punto crítico para el comportamiento de la unión del eje mayor, como se mostró en el Capítulo 6) reducen su resistencia.

Ninguno de los estudios realizados para estas uniones analizaba efectos tridimensionales. El estudio de Gibbons y otros (1991) es de los pocos en que se estudian, con uniones semirrígidas en ambos ejes. Experimentaron uniones de angulares de ala, de



(a) Unión con angulares (de Lima, de Andrade y da S.Velasco, 1999; De Lima y otros, 2002)



(b) Unión de chapa extendida de testa (Costa Neves, 2004)

Figura 9.2: Uniones semirrígidas en el eje menor atornilladas al alma del pilar.

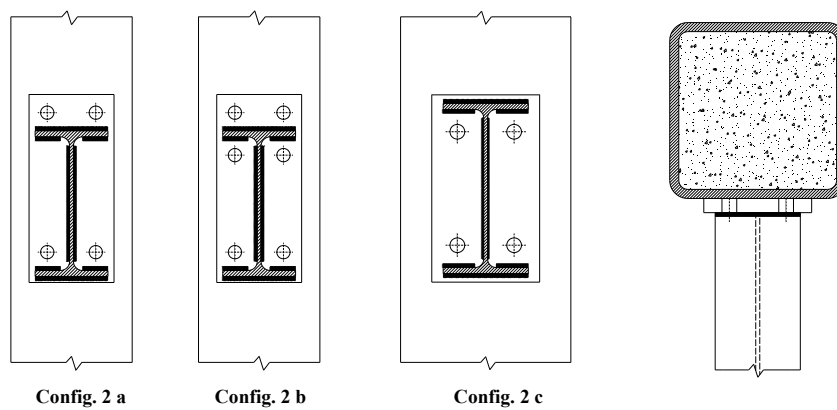
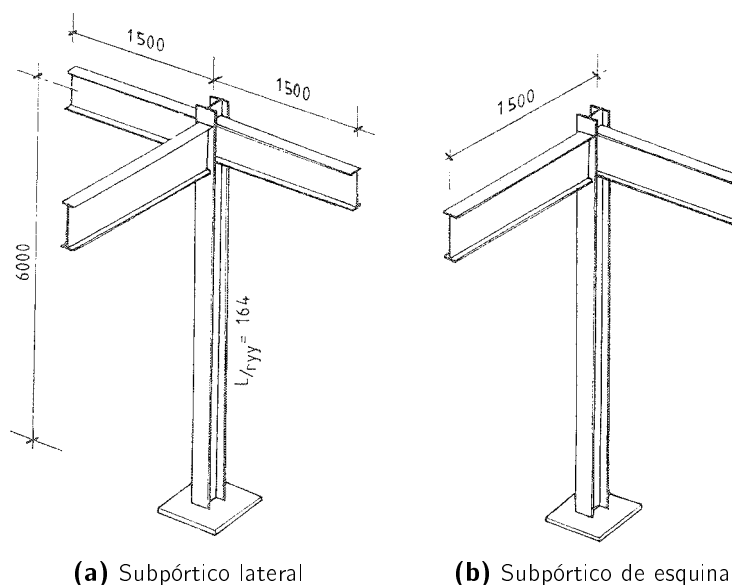


Figura 9.3: Unión de chapa de testa extendida atornillada a un pilar mixto (Costa Neves, 2004)



**Figura 9.4:** Configuraciones básicas de los ensayos realizados por Gibbons y otros (1991)

angulares de alma, de angulares de ala y alma, y de chapa de testa no extendida. En la Figura 9.4 se muestran las dos configuraciones tipo ensayadas.

Sus resultados experimentales indican ausencia de interacción entre ambos ejes. Todos los pilares colapsaron como resultado de una flecha excesiva en el eje menor. Aunque trataron de inducir la aparición de giros en el pilar, el giro resultante fue, en sus propias palabras, “sorprendentemente pequeño”.

Aparentemente no hay interacción, pero la redistribución de momentos resultante sí afecta al comportamiento general del pórtico. Al realizar una estructura tridimensional, debe hacerse también un análisis tridimensional, nunca bidimensional. Como demuestran Kim y Kang (2002); Kim, Kang y Lee (2003)<sup>1</sup>, la variación entre ambos análisis no es nada despreciable (Figura 9.6). Se requiere del desarrollo de métodos que incorporen el comportamiento tridimensional de las uniones. En el Capítulo 12 se presentará una modificación al método de los componentes para incluir los efectos tridimensionales en la unión.

### 9.2.2. Propuesta de unión tridimensional

Se propone un nuevo tipo de unión en el eje menor que permite materializar fácilmente una unión semirrígida tridimensional. En ambos ejes se emplean uniones de chapa de testa extendida.

<sup>1</sup>Su artículo es seminal en la experimentación de pórticos espaciales. El pórtico ensayado es de un vano en ambas direcciones y dos plantas (Figura 9.5). Las uniones son rígidas (no semirrígidas) y soldadas.

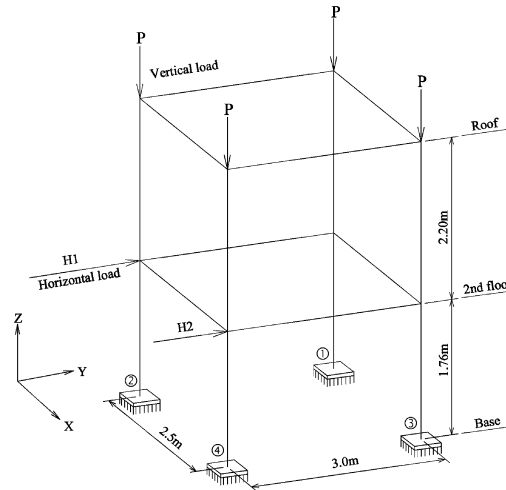


Figura 9.5: Pórtico tridimensional rígido ensayado por Kim y otros (2003)

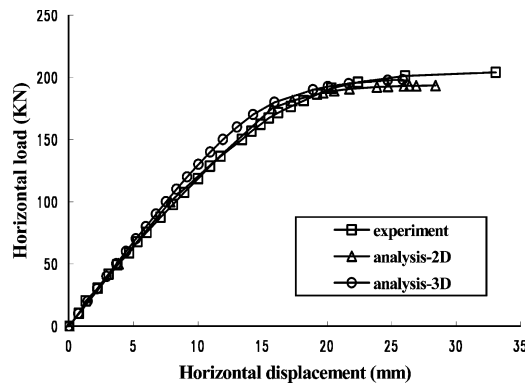


Figura 9.6: Comparación de las curvas carga-desplazamiento horizontal para el pórtico ensayado, y análisis bidimensional o tridimensional (Kim y otros, 2003)

**Chapa adicional.** La característica principal de esta unión es no materializar la conexión del eje menor en el alma del pilar. Esta simple decisión minimiza la interferencia en el diseño de ambos ejes. Se suelda una chapa entre las alas del pilar (en adelante referida como *chapa adicional* y mediante el subíndice  $ap$ , Figura 9.7), a la que se atornilla la unión (Figura 9.8).

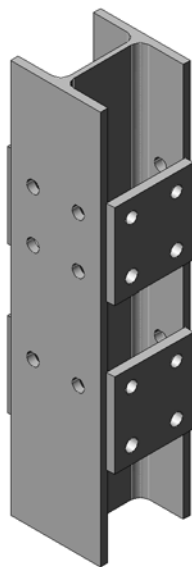
Esta chapa adicional facilita la ejecución en taller. No se requiere taladrar el alma del pilar<sup>2</sup>. La chapa adicional es taladrada y soldada en taller. En obra sólo se realizan labores de atornillado.

La soldadura entre la chapa y las alas es de ejecución sencilla. Al ser realizada en taller, se puede asegurar su calidad y correcta ejecución.

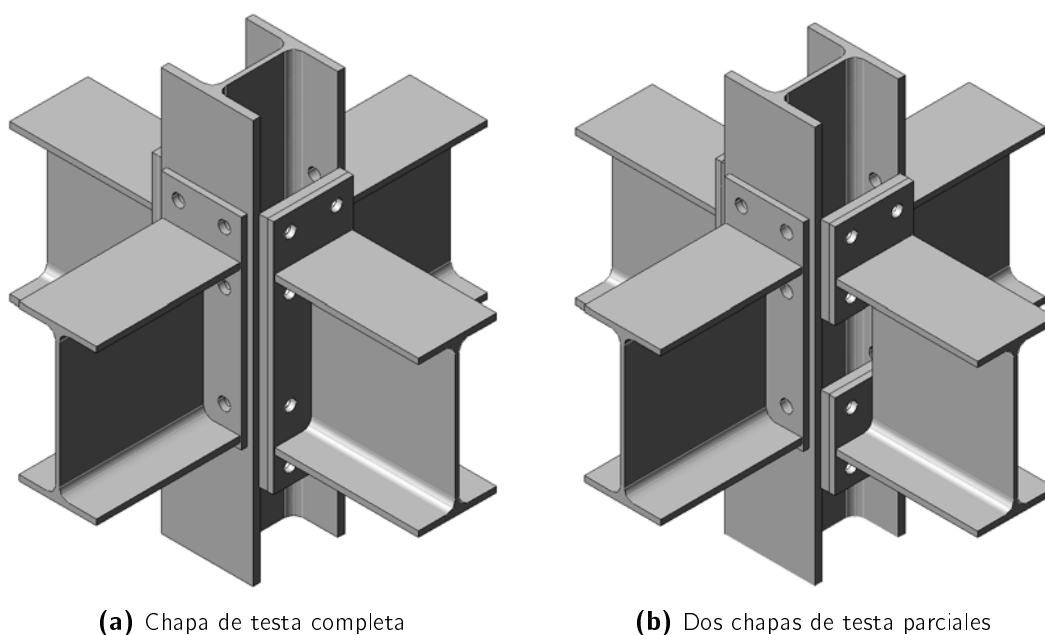
La inclusión de esta chapa adicional no es perjudicial para el comportamiento de la unión en el eje mayor. Al contrario, constituye un mecanismo resistente adicional al

<sup>2</sup>El pilar, por su envergadura y peso, resulta de difícil manejo en el taller.





**Figura 9.7:** Chapa adicional soldada a las alas del pilar



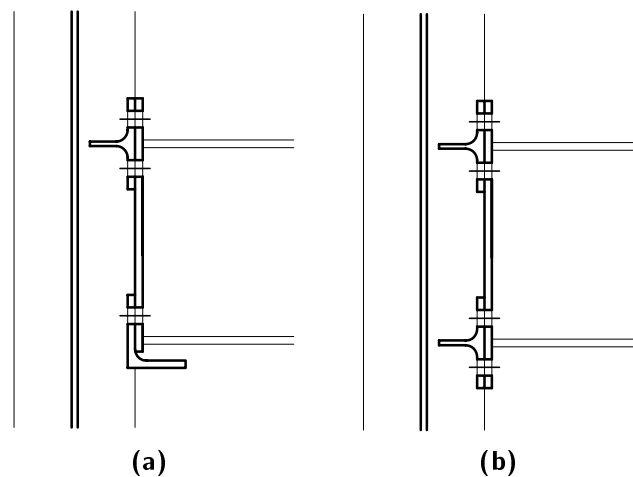
**(a)** Chapa de testa completa

**(b)** Dos chapas de testa parciales

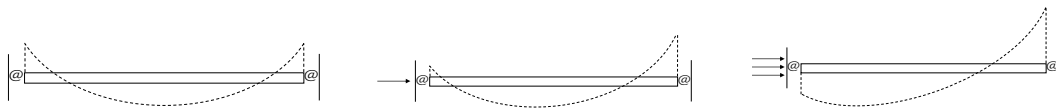
**Figura 9.8:** Unión tridimensional propuesta

alma del pilar para la tracción y compresión. Por ello, su efecto es beneficioso para el eje mayor (como se mostrará en la Sección 11.3.2).

**Unión en el eje mayor.** La unión en el eje mayor es una unión de chapa de testa extendida en la zona de tracción. Es un tipo de unión ya muy estandarizado y probado.



**Figura 9.9:** Uniones tridimensionales alternativas



**Figura 9.10:** Inversión de momentos en la unión debida a la aparición de esfuerzos horizontales

Como ya se mostró en la Parte II, sus características mecánicas y su versatilidad la convierten en una opción muy adecuada para estructuras semirrígidas.

**Unión en el eje menor.** La unión en el eje menor es también de chapa de testa extendida. Se busca disponer así de la máxima rigidez y resistencia posibles para este eje. Una particularidad la distingue del eje mayor: es una unión con chapa extendida en ambas zonas, tracción y compresión.

En el eje menor, la función principal de la unión es proveer de rigidez lateral suficiente al pórtico frente a esfuerzos horizontales (mayoritariamente de viento). Característicamente, en este eje las cargas gravitatorias son mínimas (los forjados prácticamente no le transmiten carga). Como se explicó al tratar el modelo de viento de Disque (1975) en la Sección 4.1.3, en las uniones a barlovento se reduce su momento, y se incrementa en las uniones a sotavento. La reducción del momento en las uniones a barlovento puede llegar hasta provocar una inversión del mismo (Figura 9.10). La unión pasa a trabajar entonces a momento positivo. Esta inversión es más probable cuanto menor sea la proporción de carga vertical en la viga. Por ello, se hace conveniente emplear una unión extendida a ambos lados.

La chapa de testa en el eje menor admite dos variantes: puede ejecutarse como una única chapa (Figura 9.8(a)) o dividirse en dos chapas de testa parciales en las zonas de tracción y compresión (Figura 9.8(b)), quedando libre la zona central. Ambas variantes se comportan de manera muy similar. La zona eliminada facilita la transferencia

del cortante de la viga, pero no influye significativamente<sup>3</sup> en la rigidez o resistencia de la unión (ver la zonificación de componentes de la unión de chapa de testa extendida en la Figura 5.2). La supresión de esta zona puede no ser necesaria, aunque es recomendable por motivos de accesibilidad para ejecutar la unión atornillada. Cuando el pilar es pequeño, es necesaria para poder acceder a los tornillos<sup>4</sup>.

**Diseños alternativos.** La chapa adicional soldada al pilar puede ser uno de los puntos críticos de esta unión. Otros diseños alternativos mostrados en las Figuras 9.9(a) y 9.9(b) situaban en su lugar perfiles con sección en L o T. Poseen mayor rigidez a flexión que la chapa finalmente propuesta, pero presentan otra serie de problemas.

El angular inferior de la unión de la Figura 9.9(a) facilita apoyar la viga, previo al atornillado. Pero sólo pueden emplear entonces chapas de testa extendidas en la zona de tracción. Es una posibilidad válida cuando pueda asegurarse que no se producirá inversión de momentos.

En el caso de la alternativa de la Figura 9.9(b), las chapas adicionales son sustituidas por dos secciones en T, con mayor rigidez a flexión. Pero se reduce, o incluso impide, el acceso a los tornillos. Puede ser una posibilidad adecuada con secciones de pilar grandes. La estructura tridimensional traslacional propuesta es viable para edificios de pequeña altura, por lo que es improbable que esta unión pudiera ejecutarse cómodamente.

### 9.3. Otras necesidades de la estructura tridimensional

El desarrollo de la morfología tridimensional requiere de avances en otros campos distintos al de las uniones. Los métodos de análisis global de la estructura presentan ya la posibilidad de acometer análisis tridimensionales, no hay problemas desde el punto de vista de cálculo. Los problemas son constructivos, cuando la teoría se hace realidad. Queda mucho que innovar en sistemas constructivos. Las siguientes secciones son un muy breve esbozo de temas en los que innovar.

#### 9.3.1. Pilares sin eje débil

La morfología tridimensional podría resolverse sin uniones en el “eje débil” del pilar. La solución es emplear pilares sin eje débil. Los perfiles tradicionales de acero son laminados en I. Son adecuados para el trabajo a flexión plana, pero no para axial. La sección óptima para carga axial es la circular. Perfiles tubulares de sección rectangular o cuadrada son también una buena opción (se facilita la ejecución de las uniones). Una

---

<sup>3</sup>Los tanteos previos al diseño definitivo realizados con modelos virtuales de elementos finitos así lo confirmaron.

<sup>4</sup>Las uniones ejecutadas y ensayadas para esta investigación (que se presentarán en el Capítulo 10) empleaban un pilar HEB 160, por lo que se ejecutó la unión del eje menor como dos chapas de testa parciales.

alternativa interesante, es el empleo de pilares mixtos hormigón-acero (por ejemplo, tubulares rellenos de hormigón<sup>5</sup>).

Usar pilares tubulares implica un problema de ejecución de la unión viga-pilar. Para hacer uniones atornilladas a tubulares se requieren técnicas avanzadas, como el *flowdrilling*<sup>6</sup>, por ahora no muy extendidas.

La desaparición de un eje principal en la estructura acaba con la direccionalidad impuesta por la estructura porticada. Es una estructura cercana a la isotropía ideal. El sueño de la Arquitectura comienza a ser posible<sup>7</sup>.

### 9.3.2. Forjados bidireccionales

Eliminar el eje principal de la estructura requiere también de otra innovación. Se necesita un reparto homogéneo de las cargas en las dos direcciones. Deben desarrollarse forjados bidireccionales que sean una alternativa constructiva eficaz y adaptada a la construcción metálica.

## 9.4. Referencias

CEN (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.

Costa Neves, L.F. da (2004). *Comportamento monotónico e cíclico de ligações de eixo fraco e tubulares em estruturas metálicas e mistas aço-betão*. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Civil. Facultad de Ciencias y Tecnología. Universidad de Coimbra (Portugal).

de Lima, L.R.O.; de Andrade, S.A.L. y da S.Vellasco, P.C.G. (1999). «Bolted Semi-Rigid Connections in the Column's Minor Axis». En: J. Studnicka; F. Wald y J. Machacek (Eds.), *Proceedings of the Eurosteel'99 Conference*, pp. 473–476. Czech Technical University in Prague, Praga (República Checa).

De Lima, L.R.O.; De Andrade, S.A.L.; Da S.Vellasco, P.C.G. y Da Silva, L.S. (2002). «Experimental and Mechanical Model for Predicting the Behaviour of Minor Axis Beam-to-Column Semi-Rigid Joints». *International Journal of Mechanical Sciences*, **44**, pp. 1047–1065.

Disque, R.O. (1975). «Directional moment connections — a proposed design method for unbraced steel frames». *Engineering Journal, AISC*, **12(1)**, pp. 14–18.

Engel, H. (2001). *Sistemas de estructuras*. Gustavo Gili.

France, J.E.; Davison, J.B. y Kirby, P.A. (1999a). «Moment-Capacity and Rotational Stiffness of Endplate Connections to Concrete Filled Tubular Columns with Flowdrill Connectors». *Journal of Constructional Steel Research*, **50(1)**, pp. 35–48.

<sup>5</sup>Costa Neves (2004) estudia el comportamiento de uniones semirrígidas de chapa de testa extendida atornilladas a tubulares rellenos de hormigón.

<sup>6</sup>Ver los estudios de France, Davison y Kirby (1999a,b) sobre esta técnica y su aplicación.

<sup>7</sup>La historia de la Arquitectura es una continua búsqueda del orden y la isotropía.

- France, J.E.; Davison, J.B. y Kirby, P.A. (1999b). «Strength and Rotational of Moment Connections to Tubular Columns Using Flowdrill Connectors». *Journal of Constructional Steel Research*, **50(1)**, pp. 1–14.
- Gibbons, C.; Kirby, P.A. y Nethercot, D.A. (1991). «Experimental Behaviour of 3-D Column Subassemblages with Semi-Rigid Joints». *Journal of Constructional Research*, **19**, pp. 235–246.
- Kim, S-E. y Kang, K-W. (2002). «Large-scale testing of space steel frame subjected to non-proportional loads». *International Journal of Solids and Structures*, **39**, pp. 6411–6427.
- Kim, S-E.; Kang, K-W. y Lee, D-H. (2003). «Full-scale testing of space steel frame subjected to proportional loads». *Engineering Structures*, **25**, pp. 69–79.



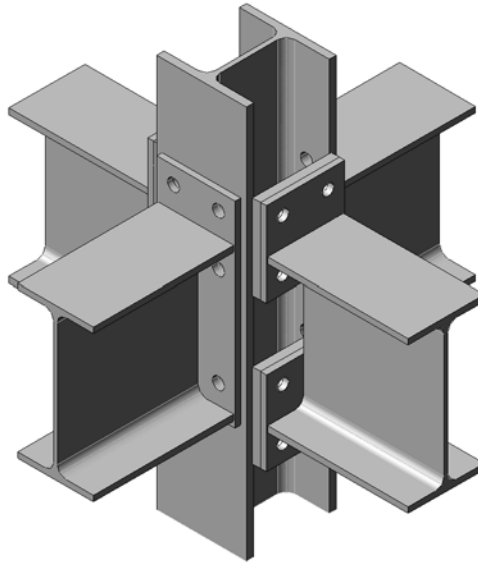
Cuanto más precisamente se determina la posición, con menor precisión se conoce la energía en este instante, y viceversa

*Werner Karl Heisenberg*

# 10

## Ensayos de uniones semirrígidas tridimensionales

<b>10.1 Descripción del programa experimental</b>	<b>232</b>
10.1.1 Detalles de los experimentos .....	232
10.1.2 Propiedades geométricas .....	233
10.1.3 Propiedades mecánicas .....	233
10.1.4 Disposición del ensayo e instrumentación .....	238
10.1.5 Proceso de carga de los ensayos realizados .....	242
<b>10.2 Resultados generales</b>	<b>245</b>
10.2.1 Obtención del giro .....	245
10.2.2 Curvas momento-rotación .....	247
10.2.3 Rigidez .....	248
10.2.4 Resistencia .....	252
10.2.5 Ductilidad .....	252
<b>10.3 Comportamiento de las uniones en los ensayos tridimensionales</b>	<b>254</b>
<b>10.4 Comportamiento de las uniones tridimensionales del eje menor en los ensayos con carga bidimensional</b>	<b>256</b>
10.4.1 Rotura de las uniones .....	257
10.4.2 Comportamiento de la chapa adicional .....	260
<b>10.5 Comportamiento de las uniones tridimensionales del eje mayor en los ensayos con carga bidimensional</b>	<b>264</b>
10.5.1 Rotura de las uniones .....	265
<b>10.6 Conclusiones</b>	<b>268</b>
<b>10.7 Referencias</b>	<b>271</b>



**Figura 10.1:** Configuración tipo del nudo tridimensional ensayado

Son pocos los estudios en los que se analiza la posibilidad de realizar uniones semirrígidas en el eje menor (de Lima y otros, 1999; De Lima y otros, 2002; Gibbons y otros, 1991; Oliveira Bessa y otros, 2005). Se ha realizado una investigación experimental de las uniones tridimensionales propuestas en el capítulo anterior (Sección 9.2.2). Los ensayos se realizaron en el Laboratorio de Edificación de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de la Universidad de Navarra.

## 10.1. Descripción del programa experimental

### 10.1.1. Detalles de los experimentos

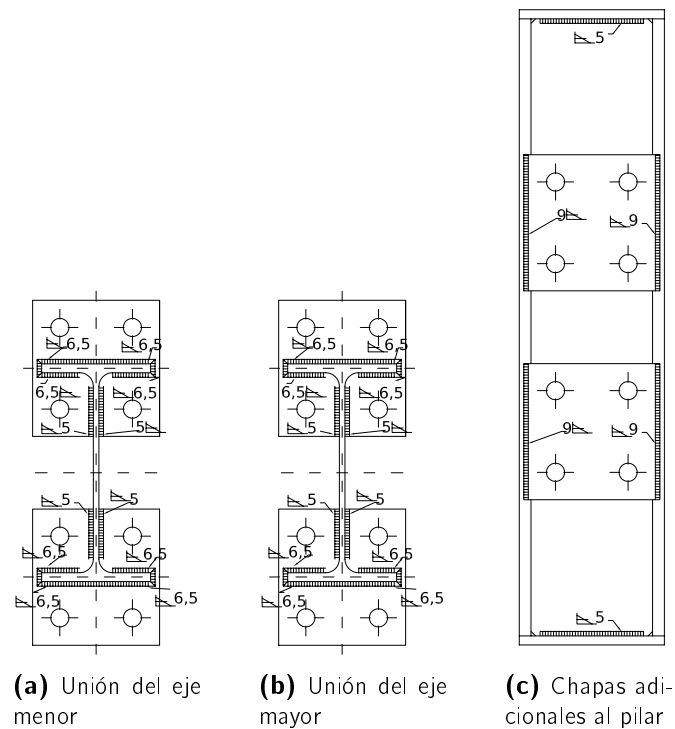
El programa experimental constó de dos ensamblajes tridimensionales como los mostrados en la Figura 10.1. Las uniones escogidas son las ya explicadas en la Sección 9.2.2. Se diferencian en el espesor de chapa de testa empleado: gruesa de 16 mm de espesor (serie A) y fina de 10 mm (serie B), como indica el Cuadro 10.1. Al variar el espesor de la chapa de testa se modifica el mecanismo de rotura de la unión.

El acero empleado para perfiles y chapas fue S275. Las soldaduras fueron realizadas en taller con hilo continuo, con las dimensiones nominales indicadas en la Figura 10.2. Los tornillos empleados fueron TR20, de acero tipo 8.8. Se apretaron a mano con llave dinamométrica. Para simular la condición de *snug-tight* se llegó hasta un par equivalente aproximado del 30 % del total. Se considera el par total como aquél que ejerce un esfuerzo de pretensado  $N_0$  en el tornillo tal que (CEN, 2005a)

$$N_0 = \frac{0,7 f_{ub} A_s}{\gamma_M} \quad (10.1)$$

El par de apriete dado a los tornillos fue de 165 N · m.





**Figura 10.2:** Geometría y dimensiones de las soldaduras realizadas

**Cuadro 10.1:** Detalles globales de los especímenes ensayados

	Pilar	Viga eje menor	Viga eje mayor	Tornillo	$t_{ep}$
A	HEB 160	IPE 240	IPE 330	TR 20	16
B	HEB 160	IPE 240	IPE 330	TR 20	10

En la Figura 10.3 se muestra la geometría de los diversos elementos que conforman la unión. Se emplearon perfiles tipo IPE 330 para la unión en el eje mayor, e IPE 240 para el eje menor. El rigidizador de las vigas se corresponde con la posición de su apoyo.

### 10.1.2. Propiedades geométricas

Antes de realizar los ensayos se comprobaron las dimensiones geométricas reales de los diversos elementos de las uniones. Las medidas reales, cuya media se indica en la Cuadro 10.2, cumplen las tolerancias establecidas (UNE, 1994).

### 10.1.3. Propiedades mecánicas

También previamente a los ensayos, se verificaron las características mecánicas del material de chapas, perfiles y tornillos. Probetas de cada elemento se ensayaron a tracción, según el procedimiento recogido en la norma UNE-EN 10002-1 (UNE, 2002).

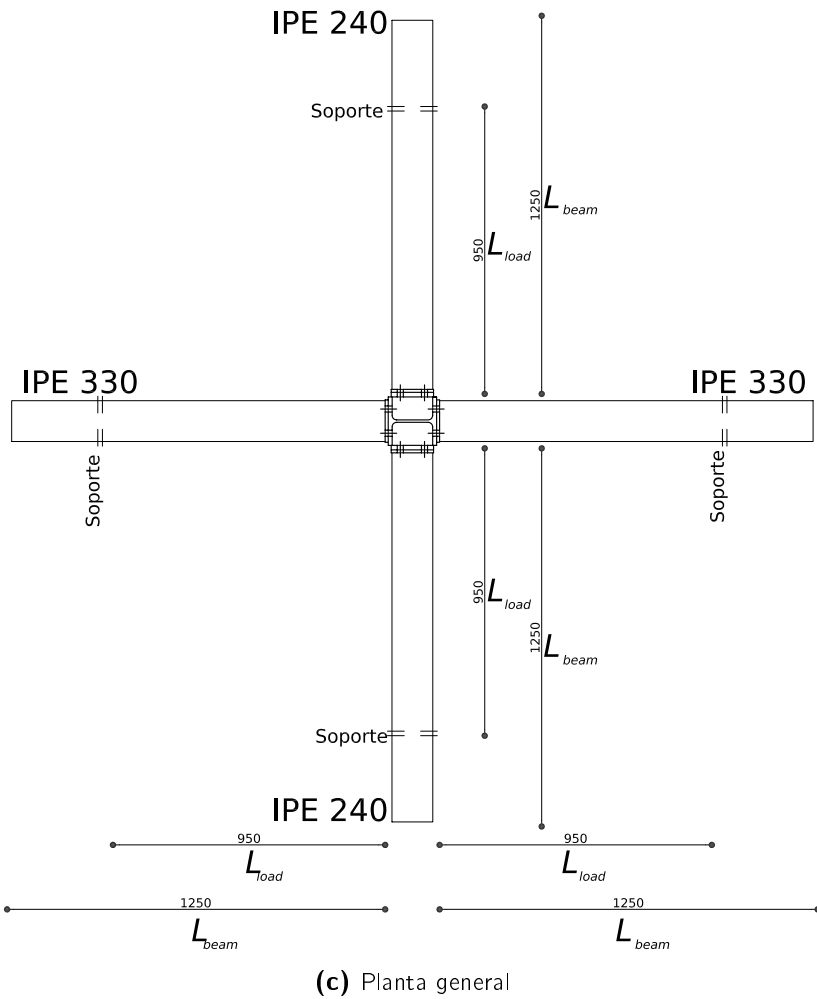
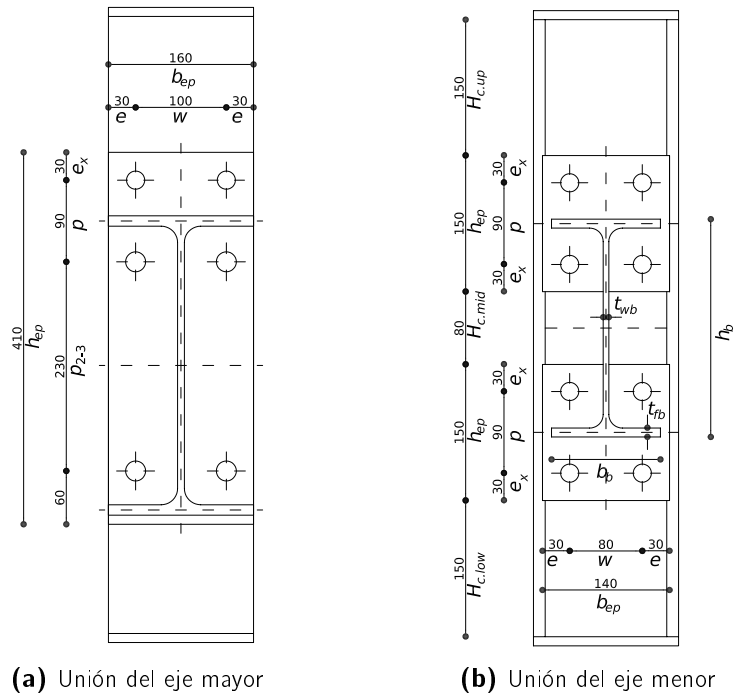


Figura 10.3: Geometría del ensayo realizado

**Cuadro 10.2:** Dimensiones reales de las uniones (valores en mm, referidos a los valores y nomenclatura indicados en la Figura 10.3)

<b>(a) Pilar</b>							
Ensayo	$h_c$	$b_c$	$t_{fc}$	$H_{c.up}$	$H_{c.mid}$	$H_{c.low}$	
A	160,80	159,00	12,30	153,50	76,50	146,50	
B	158,20	159,50	12,30	150,00	78,50	150,00	

<b>(b) Viga</b>							
	Ensayo	$h_b$	$b_b$	$t_{fb}$	$t_{wb}$	$L_{beam}$	$L_{load}$
Eje mayor	A-M	329,63	161,84	11,44	7,52	1247,75	948,00
	B-M	329,75	161,90	11,41	7,38	1248,75	949,50
Eje menor	A-n	241,60	119,30	9,51	6,08	1,248,00	947,00
	B-n	241,04	120,21	9,71	6,23	1,249,25	949,50

<b>(c) Unión y chapa de testa</b>								
Ensayo	$h_{ep}$	$b_{ep}$	$t_{ep}$	$e$	$w$	$e_x$	$p$	$p_{2-3}$
A-M	409,75	161,50	16,55	29,65	99,04	31,79	89,66	228,41
B-M	408,50	159,50	10,10	28,83	97,98	31,81	89,21	227,81
A-n	150,38	142,00	16,35	30,64	79,33	31,83	89,81	—
B-n	150,67	141,50	10,10	31,03	77,95	32,00	89,55	—

### Ensayos de tracción de los tornillos

Se empleó un único tipo de tornillos en los ensayos: tornillos de alta resistencia de diámetro nominal 20 mm y acero grado 8.8. Se ensayaron (Figura 10.4) dos probetas mecanizadas (Figura 10.4(a)) con características de acuerdo a la norma UNE-EN 10002-1 (UNE, 2002). Los resultados obtenidos se muestran en el Cuadro 10.3. En la Figura 10.5 se muestra el comportamiento tensión-deformación resultante.

El límite elástico del acero de los tornillos ensayados es superior al requerido por la normativa. Posee un alargamiento máximo del 40 %, con una deformación remanente del 20 %. El módulo elástico no se corresponde con el módulo teórico del acero ( $210\,000\text{ N/mm}^2$ ), sino que es sensiblemente inferior. Este resultado está afectado por el deficiente apriete de las mordazas de la prensa en las probetas cilíndricas. Se observa (Figura 10.5) un tramo inicial de menor rigidez, correspondiente a un ajuste inicial de la probeta en las mordazas. El resto del ensayo, aunque presenta mayor módulo elástico, tampoco coincide con el teórico; sigue produciéndose deslizamiento entre las mordazas y la probeta.

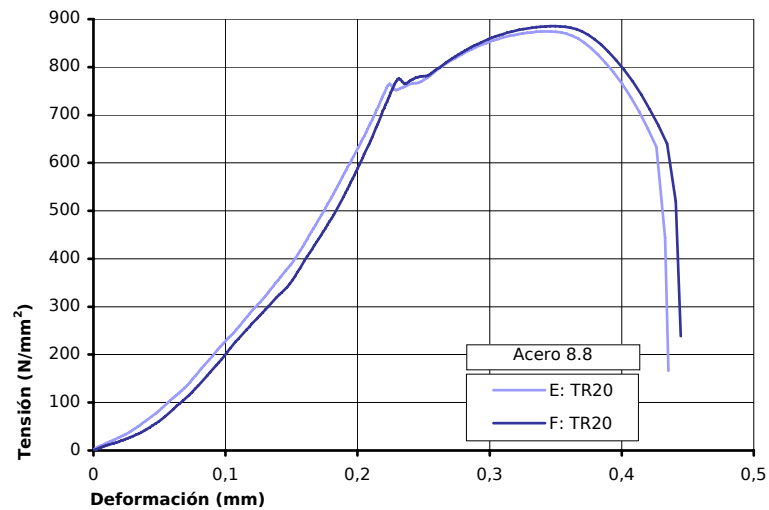
### Ensayos de tracción de los perfiles

Todos los perfiles y chapas empleados eran de acero S 275. Las probetas mecanizadas de tracción (Figura 10.6(a)) fueron realizadas de acuerdo con los procedimientos



(a) Probetas ensayadas

(b) Detalle de la rotura de la probeta E

**Figura 10.4:** Ensayo de tracción del material de los tornillos**Figura 10.5:** Comportamiento mecánico del material de los tornillos**Cuadro 10.3:** Propiedades mecánicas del material de los tornillos

	Valor nominal	Probeta		
		Promedio	E	F
Límite elástico (MPa)	640	793,75	775,75	811,75
Resistencia tracción (MPa)	800	879,60	874,14	885,07
Resistencia rotura (MPa)		438,08	435,36	440,80
Def. Lím. elástico (% $L_0$ )		26,00	25,15	26,84
Alarg. carga máxima (% $L_0$ )	20	34,43	34,25	34,60
Alargamiento rotura (% $L_0$ )		43,75	43,30	44,20
Alargamiento remanente (% $L_0$ )		20,74	22,20	19,28
Módulo elástico (MPa)	210 000	3 811,84	3 782,98	3 840,71
Rel. Fza.máx./Fza.Lím.		1,11	1,13	1,09

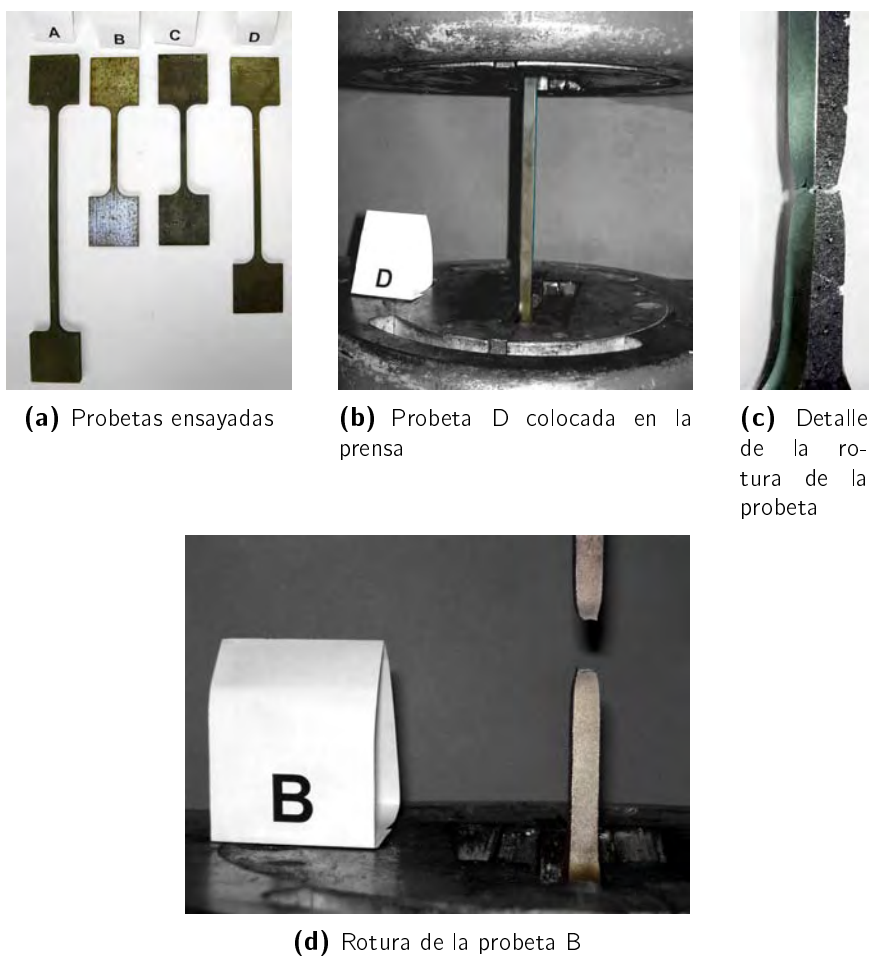


Figura 10.6: Ensayo de tracción del material de los perfiles

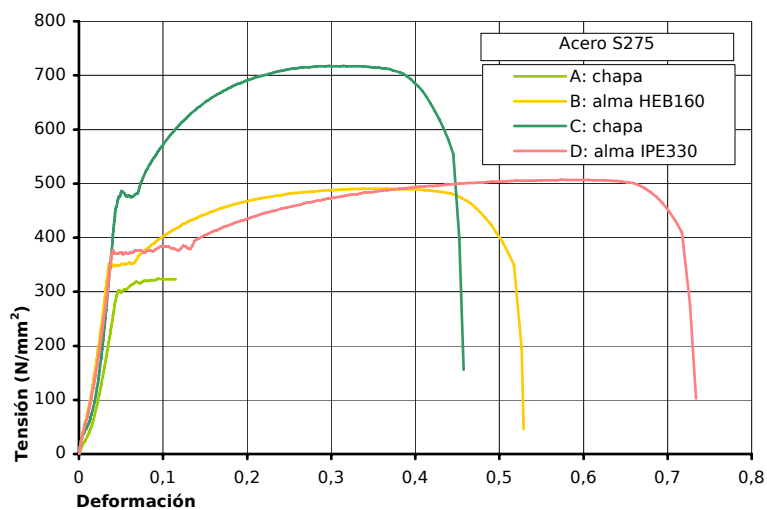


Figura 10.7: Comportamiento mecánico del material de los perfiles

**Cuadro 10.4:** Propiedades mecánicas del material de los perfiles

	Valor nominal	Probeta				
		Promedio	A	B	C	D
Lím. elást. (MPa)	275	393,94	300,06	344,85	466,18	370,79
Resist. tracc. (MPa)	410	571,97	324,30	490,83	717,71	507,36
Resist. rotura (MPa)		284,86	322,96	244,45	357,45	252,69
Def. lím. elást. (% $L_0$ )		4,58	4,91	3,78	5,74	4,23
Alarg. carga máx. (% $L_0$ )	20	43,54	9,45	36,10	37,10	57,43
Alarg. rotura (% $L_0$ )		60,59	10,05	52,36	56,64	72,77
Alarg. remanente (% $L_0$ )		36,19	0,00	37,38	36,00	35,20
Mód. elástico (MPa)	210 000	12 000,37	8 296,54	11 545,13	13 309,42	11 146,55
Rel. Fza.máx./Fza.Lím.		1,44	1,08	1,42	1,54	1,37

de la norma UNE-EN 10002-1 (UNE, 2002). Los valores característicos obtenidos se muestran en el Cuadro 10.4. La Figura 10.7 presenta el comportamiento tensión-deformación resultante de las diversas probetas ensayadas. Por problemas técnicos en la realización de su ensayo, en el caso de la probeta A no se dispone de su comportamiento plástico completo.

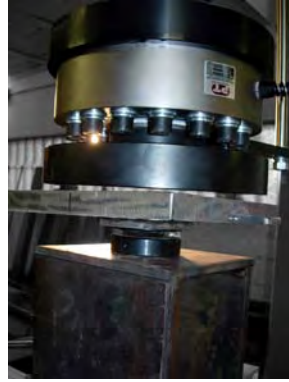
El límite elástico real es superior al requerido de 275 N/mm<sup>2</sup>; se sitúa en el rango de los 300 – 400 N/mm<sup>2</sup>. El alargamiento máximo (44 %) y el alargamiento remanente (35 %) son superiores a los observados para los tornillos.

Tampoco el módulo elástico del material obtenido en el ensayo se corresponde con el teórico. Se debe también al deslizamiento de la probeta en las mordazas. En este caso, al ser probetas planas, dicho deslizamiento es menor (los valores obtenidos son superiores).

#### 10.1.4. Disposición del ensayo e instrumentación

Para cada serie se realizaron tres ensayos diferentes: carga tridimensional (carga en eje mayor y menor) en rango elástico, y carga bidimensional (carga en uno de los ejes) de ambas uniones por separado en rango elástico y hasta rotura.

Por razones prácticas, la carga se realizó directamente sobre el pilar, como se muestra en la Figura 10.8. Se disponía para ello de dos prensas hidráulicas controladas electrónicamente con una capacidad de carga de 400 kN cada una y una carrera máxima de 200 mm. Las uniones se colocaron invertidas, para que así trabajaran del modo habitual.



**Figura 10.8:** Detalle de la carga de los ensayos en el pilar



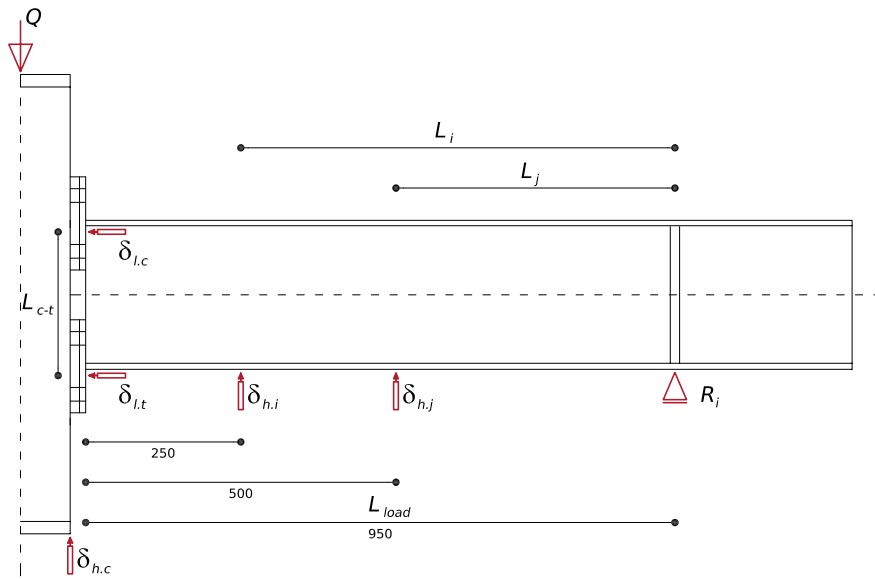
**Figura 10.9:** Materialización del apoyo de la viga como rótula. Medida de la reacción en el apoyo mediante una célula de carga

Se apoyaron las vigas en el punto donde se sitúan los rigidizadores (aproximadamente a unos 950 mm de la cara externa de la chapa de testa). Para permitir el giro libre en el apoyo, se emplearon rótulas (Figura 10.9). Todas las vigas se apoyan a la misma distancia del punto de aplicación de la carga, por lo que la carga resultante es simétrica.

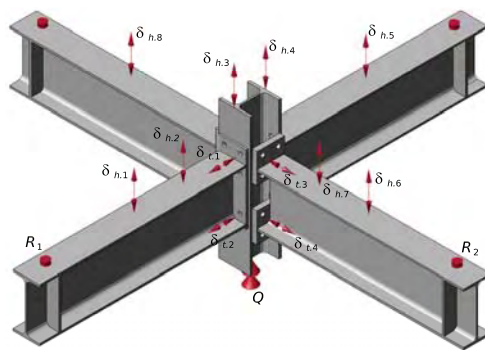
En la Figura 10.10 (que se explicará con mayor detalle en la Sección 10.1.5) se muestra la configuración e instrumentación empleadas. El objetivo principal de los ensayos era la obtención del comportamiento rotacional de la unión. Para ello debían obtenerse la tensión y el giro de la unión. Se procuró que las medidas obtenidas fueran redundantes, de modo que se minimizara la influencia de posibles errores de medida.

**Medición de la carga.** La medición de la carga se realizó por dos métodos.

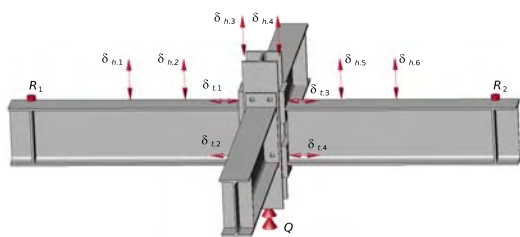
- La carga total ( $Q$ ) aplicada en el ensayo se obtenía directamente del actuador hidráulico de la prensa.
- También se obtenía a partir de las reacciones en los apoyos. Se colocaron sendas células de carga ( $R_1$  y  $R_2$ ) de 200 kN de capacidad bajo los apoyos de las vigas para su medida (Figura 10.9). En el ensayo tridimensional, se monitorizó la reac-



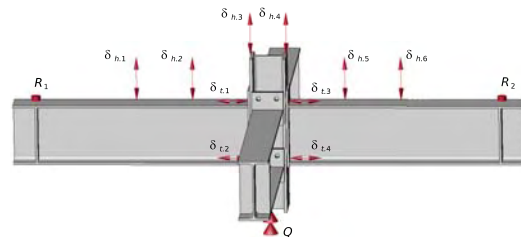
(a) Instrumentación tipo de una viga



(b) Tridimensional: eje menor y mayor



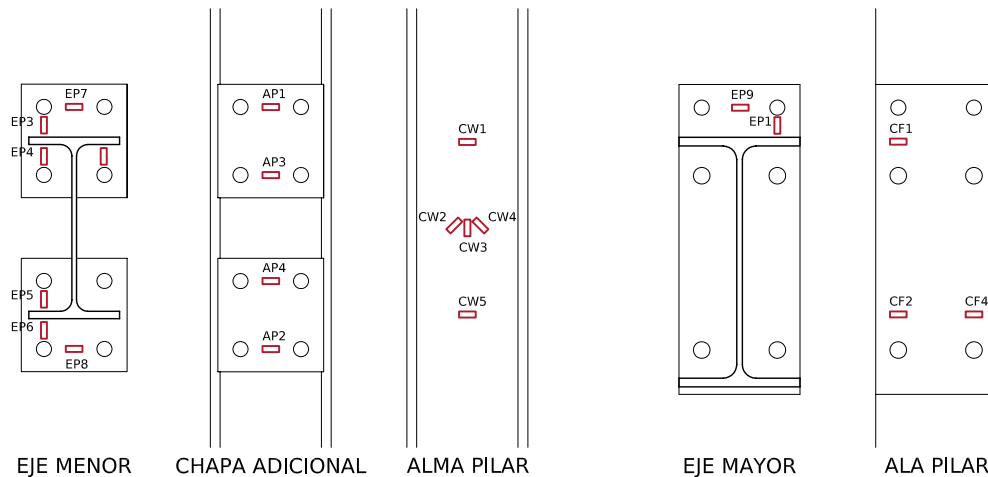
(c) Eje menor



(d) Eje mayor

Figura 10.10: Configuración e instrumentación de los ensayos





**Figura 10.11:** Instrumentación de las uniones mediante bandas extensométricas

ción de una viga del eje mayor y otra del eje menor. Ambas medidas proporcionan el reparto de los esfuerzos en los ejes, y su suma es la mitad de la carga total aplicada. En los ensayos de cada uno de los ejes, su suma es la carga completa (se obtiene así una medición redundante).

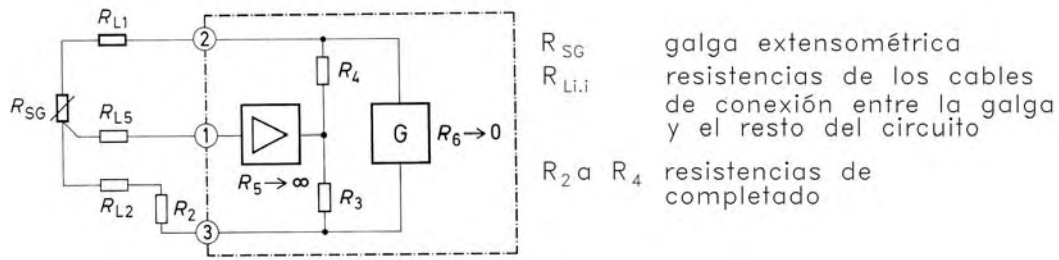
**Medición del giro.** Se midió el giro de dos formas complementarias:

- Según el desplazamiento vertical de las vigas. Se colocaron sensores de desplazamiento de hilo (potenciómetros con un rango de 3,8" —9,652 mm— y 20" —50,8 mm—, según los casos; indicados como  $\delta_{h,i}$  en la Figura 10.10) a la distancia de 250 y 500 mm de la cara exterior de la chapa de testa, y en ambas caras del pilar (con éstos últimos se medían además posibles desplomes del pilar).
- Según la deformación de la chapa de testa. Se fijaron cuatro transductores lineales (con 50 mm de rango,  $\delta_{t,i}$  en la Figura 10.10) al pilar, que medían la deformación de la chapa de testa en las zonas de tracción y compresión.

En los ensayos de uniones del eje menor se colocó un quinto transductor ( $\delta_{ap}$ , Figura 10.10) para monitorizar la deformación de la chapa adicional soldada a las alas (a la que se atornilla la unión del eje menor) en la zona de tracción.

**Medida de las tensiones.** Para estimar la distribución resultante de tensiones se colocaron bandas extensométricas que medían la deformación de puntos concretos en las uniones (Figura 10.11).

Las galgas empleadas tenían 120  $\Omega$  y 350  $\Omega$  de resistencia con una deformación límite de  $\pm 2\%$ . Sus dimensiones eran 6,35 mm de largo y 2,54 mm de ancho. El montaje realizado fue en cuarto de puente con tres hilos (Figura 10.12) para compensar la resistencia adicional de los cables. Esta compensación y el completado del puente de Wheatstone eran realizados internamente por los aparatos de medida empleados. La frecuencia de muestreo de datos fue de medio segundo, con lectura simultánea de todos los sensores.



**Figura 10.12:** Montaje de galga extensométrica en cuarto de puente con tres hilos (tomado de Hoffmann (1989))

**Cuadro 10.5:** Listado de los ensayos realizados

Serie	$t_{ep}$ (mm)	Ensayo	Unión cargada	Tipo de ensayo	Control
A	16	A-Mn-E	Mayor+menor	Elástico	Fuerza
		A-n-E	Menor	Elástico	Fuerza
		A-n-R	Menor	Rotura	Desplazamiento
		A-M-E	Mayor	Elástico	Fuerza
		A-M-R	Mayor	Rotura	Desplazamiento
B	10	B-Mn-E	Mayor+menor	Elástico	Fuerza
		B-n-E	Menor	Elástico	Fuerza
		B-n-R	Menor	Rotura	Desplazamiento
		B-M-E	Mayor	Elástico	Fuerza
		B-M-R	Mayor	Rotura	Desplazamiento

### 10.1.5. Proceso de carga de los ensayos realizados

Se realizaron ensayos elásticos y de rotura, todos con carga monotónica. El listado de los ensayos realizados y sus características se recoge en el Cuadro 10.5. En todos los casos se mantenía la carga máxima durante un período de 30 segundos con el objeto de poder medir los esfuerzos cuasi-estáticos.

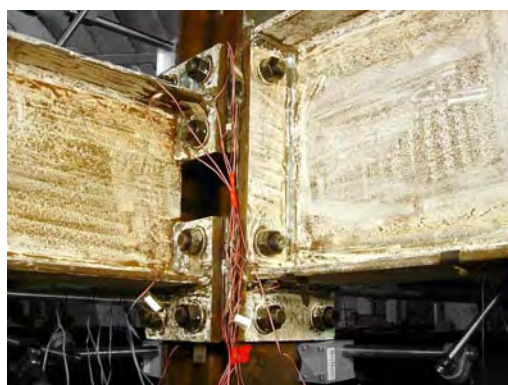
**Ensayo tridimensional.** Para cada serie se realizó en primer lugar un ensayo tridimensional (Figuras 10.10(b) y 10.13). Al apoyar las cuatro vigas la carga se distribuía en las cuatro uniones. El ensayo se realizó dentro del rango elástico, mediante control por fuerza. Tras un ciclo de precarga y ajuste hasta una carga de 50 kN, se realizaban dos ciclos completos de carga (hasta la carga máxima) y descarga (hasta 10 kN).

**Ensayo del eje menor.** En una segunda fase se ensayaba la unión del eje menor (Figuras 10.10(c) y 10.14). Primero se realizaba un ensayo dentro del rango elástico y posteriormente un ensayo hasta la rotura de la unión.

El ensayo elástico se controlaba por fuerza. La fuerza máxima se estimó en aproximadamente 2/3 del momento resistente (el punto que el Eurocódigo considera como final del comportamiento cuasi lineal de la unión). El desarrollo del ensayo era similar



(a) Serie A. Visión general



(b) Serie A. Unión ensayada



(c) Serie A. Colocación de los transductores lineales en la unión del eje menor

**Figura 10.13:** Ensayo tridimensional

al tridimensional elástico: tras una precarga inicial, se realizan dos ciclos de carga y descarga.

Tras el elástico, se procedía al ensayo de rotura. Se controlaba por desplazamiento. Para minimizar el daño de la probeta, no se ensayó hasta su límite de rotura: se paró cuando se estimó suficiente, para evitar dañar en exceso la unión del eje mayor.

**Unión del eje mayor.** Tras la rotura del eje menor se realizaba el ensayo del eje mayor (Figuras 10.10(d) y 10.15). Se concluía cada serie experimental con esta unión, la más estudiada y de la que se dispone por tanto de mayor información y caracterización teórica.

Como en el caso del eje menor, se realizó un ensayo inicial dentro del rango elástico de características análogas a las ya explicadas. La carga máxima se estimó también para que fuera aproximadamente  $2/3$  de la de rotura de la unión, y se realizaron dos ciclos completos de carga y descarga tras un ciclo de precarga inicial. Se controló el ensayo por fuerza.

Se finalizó con el ensayo de rotura, con control por desplazamiento.



(a) Serie A. Vista general



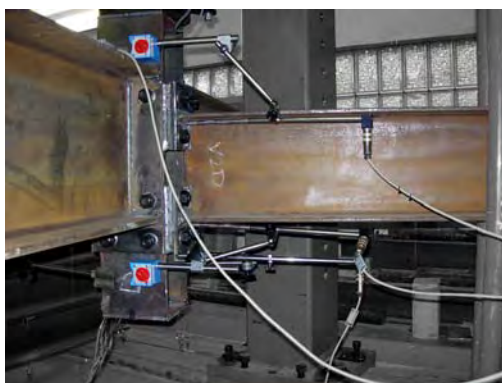
(b) Serie B. Vista general



(c) Serie B. Unión ensayada y colocación de los sensores de hilo



(d) Serie B. Unión ensayada

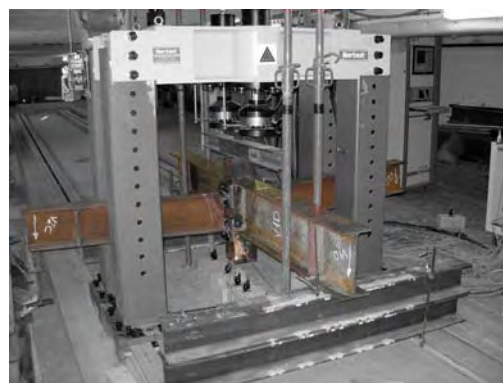


(e) Serie B. Monitorización de la deformación de la chapa de testa y la chapa adicional mediante tres transductores lineales

**Figura 10.14:** Ensayo de la unión del eje menor



(a) Serie A. Visión general



(b) Serie B. Visión general



(c) Serie A. Carga del ensayo



(d) Serie B. Monitorización de la deformación de la chapa de testa del eje mayor

Figura 10.15: Ensayo de la unión del eje mayor

## 10.2. Resultados generales

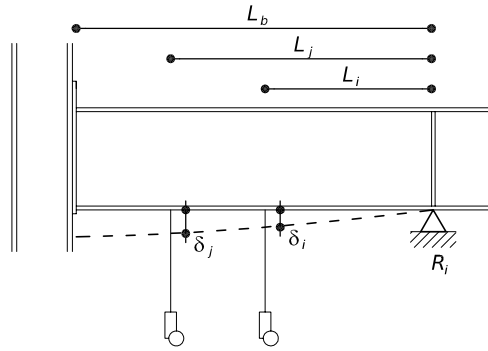
Se presentan en esta sección los resultados de los ensayos elástico y de rotura para cada una de las uniones. Las gráficas mostradas se refieren a la carga aplicada y las lecturas directas de desplazamiento y tensión, y a los correspondientes momento flector y deformaciones.

### 10.2.1. Obtención del giro

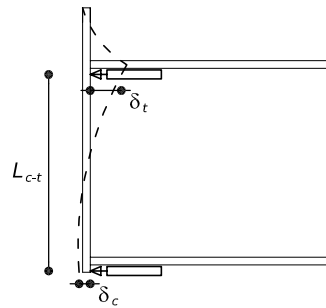
#### Cálculo del momento

El momento flector  $M$  que actúa en la unión corresponde a la reacción en el apoyo de la viga (dada por la célula de carga),  $R_i$ , multiplicada por la distancia entre el apoyo y la cara de la chapa de testa,  $L_{b,i}$  (Figura 10.16)

$$M = R_i \times L_{b,i}. \quad (10.2)$$



**Figura 10.16:** Parámetros para la medida del giro según la lectura del desplazamiento vertical de los sensores de hilo



**Figura 10.17:** Medida del giro mediante los transductores lineales colocados en la chapa de testa

### Cálculo del giro

El giro de la unión,  $\theta$ , puede obtenerse de varios modos, a partir de las medidas obtenidas en el ensayo:

- Por medio del desplazamiento vertical medido por los sensores de hilo situados en el pilar y a lo largo de la viga (Figura 10.16), indicados como  $\delta_h$  en la Figura 10.10. Puede suponerse el desplazamiento total en un punto cualquiera  $i$ ,  $\delta_i$ , como la suma del giro de la unión  $\delta_c$ , del giro elástico de la viga  $\delta_b$  y del desplazamiento por la deformación a cortante,  $\delta_v$ ,

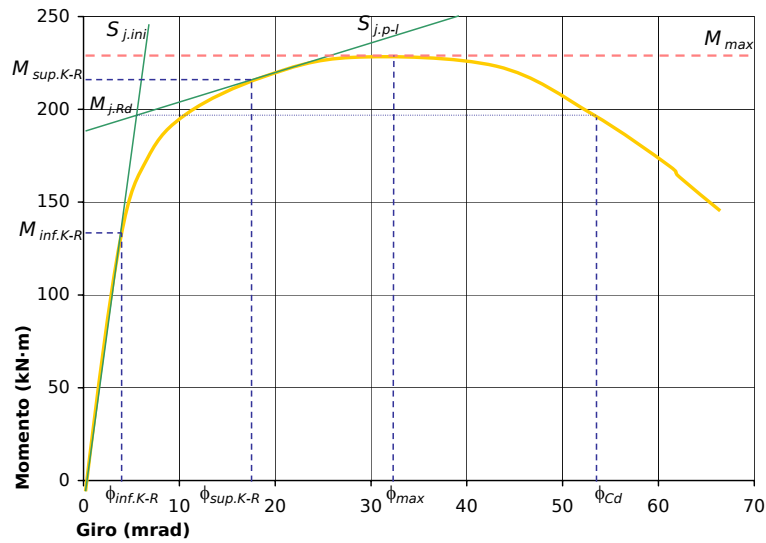
$$\delta_i = \delta_{c,i} + \delta_{b,i} + \delta_{v,i}. \quad (10.3)$$

El desplazamiento debido únicamente al giro de la unión es

$$\delta_{c,i} = \delta_i - \delta_{b,i} - \delta_{v,i}. \quad (10.4)$$

Se obtiene el giro de la unión mediante la expresión

$$\theta_1 = \arctg \frac{\delta_{c,i}}{L_i}. \quad (10.5)$$



**Figura 10.18:** Características de la curva momento-rotación de la unión

En relación a la Figura 10.16, el desplazamiento elástico de la viga es

$$\delta_{b,i} = \frac{RL_i (3L_b^2 - L_i^2)}{6EI_b}; \quad (10.6a)$$

y el desplazamiento por la deformación a cortante,

$$\delta_v = \frac{RL_i}{GA_{v,b}}. \quad (10.6b)$$

- Con las mismas medidas de la deflexión vertical (Figura 10.16) puede estimarse el giro de la unión a partir de la diferencia de los desplazamientos verticales entre dos de los puntos de medición. Se define el giro como el existente entre ambos puntos,  $i$  y  $j$ , tras eliminar el desplazamiento debido a la flexión (10.6a) y al cortante (10.6b) en la viga

$$\theta_2 = \arctg \frac{(\delta_i - \delta_{b,i} - \delta_{v,i}) - (\delta_j - \delta_{b,j} - \delta_{v,j})}{L_i - L_j}. \quad (10.7)$$

- Mediante los transductores situados en la chapa de testa (Figura 10.17). Éstos miden el desplazamiento horizontal de los puntos superior e inferior de la chapa de testa respecto al pilar. Sus medidas no incluyen deformaciones adicionales, por lo que se obtiene directamente el giro de la unión mediante la siguiente expresión

$$\theta_3 = \arctg \frac{\delta_t - \delta_c}{L_{c-t}}. \quad (10.8)$$

### 10.2.2. Curvas momento-rotación

Empleando las relaciones explicadas en la sección anterior se obtiene la curva característica momento-rotación de la unión. Las principales características de esta curva son: momento resistente, rigidez rotacional y capacidad rotacional (Figura 10.18).

Más concretamente, pueden distinguirse las siguientes características:

- rigidez inicial,  $S_{j.ini}$ ;
- rigidez post-límite,  $S_{j.p-l}$ ;
- resistencia plástica a flexión,  $M_{j.Rd}$ , correspondiente a la intersección de las líneas de regresión correspondientes a la rigidez inicial y post-límite;
- momento flector máximo,  $M_{max}$ ;
- giro correspondiente al máximo nivel de carga,  $\phi_{M_{max}}$ ;
- giro de cedencia,  $\phi_{Cd}$ , el correspondiente a un nivel de carga equivalente al momento resistente en la zona de cedencia de la unión (se corresponde con el punto final en el que puede estimarse que la unión posee suficiente resistencia)<sup>1</sup>;
- zona *knee-range*, delimitada por el momento inferior,  $M_{inf_{K-R}}$ , y su correspondiente giro  $\phi_{inf_{K-R}}$ , punto en el que la curva  $M-\theta$  se separa de la línea correspondiente a la rigidez inicial; y por el momento superior,  $M_{sup_{K-R}}$  y su giro  $\phi_{sup_{K-R}}$  en el que el comportamiento de la unión interseca con la línea de regresión de la rigidez post-plástica.

Las curvas momento-rotación mostradas se obtienen de las lecturas del desplazamiento vertical de la viga y la carga aplicada. A modo ilustrativo, la Figura 10.19 muestra los desplazamientos verticales recogidos por los distintos sensores en función de la carga aplicada, en el caso del experimento A-n-R (experimento de rotura de la unión en el eje menor de chapa gruesa). Estos datos permiten obtener la curva momento-rotación de la unión mediante la aplicación de la formulación previamente descrita. En la Figura 10.20 se muestra la diferencia obtenida al eliminar el giro de la viga.

En la Figura 10.21 se muestran en su conjunto las curvas momento-rotación obtenidas. Las uniones del eje mayor poseen mayor rigidez y resistencia que las del eje menor. Rigidez y resistencia disminuyen al reducir el espesor de la chapa de testa. Este parámetro, como se expuso en la Sección 6.4, es uno de los más influyentes en el comportamiento de las uniones. También influye en su ductilidad: con la chapa de testa fina se obtienen uniones con mayor capacidad de rotación. En los siguientes apartados se analizarán estas características con mayor detenimiento.

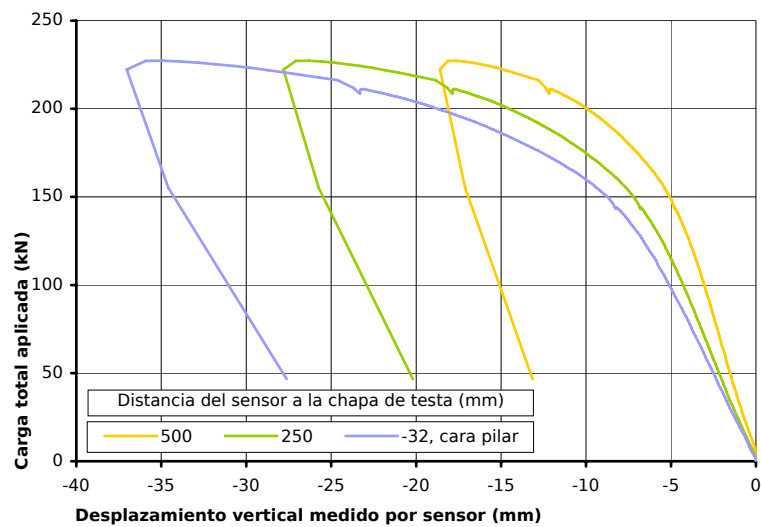
### 10.2.3. Rigidez

Los valores de rigidez se estiman por análisis de regresión de los tramos cuasi-lineales antes y después de la zona *knee-range*. Para determinar la rigidez inicial,  $S_{j.ini}$ , se emplean los valores correspondientes a la última descarga<sup>2</sup> (la correspondiente al segundo ciclo de carga completa, tras eliminar los posibles ajustes y deslizamientos) en los ensayos elásticos de cada una de las uniones (como proponen Girão Coelho, Bijlaard y Simoes da Silva (2004b)).

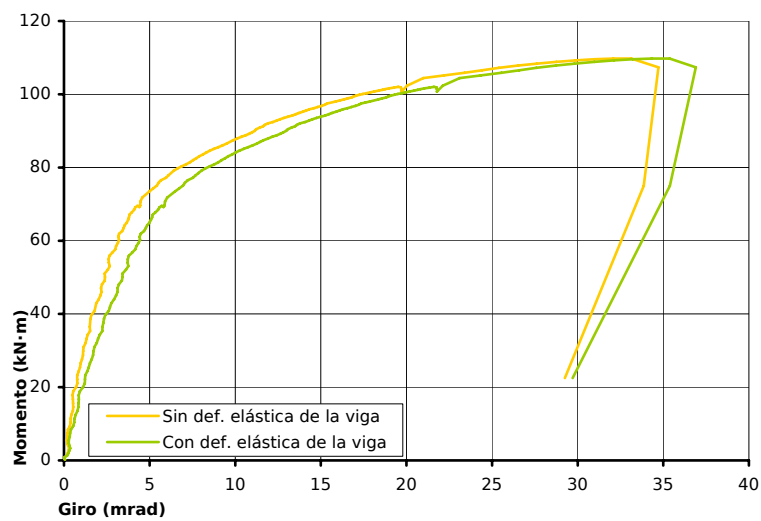
<sup>1</sup>Aunque en las uniones del eje menor no se ha realizado la carga hasta provocar la rotura de la unión, y por tanto no se ha obtenido este valor, se indica en los resultados el giro máximo obtenido como valor de referencia. La ductilidad indicada en esos casos será una estimación, pues la unión todavía podría abarcar un giro mayor.

<sup>2</sup>Los datos mostrados se corresponden con el sensor situado a 500 mm de la chapa de testa.

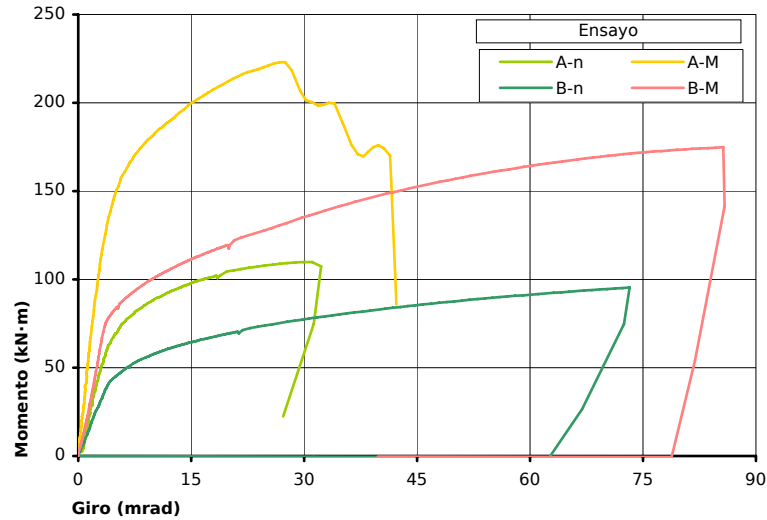




**Figura 10.19:** Ensayo A-n-R. Lectura de los desplazamientos verticales proporcionada por los sensores de hilo situados en la viga y el pilar respecto a la carga total



**Figura 10.20:** Ensayo A-n-R. Importancia del giro elástico de la viga para el cálculo del giro de la unión



**Figura 10.21:** Comparativa de las curvas momento-rotación de todos los ensayos de rotura realizados

En el Cuadro 10.6 se muestran los valores para la rigidez rotacional inicial y post-plástica de las uniones tridimensionales cargadas individualmente, y en el Cuadro 10.7 para las uniones cuando se cargan los dos ejes. Se indican los resultados obtenidos a partir de las dos medidas explicadas (Sección 10.2.1): sensores de hilo midiendo la flecha de la viga ( $S_{j,hilo}$ ) y transductores controlando el desplazamiento de la chapa de testa ( $S_{j,lvdt}$ ).

En el caso de este último valor, se incluye un valor adicional entre paréntesis, que se corresponde con la diferencia de rigidez respecto a la unión simétrica obtenida mediante esta medición. Se observa cómo la dispersión es en algunos casos bastante importante. La precisión de la medida del giro a partir de la deformación de la chapa de testa es muy sensible a la posición de los sensores: de ahí la incertidumbre de los datos así recogidos.

Esta incertidumbre no se produce en las estimaciones obtenidas a partir de la medida  $S_{j,hilo}$ , para la cual todos los sensores (tras eliminar las deformaciones adicionales de la viga) proporcionan valores similares. Por ello, en lo que sigue de este trabajo, el valor indicado para la rigidez va a ser el obtenido a partir del desplazamiento vertical del ensayo,  $S_{j,hilo}$ .

Como indica el Cuadro 10.7, las uniones se comportan de manera más rígida cuando se someten a carga en ambos ejes.

**Discusión de los resultados experimentales de rigidez.** Como ya se indicó, la chapa adicional soldada a las alas del pilar rigidiza la unión del eje mayor. Por ello, aunque el método de los componentes propuesto por el Eurocódigo (CEN, 2005b) dispone de todos los componentes necesarios para su cálculo, como no incluye esta rigidización adicional, debería predecir rigideces inferiores a las obtenidas experimentalmente.

**Cuadro 10.6:** Ensayos bidimensionales. Rigidez inicial y post-límite (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )

Unión	$S_{j,ini}$			$S_{j,p-l}$
	$S_{j,hilos}$	$S_{j,lvd t}$		
A-M	50 782,13	71 478,79	(+10 000)	3 023,38
B-M	31 511,77	27 539,31	(+45 000)	1 055,69
A-n	29 867,85	27 797,87	(+32 000)	875,45
B-n	15 157,78	17 457,77	(+1 000)	713,69

**Cuadro 10.7:** Ensayos tridimensionales. Rigidez inicial (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )

Unión	$S_{j,ini}$	
	$S_{j,hilos}$	$S_{j,lvd t}$
A-M	59 408,68	109 534,95
B-M	35 521,46	64 301,99
A-n	32 294,94	64 752,02
B-n	18 674,62	24 308,70

**Cuadro 10.8:** Ensayos bidimensionales. Comparación de los valores de rigidez teóricos y experimentales (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )

	Unión	A-M	B-M
Rigidez experimental		50 782,13	31 511,77
Eurocódigo		67 041,22	42 065,04
Error		32,02 %	33,49 %
Faella y otros (2000)		40 573,10	26 701,52
Error		-20,10 %	-15,26 %

En el Cuadro 10.8 se comparan los valores medios experimentales de las uniones tridimensionales con carga en su eje con las predicciones del método de los componentes del Eurocódigo (CEN, 2005b) y la variante propuesta por Faella y otros (2000) (como se explicó en el Capítulo 5, modifican la formulación de rigidez de los elementos que se modelan mediante el *T-stub*). La rigidez teórica obtenida aplicando la formulación del Eurocódigo es mayor que la experimental —Girão Coelho y otros (2004b) también han indicado que el método del Eurocódigo sobrestima la rigidez de las uniones—. Los valores de la formulación alternativa de Faella y otros (2000) parecen más adecuados, pues se obtiene una rigidez inicial menor de la experimental (lo que resulta coherente al no incluir la rigidización de la chapa adicional).

Sólo se comparan las uniones del eje mayor, pues ninguno de los dos métodos puede modelar la unión del eje menor (en el Capítulo 12 se ampliará el método de los componentes para poder analizarla).

### 10.2.4. Resistencia

Los ensayos tridimensionales (con carga en ambos ejes) sólo se realizaron para el rango elástico. Por tanto, los valores de resistencia aquí presentados se corresponden con los de las uniones tridimensionales ensayadas individualmente (carga sólo en su eje).

El valor experimental de la resistencia de la unión,  $M_{j,Rd}$ , no puede ser obtenido fácilmente de modo experimental. Como se indicó, se corresponde con el punto de intersección de las dos rectas de regresión obtenidas previamente para la rigidez inicial,  $S_{j,ini}$ , y la post-límite,  $S_{j,p-l}$  (Figura 10.18). Por ello se indican dos puntos adicionales de resistencia: los límites superior e inferior que delimitan la zona *knee-range* de la unión. Todos estos valores resistentes experimentales se recogen en el Cuadro 10.9.

Como se explicará en las siguientes secciones, la rotura de las uniones se debió en todos los casos a la chapa de testa a flexión. Varió el tipo de rotura: las uniones de chapa fina rompieron en modo 1 y las de chapa gruesa en modo 2 (Sección 5.2.1). En el Cuadro 10.11 se indican las predicciones de modo de rotura hechas por el Eurocódigo y por el método de Faella y otros (2000) (según el parámetro  $\lambda$ , ver página 140). Los modos de rotura cuadran con la predicción del método de Faella y otros (2000). El Eurocódigo prevé rotura por el modo 1 en algunos casos de chapa gruesa<sup>3</sup>.

En el Cuadro 10.10 se comparan las predicciones del Eurocódigo (CEN, 2005b)<sup>4</sup> para la resistencia de la chapa de testa con los valores experimentales de las uniones<sup>5</sup>. Se muestra también el error de la predicción con los otros dos datos resistentes previamente indicados en el Cuadro 10.9: los de comienzo ( $M_{inf_{K-R}}$ ) y fin ( $M_{sup_{K-R}}$ ) de la zona *knee-range*. Salvo en el caso de la unión de chapa fina del eje menor (A-n), el Eurocódigo estima resistencias entre un 20 % y un 30 % inferiores. Los valores teóricos muestran mejor correspondencia con el punto de comienzo del *knee-range* (fin de la zona plenamente elástica).

### 10.2.5. Ductilidad

La ductilidad de una unión es la propiedad que indica el giro de la unión tras su plastificación. Puede cuantificarse de varios modos:

- Girão Coelho, Bijlaard, Gresnigt y Simoes da Silva (2004a) proponen definirla por medio de un índice adimensional  $\Psi_j$  que relaciona el giro máximo de la unión,

<sup>3</sup>Al comparar la resistencia para ambos tipos de rotura con la formulación del Eurocódigo, ambas son muy similares; resulta ligeramente superior el del modo 2.

<sup>4</sup>En este caso Faella y otros (2000) no proponen modificaciones a la formulación de resistencia del Eurocódigo (ver Capítulo 5).

<sup>5</sup>Al no disponer de formulación para todos los componentes, no puede calcularse, desde un punto de vista teórico, ninguna de las uniones (la chapa adicional rigidiza la unión del eje mayor; el Eurocódigo no puede estimar la resistencia de la chapa adicional a flexión). Pero como los ensayos muestran que su rotura se debe a la chapa de testa a flexión, sí puede compararse la resistencia de este componente con la de la unión: al no haber ningún otro componente menos resistente, su resistencia es la de la unión.

**Cuadro 10.9:** Ensayos bidimensionales. Características resistentes experimentales (valores en kN · m)

Unión	Knee-range		$M_{j,Rd}$	$M_{max}$
	$M_{infK-R}$	$M_{supK-R}$		
A-M	140,37	179,22	167,77	223,08
B-M	70,97	96,49	93,24	171,50
A-n	62,20	89,65	78,49	109,77
B-n	41,65	60,66	55,23	95,78

**Cuadro 10.10:** Ensayos bidimensionales. Comparación del valor resistente experimental y la resistencia teórica de la chapa de testa (valores en kN · m)

Unión	A – M	B – M	A – n	B – n
Experimental	167,77	93,24	78,49	55,23
Eurocódigo	126,00	65,79	83,97	43,56
Error r/ $M_{j,Rd}$	-24,90 %	-29,44 %	6,98 %	-21,13 %
Error r/ $M_{infK-R}$	-10,23 %	-7,30 %	35,00 %	4,59 %
Error r/ $M_{supK-R}$	-29,69 %	-31,82 %	-6,33 %	-28,19 %

**Cuadro 10.11:** Predicción teórica del modo de rotura para la chapa de testa y el ala a flexión

		A-M	B-M	A-n	B-n
Eurocódigo	Chapa de testa a flexión (fila 1)	1	1	1	1
	Chapa de testa a flexión (fila 2)	2	1	2	1
	Ala del pilar a flexión	2	2	2	2
Faella y otros (2000)	Chapa de testa a flexión (fila 1)	1	1	2	1
	Chapa de testa a flexión (fila 2)	2	2	2	2
	Ala del pilar a flexión	2	2	2	2

$\phi_{max}$ , con el correspondiente a la resistencia plástica de la unión,  $\phi_{M_{Rd}}$ ,

$$\psi_j = \frac{\phi_{max}}{\phi_{M_{Rd}}}. \quad (10.9)$$

- También puede definirse (Gil, Cabrero, Goñi y Bayo, 2003; Schleich, Chantrain, Chabrolin, Galéa, Bureau, Anza y Espiga, 1998) mediante el giro realizado por la unión entre el del momento resistente,  $\phi_{M_{Rd}}$ , y el correspondiente al mismo nivel de tensión en el periodo de cedencia,  $\phi_{Cd}$  (Figura 10.18).

Puesto que el momento resistente de la unión,  $M_{j,Rd}$ , es un valor teórico que no existe en la realidad, se estiman, como indican Girão Coelho y otros (2004a), los índices de ductilidad en función de los puntos de comienzo y fin del intervalo *knee-range*. El Cuadro 10.13 muestra los índices de ductilidad, obtenidos a partir de los giros experimentales indicados en el Cuadro 10.12. Como las uniones en el eje menor

**Cuadro 10.12:** Ensayos bidimensionales. Giros experimentales

Unión	$\phi_{inf_{K-R}}$ mrad	$\phi_{sup_{K-R}}$ mrad	$\phi_{M_{max}}$ mrad	$\phi_{max}$ mrad
A-M	3,71	8,83	25,70	41,58
B-M	3,01	8,30	96,30	96,30
A-n	3,90	11,04	31,36	33,85
B-n	3,24	11,06	68,00	68,00

**Cuadro 10.13:** Ensayos bidimensionales. Evaluación de la ductilidad

Unión	$\Psi_{inf_{K-R}}$	$\Psi_{sup_{K-R}}$	$d_{inf_{K-R}}$ mrad	$d_{sup_{K-R}}$ mrad
A-M	6,93	2,91	37,87	32,75
B-M	31,97	11,60	93,28	87,99
A-n	8,04	2,84	29,95	22,81
B-n	20,97	6,15	64,76	56,94

no fueron cargadas hasta su rotura definitiva, en su caso los valores presentados son menores de los que podría abarcar.

Prácticamente todas las uniones ensayadas superan los 30 mrad de giro limitados por la propuesta de clasificación para la normativa LRFD (Sección 2.1.3). Las uniones de chapa fina (serie B) alcanzan valores muy superiores, con giros incluso del doble respecto a las de chapa gruesa. Esta mayor ductilidad es debida al diferente modo de rotura de aquéllas: el mecanismo plástico de tipo 1 de la chapa a flexión posee una elevada ductilidad.

Este resultado confirma en parte las apreciaciones de Eurocódigo (CEN, 2005b) respecto a la ductilidad de las uniones (ver Sección 3.2.3). Al no indicar el Eurocódigo métodos de estimación cuantitativa de la ductilidad de las uniones, no se presenta ninguna comparación con valores teóricos.

### 10.3. Comportamiento de las uniones en los ensayos tridimensionales

Los ensayos tridimensionales sólo se realizaron en el rango elástico. Se controlaron por fuerza. Su disposición se indica en la Figura 10.10(b). Las cuatro vigas apoyaban a la misma distancia. Al cargar en el pilar, las cuatro uniones eran forzadas a realizar el mismo giro. La carga se reparte proporcionalmente a la rigidez de cada unión.

Como se mostró en el Cuadro 10.7, los valores de rigidez obtenidos son mayores que los obtenidos para cada una de las uniones ensayada por separado (ver el Cuadro 10.6). El comportamiento tridimensional en ambos ejes no presenta fenómenos de acoplamiento que reduzcan el rendimiento de las uniones. Gracias a los resultados proporcionados por el modelo de elementos finitos desarrollado, se presentará un análisis

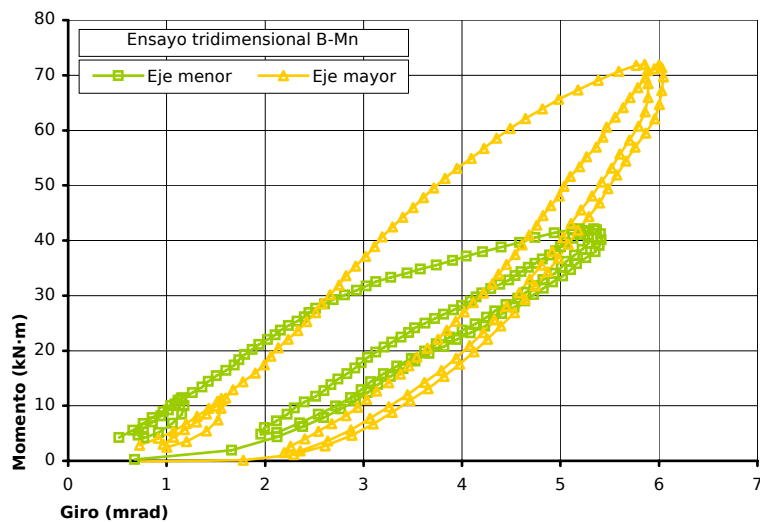


Figura 10.22: Ensayo tridimensional B-Mn. Curva momento-rotación experimental

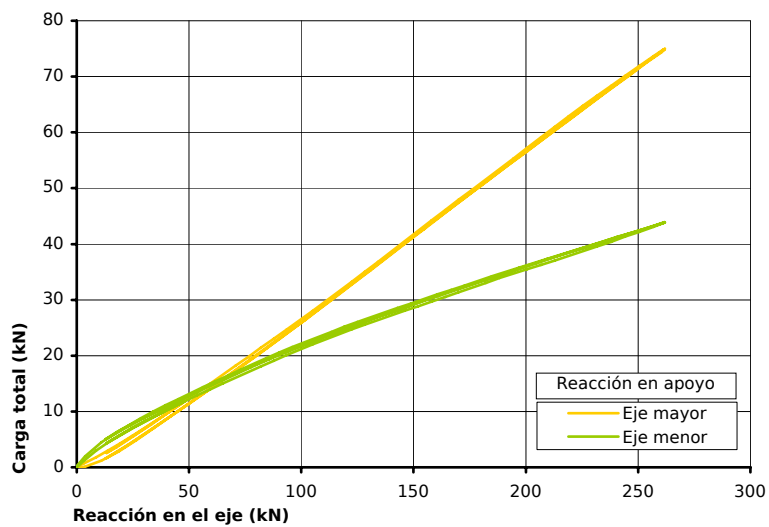
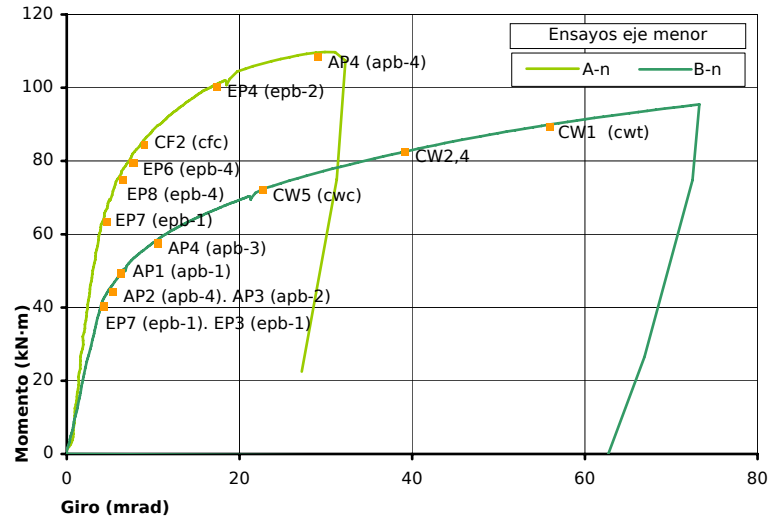


Figura 10.23: Ensayo tridimensional B-Mn. Valores de la reacción en los ejes



**Figura 10.24:** Ensayos bidimensionales de la unión del eje menor. Curva momento-rotación experimental

más detallado de los fenómenos tridimensionales en el Capítulo 11.

En ambos ensayos se observó un comportamiento inicial extraño en la distribución de esfuerzos, mostrada en la Figura 10.23. La reacción en el eje mayor es prácticamente lineal, parecida a la estimación teórica. Hasta un valor aproximado de 15 kN, el eje menor presenta una reacción inicial similar a la del mayor. A partir de esa carga disminuye su pendiente. Este comportamiento en dos fases se repite en los dos ciclos de carga y descarga de los dos ensayos realizados.

Se producen fenómenos en el comportamiento inicial de las uniones, que modelos avanzados de cálculo (como el de elementos finitos que se presentará en el Capítulo 11) no son por ahora capaces de modelar adecuadamente. Es probable que este fenómeno de redistribución inicial se relacione con el modo de carga, el número de tornillos de cada unión y su brazo de palanca correspondiente: la unión del eje menor consta de ocho tornillos, dos más que la del eje mayor; y su chapa de testa es extendida a ambos lados. Estas dos características pueden quizá explicar esa mayor rigidez inicial detectada a niveles pequeños de carga.

En la Figura 10.22 se presenta, a modo ilustrativo, la curva momento-rotación resultante para el ensayo tridimensional de chapa fina. La unión en el eje menor presenta un tramo inicial de rigidez muy similar a la del eje mayor. Es una corroboración del “anómalo” (desde el punto de vista teórico) reparto inicial de tensiones antes reseñado.

#### 10.4. Comportamiento de las uniones tridimensionales del eje menor en los ensayos con carga bidimensional

La disposición de estos ensayos es la recogida en la Figura 10.10(c): sólo se apoyaban las vigas del eje menor. Las uniones y vigas del eje mayor se mantenían



**Cuadro 10.14:** Características experimentales de las uniones en el eje menor

Unión	$t_{ep}$ mm	$S_{j,ini}$ kN · m/rad	$M_{j,Rd}$ kN · m	$S_{j,p-l}$ kN · m/rad	$d_{infK-R}$ mrad	$d_{supK-R}$ mrad
A-n	16	29 867,85	78,49	875,45	29,95	22,81
B-n	10	15 157,78	55,23	713,69	64,76	56,94

colocadas, pero no se cargaban. La carga, al igual que en el resto de ensayos, se aplicaba en la parte superior del pilar.

Como ya se relató en la Sección 10.1.5, se realizaron dos ensayos distintos con esta configuración: un primer ensayo dentro del rango elástico y un segundo hasta rotura. Por disponer de una única probeta de cada tipo y realizar sobre la misma un posterior ensayo de la unión del eje mayor (ver Sección 10.5), estas uniones no se cargaron hasta su rotura completa, para evitar dañar irremediablemente el pilar.

La Figura 10.24 muestra las curvas momento-rotación correspondientes. El Cuadro 10.14 resume los valores característicos de las uniones, los ya indicados en la Sección 10.2.

La única diferencia entre ambas uniones es el espesor de la chapa de testa. Esta variación implica diferentes rigidez y resistencia. La unión con chapa de testa fina es más flexible y débil. Su comportamiento post-plástico es más favorable: presenta similar rigidez plástica, pero mucha mayor ductilidad (Cuadro 10.13).

#### 10.4.1. Rotura de las uniones

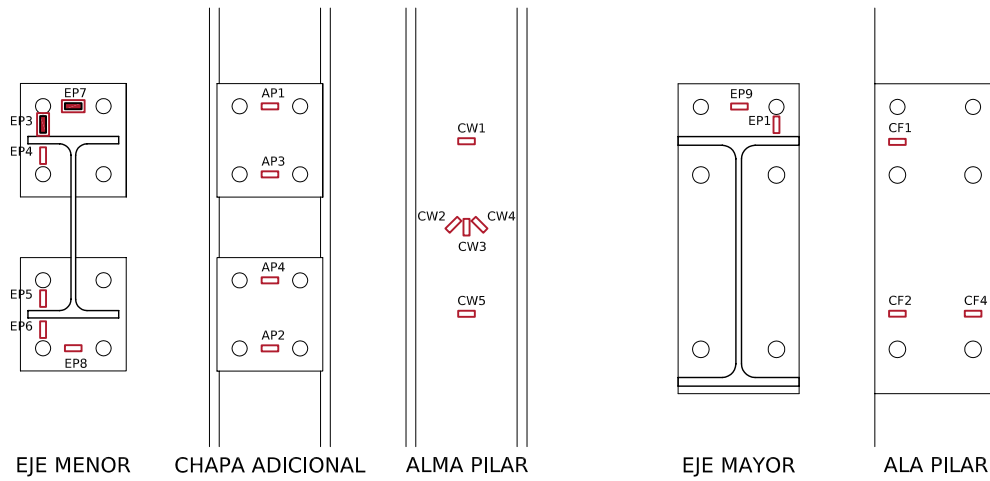
La secuencia de plastificación obtenida a partir de las bandas extensométricas es mostrada en las 10.24 a 10.26. En las Figuras 10.25 y 10.26 se recogen tres momentos diferentes de carga: los punto de inicio ( $M_{infK-R}$ ) y fin ( $M_{supK-R}$ ) del *knee-range*, y el de carga máxima ( $M_{max}$ ).

**Unión de chapa fina (B).** En el caso de la unión de chapa fina, en primer lugar plastifica la chapa de testa en la zona extendida de tracción (Figura 10.25(a)). Posteriormente lo hacen las chapas adicionales (Figura 10.25(b)).

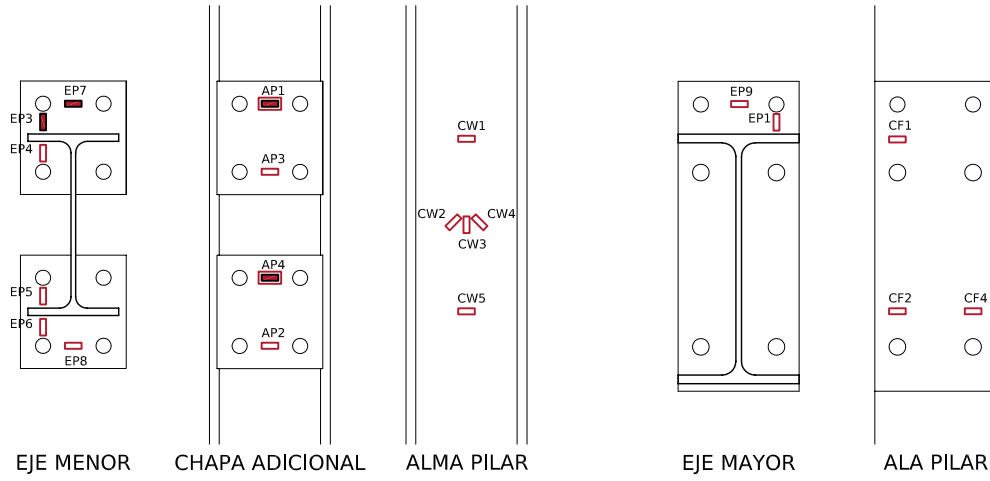
El comportamiento de la unión de chapa fina está controlado inicialmente por la chapa de testa a flexión y posteriormente por las chapas adicionales a flexión. Ambos modos de rotura son muy dúctiles, con una elevada rigidez post-plástica debida a efectos de membrana.

**Unión de chapa gruesa (A).** La unión de chapa gruesa se comporta de modo bastante diferente. Finaliza la zona elástica (Figura 10.26(a)) al plastificar ambas zonas extendidas de la chapa de testa (en la chapa fina plastificaba sólo la zona de tracción) y el ala del pilar a compresión. Cuando se concluye el ensayo y rompe la unión, ha plastificado también una zona de la chapa adicional a compresión (Figura 10.26(c)).

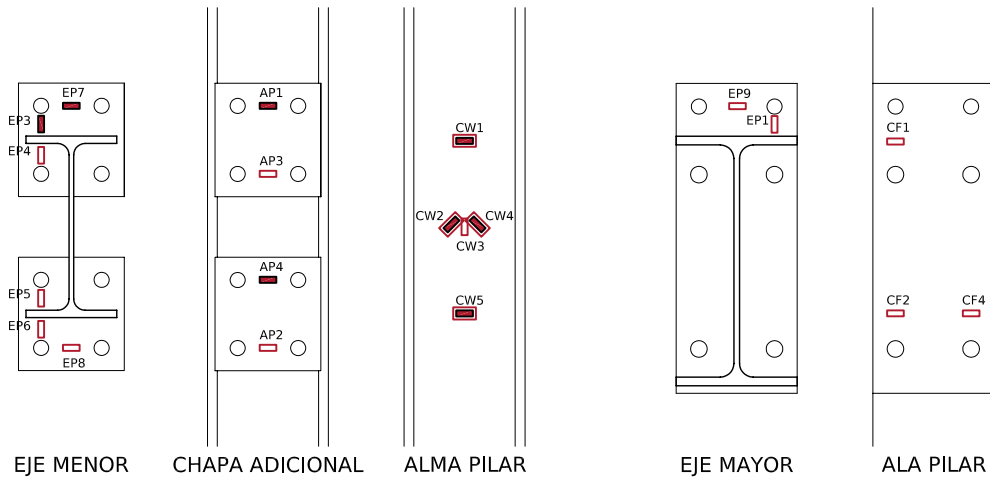
Hay una plastificación más que las galgas colocadas no muestran: los tornillos. El mecanismo de rotura de la chapa de testa en este caso es de tipo 2. No sólo plastifica



(a) Inicio comportamiento *knee-range*,  $M_{inf_{K-R}}$



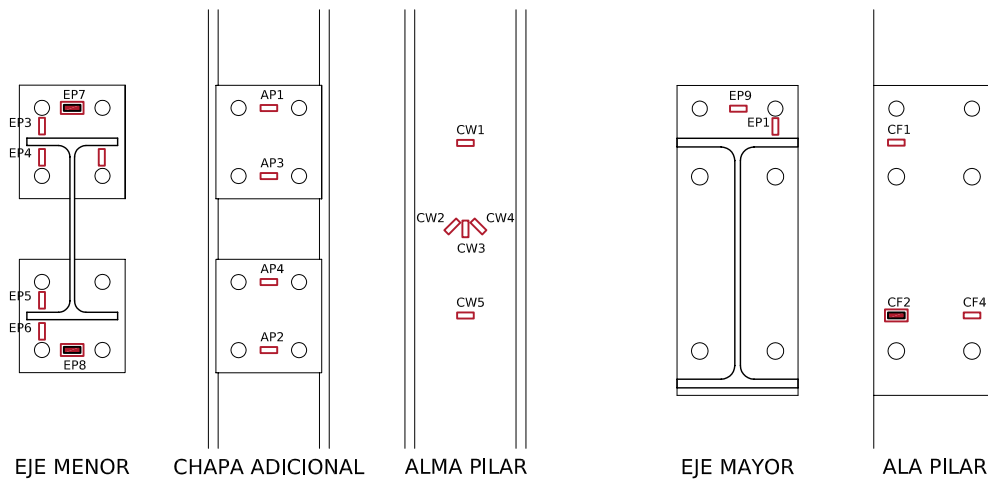
(b) Fin comportamiento *knee-range*,  $M_{sup_{K-R}}$



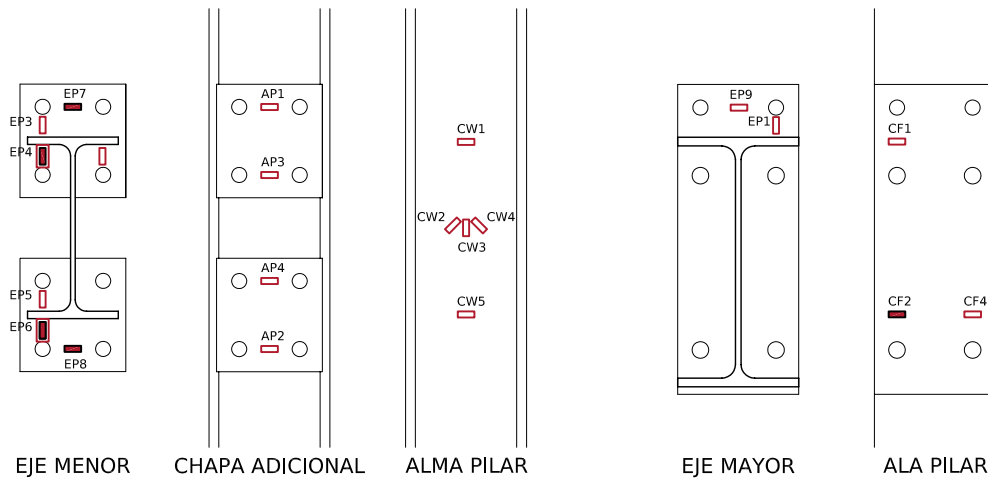
(c) Momento máximo,  $M_{max}$

Plasticación:  
  No.   Sí, en este interv.   Sí, en interv. previos.

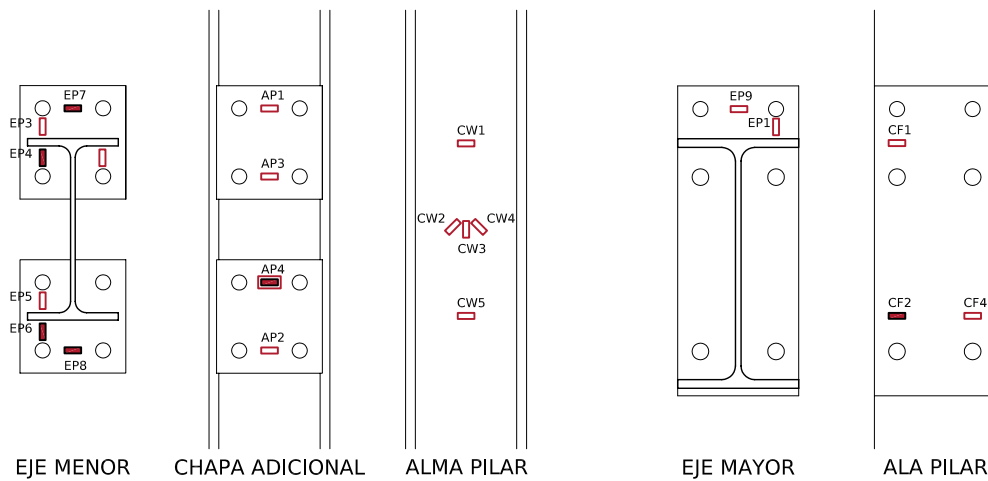
Figura 10.25: Ensayo B-n-R. Secuencia de plasticación de las galgas



(a) Inicio comportamiento *knee-range*,  $M_{inf_{K-R}}$



(b) Fin comportamiento *knee-range*,  $M_{sup_{K-R}}$



(c) Momento máximo,  $M_{max}$

Plastificación:  
 □ No.    ■ Sí, en este interv.    ■ Sí, en interv. previos.

Figura 10.26: Ensayo A-n-R. Secuencia de plastificación de las galgas



(a) Visión general de la unión



(b) Deformación de la chapa de testa de tracción y la chapa adicional



(c) Chapa de testa de tracción



(d) Chapa de testa de tracción

**Figura 10.27:** Ensayo B-n-R. Rotura de la unión de chapa fina en el eje menor

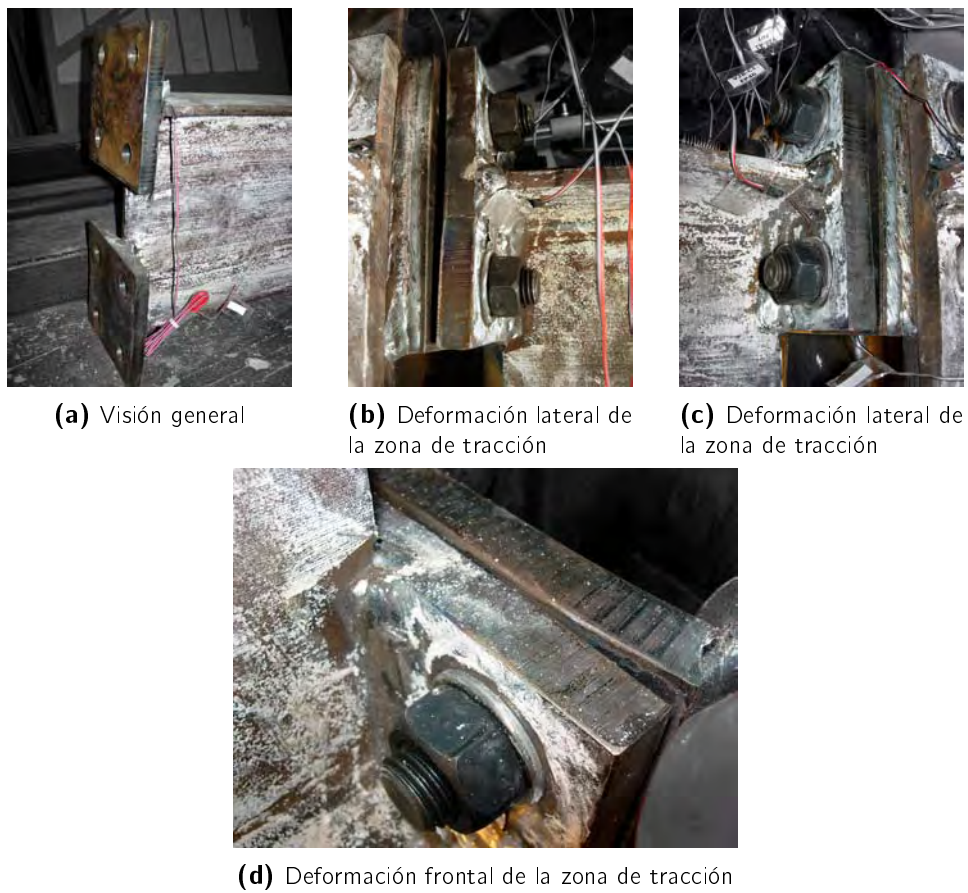
la chapa, sino también los tornillos. Es más frágil que la de tipo 1 ocurrida en la unión de chapa fina, de ahí su menor ductilidad.

**Deformación remanente.** El diferente mecanismo de rotura que se produce en las dos uniones se aprecia en las imágenes mostradas en las Figuras 10.27 y 10.28. En el caso de la chapa gruesa apenas se observa deformación, mientras la chapa fina describe de modo muy claro su rotura a partir de la formación de líneas plásticas de rotura.

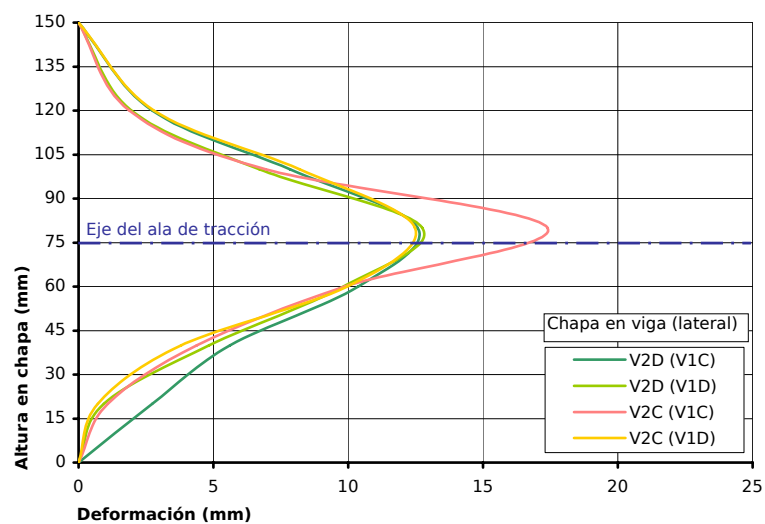
En la Figura 10.29 se presenta la deformación de las chapas de testa de la zona de tracción en el ensayo de chapa fina. Las deformaciones máximas son superiores a los 12 mm, y se sitúan en la zona del eje del ala de la viga. La deformación de las chapas de compresión fue mínima, por ello no se indica.

#### 10.4.2. Comportamiento de la chapa adicional

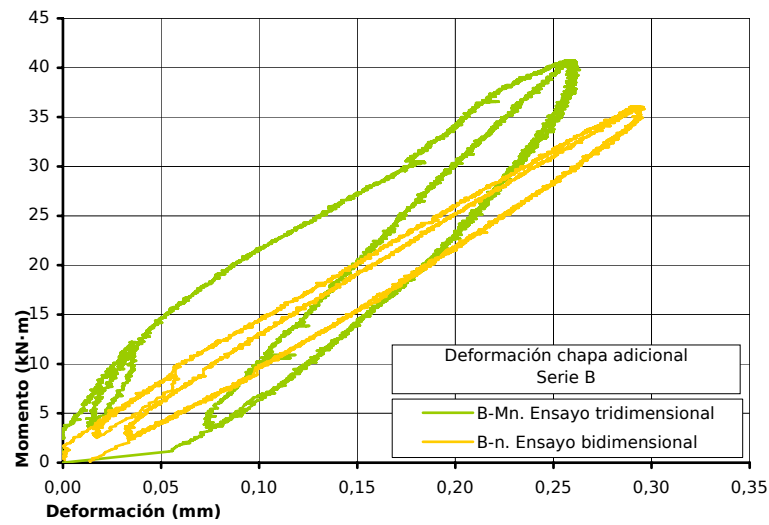
Durante los ensayos se controló la deformación de la chapa adicional en la zona de tracción mediante un transductor lineal, como se indicó en la Sección 10.1.4. Los



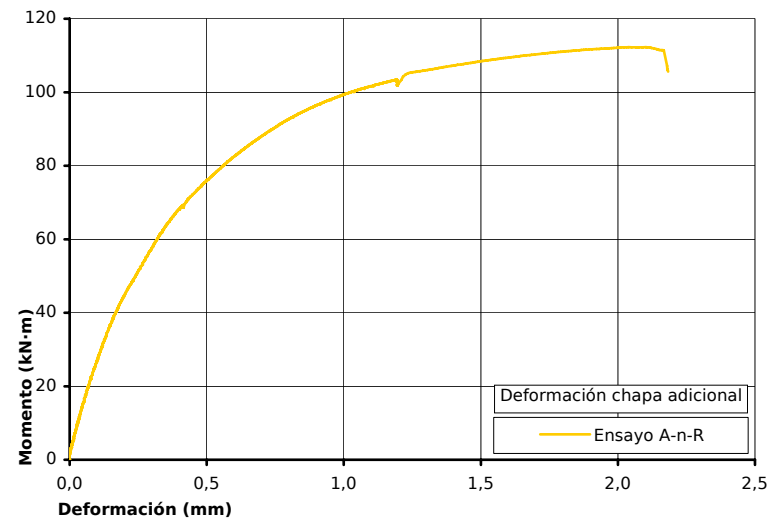
**Figura 10.28:** Ensayo A-n-R. Rotura de la unión de chapa gruesa en el eje menor



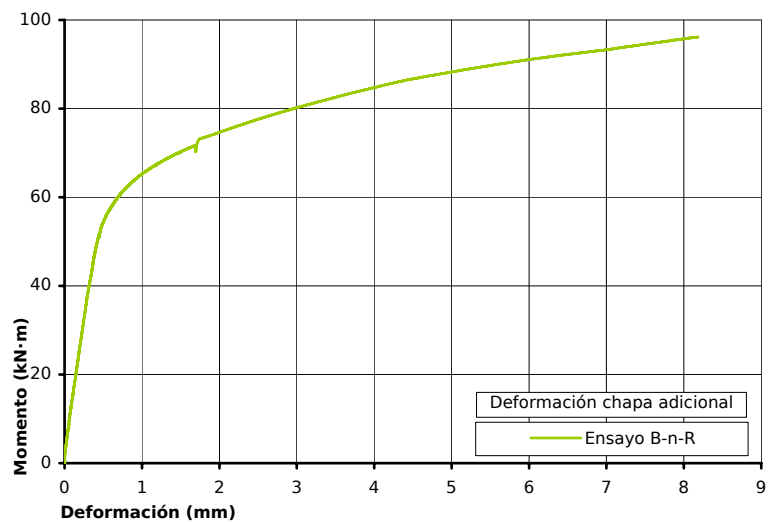
**Figura 10.29:** Ensayo B-n-R. Deformación remanente de las chapas de testa en las uniones de chapa fina del eje menor



(a) Serie B. Comparación entre los ensayos elásticos con carga tridimensional y bidimensional



(b) Serie A



(c) Serie B

Figura 10.30: Comportamiento de la chapa adicional



**(a)** Visión global. Se muestra el pilar invertido, por lo que la zona de tracción es la inferior



**(b)** Deformación de la chapa adicional en la zona de compresión



**(c)** Deformación de la chapa adicional en la zona de tracción

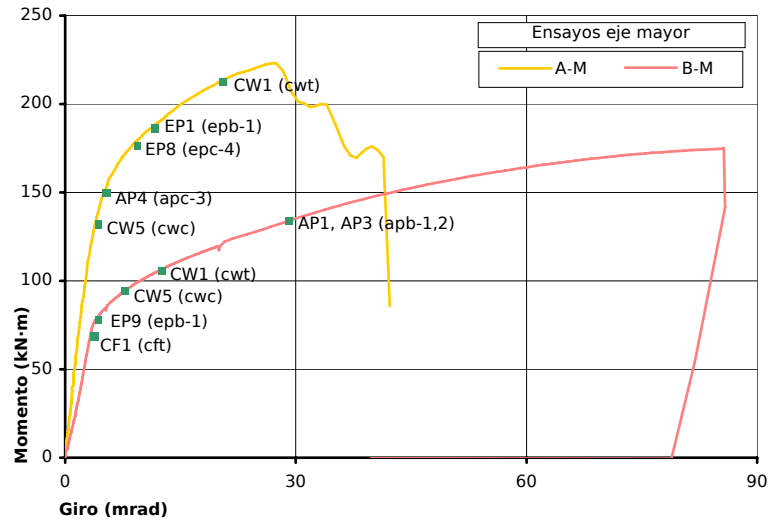
**Figura 10.31:** Deformación de la chapa adicional

mediciones obtenidas son las presentadas en la Figura 10.30. Las fotografías recogidas en la Figura 10.31 muestran la deformación remanente en las chapas tras los ensayos.

Como muestra la Figura 10.30(a), responde de modo ligeramente más rígido al cargar las dos uniones (ensayo tridimensional). Esta variación en su comportamiento puede considerarse la causa de la mayor rigidez antes indicada para los ensayos con carga tridimensional. El comportamiento plástico observado (Figuras 10.30(b) y 10.30(c)) cuadra con lo previamente indicado por las galgas extensométricas correspondientes (Figuras 10.25 y 10.26).

La deformación remanente tras el ensayo aporta más información sobre su comportamiento: es diferente en la zona de tracción y compresión (Figura 10.31(a)). Como se observa en la Figura 10.31(c), la de tracción se deforma con una única curvatura: sólo es sujeta lateralmente por las soldaduras realizadas al ala del pilar, que no cohiben su giro; su deformación se corresponde a la de una placa apoyada lateralmente.

En cambio, no se aprecia prácticamente deformación en la chapa de compresión (Figura 10.31(b)). En este caso, la sujeción no es sólo lateral mediante las soldaduras, sino que también las alas del pilar constituyen un apoyo. Se impide en mayor medida



**Figura 10.32:** Ensayos bidimensionales de la unión del eje mayor. Curva momento-rotación experimental

**Cuadro 10.15:** Características experimentales de las uniones en el eje mayor

Unión	$t_{ep}$ mm	$S_{j.ini}$ kN · m/rad	$M_{j.Rd}$ kN · m	$S_{j.p-l}$ kN · m/rad	$d_{infK-R}$ mrad	$d_{supK-R}$ mrad
A-M	16	50 782,13	167,77	3 023,38	37,87	32,75
B-M	10	31 511,77	93,24	1 055,69	93,28	87,99

su movimiento. Además, gran parte de la transferencia de esfuerzos de compresión de la viga al pilar no se realiza por flexión de la chapa, sino por apoyo directo en el ala del pilar.

## 10.5. Comportamiento de las uniones tridimensionales del eje mayor en los ensayos con carga bidimensional

La Figura 10.32 muestra el comportamiento rotacional de las uniones ensayadas en el eje mayor. El Cuadro 10.15 recoge las características de estas uniones, ya indicadas en la Sección 10.2, compendiados aquí para comodidad del lector.

Amén de la diferente rigidez y resistencia entre ambas uniones, se observa, como ocurría en las uniones del eje menor, diferente comportamiento post-plástico. La unión de chapa gruesa tiene una rigidez post-plástica tres veces superior a la de chapa fina, pero menor capacidad rotacional. Ambas uniones superan los 30 mrad recomendados por la normativa LRFD. La unión con chapa fina triplica este valor<sup>6</sup>.

<sup>6</sup>El ensayo de la unión de chapa fina se paró cuando la carrera recorrida por el pistón de carga superaba ya los 10 cm, no por rotura de la unión.



### 10.5.1. Rotura de las uniones

La unión de chapa fina presenta un comportamiento dúctil. Hasta el momento en que se paró el ensayo, no presenta todavía fenómenos de cedencia. En cambio, la unión de chapa gruesa sufre tres repentinos escalones de cedencia y su rotura es frágil (Figura 10.32).

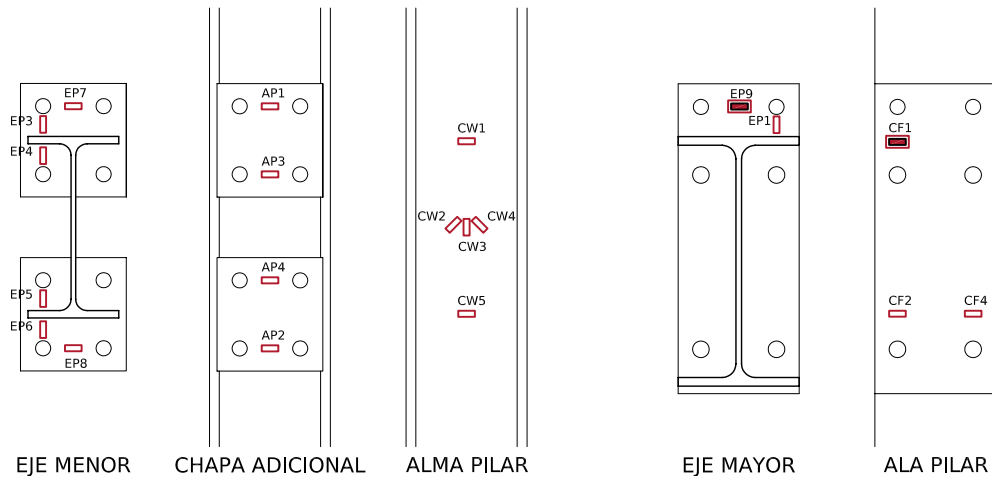
**Unión de chapa fina (B).** La Figura 10.33 muestra la secuencia de plastificación de los puntos de control para el ensayo de chapa fina. Las zonas en las que se produce plastificación inicialmente son la chapa de testa y el ala del pilar a flexión (Figura 10.33(a)). Posteriormente lo hace el alma del pilar en las zonas de tracción y compresión (Figura 10.33(b)). Al concluir el ensayo (Figura 10.33(c)), se han formado rótulas en las chapas adicionales a tracción. La plastificación de esta unión está controlada por mecanismos de elevada ductilidad: flexión y tracción.

**Unión de chapa gruesa (A).** La unión de chapa gruesa muestra un comportamiento muy distinto (Figura 10.34). El comienzo del rango no elástico lo marca la plastificación de la zona a compresión: el alma del pilar a compresión (Figura 10.34(a)), seguido de la chapa de testa (Figura 10.34(b)). Cuando se produce la rotura, ha plastificado también el alma del pilar a tracción (Figura 10.34(c)). El colapso no se debe a la plastificación de los componentes citados, sino a la rotura frágil de un elemento no monitorizado: los tornillos. Como se observa en la fotografía de la Figura 10.39(a), fue la rotura de un tornillo de la zona de tracción la que provocó la de la unión.

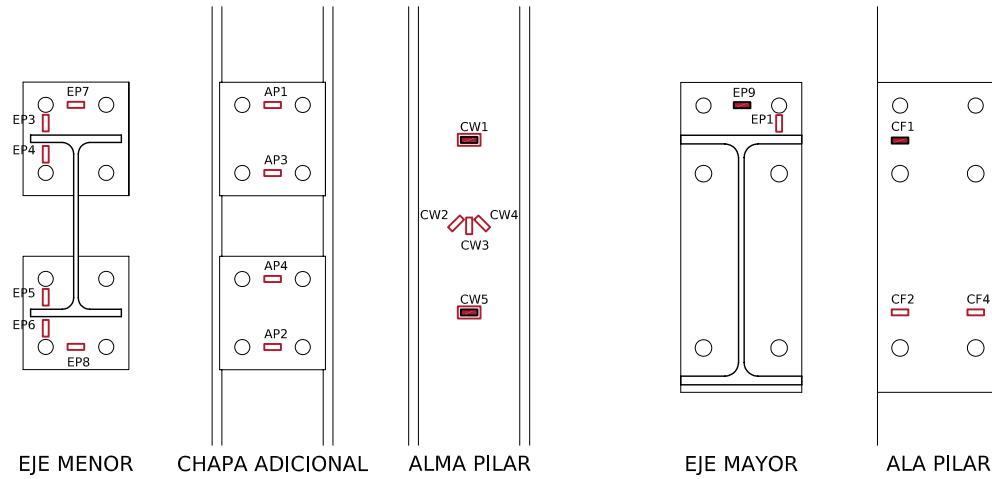
En la curva de comportamiento momento-rotación de la unión (Figura 10.32) se observan unos escalones de brusca cedencia. No se deben a la plastificación de ninguna de las zonas controladas de las chapas o perfiles, sino al zafado de la rosca y la rotura de los tornillos. La Figura 10.35 indica el estado de los mismos tras el ensayo. Los tornillos de la zona de tracción en su mayoría se zafaron de su rosca. El mecanismo de rotura de la chapa de testa es claramente de tipo 2, con plastificación de la chapa y los tornillos.

**Deformación remanente.** Que los tornillos soportan mayor tensión en la unión de chapa gruesa se observa claramente en las deformaciones remanentes de las chapas de testa de ambos ensayos. En las uniones de chapa fina (Figura 10.36) se aprecia la firme sujeción ejercida por los tornillos de la segunda fila. Hay dos zonas de deformación máxima, situadas a la altura del ala de tracción de la viga (la máxima deformación, superior a los 20 mm), y en una zona intermedia entre la mencionada fila de tornillos y la fila inferior de tornillos.

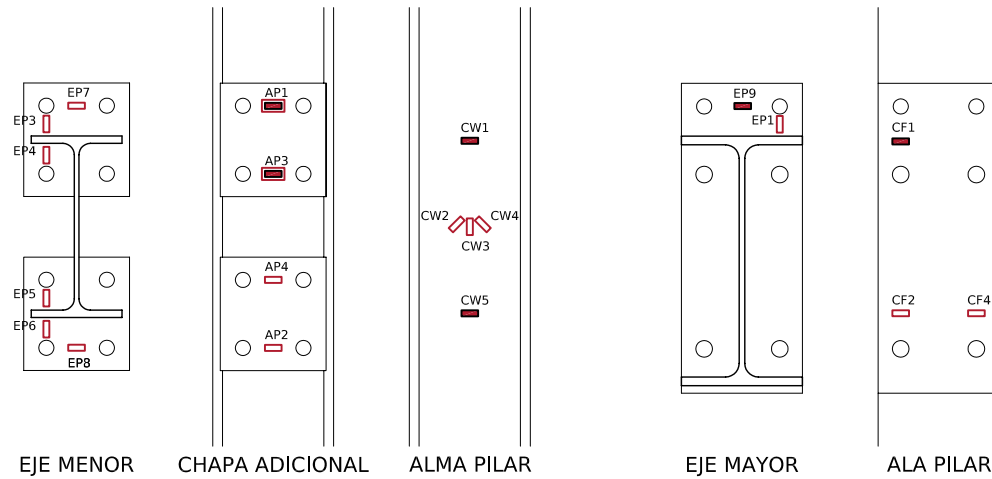
En la unión de chapa gruesa (Figura 10.37), en cambio, no se aprecia la restricción de la segunda fila de tornillos. Al ser más rígida la chapa de testa, los tornillos sufren mayores tensiones, y su deformación “acompaña” (en lugar de impedir, como ocurría en la chapa fina) la de la chapa. Ésta se deforma de modo cuasi-lineal entre las alas de la viga. No se aprecia influencia de la segunda fila de tornillos (como sí se observaba en la chapa fina). Su deformación máxima se sitúa también a la altura del ala de tracción.



(a) Inicio comportamiento *knee-range*,  $M_{infK-R}$



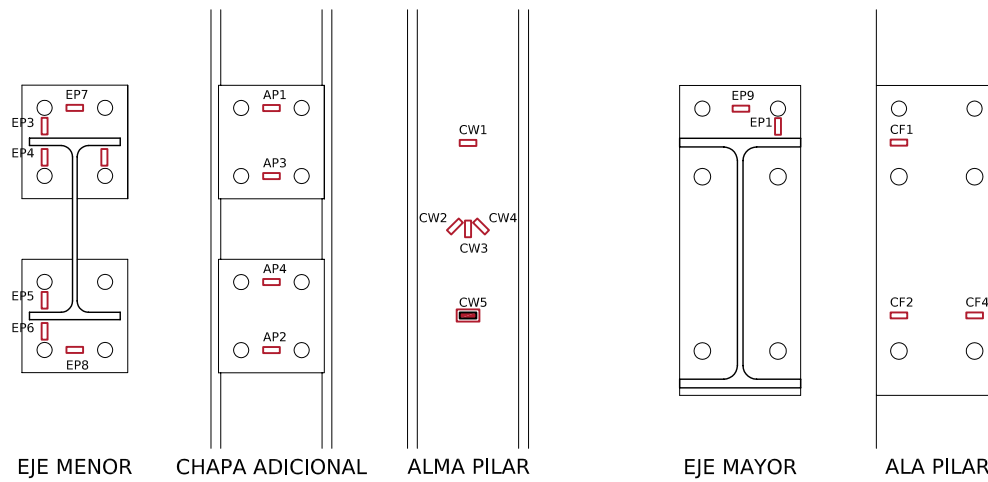
(b) Fin comportamiento *knee-range*,  $M_{supK-R}$



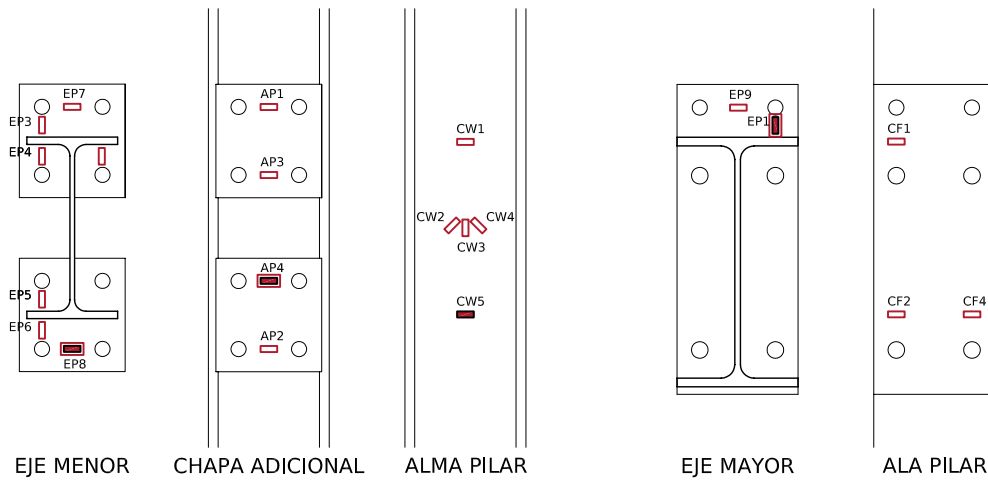
(c) Momento máximo,  $M_{max}$

Plastificación:  
 □ No.    ■ Sí, en este interv.    ■ Sí, en interv. previos.

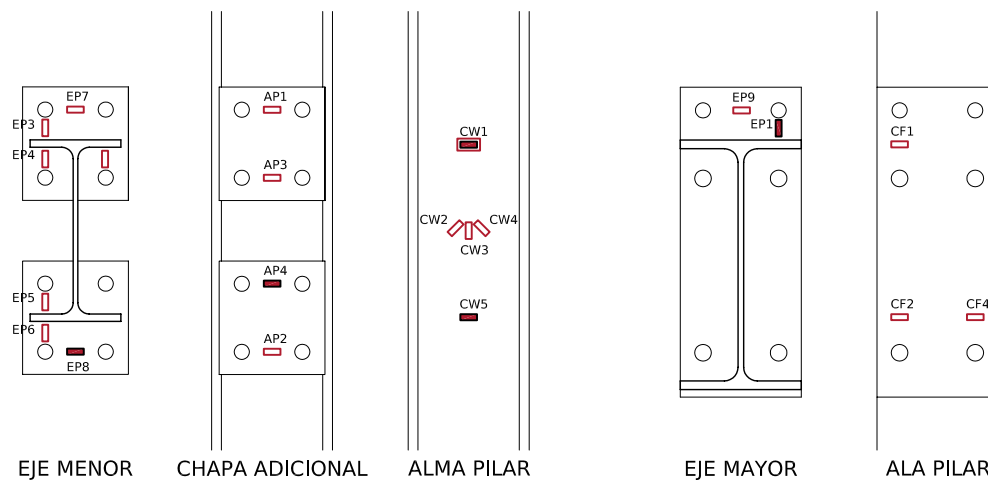
Figura 10.33: Ensayo B-M-R. Secuencia de plastificación de las galgas



(a) Inicio comportamiento *knee-range*,  $M_{infK-R}$



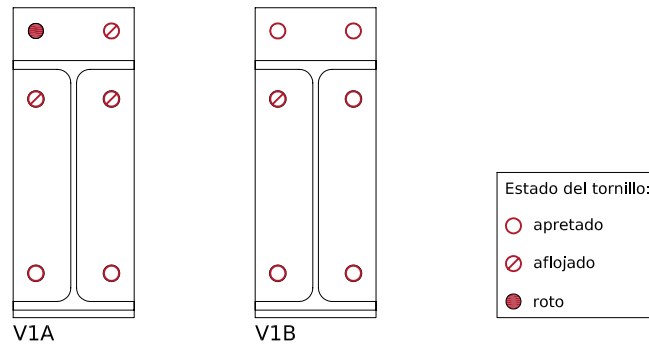
(b) Fin comportamiento *knee-range*,  $M_{supK-R}$



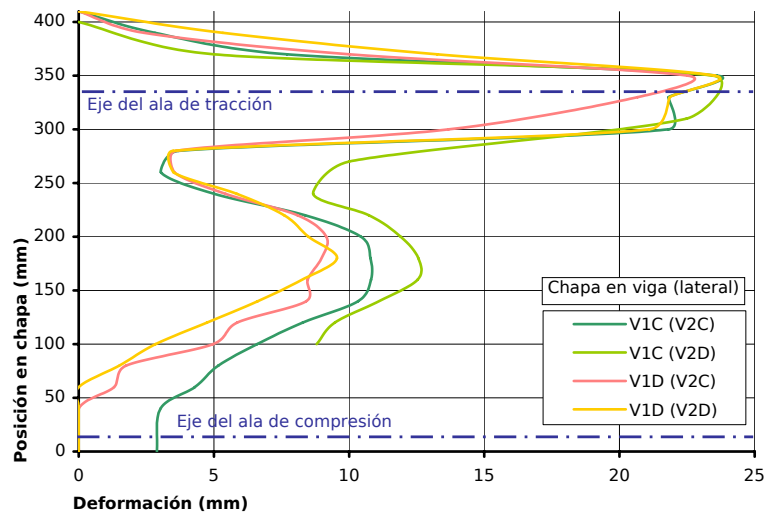
(c) Momento máximo,  $M_{max}$

Plastificación:  
 □ No.    ■ Sí, en este interv.    ■ Sí, en interv. previos.

Figura 10.34: Ensayo A-M-R. Secuencia de plastificación de las galgas



**Figura 10.35:** Ensayo A-M-R. Estado de los tornillos tras la rotura



**Figura 10.36:** Ensayo B-M-R. Deformación remanente de las chapas de testa de las uniones de chapa fina del eje mayor

En las dos series el giro no se produce en torno al ala inferior (la suposición tradicional al simplificar el comportamiento de estas uniones, recordar la Sección 5.11.2), sino más bien respecto a la fila de tornillos inferior.

## 10.6. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el programa experimental de uniones semirrígidas tridimensionales con carga simétrica desarrollado en el Laboratorio de Edificación de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de la Universidad de Navarra. Las principales conclusiones obtenidas son:

- La resistencia de la unión se incrementa al aumentar el espesor de la chapa de testa.
- La rigidez inicial de la unión también aumenta con el espesor de la chapa de testa.

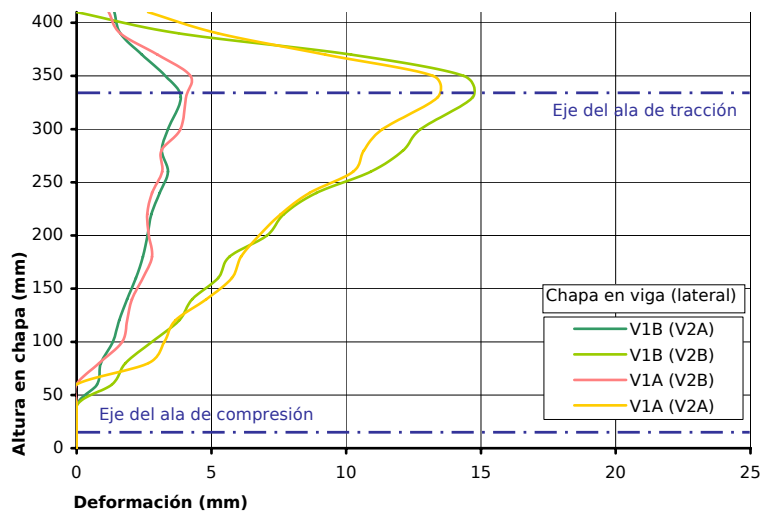


Figura 10.37: Ensayo A-M-R. Deformación remanente de las chapas de testa de las uniones de chapa gruesa del eje mayor

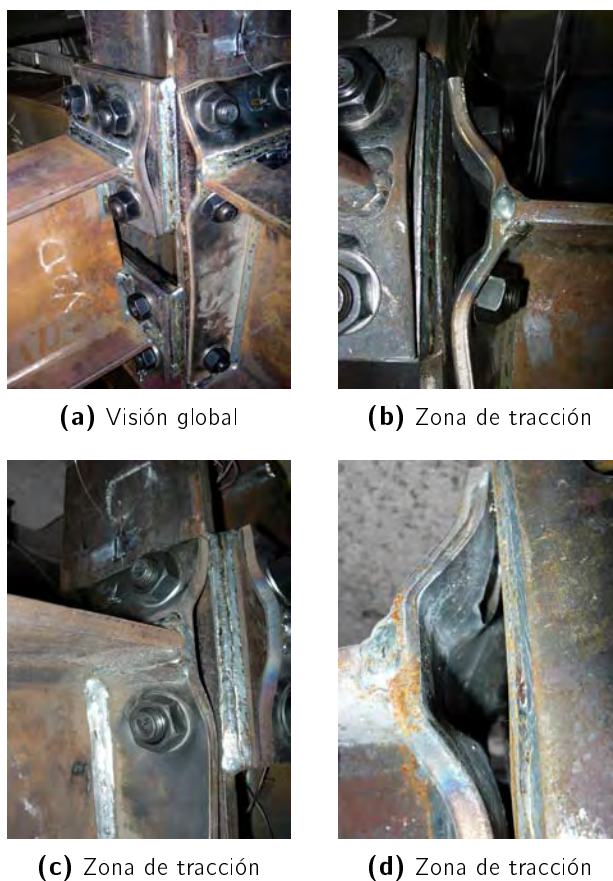


Figura 10.38: Ensayo B-M-R. Rotura de la unión de chapa fina en el eje mayor



(a) Visión global



(b) Deformación de la zona de tracción



(c) Tornillos zafados en la zona de tracción y deformación de la chapa de testa



(d) Tornillo zafado de su rosca y tornillo roto en la zona de tracción

**Figura 10.39:** Ensayo A-M-R. Rotura de la unión de chapa gruesa en el eje mayor

- El Eurocódigo sobrestima la rigidez inicial de las uniones ensayadas en el eje mayor. Con la propuesta alternativa de Faella y otros (2000) se obtienen mejores aproximaciones en este caso.
- La formulación resistente del Eurocódigo es segura desde el punto de vista resistente. Los valores teóricos son menores que los experimentales.
- Los resultados obtenidos para los ensayos con carga tridimensional (en ambos ejes) muestran cómo el comportamiento estructural de las uniones se ve afectado por la disposición de carga empleada. La rigidez inicial de las uniones (tanto en el eje menor como en el mayor) se incrementa al cargar ambos ejes. En el caso de las uniones del eje menor, la rigidez adicional puede relacionarse con la mayor rigidez observada en la chapa adicional.
- Se necesitan modelos y componentes adicionales para el análisis de estas uniones. En los capítulos siguientes se analizará en detalle el comportamiento tridimensional de ambas uniones, y se desarrollará un modelo teórico completo para el cálculo de su rigidez.

## 10.7. Referencias

- CEN (2005a). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1993-1-1:2005)*. CEN.
- CEN (2005b). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.
- de Lima, L.R.O.; de Andrade, S.A.L. y da S.Vellasco, P.C.G. (1999). «Bolted Semi-Rigid Connections in the Column's Minor Axis». En: J. Studnicka; F. Wald y J. Machacek (Eds.), *Proceedings of the Eurosteel'99 Conference*, pp. 473–476. Czech Technical University in Prague, Praga (República Checa).
- De Lima, L.R.O.; De Andrade, S.A.L.; Da S.Vellasco, P.C.G. y Da Silva, L.S. (2002). «Experimental and Mechanical Model for Predicting the Behaviour of Minor Axis Beam-to-Column Semi-Rigid Joints». *International Journal of Mechanical Sciences*, **44**, pp. 1047–1065.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).
- Gibbons, C.; Kirby, P.A. y Nethercot, D.A. (1991). «Experimental Behaviour of 3-D Column Subassemblages with Semi-Rigid Joints». *Journal of Constructional Research*, **19**, pp. 235–246.
- Gil, B.; Cabrero, J.M.; Goñi, R. y Bayo, E. (2003). «An Assessment of the Rotation Capacity Required by Structural Hollow Sections for Plastic Analysis». En: M.A. Jaurrieta; A. Alonso y J.A. Chica (Eds.), *Tubular Structures X*, pp. 277–292. A.A. Balkema Publishers, Lisse (Holanda).
- Girão Coelho, A.; Bijlaard, F.S.K.; Gresnigt, A.M. y Simoes da Silva, L. (2004a). «Experimental Assessment of the Behaviour of Bolted T-Stub Connections Made Up of Welded Plates». *Journal of Constructional Steel Research*, **60**, pp. 269–311.
- Girão Coelho, A.M.; Bijlaard, F.S.K. y Simoes da Silva, L. (2004b). «Experimental Assesment of the Ductility of Extended End Plate Connections». *Engineering Structures*, **26**, pp. 1185–1206.
- Hoffmann, K. (1989). *An introduction to measurements using strain gages*. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt (Alemania).
- Oliveira Bessa, William; Loureiro Ribeiro, Luiz; da Costa Neves, Luis Filipe y Carvalho Teixeira.Gomes, Fernando (2005). «A 3D numerical analysis of minor-axis steel beam-to-column end plate connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–221–4.10–228. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- Schleich, J.B.; Chantrain, P.; Chabrolin, B.; Galéa, Y.; Bureau, A.; Anza, J. y Espiga, F. (1998). *Promotion of plastic design for steel and composite cross sections: new*

*required conditions in Eurocodes 3 and 4, practical tools for designers.* European commission.

UNE (1994). *UNE-EN 10034:1994. Perfiles I y H de acero estructural. Tolerancias dimensionales y de forma. (Versión oficial EN 10034:1993).* AENOR.

UNE (2002). *UNE-EN 10002-1: Materiales metálicos. Ensayos de tracción. Parte 1: Método de ensayo a temperatura ambiente.* AENOR, julio 2002 edición.



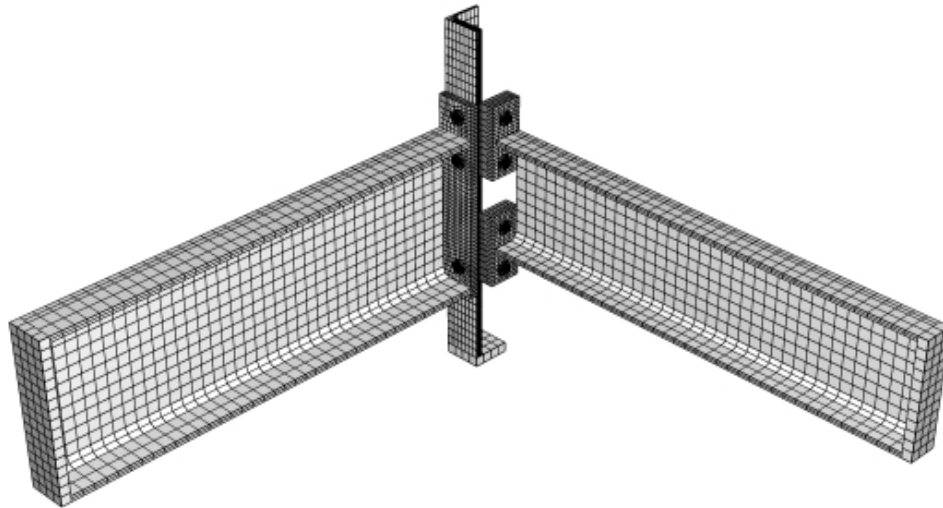
Un grito, por ejemplo, no es arte. Para que llegue a ser arte es necesario hacerle obedecer ciertas leyes.

*Hans Hartung*

# 11

## Análisis paramétrico de la unión tridimensional mediante un modelo numérico

<b>11.1 Modelo numérico realizado</b>	<b>274</b>
11.1.1 Validación del modelo numérico .....	275
<b>11.2 Influencia de la tridimensionalidad en el comportamiento de las uniones</b>	<b>277</b>
11.2.1 Variación del comportamiento de las uniones según la tridimensionalidad .	278
11.2.2 Variación del comportamiento de los componentes según la tridimensionalidad .....	278
<b>11.3 Variación del comportamiento elástico de las uniones según las cargas tridimensionales</b>	<b>280</b>
11.3.1 Unión en el eje menor .....	283
11.3.2 Unión en el eje mayor .....	285
<b>11.4 Referencias</b>	<b>286</b>



**Figura 11.1:** Modelo numérico de la unión tridimensional desarrollado en *Abaqus*

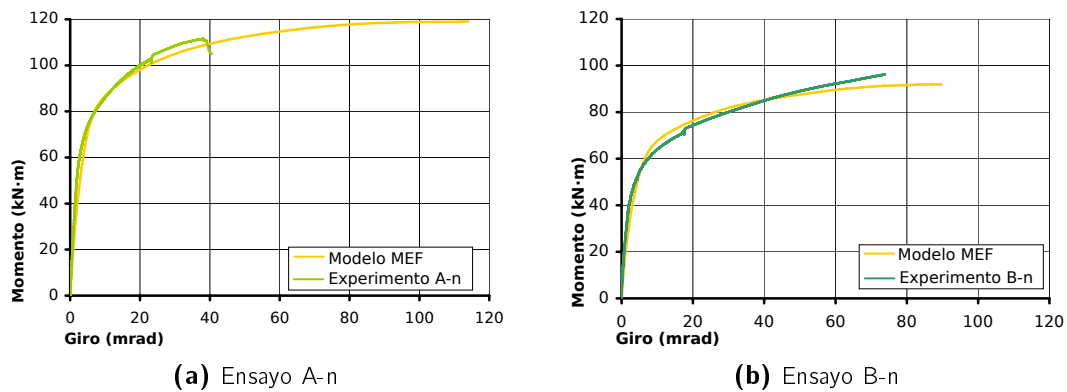
Tras los resultados experimentales mostrados en el capítulo anterior, puede concluirse que el comportamiento tridimensional no afecta negativamente al comportamiento de las uniones. En este capítulo, aprovechando todo el potencial disponible con la experimentación virtual por medio de elementos finitos, se va a analizar más en detalle la influencia del comportamiento tridimensional del nudo (con carga en ambos ejes) en las respuesta de las uniones.

**Nomenclatura.** Para simplificar la exposición, las diversas uniones van a ser nombradas, de modo que se distinga fácilmente su geometría y tipo de carga, como ( $X$  es la letra correspondiente el eje analizado,  $n$  para el eje menor y  $M$  para el mayor):

- unión bidimensional ( $2d - X - q2$ ), se trata de la unión estándar “plana”, construida sin materializar ninguna unión en el otro eje del pilar;
- tridimensional con carga en su eje ( $3d - X - q2$ ), se refiere a la unión correspondiente del nudo tridimensional (la unión del otro eje está presente) con carga sólo en su eje;
- tridimensional con carga tridimensional ( $3d - X - q3$ ), se refiere también a la unión correspondiente del nudo tridimensional, pero esta vez con carga tridimensional, es decir, cargados y trabajando conjuntamente los dos ejes.

## 11.1. Modelo numérico realizado

Se ha realizado un modelo numérico de elementos finitos mediante el paquete comercial *Abaqus*. Las principales características de este modelo son análogas a las ya explicadas para el modelo numérico desarrollado en el caso de la unión de chapa de testa extendida en el eje mayor en la Sección 7.3.1 del Capítulo 7, *Desarrollo de un modelo numérico para el análisis de uniones de chapa de testa extendida*.



**Figura 11.2:** Validación del modelo numérico de la unión del eje menor con los resultados experimentales

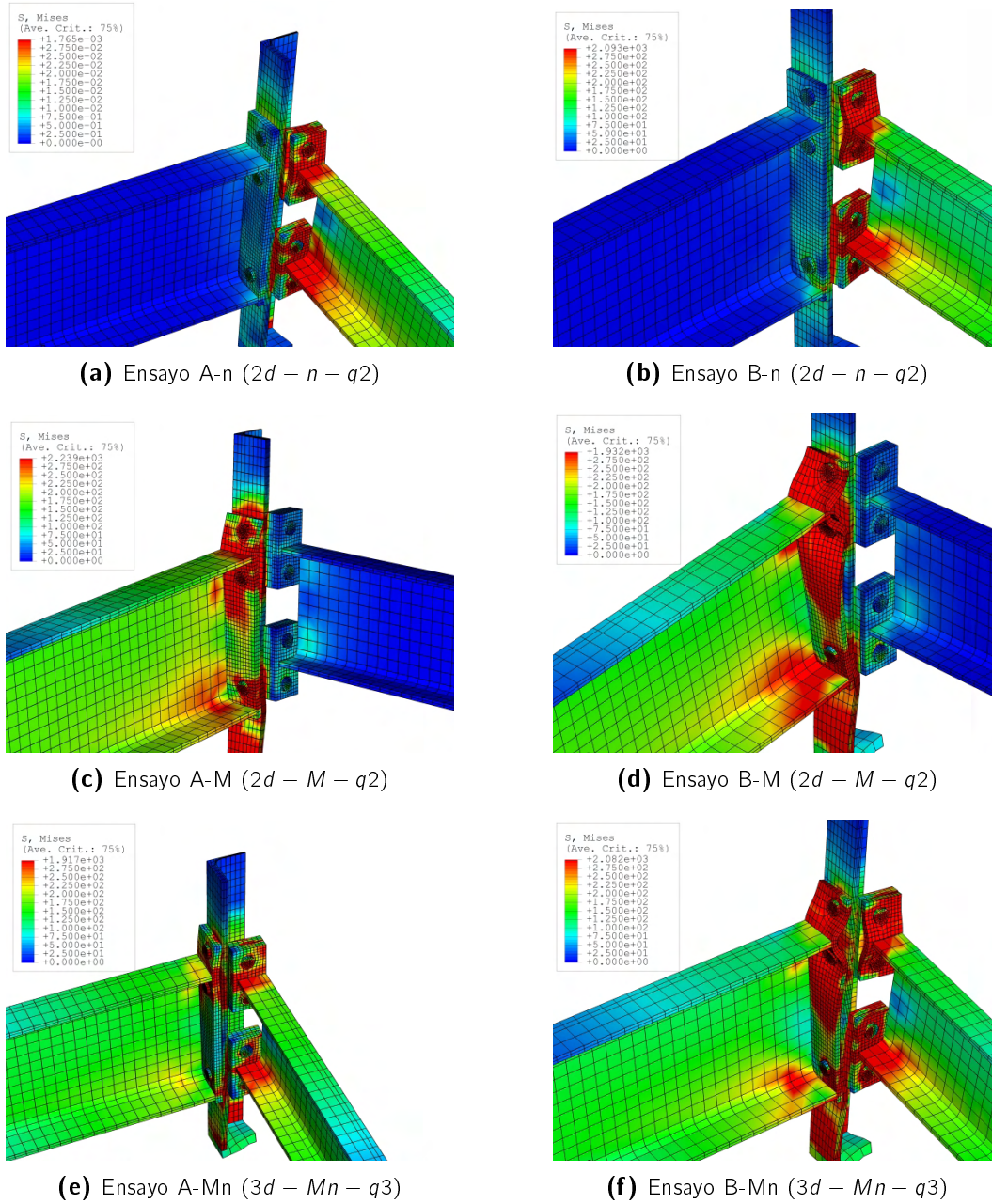
La Figura 11.1 muestra el modelo numérico desarrollado. Es un modelo tridimensional, en el que se modela un cuarto de la unión. Las condiciones de contorno en los planos de simetría son las correspondientes a tal simetría. Los elementos empleados son sólidos C3D8I (en la Sección 7.2.1 se describieron sus características principales), de ocho nudos con modos incompatibles. Los tornillos se modelan con el diámetro correspondiente a su sección resistente. Se simula explícitamente el contacto entre todos los elementos del modelo. Por motivos de estabilidad numérica, para el contacto entre las cabezas de los tornillos y las chapas se emplea el contacto lineal (ver Sección 7.2.4), con una rigidez de contacto muy elevada.

### 11.1.1. Validación del modelo numérico

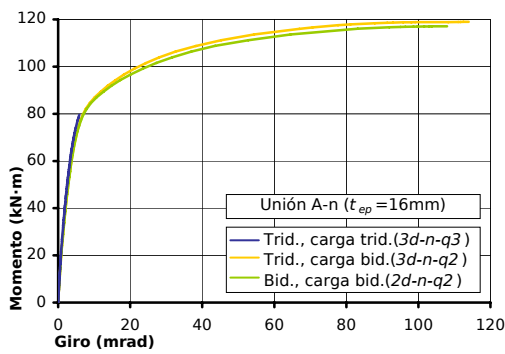
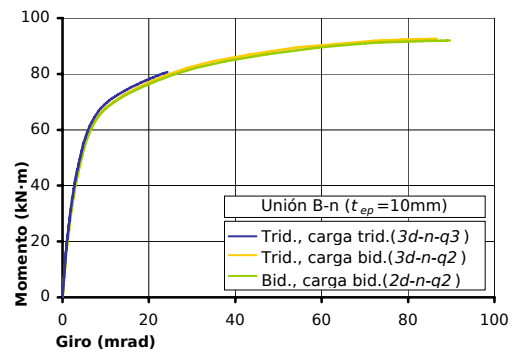
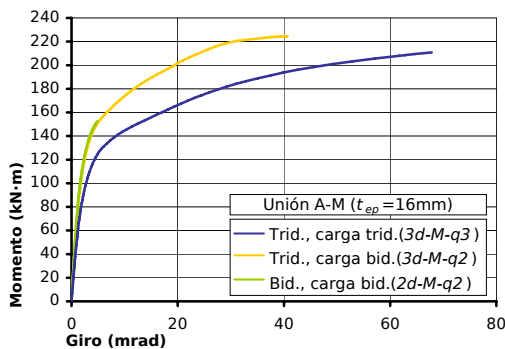
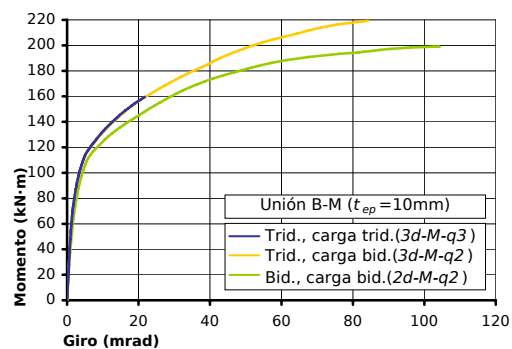
Se comprueba la concordancia de resultados entre el modelo numérico y los experimentos realizados (ver Capítulo 10). La Figura 11.2 muestra la adecuación del comportamiento rotacional del modelo del eje menor con los resultados experimentales (el modelo del eje mayor fue ya validado en el Capítulo 7). La distribución de tensiones en el modelo (Figura 11.3) también es similar a las evidencias experimentales descritas en las Secciones 10.4 y 10.5. Ambos parámetros responden de modo similar a lo detectado experimentalmente. Ha de recalarse la necesidad de comprobar ambas respuestas, rotacional-resistente y tensional. La adecuación de ambos resultados es indicativa de que el comportamiento del modelo informático es debido a factores similares a la realidad<sup>1</sup>.

Tras la validación del modelo informático, es cuando se puede aprovechar plenamente el potencial de esta herramienta de experimentación virtual para obtener nuevos resultados complementarios a los experimentales.

<sup>1</sup>Durante la investigación, se comprobó cómo modelos en los que se modelaba de forma distinta el tornillo (con su diámetro nominal), y se reducía considerablemente la rigidez del contacto en la cabeza del mismo, aparentaban una rigidez y resistencia muy similares, pero su distribución de tensiones y deformada resultaban muy distintas. La variación en esos modelos del espesor de la chapa de testa (única diferencia entre las dos series experimentales) no afectaba al comportamiento en la misma medida que se observa experimentalmente.



**Figura 11.3:** Distribución de tensiones resultante en el modelo numérico de cada ensayo

(a) Eje menor. Chapa de testa gruesa ( $t_{ep} = 16$  mm)(b) Eje menor. Chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm)(c) Eje mayor. Chapa de testa gruesa ( $t_{ep} = 16$  mm)(d) Eje mayor. Chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm)

**Figura 11.4:** Variación del comportamiento de las uniones según las cargas y configuraciones tridimensionales

## 11.2. Influencia de la tridimensionalidad en el comportamiento de las uniones

Como se describió en el Capítulo 10, la respuesta de las uniones en ambos ejes resulta en principio independiente. No se apreciaron en la experimentación fenómenos que modificaran negativamente el comportamiento de las uniones al trabajar conjuntamente; en todo caso, se apreció una ligera rigidización (efecto que podría considerarse favorable).

En los resultados experimentales se cometen errores de medida. El ligero aumento de la rigidez podría deberse a errores de medida y no ser real. En cambio, el modelo virtual no adolece de estos problemas de precisión. Permite estimar con exactitud la variación en el comportamiento de cada unión, al trabajar individual ( $q2$ ) o conjuntamente con la del eje perpendicular ( $q3$ ).

Se realiza una serie experimental virtual equivalente a los experimentos realizados. Se modelan también las uniones de cada eje aisladas, sin la unión del otro eje. La

Figura 11.4 muestra los resultados obtenidos<sup>2</sup>.

### 11.2.1. Variación del comportamiento de las uniones según la tridimensionalidad

**Unión del eje mayor.** La unión del eje mayor es (Figuras 11.4(c) y 11.4(d)) rigidizada por la del eje menor: la unión tridimensional ( $3d - M - q2$ ) es más rígida (un 15 % más) y resistente que la aislada ( $2d - M - q2$ , la estándar sin presencia de unión ni chapa adicional en el eje menor). La chapa adicional, como se explicó anteriormente (Sección 9.2.2), proporciona rigidez adicional al alma del pilar. En las Secciones 11.3.2 y 12.3 se analizará con mayor detalle.

En el caso de la unión tridimensional, la variación experimentada en la rigidez es menor (alrededor de un 5 %) al cargar también la unión del eje menor ( $3d - M - q3$ ).

**Unión del eje menor.** En el caso del eje menor (Figuras 11.4(a) y 11.4(b)), la variación de comportamiento observada entre la unión aislada ( $2d - n - q2$ ) y la tridimensional ( $3d - n - q2$ ) se limita al comportamiento post-plástico (la variación de la rigidez elástica ronda el 1 %). La unión tridimensional ( $3d - n - q2$ ) es ligeramente más resistente.

La unión tridimensional cargada tridimensionalmente ( $3d - n - q3$ , carga en los dos ejes) es más rígida (entre un 30 % y un 40 % más) y resistente que la tridimensional con carga sólo en su eje ( $3d - n - q2$ ).

Las uniones tridimensionales de ambos ejes se comportan de modo ligeramente más rígido al trabajar tridimensionalmente ( $q3$ ). La variación de la rigidez es mínima, por lo que puede confundirse y despreciarse en los resultados experimentales como errores de medida. Sí se producen fenómenos de acople entre ambos ejes, que son favorables, pues aumentan tanto la rigidez como la resistencia.

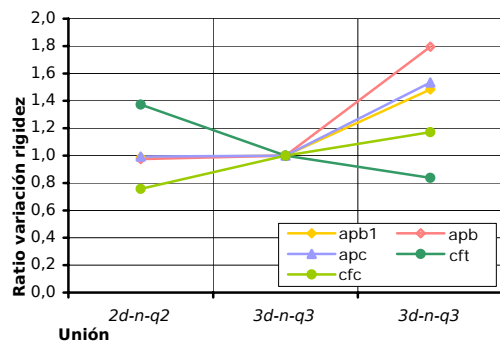
### 11.2.2. Variación del comportamiento de los componentes según la tridimensionalidad

Para profundizar en los fenómenos que modifican el comportamiento en las uniones tridimensionales, se analiza el comportamiento de los componentes que las constituyen. Se monitoriza el comportamiento de parejas de nudos del modelo virtual. Estas parejas se seleccionan de tal modo que sean representativas de cada uno de los componentes. La diferencia de desplazamiento entre ambos puntos es la que permite estimar cómo varía la rigidez del componente virtual analizado<sup>3</sup>.

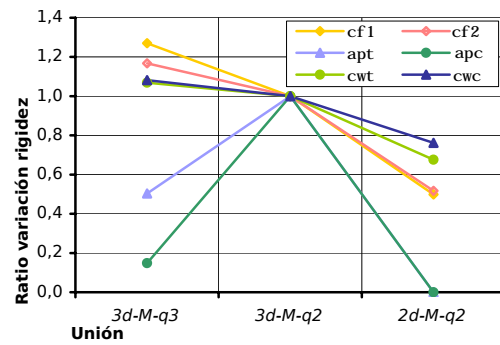
Los componentes así analizados son:

<sup>2</sup>Los modelos virtuales con carga tridimensional ( $q3$ ) aparentan tener menor ductilidad. Es un problema de convergencia numérica del modelo (al plastificar las dos uniones), no que las uniones tridimensionales tengan menor capacidad de rotación.

<sup>3</sup>Durante la exposición de los resultados, los valores mostrados para estos componentes virtuales van a ser siempre valores relativos. Se trata así de evitar la confusión que podría producir la inclusión de valores numéricos que cuantificaran la rigidez, y que no se corresponden necesariamente con los del componente correspondiente del Eurocódigo.



(a) Eje menor. Chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm)



(b) Eje mayor. Chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm)

**Figura 11.5:** Variación del comportamiento de los componentes de cada unión según la configuración y cargas tridimensionales

- unión del eje menor:
  - chapa de testa a flexión en la primera ( $epb1$ ) y segunda ( $epb2$ ) fila de tornillos;
  - tornillos a tracción de las dos filas de tornillos a tracción ( $bt1$  y  $bt2$ );
  - chapa adicional a flexión correspondiente a la primera ( $apb1$ ) y segunda ( $apb2$ ) filas;
  - ala del pilar a tracción ( $cft$ );
  - chapa adicional a flexión en las filas de compresión ( $apc$ );
  - ala del pilar a compresión ( $cfc$ );
- unión del eje mayor:
  - chapa de testa a flexión en la primera ( $epb1$ ) y segunda ( $epb2$ ) fila de tornillos;
  - tornillos a tracción de las dos filas de tornillos a tracción ( $bt1$  y  $bt2$ );
  - chapa adicional a tracción ( $apt$ );
  - chapa adicional a compresión ( $apc$ );
  - alma del pilar a tracción ( $cwt$ );
  - alma del pilar a compresión ( $cwc$ ).

Por ser un ensayo simétrico, no se analizan los componentes a cortante: al ser su rigidez muy elevada, pueden omitirse.

En las gráficas de la Figura 11.5 se muestran los resultados obtenidos para cada uno de los componentes. Se expresa la variación en relación al comportamiento de la unión tridimensional cargada individualmente ( $3d-X-q2$ ). No se muestran los componentes relativos a la chapa de testa a flexión y los tornillos a tracción: su comportamiento no se ve afectado por las cargas tridimensionales.

### Unión del eje menor

La Figura 11.5(a) muestra la variación en la respuesta de cada componente *virtual* al trabajar tridimensionalmente ( $3d-n-q3$ ), bidimensionalmente ( $3d-n-q2$ ) y aislada ( $2d-n-q2$ ). Los valores son relativos al comportamiento de la unión tridimensional con carga en su eje ( $3d-n-q2$ ).

No se aprecian prácticamente variaciones en la respuesta de los componentes entre la unión bidimensional,  $2d-n-q2$ , y la tridimensional,  $3d-n-q2$  (ambas con carga sólo en su eje). Tan sólo el ala del pilar a tracción se comporta de manera más flexible. Puede deberse esta modificación a los taladros practicados en ella para ejecutar la unión del eje mayor.

Al trabajar tridimensionalmente ( $3d-n-q3$ ), todos los componentes se comportan de modo más rígido. El cambio más acusado se produce en la chapa adicional a flexión en las dos filas de tracción. Su rigidez aumenta del orden del 50–80 % por los efectos tridimensionales inducidos en ella por la unión del eje mayor.

El resto de componentes modifican su comportamiento en menor grado. La chapa adicional a compresión se rigidiza en un 20–40 %, y el ala del pilar lo hace sólo en un 10 %.

### Unión del eje mayor

Al ejecutar la unión del eje menor ( $3d-M-q2$ ), todos los componentes se rigidizan (Figura 11.5(b)). Como ya se ha explicado, la chapa adicional refuerza la unión del eje mayor. Los componentes de la unión tridimensional aislada ( $3d-M-q2$ ) en el eje mayor son más rígidos que los de la unión bidimensional ( $2d-M-q2$ ).

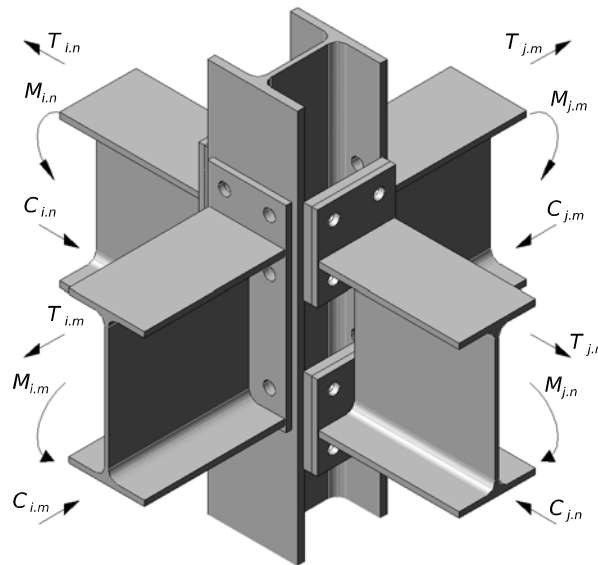
Al trabajar tridimensionalmente ( $3d-M-q3$ , Figura 11.5(b)) aumenta la rigidez de los componentes del pilar (ala a flexión, y ala del pilar a compresión y tracción), entre el 10 y el 20 %.

La chapa adicional resulta más flexible cuando se cargan simultáneamente las dos uniones. Se reduce a prácticamente la mitad la rigidez del componente a tracción y a una décima parte la del de compresión. La importante reducción en la zona a compresión se debe a la ausencia de imperfecciones iniciales en el modelo numérico: no se producen inestabilidades locales al cargarla aisladamente, pero sí al aparecer la fuerza descompensadora provocada por la unión del eje menor.

## 11.3. Variación del comportamiento elástico de las uniones según las cargas tridimensionales

Los resultados obtenidos en el análisis anterior confirman que no se producen efectos globales negativos en el comportamiento de las uniones (Figura 11.4) al trabajar conjuntamente ambos ejes. Los efectos tridimensionales ( $q3$ ) inducen una ligera rigidización en cada unión con respecto al comportamiento bidimensional ( $q2$ ).





**Figura 11.6:** Esfuerzos en la unión tridimensional con carga tridimensional

**Definición del parámetro  $r_m$ .** En la Figura 11.6 se indican los esfuerzos presentes en la unión tridimensional cargada tridimensionalmente ( $q_3$ ). Por claridad se omiten los esfuerzos cortantes; sólo se representan los momentos flectores,  $M$ , y las fuerzas de sus pares correspondientes,  $T$  (tracción) y  $C$  (compresión):

$$|T| = |C| = \frac{M}{h_b} = F. \quad (11.1)$$

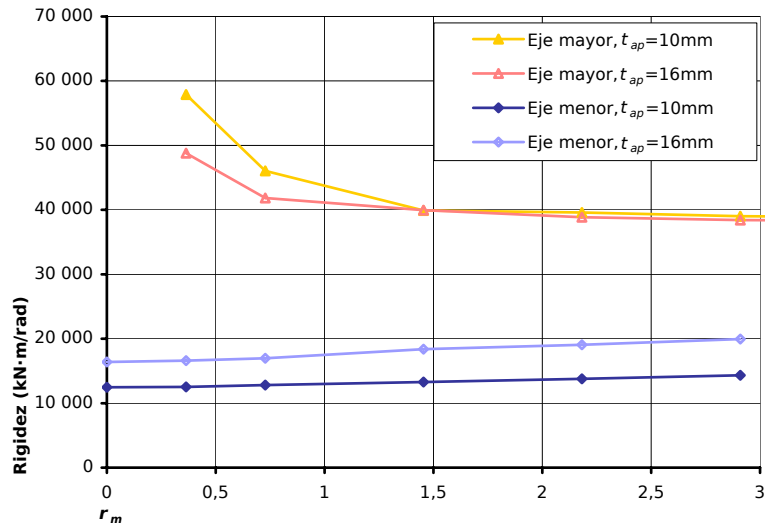
Se define un factor  $r_m$  que indica la relación de los pares de fuerzas entre los momentos de ambos ejes:

$$r_m = \frac{F_{i,m} + F_{j,m}}{F_{i,n} + F_{j,n}} = \frac{\frac{M_{i,m}}{h_{i,m}} + \frac{M_{j,m}}{h_{j,m}}}{\frac{M_{i,n}}{h_{i,n}} + \frac{M_{j,n}}{h_{j,n}}}. \quad (11.2)$$

Las uniones tridimensionales experimentadas y modeladas virtualmente en este estudio son cargadas simétricamente, por lo que puede simplificarse la expresión anterior:

$$r_m = \frac{2F_{i,m}}{2F_{i,n}} = \frac{\frac{M_{i,m}}{h_{i,m}}}{\frac{M_{i,n}}{h_{i,n}}} = \frac{M_{i,m}h_{i,n}}{M_{i,n}h_{i,m}}. \quad (11.3)$$

En las configuraciones ensayadas y analizadas hasta ahora este factor es  $r_m = 1,62$ . Al cargar en el pilar, los esfuerzos se reparten proporcionalmente a la rigidez relativa de ambas uniones. Con la disposición ensayada este factor no puede tomar otros valores.



**Figura 11.7:** Variación de la rigidez de las uniones en función de  $r_m$

Por ello, se realiza una nueva serie experimental virtual complementaria. La carga se aplica directamente en cada una de las vigas y se sujeta el pilar. Así, variando la carga en cada eje, se analiza paramétricamente la influencia de este factor  $r_m$  en el comportamiento de las uniones.

Las uniones analizadas se corresponden con la geometría ensayada. El espesor de la chapa de testa es de 10 mm. Se realizan dos series con diferente espesor de chapa adicional:  $t_{ap} = 10$  mm y  $t_{ap} = 16$  mm (esta última se corresponde con los ensayos).

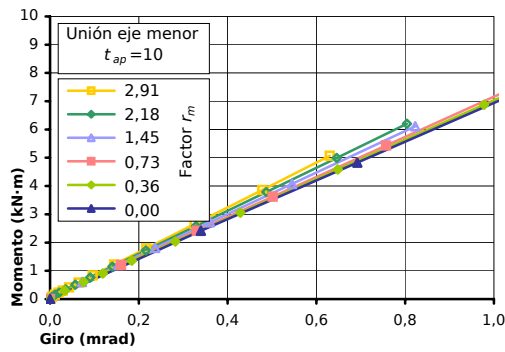
Se analizan los siguientes casos:

$$r_m = \{0; 0,36; 0,73; 1,45; 2,18; 2,91; \infty\}. \quad (11.4)$$

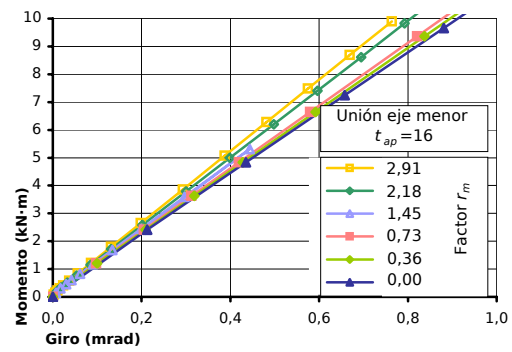
El caso  $r_m = 0$  corresponde a la unión tridimensional del eje menor trabajando individualmente ( $3d - n - q3$ ); complementariamente  $r_m = \infty$  se corresponde al caso de carga bidimensional en el eje mayor ( $3d - M - q2$ ). Los casos intermedios se corresponden a las siguientes relaciones de carga entre ejes (siendo  $Q_M$  la carga aplicada al eje mayor y  $Q_n$  al menor):

$$r_m = \begin{cases} 0,36 & Q_M = 0,5Q_n \\ 0,73 & Q_M = Q_n \\ 1,45 & Q_M = 2Q_n \\ 2,18 & Q_M = 3Q_n \\ 2,91 & Q_M = 4Q_n \end{cases} \quad (11.5)$$

En los apartados siguientes se analiza la variación observada en el comportamiento elástico de cada unión (mostrado globalmente en la Figura 11.7) y de cada uno de sus componentes. En el capítulo siguiente, *Aplicación del método de los componentes*, se propondrán una serie de modificaciones en la formulación de cada componente para incluir los efectos en el modelo de análisis de la unión.

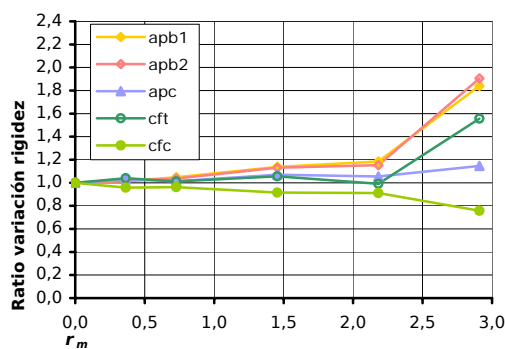


(a) Chapa adicional de 10 mm de espesor

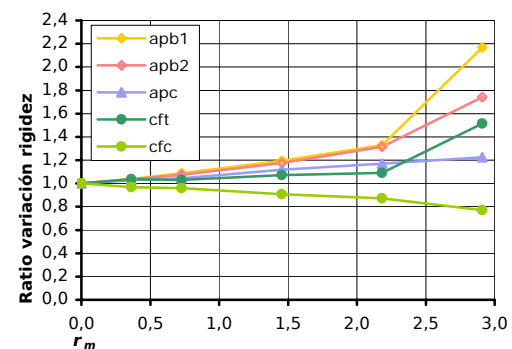


(b) Chapa adicional de 16 mm de espesor

Figura 11.8: Rigidez de la unión tridimensional en el eje menor en función de  $r_m$



(a) Chapa adicional de 10 mm de espesor



(b) Chapa adicional de 16 mm de espesor

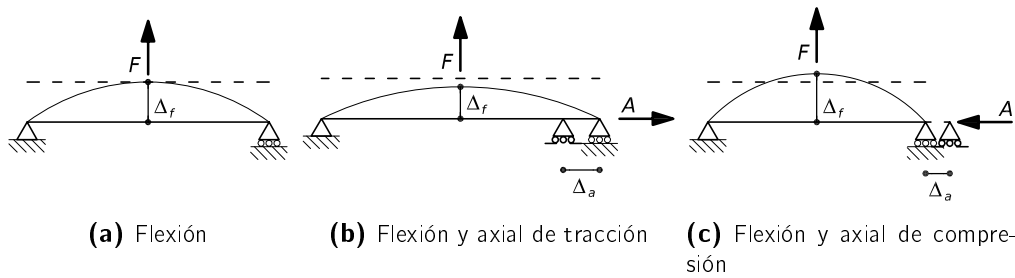
Figura 11.9: Rigidez de los componentes de la unión tridimensional en el eje menor en función de  $r_m$

### 11.3.1. Unión en el eje menor

Las Figuras 11.7 y 11.8 muestran la variación experimentada en la rigidez de la unión con la variación de cargas indicada por el factor  $r_m$ . Se observa una cierta rigidización del comportamiento global de la unión, en un patrón prácticamente lineal para el intervalo analizado.

En la Figura 11.9 se presenta la variación relativa en la rigidez de cada uno de los componentes analizados para la unión del eje menor. Sólo se muestran los componentes en los que se aprecia modificación en su comportamiento debida a la aparición de esfuerzos tridimensionales (no se incluyen los componentes referentes a los tornillos a tracción ni a la chapa de testa a flexión). Se toma como patrón la rigidez de cada componente en la unión tridimensional con  $r_m = 0$  (carga bidimensional sólo en la unión del eje menor,  $3d - n - q2$ ).

Cargas tridimensionales (en ambos ejes) favorecen mayor rigidez en cuatro de los cinco componentes analizados. Sólo supone un efecto negativo para el ala del pilar a compresión. La variación de la rigidez de cada componente es prácticamente lineal en el rango  $0,0 \leq r_m \leq 2,18$ .



**Figura 11.10:** Modelo simplificado. Deformación de una viga solicitada a flexión con esfuerzos axiales

**Chapa adicional a flexión en la zona de tracción.** En la Sección 10.4.2 se indicó cómo en los resultados experimentales se apreciaba un comportamiento más rígido de la chapa adicional al cargar las dos uniones (Figura 10.30). La chapa adicional a flexión (*apb*) en la zona de tracción es el componente que presenta mayor variación en su comportamiento. La aparición de esfuerzos axiales de tracción en la chapa correspondientes a la unión del eje mayor reduce su deformación.

Se trata de un efecto de *tensado*, como se muestra (de manera muy simplificada) en la Figura 11.10(b). La deformación a flexión  $\Delta_f$  disminuye con la fuerza de tracción  $A$ . La relación entre ambas fuerzas,  $F$  correspondiente al par de fuerzas del eje menor y  $A$  perteneciente al del mayor, es la computada por el factor  $r_m$  (11.3).

La rigidez aumenta exponencialmente para factores  $r_m$  superiores a 2,18. Cuando  $r_m = 2,18$ , la rigidez añadida es aproximadamente un 15 %; con  $r_m = 2,91$  alcanza cifras cercanas al 100 %.

**Ala del pilar a tracción.** Su comportamiento (*cft*) es similar al indicado para la chapa adicional a flexión en la zona de tracción, aunque el grado de rigidización es menor: el 50 % para  $r_m = 2,91$ , y el 5 % cuando  $r_m = 2,18$ . El comportamiento es también cuasi-lineal hasta un valor de  $r_m = 2,18$ .

La causa es complementaria a la indicada anteriormente (Figura 11.10(b)). En este caso, la fuerza  $A$  es la correspondiente a la tracción del eje menor, y la viga del modelo es el ala del pilar. La fuerza  $F$ , ahora perteneciente al momento del eje mayor, disminuye la deformación axial,  $\Delta_a$ .

**Zona de compresión.** La variación del comportamiento de los componentes a compresión es más constante: prácticamente lineal en todo el intervalo estudiado ( $0,0 \leq r_m \leq 2,91$ ).

En el caso de la chapa adicional a compresión el efecto observado es favorable. Se rigidiza hasta un valor relativo máximo del 15 % para  $r_m = 2,91$ . Esta rigidización se debe a que, dada la diferencia de cantos entre las vigas del eje mayor y el menor, el esfuerzo axial  $A$  inducido por la unión del eje mayor al entrar en carga (Figura 11.10(b)) es de tracción (la zona de compresión del eje menor se sitúa en una zona todavía de tracción para el mayor). Por ello, es un efecto todavía favorable, aunque en menor medida.

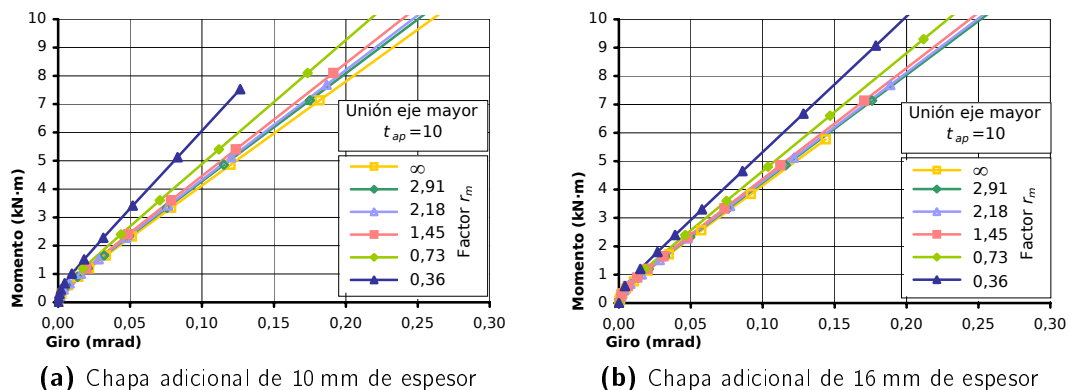


Figura 11.11: Rigidez de la unión tridimensional en el eje mayor en función de  $r_m$

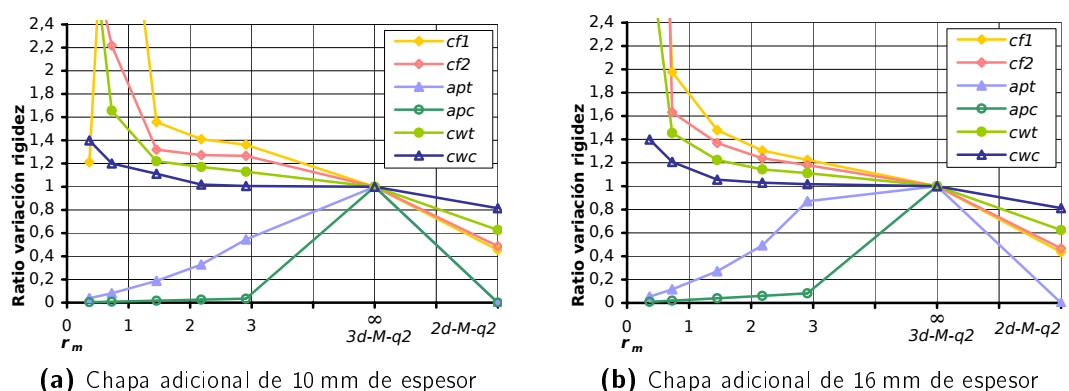


Figura 11.12: Rigidez de los componentes de la unión tridimensional en el eje mayor en función de  $r_m$

Para el ala del pilar a compresión es negativo. La aparición de esfuerzos normales a su plano reduce su rigidez hasta un 25 %. Es un efecto contrario al observado en la zona de tracción. Al aumentar el factor  $r_m$  se incrementa la carga en el eje mayor (Figura 11.10(c)), y consiguientemente el esfuerzo perpendicular al plano del ala,  $F$ . Por ello, la deformación axial  $\Delta_a$  disminuye. Además, la mayor deformación a flexión favorece la aparición de efectos de segundo orden e inestabilidades locales.

### 11.3.2. Unión en el eje mayor

Las Figuras 11.7 y 11.11 muestran la variación del comportamiento rotacional global de la unión en el eje mayor al trabajar tridimensionalmente junto con la del eje menor. Su variación es mínima para valores de  $r_m$  superiores a 1,45. Para valores inferiores los esfuerzos en ambos ejes son similares, y entonces se comporta de modo más favorable.

La influencia de la tridimensionalidad es claramente no-lineal en todos los componentes (Figura 11.12). Presentan un comportamiento hiperbólico, con asíntota vertical

en  $r_m \rightarrow 0,0$  (aproximándose al estado en el que sólo hay carga en el eje menor), y la horizontal cuando  $r_m \rightarrow \infty$  (caso en el que sólo está cargada la unión del eje mayor).

Como se indicó en la Sección 11.2.2, si se compara la unión tridimensional del eje mayor con la unión "bidimensional" tipo de chapa de testa extendida (sin chapas adicionales), todos los componentes se han rigidizado (Figura 11.12).

**Ala del pilar a flexión.** La rigidez del ala prácticamente se duplica. La colocación de la chapa adicional necesaria para ejecutar la unión en el eje menor modifica su comportamiento: pasa de ser una viga en voladizo<sup>4</sup> (empotrada en el alma) a biapoyada (un apoyo el alma del pilar, y otro la chapa adicional). El efecto es el de *tensado* ya explicado para la chapa adicional a flexión en el eje menor (Figura 11.10(b)), siendo en este caso  $F$  la fuerza del eje mayor y  $A$  la del menor.

**Alma del pilar.** La chapa adicional rigidiza el alma, aunque en menor medida, de un 25 % a un 50 %. El pilar dispone de mayor área de trabajo para soportar los esfuerzos de tracción y compresión. Aunque prácticamente se cuadruplica el área disponible, no se rigidiza tanto el comportamiento. La colocación periférica de la chpa adicional no es la óptima para estas tensiones, que en su mayor parte siguen distribuyéndose en el alma.

La mayor rigidez para la tracción se debe a la posición relativa de las chapas adicionales. La chapa adicional en la zona de compresión se sitúa ligeramente superior a la compresión del eje mayor, mientras en la de tracción coincide plenamente<sup>5</sup>.

## 11.4. Referencias

Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).

<sup>4</sup>Recordar el modelo de *T-stub* propuesto por Faella y otros (2000) comentado en la Sección 5.6.2.

<sup>5</sup>Esta distinta colocación relativa es debida a la diferencia de cantos entre las vigas del eje mayor y el menor.

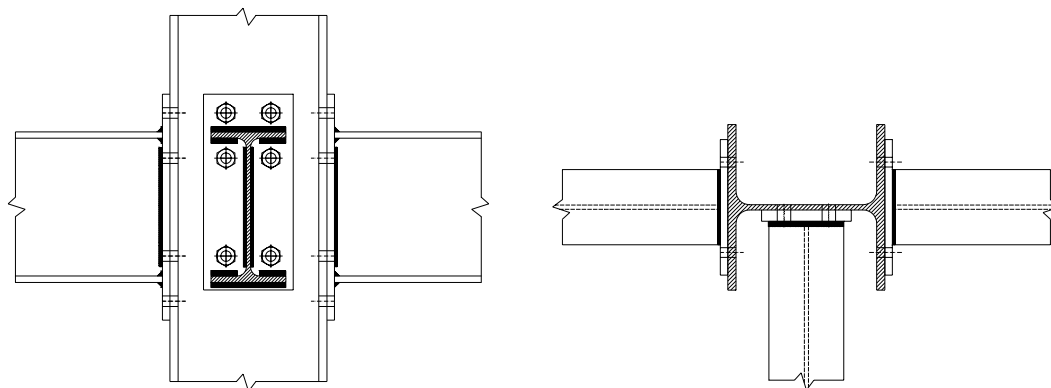
Sólo se conocen bien las cosas que se domestican  
—dijo el zorro—.

*Antoine de Saint-Exupéry*

# 12

## Aplicación del método de los componentes

<b>12.1 Modelado de la rigidez de la chapa adicional a flexión</b>	<b>288</b>
12.1.1 Modelos previos de rigidez para el alma a flexión .....	289
12.1.2 Modelo de rigidez del alma a flexión .....	292
12.1.3 Aplicación del modelo rigidez del alma a flexión .....	300
12.1.4 Modelo de rigidez de la chapa a flexión .....	304
<b>12.2 Modelo de componentes de la unión tridimensional del eje menor</b>	<b>306</b>
12.2.1 Chapa adicional a flexión .....	307
12.2.2 Ala del pilar a compresión .....	307
12.2.3 Ala del pilar a tracción .....	308
12.2.4 Aplicación del modelo de componentes .....	308
<b>12.3 Modelo de componentes de la unión tridimensional del eje mayor</b>	<b>311</b>
12.3.1 Ala del pilar a flexión .....	312
12.3.2 Alma del pilar a tracción .....	313
12.3.3 Alma del pilar a compresión .....	314
12.3.4 Aplicación del modelo de componentes .....	314
<b>12.4 Conclusiones</b>	<b>314</b>
<b>12.5 Referencias</b>	<b>316</b>
<b>Anexos</b>	<b>319</b>
<b>12.A Modelado de la resistencia del alma a flexión</b>	<b>319</b>
12.A.1 Modelos previos de resistencia .....	319
12.A.2 Modelo de resistencia del alma a flexión .....	323
12.A.3 Aplicación del modelo de resistencia del alma del pilar a flexión .....	327



**Figura 12.1:** Unión “tipo” en el eje menor: atornillada al alma del pilar (Costa Neves, 2004)

El método de los componentes desarrollado y propuesto en el Eurocódigo (CEN, 2005b), tiene como principal ventaja su versatilidad: puede emplearse para cualquier tipo de unión, *siempre que* se correspondan sus componentes con alguno de los ya desarrollados. Los componentes existentes, recogidos en la Figura 3.4 (página 70), hacen referencia a uniones en el eje mayor; no permiten calcular uniones en el eje menor del pilar.

Tampoco pueden analizarse uniones tridimensionales como la propuesta en el Capítulo 9. La Sección 12.1 desarrolla el componente adicional necesario para calcular tanto la unión en el eje menor como la tridimensional: alma y chapa adicional a flexión.

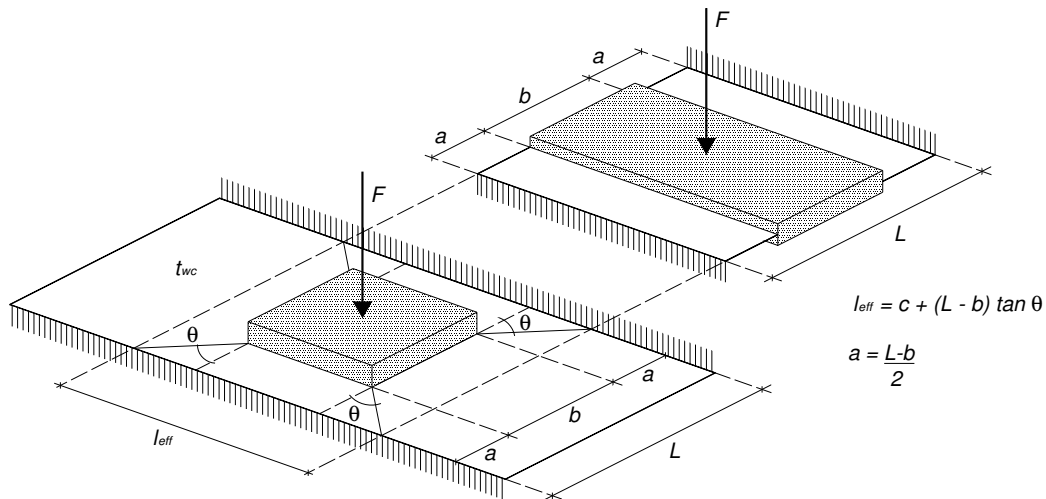
Además de la carencia de componentes reseñada, no se dispone de formulaciones que incluyan los efectos tridimensionales observados (ver Capítulo 11). Las Secciones 12.2 (eje menor) y 12.3 (eje mayor) expondrán una serie de modificaciones a realizar para incluir los efectos tridimensionales y aplicar el método de los componentes.

El análisis paramétrico de la Sección 11.3 se centró en el comportamiento elástico de las uniones. En el Anexo 12.A se expone una propuesta inicial (validada con experimentos publicados por otros investigadores) de modelo resistente para el alma a flexión. No se desarrolla una propuesta resistente para el componente de la chapa adicional a flexión, a falta de datos experimentales que permitan verificar su comportamiento.

## 12.1. Modelado de la rigidez de la chapa adicional a flexión

El Eurocódigo sólo incluye el comportamiento del alma del pilar cargada en su propio plano a esfuerzos de tracción, compresión y cortante. No se contempla un posible comportamiento del alma a flexión transversal. Este componente es necesario cuando se realiza un enlace en el eje menor, pues se suele atornillar o soldar la viga al alma del pilar, como se muestra en la Figura 12.1. Algunos investigadores (Costa Neves, Simoes da Silva y Vellasco, 2005; Costa Neves, 2004; de Lima y otros, 1999; De Lima y otros, 2002; Neves, Simões da Silva y da S. Vellasco, 2003; Silva, Neves y Gomes, 2003) han realizado ya ensayos y propuestas para este componente y el consiguiente análisis de uniones en el eje menor.





**Figura 12.2:** Componente del alma del pilar a flexión cargado por una zona rígida de dimensiones  $b \times c$  y con ancho de banda equivalente  $l_{eff}$  (Costa Neves, 2004)

La unión tridimensional propuesta en el marco de esta investigación no se atornilla directamente al alma, sino a la chapa adicional soldada entre las alas del pilar. El comportamiento de ésta es asimilable al del alma del pilar a flexión: placa con esfuerzo transversal de flexión, sujeta lateralmente.

### 12.1.1. Modelos previos de rigidez para el alma a flexión

En los trabajos de Costa Neves y otros (2005); Costa Neves (2004); De Lima y otros (2002); Silva y otros (2003) se realizan propuestas para la rigidez del alma a flexión.

En estos modelos se introduce la carga del componente por medio de un rectángulo rígido de dimensiones  $b \times c$  (Figura 12.2). Se supone un comportamiento unidireccional en los bordes laterales, predominando los efectos de flexión. Se define así una banda equivalente empotrada en dos extremos laterales y libre en los otros dos (12.2).

El comportamiento predominante de flexión supuesto resulta válido (según sus análisis) si se cumple

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} \leq 20, \quad (12.1a)$$

$$\beta = \frac{b}{L} \leq 0,8. \quad (12.1b)$$

El ancho de la tira equivalente  $l_{eff}$  se establece por medio de un ángulo de dispersión  $\theta$  —cuyo valor se indicará posteriormente (12.13)—:

$$l_{eff} = c + (L - b) \operatorname{tg} \theta. \quad (12.2)$$

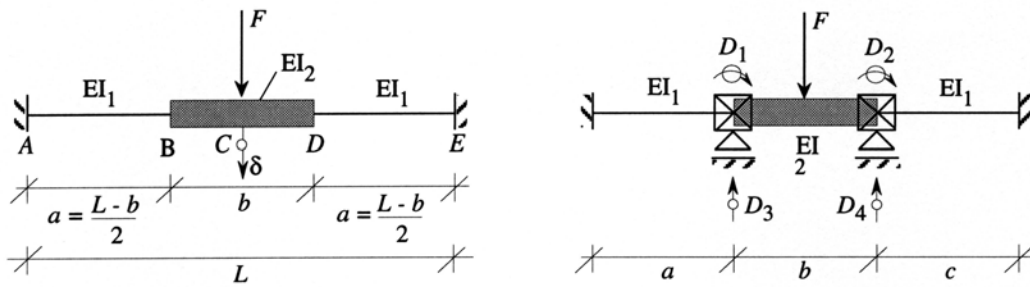


Figura 12.3: Modelo de la tira equivalente (Costa Neves, 2004)

El sistema de grados de libertad resultante en el modelo es el mostrado en la Figura 12.3. El momento de inercia de la zona cargada es  $I_2$  y el de la zona restante,  $I_1$ , es el tomado respecto al eje baricéntrico,

$$I_1 = \frac{\ell_{eff} t_{wc}^3}{12}. \quad (12.3)$$

La matriz de rigidez total de la estructura equivalente mostrada en la Figura 12.3 es

$$\mathbf{K} = E \begin{bmatrix} 4 \left( \frac{I_1}{a} + \frac{I_2}{b} \right) & 2 \frac{I_2}{2} & 6 \left( \frac{I_1}{a^2} - \frac{I_2}{b^2} \right) & 6 \frac{I_1}{b^2} \\ 2 \frac{I_2}{b} & 4 \left( \frac{I_1}{a} + \frac{I_2}{b} \right) & -6 \frac{I_2}{b^2} & -6 \left( \frac{I_1}{a^2} - \frac{I_2}{b^2} \right) \\ 6 \left( \frac{I_1}{a^2} - \frac{I_2}{b^2} \right) & -6 \frac{I_2}{b^2} & 12 \left( \frac{I_1}{a^3} + \frac{I_2}{b^3} \right) & -12 \frac{I_2}{b^3} \\ 2 \frac{I_2}{b} & -6 \left( \frac{I_1}{a^2} - \frac{I_2}{b^2} \right) & -12 \frac{I_2}{b^3} & 12 \left( \frac{I_1}{a^3} + \frac{I_2}{b^3} \right) \end{bmatrix}. \quad (12.4)$$

El vector de fuerzas es

$$\mathbf{F} = \frac{F}{2} \begin{bmatrix} -\frac{b}{4} \\ \frac{b}{4} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (12.5)$$

Los desplazamientos se obtienen a partir de la resolución del sistema

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{D}, \quad (12.6)$$

donde  $\mathbf{D}$  es la matriz de grados de libertad de la estructura resultante (Figura 12.3). El resultado es

$$\phi_1 = -\phi_2 = \frac{Fa}{12E} \left[ \frac{8ab + 3b^2 + 4a^2 \frac{I_2}{I_1} - \frac{a}{I_1}}{2bI_1 + 4aI_2} \right], \quad (12.7a)$$

para los giros, y

$$\delta_3 = \delta_4 = -\frac{Fa^2 b}{E(2I_1 b + 4aI_2)} \left( \frac{8a + 3b}{24} + \frac{a^2 I_2}{6bI_1} \right) \quad (12.7b)$$

para los desplazamientos. Si se supone que la zona central cargada es rígida ( $l_2 \rightarrow \infty$ ) se obtiene

$$\phi_1 = \phi_2 = 0, \quad (12.7a')$$

$$\delta_3 = \delta_4 = -\frac{Fa^3}{24EI_1}. \quad (12.7b')$$

La rigidez inicial buscada es

$$S_i = \frac{F}{\delta} = \frac{24EI_1}{a^3} = 16 \frac{Et_{wc}^3}{L^2} \frac{\frac{l_{eff}}{L}}{\left(1 - \frac{b}{L}\right)^3}. \quad (12.8)$$

En este resultado inicial de Costa Neves (2004) no se incluyen todavía las deformaciones de cortante, que pueden no ser despreciables. Se definen como

$$\delta_s = \frac{Fa}{2GA}, \quad (12.9)$$

tomando como el área de cortante<sup>1</sup>  $A = l_{eff}t_{wc}$ . Sumando el desplazamiento de cortante al obtenido para flexión (12.7b'), se obtiene

$$\delta_{f+s} = F \frac{a^3 + 2(1+\nu)at_{wc}^2}{2El_{eff}t_{wc}^3}, \quad (12.10)$$

y la rigidez inicial resulta

$$S_i = 16 \frac{Et_{wc}^3}{L^2} \frac{\frac{l_{eff}}{L}}{\left(1 - \frac{b}{L}\right)^3 + 8(1+\nu) \left(\frac{t_{wc}}{L}\right)^2 \left(1 - \frac{b}{L}\right)}. \quad (12.11)$$

Esta rigidez (12.11) puede simplificarse en función de los parámetros  $\mu$  (12.1a),  $\beta$  (12.1b), un tercero  $\alpha = c/L$ , el ángulo de dispersión  $\theta$ , y sustituyendo el coeficiente de Poisson por su valor,  $\nu = 0,3$ :

$$S_i = 16 \frac{Et_{wc}^3}{L^2} \frac{\alpha + (1-\beta) \operatorname{tg} \theta}{(1-\beta)^3 + \frac{10,4(1-\beta)}{\mu^2}}. \quad (12.11')$$

El término

$$\frac{10,4(1-\beta)}{\mu^2}$$

representa la contribución del esfuerzo cortante a la rigidez inicial.

<sup>1</sup>Costa Neves (2004) toma como área de cortante la total. En realidad, el área efectiva a cortante de una sección rectangular es  $A_s = \frac{5}{6}A$ , pues la distribución de tensiones es parabólica.

La expresión obtenida (12.11') se calibra según un modelo numérico. Se introducen dos factores de corrección en (12.11'), tal que resulta

$$S_i = 16 \frac{Et_{wc}^3}{L^2} \frac{\alpha + (1 - \beta) \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4(k_1 - k_2\beta)}{\mu^2}} \quad (12.11'')$$

Los valores adoptados para estos factores de corrección (Costa Neves, 2004) son

$$k_1 = 1,5, \quad (12.12a)$$

$$k_2 = 1,63. \quad (12.12b)$$

Costa Neves (2004) adopta una aproximación bilineal para el ángulo  $\theta$

$$\theta = \begin{cases} 35 - 10\beta & \text{cuando } \beta < 0,7 \\ 49 - 30\beta & \text{cuando } \beta \geq 0,7 \end{cases} \quad (12.13a)$$

El modelo así propuesto definitivamente (12.11'') es válido para los siguientes dominios, en los que se ha validado numéricamente para cada parámetro:

$$10 \leq \mu \leq 50, \quad (12.14a)$$

$$0,08 \leq \beta \leq 0,75, \quad (12.14b)$$

$$0,05 \leq \alpha \leq 0,2. \quad (12.14c)$$

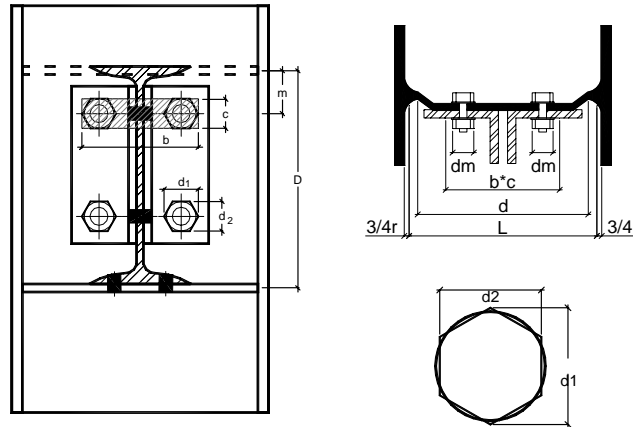
De Lima y otros (2002) presentaron una modificación a la fórmula (12.11'') que incluía la influencia de rigidizadores en el pilar

$$S_i = 16 \frac{Et_{wc}^3}{L^2} \frac{\alpha + (1 - \beta) \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4(k_1 - k_2\beta)}{\mu^2}} \left[ 0,57 \left( \frac{m}{D} \right)^2 - 0,85 \left( \frac{m}{D} \right) + 0,41 \right]. \quad (12.15)$$

El último miembro es una aproximación polinómica al efecto de rigidez adicional provocado por un rigidizador. El parámetro  $m$  representa la distancia entre el rigidizador superior y el punto de aplicación de la carga, y  $D$  la distancia entre los rigidizadores, como se indica en la Figura 12.4.

### 12.1.2. Modelo de rigidez del alma a flexión

Se propone un nuevo modelo de rigidez para el alma a flexión, basado en el desarrollado por Costa Neves (2004) (presentado en el apartado anterior, Sección 12.1.1). Se realizan una serie de simplificaciones para facilitar su empleo. La expresión de múltiples parámetros adimensionales, aunque permite obtener una expresión simplificada del componente, convierte la tarea en un poco más farragosa. Uno de los objetivos de esta propuesta es obtener fórmulas que no precisen de cálculos adicionales previos. El modelo así resultante es similar a los del Eurocódigo: una formulación de rigidez, dependiente de parámetros geométricos obtenidos directamente de la unión, y acompañada de una serie de longitudes efectivas.



**Figura 12.4:** Características geométricas de la unión atornillada con rigidizadores en el eje menor (De Lima y otros, 2002)

El modelo elástico de partida es el mismo que el presentado previamente en la Figura 12.2: un rectángulo rígido, de dimensiones  $b \times c$ , en el que se aplica la fuerza. Esta zona rígida se une a los laterales por medio de una tira de ancho equivalente,  $l_{eff}$ , y espesor,  $t$  (el espesor del componente analizado, en este caso el alma del pilar). Se va a estudiar para la condición de contorno en el lateral los casos extremos de articulada o empotrada. En los bordes frontales la tira está libre.

#### Formulación del elemento viga con deformación a cortante

La matriz de flexibilidad de la viga con dos grados de libertad (giros en los dos extremos, Figura 12.5(a)) incluyendo la deformación a cortante es

$$\mathbf{F}_{b,2} = \begin{bmatrix} \frac{L_b}{6EI_b} (2 + \beta) & \frac{L_b}{6EI_b} (-1 + \beta) \\ \frac{L_b}{6EI_b} (-1 + \beta) & \frac{L_b}{6EI_b} (2 + \beta) \end{bmatrix}, \quad (12.16)$$

siendo

$$\beta = \frac{6EI_b}{L_b^2 A_v G}; \quad (12.17)$$

donde  $A_v$  es el área de cortante de la sección. En el caso de una sección rectangular, dicha área es

$$A_v = \frac{5}{6} A = \frac{5}{6} bh, \quad (12.18)$$

pues la distribución de cortantes es parabólica.

La inversa  $\mathbf{K}_{b,2}$  de esta matriz de flexibilidad  $\mathbf{F}_{b,2}$  es la matriz de rigidez del elemento. La matriz de rigidez correspondiente al elemento viga de cuatro grados de libertad (dos giros y dos desplazamientos, Figura 12.5(b)) se obtiene a partir de una matriz de transformación que relaciona los cortantes y los momentos del elemento

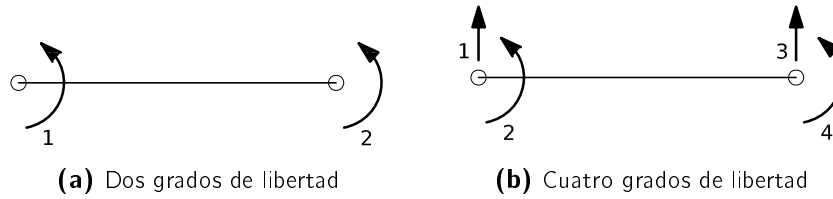


Figura 12.5: Elementos *viga* con dos y cuatro grados de libertad

viga,  $\mathbf{T}$ :

$$\begin{bmatrix} V_j \\ M_j \\ V_i \\ M_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_b} & \frac{1}{L_b} \\ 1 & 0 \\ -\frac{1}{L_b} & -\frac{1}{L_b} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}} \times \begin{bmatrix} M_i \\ M_j \end{bmatrix} \quad (12.19)$$

Mediante esta matriz de transformación se obtiene la matriz del elemento de cuatro grados de libertad:

$$\mathbf{K}_{(4,4)} = \mathbf{TK}_{(2,2)}\mathbf{T}^T; \quad (12.20)$$

se multiplica la matriz básica de dimensiones  $2 \times 2$  por la matriz de transformación y su traspuesta. La matriz resultante  $\mathbf{K}$  de dimensiones  $4 \times 4$  es la requerida de cuatro grados de libertad, correspondiente al elemento de la Figura 12.5(b).

La matriz de rigidez (simétrica y singular) obtenida para el elemento de cuatro grados de libertad resulta

$$\mathbf{K}_{b,4} = \frac{2EI_b}{L_b^2} \begin{bmatrix} \frac{2}{L_b}(\eta - \kappa) & \eta - \kappa & -\frac{2}{L_b}(\eta - \kappa) & \eta - \kappa \\ \eta - \kappa & L_b\eta & -\eta + \kappa & -L_b\kappa \\ -\frac{2}{L_b}(\eta - \kappa) & -\eta + \kappa & \frac{2}{L_b}(\eta - \kappa) & -\eta + \kappa \\ \eta - \kappa & -L_b\kappa & -\eta + \kappa & L_b\eta \end{bmatrix}, \quad (12.21)$$

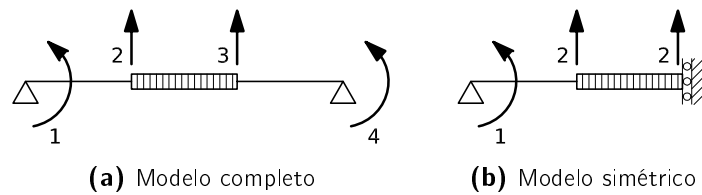
siendo

$$\eta = \frac{2 + \beta}{1 + 2\beta}, \quad (12.22a)$$

$$\kappa = \frac{-1 + \beta}{1 + 2\beta}. \quad (12.22b)$$

### Modelo del componente biarticulado

Los grados de libertad del modelo biarticulado equivalente se muestran en la Figura 12.6. Es un modelo con cuatro grados de libertad: el giro en cada uno de los apoyos, y el desplazamiento vertical de los extremos de la tira rígida (Figura 12.6(a)). Es simétrico, por lo que puede reducirse al de dos grados de libertad mostrado en la Figura 12.6(b). Como la zona central es rígida, el desplazamiento vertical  $\delta_2$  en el extremo de ésta y en el eje de simetría son el mismo.



**Figura 12.6:** Modelo para la obtención del comportamiento del alma a flexión con extremos articulados

Obtenida la matriz de rigidez del elemento (12.21), se resuelve el modelo planteado (Figura 12.6). Para aplicar el método general de rigidez

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_T \mathbf{D}; \quad (12.23)$$

se requieren la matriz de rigidez global de la estructura  $\mathbf{K}_T$ , y el vector de fuerzas  $\mathbf{F}$  para obtener el de desplazamientos  $\mathbf{D}$ .

La matriz de rigidez global de la estructura, resultante de aplicar la matriz de conectividad al elemento, es

$$\mathbf{K}_{T,art} = \frac{2EI_b}{L_b^2} \begin{bmatrix} L_b \eta & -\eta + \kappa \\ -\eta + \kappa & \frac{2}{L_b} (\eta - \kappa) \end{bmatrix}. \quad (12.24)$$

El vector de fuerzas es

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F}{2} \end{bmatrix}; \quad (12.25)$$

pues al estar articulado, el momento en el apoyo es nulo. La fuerza aplicada en el grado de libertad  $\delta_2$  es  $F/2$ , la mitad de la total.

El vector de desplazamientos al resolver el sistema es

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}_{T,art}^{-1} \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{L_b^2 F}{2EI_b} \\ \frac{L_b^3 (2 + \beta) F}{EI_b} \end{bmatrix}; \quad (12.26)$$

y la rigidez del sistema

$$k_{cwb,art} = \frac{F}{\delta_2} = 12 \frac{EI_b}{L_b^3 (2 + \beta)}, \quad (12.27)$$

la búsqueda del componente articulado.

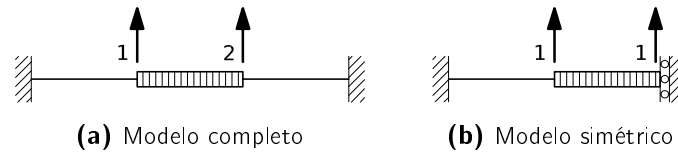
Se sustituyen los valores correspondientes de  $\beta$  (12.17),  $G$  e  $I_b$  en la ecuación (12.27):

$$\nu = 0,3, \quad (12.28a)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (12.28b)$$

$$A_v = \frac{5}{6} b_{eff} t_{wc}, \quad (12.28c)$$

$$I_b = \frac{b_{eff}^3 t_{wc}^3}{12}; \quad (12.28d)$$



**Figura 12.7:** Modelo para la obtención del comportamiento del alma a flexión con extremos empotrados

se obtiene como rigidez del elemento articulado

$$k_{cwb,art} = \frac{Eb_{eff}t_{wc}^3}{L_b^3 \left( 2 + \frac{1,56t_{wc}^2}{L_b^2} \right)} \quad (12.27')$$

El término

$$\left( 2 + \frac{1,56t_{wc}^2}{L_b^2} \right)$$

en (12.27') representa la deformación a cortante del elemento. Si se desprecia, resulta

$$k_{cwb,art} = \frac{Eb_{eff}t_{wc}^3}{L_b^3} \quad (12.27'')$$

### Modelo del componente biempotrado

Se procede de modo análogo para el caso en el que la condición de contorno equivalente sea biempotrada. Como se muestra en la Figura 12.7, es un modelo simétrico con un único grado de libertad, correspondiente al desplazamiento vertical.

Su matriz de rigidez global, de dimensión  $1 \times 1$ , es

$$\mathbf{K}_{T,emp} = \frac{4EI_b}{L_b^3} (\eta - \kappa) = \frac{12EI_b}{L_b^3 (1 + 2\beta)}. \quad (12.29)$$

El desplazamiento  $\delta_1$  resulta

$$\delta_1 = \frac{L^3 (1 + 2\beta) \frac{F}{2}}{12EI_b}; \quad (12.30)$$

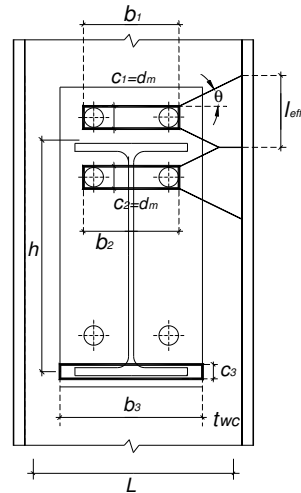
y la rigidez buscada es

$$k_{cwb,emp} = \frac{F}{\delta_1} = 24 \frac{EI_b}{L^3 (1 + 2\beta)}. \quad (12.31)$$

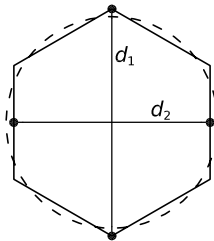
Sustituyendo los valores indicados en (12.28) en (12.31), se obtiene

$$k_{cwb,emp} = 2 \frac{Eb_{eff}t_{wc}^3}{L_b^3 \left( 1 + \frac{3,12t_{wc}^2}{L_b^2} \right)}. \quad (12.31')$$





**Figura 12.8:** Rectángulos rígidos equivalentes para el modelo de rigidez del alma a flexión (Costa Neves, 2004)



**Figura 12.9:** Dimensiones del tornillo para la definición del diámetro medio  $d_m$  (Gomes, 1990)

Como en el caso del componente biarticulado, puede despreciarse la componente de la deformación correspondiente a la deformación por cortante representada en (12.31') por el término

$$\left(1 + \frac{3,12t_{wc}^2}{L_b^2}\right).$$

La expresión resultante sin considerar la deformación a cortante sería

$$k_{cwb,emp} = 2 \frac{E b_{eff} t_{wc}^3}{L_b^3}. \quad (12.31'')$$

### Dimensiones del rectángulo rígido equivalente

El modelo del componente desarrollado se basa en la suposición de un rectángulo rígido equivalente de dimensiones  $b \times c$  en el que actúa la fuerza procedente de los tornillos. Deben determinarse estas dimensiones  $b$  y  $c$  a partir de las que se desarrolla el modelo. Costa Neves (2004) (Figura 12.8) propone unas dimensiones basadas en la propuesta de Gomes (1990).

En el caso de las filas a tracción, el área se supone delimitada por las cabezas de los tornillos. Se simplifica la geometría hexagonal de la cabeza a un diámetro medio (Gomes, 1990)

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad (12.32)$$

siendo los valores  $d_1$  y  $d_2$  los mostrados en la Figura 12.9.

En esta investigación se propone simplificar este diámetro medio a

$$d_m \approx 1,5d_b, \quad (12.33)$$

en función del diámetro nominal del tornillo  $d_b$ . Esta dimensión  $d_m$  es, como se indica en la Figura 12.8, la que se toma como dimensión  $c_t$  del rectángulo de la zona de tracción:

$$c_t = d_m \approx 1,5d_b \quad (12.34)$$

Análogamente, el ancho  $b$  se define como

$$b_t = w + d_m \approx w + 1,5d_b, \quad (12.35)$$

donde  $w$  es la distancia horizontal entre los tornillos de la misma fila.

En el caso de la zona de compresión, el centro de compresiones se sitúa en el ala inferior de la viga. El área de *influencia* del ala inferior será la correspondiente al rectángulo buscado, de dimensiones  $b_c \times c_c$ .

Se supone una dispersión del esfuerzo a  $45^\circ$ , de modo análogo a lo propuesto por el Eurocódigo (CEN, 2005b) para los componentes a compresión (ver en la Sección 5.4.1 el factor  $s_p$  en el alma del pilar a compresión). Las dimensiones del rectángulo delimitador de la zona de compresión son

$$b_c = b_b + t_{ep}, \quad (12.36)$$

$$c_c = t_{fb} + t_{ep}. \quad (12.37)$$

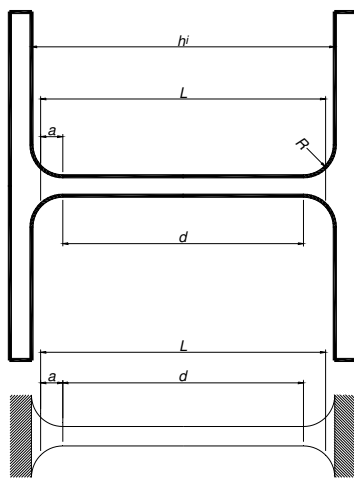
### Obtención de la longitud equivalente del modelo

Definido el rectángulo rígido del modelo, resta calibrar la dimensión característica de la longitud de la viga equivalente, expresada como  $a$  en la Figura 12.2.

Esta longitud puede definirse como un valor intermedio entre la distancia libre entre las alas del pilar,  $h_i$ , y la dimensión libre del alma,  $d$  (Figura 12.10):

$$L = d + 2a. \quad (12.38)$$

Gomes (1990) propone para  $L$  un valor resultante de la consideración de  $a = 0,25r$ , por lo que  $L = d + 0,5r$ . El Eurocódigo (CEN, 2005b), en cambio, estipula un valor general de  $a = 0,2r$ , resultando por tanto  $L = d + 0,4r$ . Estos valores han sido fijados siguiendo criterios plásticos (se corresponden con la posición de la rótula plástica correspondiente).



**Figura 12.10:** Definición de la longitud característica para el componente del alma a flexión (Costa Neves, 2004)

La rigidez varía considerablemente en función de este parámetro. Es importante determinarlo con exactitud. Costa Neves (2004) ha realizado un análisis numérico para establecer una dimensión adecuada para el modelo elástico. Lo que interesa es saber a partir de qué punto puede considerarse que el ala del pilar actúa como empotramiento. Las longitudes determinadas a partir de un modelo plástico (las propuestas de Gomes (1990) y el Eurocódigo) no son las más adecuadas para un análisis elástico<sup>2</sup>. Costa Neves (2004) propone para el coeficiente  $a$  el valor  $a = 0,5r$  (Figura 12.10), por lo que la longitud equivalente es

$$L = d + r. \quad (12.38')$$

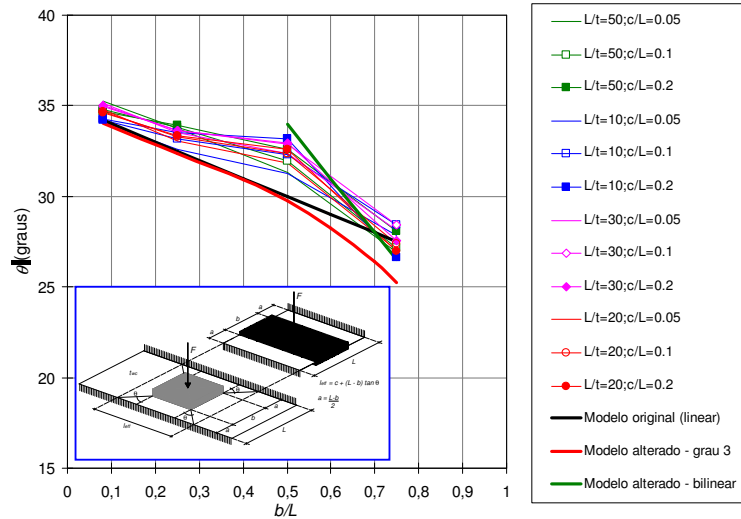
Ésta es la dimensión propuesta para el componente en esta investigación.

### Obtención del ancho efectivo del modelo

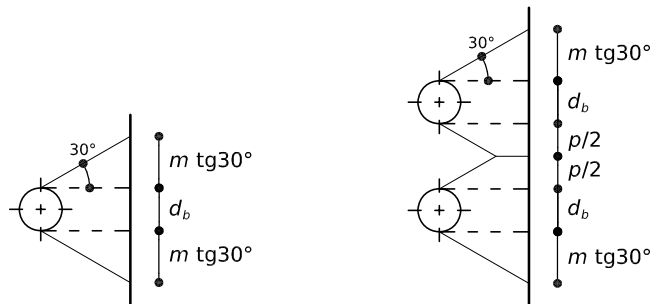
El parámetro que determina el ancho efectivo es el ángulo de dispersión  $\theta$ . Costa Neves (2004) proponía dos tramos lineales (12.13) según el parámetro  $\beta$  (12.1b). Como muestran los resultados de su calibración (Figura 12.11), el ángulo  $\theta$  propuesto varía entre un valor máximo de  $35^\circ$  a un mínimo de unos  $27^\circ$ .

Se propone estimar un valor medio simplificado para este ángulo característico  $\theta$ , tomando para ello el valor  $\theta = 30^\circ$ . Esta simplificación está en la línea de los modelos aceptados en el Eurocódigo (CEN, 2005b) y el modelo alternativo de *T-stub* propuesto por Faella y otros (2000) (ver el apartado 5.2.2). En estos modelos, las longitudes efectivas propuestas han sido obtenidas suponiendo un ángulo constante de dispersión para todos los casos.

<sup>2</sup>Estas conclusiones resultan análogas a las de Faella y otros (2000) en su crítica al modelo de *T-stub* propuesto para la rigidez por el Eurocódigo (ver Sección 5.2.2).



**Figura 12.11:** Propuesta de variación del ángulo de dispersión  $\theta$  para la obtención del ancho equivalente del componente (Costa Neves, 2004)



**Figura 12.12:** Anchos efectivos para el alma del pilar a flexión

Con la adopción de este valor simplificado de  $\theta$ , se obtienen las longitudes efectivas para el alma del pilar a flexión (Figura 12.12):

$$b_{eff,1} = c_t + 2m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_t + 1,2m_t, \tag{12.39a}$$

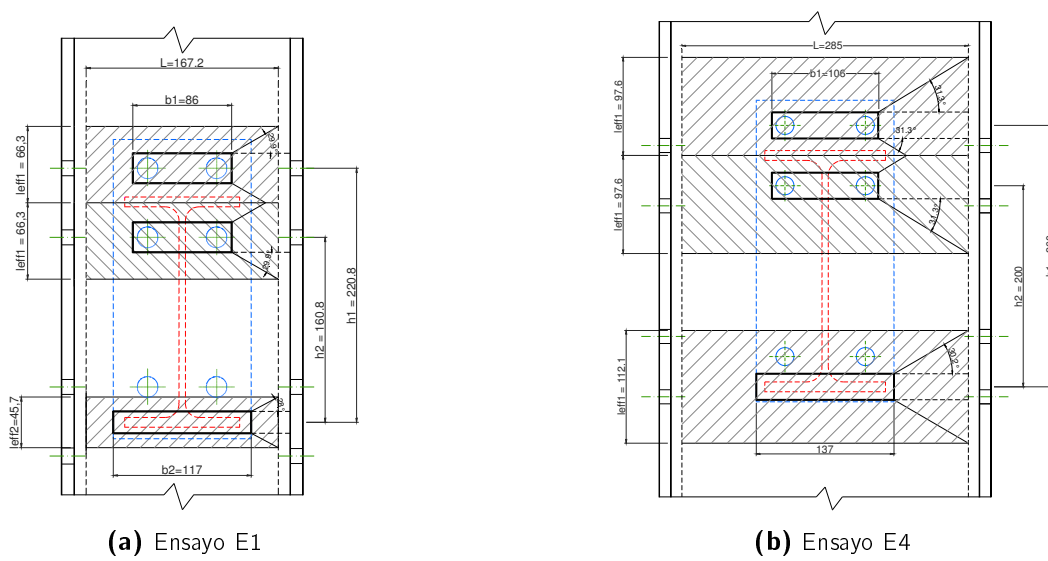
$$b_{eff,2} = c_t + \frac{p}{2} + m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_t + \frac{p}{2} + 0,6m_t. \tag{12.39b}$$

El ancho efectivo a tomar es el mínimo de los dos:

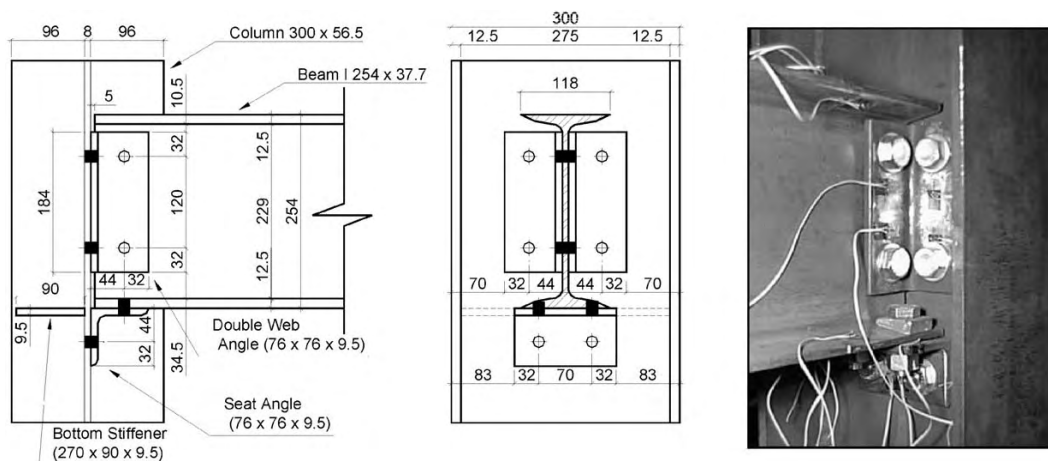
$$b_{eff} = \operatorname{mín} \{b_{eff,1}, b_{eff,2}\}. \tag{12.40}$$

### 12.1.3. Aplicación del modelo rigidez del alma a flexión

Obtenida la formulación del elemento y todos sus parámetros, se aplica para verificar su validez. Como en esta investigación no se realizaron experimentos de uniones



**Figura 12.13:** Experimentos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida realizados por Costa Neves (2004). Las cotas y medidas efectivas se corresponden a su modelo (Costa Neves, 2004)



**Figura 12.14:** Experimento de uniones en el eje menor con angulares realizado por De Lima y otros (2002).

en el eje menor atornilladas al alma<sup>3</sup>, se acudió a tres experimentos distintos de la bibliografía: dos de ellos realizados por Costa Neves (2004), y un tercero por De Lima y otros (2002).

Los experimentos de Costa Neves (2004) (Figura 12.13) son de uniones de chapa de testa extendida en la zona de tracción atornilladas al alma sin rigidizar. El de De Lima

<sup>3</sup>El desarrollo de este componente es un paso previo para desarrollar el componente de la chapa adicional a flexión requerida para la unión tridimensional desarrollada y que se expondrá en el apartado 12.1.4.

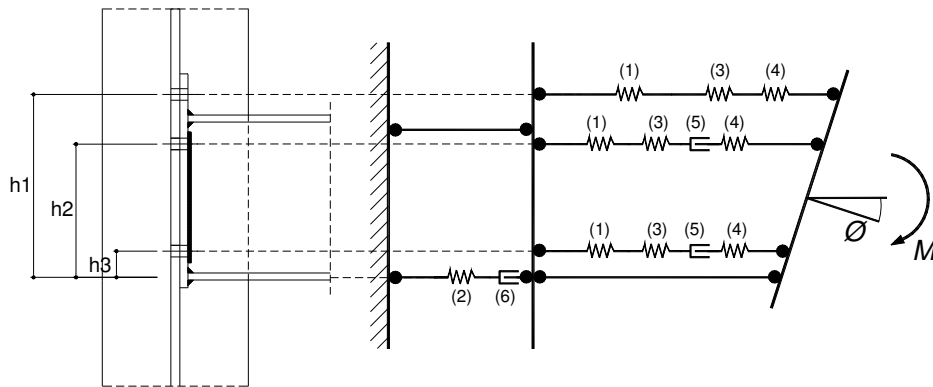


Figura 12.15: Modelo mecánico de componentes aplicado para los experimentos de Costa Neves (2004)

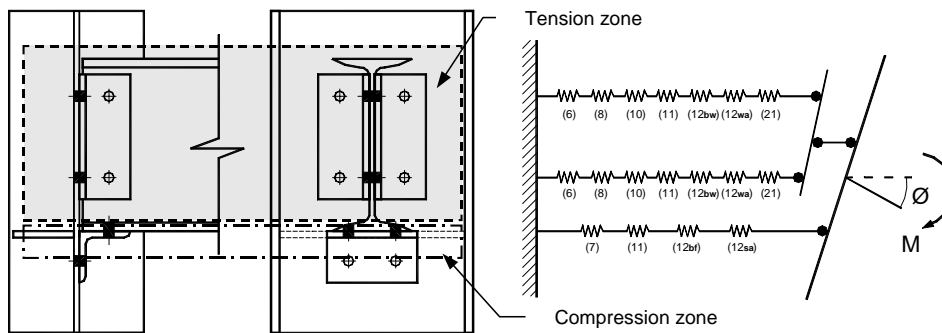


Figura 12.16: Modelo mecánico de componentes aplicado para el experimento de De Lima y otros (2002)

Cuadro 12.1: Ensayos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004). Aplicación del modelo propuesto

Modelo propuesto (kN · m/rad)		E1		E4	
		Sin def. ctte.	Con def. ctte.	Sin def. ctte.	Con def. ctte.
		5 633,17	5 021,28	1 265,99	1 235,23
Fila tracc. 1	$cwb_1$	136 980,84	126 519,86	24 514,44	24 021,72
(N/mm)	$epb_1$	3 060 284,35	3 060 284,35	3 570 331,74	3 570 331,74
	$bt_1$	1 465 333,33	1 465 333,33	1 445 260,27	1 445 260,27
Fila tracc. 2	$cwb_2$	136 980,84	126 519,86	24 514,44	24 021,72
	$epb_2$	7 795 417,43	7 795 417,43	3 823 920,59	3 823 920,59
	$bt_2$	1 465 333,33	1 465 333,33	1 445 260,27	1 445 260,27
Compresión	$k_c$	391 375,63	325 561,60	45 487,13	44 179,41

**Cuadro 12.2:** Ensayos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004). Resultados obtenidos (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m/rad}$ )

	Experimental	Costa Neves (2004)	Modelo propuesto	
			Sin def. ctte.	Con def. ctte.
E1	5 637,00	5 406,00 -4,10 %	5 633,17 -0,07 %	5 021,28 -10,92 %
E4	1 231,00	1 258,40 2,23 %	1 265,99 2,84 %	1 235,23 0,34 %

**Cuadro 12.3:** Ensayo de unión en el eje menor con angulares (De Lima y otros, 2002). Aplicación del modelo propuesto

		Modelo propuesto	Sin def. ctte.	Con def. ctte.
		( $\text{kN} \cdot \text{m/rad}$ )	1 009,46	993,76
Componentes ( $\text{N/mm}$ )	Fila de tracción 1	$cwb_1$	99 904,28	92 857,11
		Resto	46 024,44	46 024,44
	Fila de tracción 2	$cwb_2$	99 904,28	92 857,11
		Resto	46 024,44	46 024,44
Compresión		$k_c$	104 263,59	104 263,59

**Cuadro 12.4:** Ensayo de unión en el eje menor con angulares (De Lima y otros, 2002). Resultados obtenidos (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m/rad}$ )

	Experimental	De Lima y otros (2002)	Modelo propuesto	
			Sin def. ctte.	Con def. ctte.
De Lima y otros (2002)	1 078,60	1 122,60 4,08 %	1 009,46 -6,41 %	993,76 -7,87 %

y otros (2002) es una unión con doble angular de alma y angular de asiento, atornillada al alma del pilar. En este caso, el alma del pilar está rigidizada en la zona de compresión.

El experimento E1 de Costa Neves (2004) (Figura 12.13(a)) se compone de una viga IPE 200 y un pilar HEA 220, de acero S275. Los tornillos empleados son TR 16, de acero 10.9. La chapa de testa tiene un espesor de 15 mm. La rigidez experimental obtenida es  $5\,637 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ .

El experimento E4 de Costa Neves (2004) (Figura 12.13(b)) se compone de una viga IPE 200 y un pilar IPE 330, ambos de acero S275. Los tornillos empleados son TR 16, de acero 10.9. La chapa de testa tiene un espesor de 15 mm. La rigidez experimental obtenida es  $1\,231 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ .

Se aplica el método de los componentes (Cuadro 12.1), de acuerdo al esquema mostrado en la Figura 12.15 (propuesto por Costa Neves (2004)). Todos los componentes, a excepción del desarrollado en esta sección, son proporcionados por el Eurocódigo (CEN, 2005b). Para el alma del pilar a flexión se considera el componente

obtenido como viga biempotrada (Sección 12.1.2), condición de contorno supuesta entre alma y alas del pilar. Se aplica la formulación obtenida, incluyendo (12.31') y despreciando la deformación de cortante (12.31'').

Los resultados obtenidos y su comparación con el valor experimental indicado por Costa Neves (2004) se recogen en el Cuadro 12.2. La aproximación de la propuesta es bastante buena. El modelo en el que se incluye la deformación a cortante es más flexible, aunque incluirla no supone grandes variaciones en los resultados obtenidos.

Como se indica en el mismo Cuadro, la predicción obtenida con el componente propuesto es incluso mejor que la obtenida por Costa Neves (2004) con su formulación (12.11''). La de Costa Neves (2004) es más compleja que la aquí propuesta (12.31'), aunque no obtiene con ello una mejora apreciable. Las simplificaciones realizadas en el modelo son adecuadas.

El experimento de De Lima y otros (2002) (Figura 12.14) es una unión de doble angular de alma y angular de asiento, con el alma rigidizada. La viga es un I 254 × 37,7, y el pilar es CVS300 × 56,5, similar al HEA 300<sup>4</sup>. Tanto los angulares del alma como el de asiento son L 76 × 76 × 9,5. La rigidez de la unión es 1 078,6 kN · m/rad<sup>5</sup>.

El modelo de componentes aplicado es el propuesto por De Lima y otros (2002) (Figura 12.16 y Cuadro 12.3). En el Cuadro 12.4 se muestra la aplicación del elemento propuesto, incluyendo (12.31') y no incluyendo (12.31'') la deformación debida al cortante. Para los componentes de la unión distintos al aquí estudiado se toman los valores indicados por De Lima y otros (2002) en el Cuadro 5 de su artículo (indicados en el Cuadro 12.3 como "Resto"). Tampoco se aprecia mucha influencia de la deformación a cortante.

El modelo resulta ligeramente más flexible que el experimento: en el modelo no se tiene en cuenta la influencia en la zona de tracción del alma del rigidizador colocado en la zona de compresión. La predicción obtenida es más flexible que la de De Lima y otros (2002) (12.15) (ésta última tiene en cuenta la influencia del rigidizador).

#### 12.1.4. Modelo de rigidez de la chapa a flexión

Validado el modelo de rigidez propuesto para el alma del pilar a flexión, se modifica para adaptarlo a la chapa adicional a flexión de la unión tridimensional estudiada. El comportamiento de ambos componentes es muy similar.

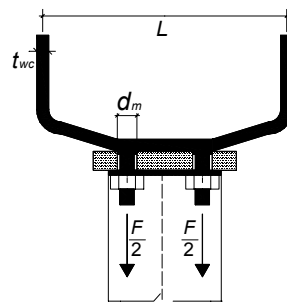
Las principales variaciones van a referirse a las longitudes y anchos equivalentes a tomar. El modelo de Costa Neves (2004) fue aplicado también para la cara de un tubular a flexión (Costa Neves y otros, 2005), con la única modificación de la longitud equivalente de la viga empleada.

El modelo para la chapa a flexión parte de la formulación obtenida para el alma a flexión (12.27') y (12.31'). Se proponen nuevas longitudes y anchos equivalentes.

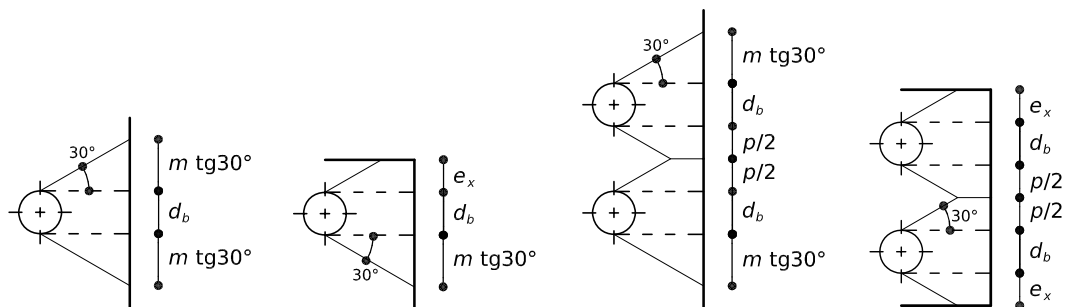
<sup>4</sup>Este experimento no emplea perfiles normalizados europeos. Ha sido realizado en la Universidad Católica Pontificia de Río de Janeiro, Brasil.

<sup>5</sup>De Lima y otros (2002) indican para la rigidez de este experimento un valor de 1 228,1 kN · m/rad. El valor aquí indicado es el que muestran en una ponencia previa (de Lima y otros, 1999) que sólo mostraba los experimentos, sin indicación alguna al modelo analítico que desarrollaron posteriormente.





**Figura 12.17:** Definición de la longitud equivalente para el componente de la cara del tubular a flexión (Costa Neves y otros, 2005)



**Figura 12.18:** Anchos efectivos del componente de la chapa adicional a flexión

### Longitud equivalente del modelo

Costa Neves y otros (2005) proponen, basándose en el trabajo de Costa Neves (2004), una longitud efectiva para los tubulares rellenos de hormigón tal que se tome la distancia entre los ejes del tubular. Esta distancia es similar a la que los mismos autores fijan para el alma del pilar (ver 12.1.2).

En el caso de la chapa adicional soldada a las alas del pilar, puede estimarse la longitud equivalente en la zona de tracción como la existente entre los ejes de las gargantas de soldadura,

$$L = b_{ap} + \frac{\sqrt{2}}{2} a, \quad (12.41)$$

donde  $b_{ap}$  es el ancho de la chapa adicional.

En la zona de compresión el ancho de la zona rígida,  $c_c$ , puede resultar mayor que la distancia interna entre las alas del pilar. En tal caso, obviamente se omite este componente en la zona de compresión, pues transfiere los esfuerzos directamente a las alas del pilar.

### Determinación del ancho equivalente

El ancho equivalente se obtiene, como en el caso del alma a flexión, a partir de un ángulo de dispersión de  $30^\circ$ . En las expresiones presentadas, se consideran las

limitaciones geométricas impuestas según la distancia entre las filas de tornillos y el alto de la chapa adicional empleada (Figura 12.18):

$$b_{eff,1} = c_t + 2m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_t + 1,2m_t, \quad (12.42a)$$

$$b_{eff,2} = c_t + \frac{p}{2} + m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_t + \frac{p}{2} + 0,6m_t, \quad (12.42b)$$

$$b_{eff,3} = e_x + c_t + m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx e_x + c_t + 0,6m_t, \quad (12.42c)$$

$$b_{eff,4} = e_x + c_t + \frac{p}{2}. \quad (12.42d)$$

El ancho efectivo es el mínimo de los cuatro:

$$b_{eff} = \min \{b_{eff,1}, b_{eff,2}, b_{eff,3}, b_{eff,4}\}. \quad (12.43)$$

Como se indicó en la Sección 10.4.2, en los experimentos realizados se observa diferente comportamiento en la chapa de tracción y compresión. Ya se explicó cómo las soldaduras laterales no restringían prácticamente el giro de la chapa en la zona de tracción, por lo que su comportamiento tendía a una placa biarticulada; en cambio, la de compresión se asemejaba más a una biempotrada, debido a la restricción adicional proporcionada por el apoyo en las alas del pilar. Se propone emplear la fórmula obtenida para la chapa biarticulada

$$k_{apb.t} = k_{apb.art} = \frac{E b_{eff} t_{wc}^3}{L_b^3 \left( 2 + \frac{1,56 t_{wc}^2}{L_b^2} \right)}, \quad (12.27')$$

en la chapa de la zona de tracción y la de la biempotrada

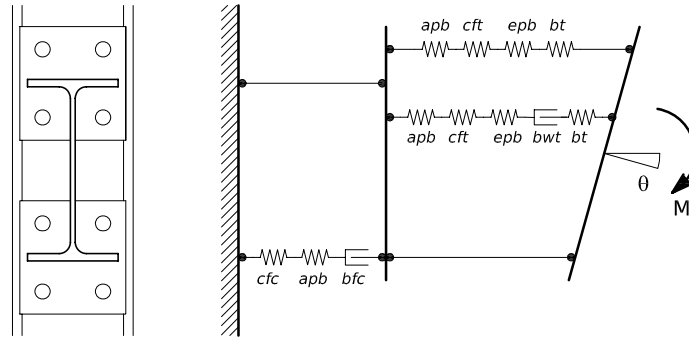
$$k_{apb.c} = k_{apb.emp} = 2 \frac{E b_{eff} t_{wc}^3}{L_b^3 \left( 1 + \frac{3,12 t_{wc}^2}{L_b^2} \right)} \quad (12.31')$$

para la chapa de la zona a compresión.

## 12.2. Modelo de componentes de la unión tridimensional del eje menor

La Figura 12.19 muestra el modelo de componentes propuesto para el cálculo de la unión del eje menor. Los componentes son el desarrollado anteriormente en la Sección 12.1 para la chapa adicional a flexión y los propuestos en el Eurocódigo (CEN, 2005b). En esta sección se completa la formulación general con expresiones que incorporan de modo sencillo los efectos tridimensionales observados en el análisis paramétrico de la Sección 11.3.1. La influencia de estos efectos tridimensionales es prácticamente lineal hasta un valor de  $r_m = 2,18$ , por lo que las expresiones propuestas van a ser aproximaciones lineales<sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Como en el análisis paramétrico se limitó el valor máximo de  $r_m$  en 2,91, se prefiere no realizar aproximaciones polinómicas a falta de análisis complementarios que amplíen el intervalo estudiado.



**Figura 12.19:** Modelo mecánico de componentes propuesto para la unión tridimensional del eje menor

### 12.2.1. Chapa adicional a flexión

La formulación general de la rigidez de este componente es la desarrollada en esta investigación. Se ha explicado detalladamente su génesis en la Sección 12.1.4. Se obtuvieron la rigidez para la chapa adicional a flexión en la zona de tracción (12.27'),  $k_{apb.t}$ , y para la chapa adicional a flexión en la zona de compresión (12.31'),  $k_{apb.c}$ .

Como muestran los resultados del análisis paramétrico (Figura 11.9, Sección 11.3.1) los efectos tridimensionales rigidizan este componente. Se aproximan con una expresión lineal, en función de  $r_m$  y del espesor de la chapa adicional,  $t_{ap}$ . La rigidez definitiva del componente de la chapa adicional a flexión en la zona de tracción resulta

$$k_{apb.t_{3D}} = (1 + 75,625 \times 10^{-3} t_{ap} r_m) k_{apb.t} \quad (12.44)$$

siendo  $k_{apb.t}$  la rigidez del componente general (definida en (12.27')).

Para la chapa adicional a flexión en la zona de compresión, la inclusión de los efectos tridimensionales favorables observados en el análisis paramétrico (Sección 11.3.1) modifican la expresión general de su rigidez,  $k_{apb.c}$  (12.31'), a la siguiente

$$k_{apb.c_{3D}} = (1 + 41,25 \times 10^{-3} t_{ap} r_m) k_{apb.c} \quad (12.45)$$

### 12.2.2. Ala del pilar a compresión

La expresión general de este componente es la indicada en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) para el alma del pilar a compresión (ver Sección 5.4.2), adaptada al ala del pilar

$$k_{cfc} = \frac{0,7 E b_{eff,cfc} 2 t_{fc}}{d_{fc}} \quad (12.46)$$

Han de realizarse las siguientes consideraciones a los factores que la componen:

- El ancho equivalente del componente,  $b_{eff,cfc}$ , se corresponde al ancho tomado para la chapa adicional a flexión en la zona de compresión (análogamente a la definición de esta anchura para al alma del pilar).
- Se duplica el espesor del ala del pilar, para considerar el trabajo de ambas alas.

- La altura de la zona de compresión,  $d_{fc}$ , se corresponde a la altura libre del ala a partir de la curva de acuerdo alma-ala, siendo por tanto

$$d_{fc} = \frac{h_c - (t_{wc} + r_c)}{2}. \quad (12.47)$$

La fórmula general del componente (12.46) se modifica para considerar además los efectos tridimensionales,

$$k_{cf_{c3D}} = (1 + 68,75 \times 10^{-4} r_m) k_{cf_c}. \quad (12.48)$$

La expresión mediante la que se incluye la tridimensionalidad es un ajuste lineal a los resultados obtenidos en el análisis paramétrico presentado en la Sección 11.3.1 (Figura 11.9).

### 12.2.3. Ala del pilar a tracción

Como se describió para el componente anterior, éste toma para su definición la rigidez del Eurocódigo (CEN, 2005b) para el alma del pilar a tracción (Sección 5.5.2),

$$k_{cft} = \frac{0,7 E b_{eff,cft} 2 t_{fc}}{d_{fc}}. \quad (12.49)$$

La expresión es análoga a la desarrollada para el ala del pilar a compresión, (12.46). Sirven las mismas consideraciones a la definición de sus parámetros:

- el ancho efectivo,  $b_{eff,cft}$ , es el del componente de la chapa adicional a flexión de la zona de tracción correspondiente;
- se duplica el espesor del ala del pilar;
- su altura es la ya definida para la zona de compresión (12.47).

Para la inclusión de los efectos tridimensionales se realiza un ajuste lineal a los resultados del análisis paramétrico de la Sección 11.3.1:

$$k_{cft_{3D}} = (1 + 13,75 \times 10^{-2} r_m) k_{cft}. \quad (12.50)$$

### 12.2.4. Aplicación del modelo de componentes

Se aplica el modelo de componentes de la Figura 12.19 a las uniones tridimensionales de eje menor ensayadas en el Capítulo 10, cargadas individualmente ( $r_m = 0$ ) y junto con la unión del eje mayor ( $r_m = 1,62$ ). Se desarrollan según la formulación del Eurocódigo (CEN, 2005b) y la de Faella y otros (2000). En ambos casos se analizan con el componente de la chapa adicional a flexión incluyendo y despreciando su deformación de cortante.

Los Cuadros 12.5 y Cuadro 12.6 muestran la aplicación al experimento de chapa fina (serie B) y de chapa gruesa (serie A) con carga bidimensional<sup>7</sup>. Se presenta el valor

<sup>7</sup>En el caso del experimento de chapa gruesa (Cuadro 12.6) no se indica el valor del componente a compresión, pues la longitud de la viga equivalente resulta negativa.

**Cuadro 12.5:** Ensayo B-n ( $3d - n - q2$ ). Modelo de componentes para la unión del eje menor de chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm), con carga bidimensional ( $r_m = 0$ )

Experimental		15 157.78			
Modelo propuesto + (kN · m/rad)		Eurocódigo		Faella y otros (2000)	
		Sin def. ctte.	Con def. ctte.	Sin def. ctte.	Con def. ctte.
		22 644,82	20 401,33	17 243,35	15 771,86
		49,39 %	34,59 %	13,76 %	4,05 %
Fila 1	$epb_1$	247 970,62	247 970,62	137 761,46	137 761,46
(N/mm)	$bt_1$	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67
	$cft_1$	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82
	$apb_1$	4 907 899,82	1 707 104,02	4 907 899,82	1 707 104,02
Fila 2	$epb_2$	1 122 590,20	1 122 590,20	676 691,62	676 691,62
(N/mm)	$bt_2$	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67
	$cft_2$	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82
	$apb_2$	4 907 899,82	1 707 104,02	4 907 899,82	1 707 104,02
Compresión	$apb_c$	4 773 888 000,00	23 788 558,90	4 773 888 000,00	23 788 558,90
(N/mm)	$cfc$	1 390 957,38	1 390 957,38	1 390 957,38	1 390 957,38

**Cuadro 12.6:** Ensayo A-n ( $3d - n - q2$ ). Modelo de componentes para la unión del eje menor de chapa de testa gruesa ( $t_{ep} = 16$  mm), con carga bidimensional ( $r_m = 0$ )

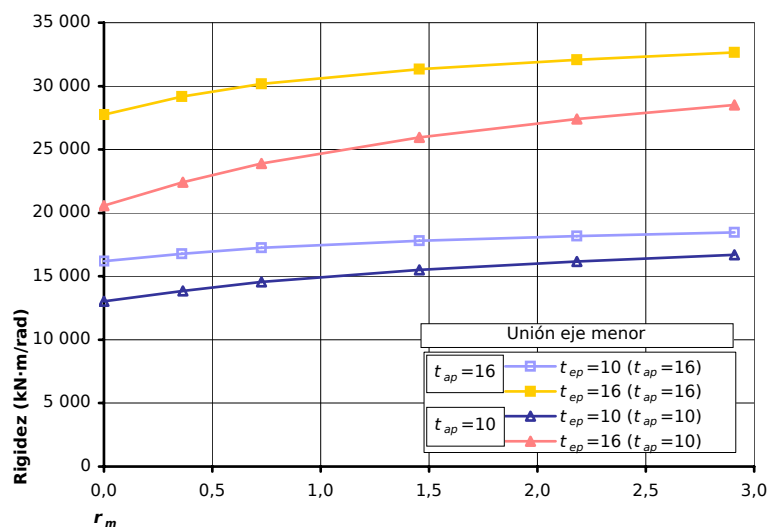
Experimental		29 867.85			
Modelo propuesto + (kN · m/rad)		Eurocódigo		Faella y otros (2000)	
		Sin def. ctte.	Con def. ctte.	Sin def. ctte.	Con def. ctte.
		36 894,03	32 780,84	31 635,01	28 434,02
		23,52 %	9,75 %	5,92 %	-4,80 %
Fila 1	$epb_1$	1 015 687,67	1 015 687,67	564 270,93	564 270,93
(N/mm)	$bt_1$	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00
	$cft_1$	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82
	$apb_1$	4 907 899,82	1 707 104,02	4 907 899,82	1 707 104,02
Fila 2	$epb_2$	4 598 129,46	4 598 129,46	2 771 728,88	2 771 728,88
(N/mm)	$bt_2$	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00
	$cft_2$	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82	3 485 961,82
	$apb_2$	4 907 899,82	1 707 104,02	4 907 899,82	1 707 104,02
Compresión	$apb_c$	—	—	—	—
(N/mm)	$cfc$	1 541 331,15	1 541 331,15	1 541 331,15	1 541 331,15

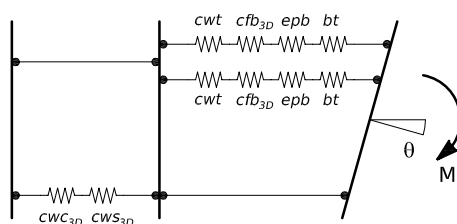
**Cuadro 12.7:** Unión tridimensional del eje menor con carga bidimensional ( $r_m = 0$ ). Resultados obtenidos (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )

Ensayo			A-n	B-n
Rigidez experimental			29 867,85	15 157,78
Modelo propuesto +	Eurocódigo	Sin def. ctte.	36 894,03 23,52 %	22 644,82 49,39 %
		Con def. ctte.	32 780,84 9,75 %	20 401,33 34,59 %
	Faella y otros (2000)	Sin def. ctte.	31 635,01 5,92 %	17 243,35 13,76 %
		Con def. ctte.	28 434,02 -4,80 %	15 771,86 4,05 %

**Cuadro 12.8:** Comparación de los resultados del modelo propuesto con los resultados experimentales (valores en  $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )

Ensayo	$r_m = 0$		$r_m = 1,62$	
	A-n	B-n	A-Mn	B-Mn
Experimental	29 867,85	15 157,78	32 294,94	18 674,62
Propuesta + Faella y otros (2000)	28 434,02 -4,80 %	15 771,86 4,05 %	31 185,28 -3,44 %	17 636,71 -5,56 %
Propuesta + Eurocódigo	32 780,84 9,75 %	20 401,33 34,59 %	36 286,50 12,36 %	23 209,12 24,28 %

**Figura 12.20:** Unión tridimensional en el eje menor. Rigidez de la unión en función de  $r_m$



**Figura 12.21:** Modelo de componentes propuesto para la unión tridimensional del eje mayor

del componente desarrollado, la chapa adicional a flexión (*apb*), con la formulación despreciando (12.27'') e incluyendo (12.27') la deformación de cortante. Se indican los valores del resto de componentes según el Eurocódigo y Faella y otros (2000)<sup>8</sup>. Como muestra concisamente el Cuadro 12.7, la mejor aproximación a los resultados experimentales se obtiene aplicando el método de Faella y otros (2000) y el componente con deformación de cortante: el error obtenido es inferior al 5%. Si se desprecia la deformación a cortante de la chapa adicional a flexión, los errores con la aproximación de Faella y otros (2000) rondan el 10%. La aproximación del Eurocódigo sobrestima siempre la rigidez de las uniones, del 10% al 45%.

Así como en el caso de las uniones en el eje menor atornilladas al alma (Sección 12.1.3) no se apreciaba prácticamente diferencia al emplear la formulación con o sin deformación a cortante, en este caso la variación es ya apreciable. El espesor de la chapa adicional es similar a la longitud efectiva del modelo de viga; por ello, la deformación a cortante ya no es un fenómeno que pueda omitirse.

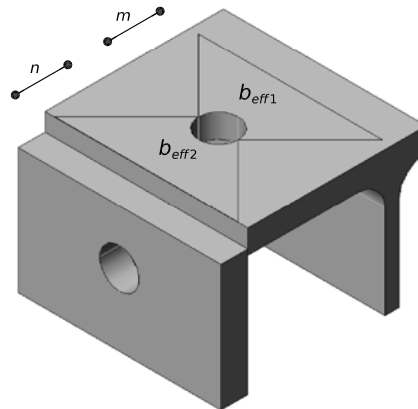
La adecuación de la formulación aquí desarrollada para incluir los efectos tridimensionales en cada uno de los componentes se muestra en el Cuadro 12.8, para el caso de la unión ensayada individualmente ( $r_m = 0$ , carga bidimensional) y junto con la del eje mayor ( $r_m = 1,62$ , carga tridimensional). La rigidización obtenida con el modelo es ligeramente inferior a la observada experimentalmente.

A modo ilustrativo, en la Figura 12.20 se muestra la variación de la rigidez según  $r_m$ . Se aplica en el intervalo estudiado ( $0 < r_m < 2,91$ ) en el análisis paramétrico de la Sección 11.3 y para los dos espesores de chapa adicional allí analizados (10 y 16 mm). Los resultados son similares a los obtenidos con el modelo numérico. Como ya se ha indicado, al realizar un aproximación lineal a los valores, el modelo no reproduce la mayor variación que se produce en el último valor analizado,  $r_m = 2,91$ .

### 12.3. Modelo de componentes de la unión tridimensional del eje mayor

El modelo de componentes propuesto para el cálculo de la unión tridimensional del eje mayor (Figura 12.21) es análogo al empleado para el cálculo de la unión estándar plana (desarrollado en el Capítulo 5 y mostrado en la Figura 12.21). Únicamente los

<sup>8</sup>Como se explicó en la Sección 5.2, las principales diferencias entre ambos métodos se refieren al modelo y longitudes efectivas de la chapa de testa a flexión.



**Figura 12.22:** Modelo equivalente para el componente del ala del pilar a flexión tridimensional ( $cfb_{3D}$ )

componentes afectados por el subíndice  $3D$  deben redefinirse para incluir los efectos tridimensionales analizados.

No se incluyen dos componentes (que sí fueron analizados individualmente en el capítulo anterior, en la Sección 11.3.2): la chapa adicional a tracción y compresión. Se omiten, pues su comportamiento está implícito en el de los componentes a los que afectan: alma del pilar a tracción y compresión, y ala del pilar a flexión.

Se reformulan los siguientes componentes:

- ala del pilar a flexión,  $cfb_{3D}$ ;
- alma del pilar a tracción,  $cwt_{3D}$ ;
- alma del pilar a compresión,  $cwc_{3D}$ .

En investigaciones posteriores deberá estudiarse también el comportamiento del alma del pilar a cortante. No se incluye en esta investigación, al centrarse en uniones cargadas simétricamente (cuando  $\beta = 0$ , la rigidez de los componentes a cortante es muy elevada, por lo que puede despreciarse su influencia).

### 12.3.1. Ala del pilar a flexión

Como se indicó en el correspondiente análisis paramétrico (Sección 11.3.2), la ejecución de la chapa adicional rigidiza este componente hasta aproximadamente el doble. Este aumento es debido a que el *T-stub* correspondiente pasa a ser biapoyado, en el alma del pilar y en la chapa adicional. Puede simplificarse la formulación para este componente al considerar la equivalencia con dos vigas equivalentes, una la ya definida por el Eurocódigo, correspondiente a la dispersión del esfuerzo al alma del pilar (de ancho efectivo  $b_{eff,1}$ ); y una nueva, correspondiente a la dispersión del esfuerzo a la chapa adicional (de ancho efectivo  $b_{eff,2}$ ), como se muestra en la Figura 12.22.



A modo de simplificación<sup>9</sup>, pueden suponerse similares las distancias  $m$  y  $n$  ( $m \approx n$ ), y que el ángulo de dispersión también lo es. Pueden identificarse  $b_{eff,1}$  y  $b_{eff,2}$ , de modo que el componente tridimensional inicial se define como

$$k_{cfb_{3D}} = f(r_m) \frac{0,9E2\ell_{eff}t_{fc}^3}{m^3} = f(r_m)2k_{cfb}, \quad (12.51)$$

siendo  $k_{cfb}$  la rigidez definida en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11), mostrada en la ecuación (5.6.2). Se define la función  $f(r_m)$ , que incluye la interacción tridimensional con la unión del eje menor en función del parámetro  $r_m$ , como una aproximación a los resultados obtenidos en el análisis paramétrico (Figura 11.12). Se emplea una hipérbola equilátera con sus ejes desplazados, de la forma

$$f(r_m) = \frac{4,8}{11r_m - 2,4} + 1. \quad (12.52)$$

La expresión completa del componente tridimensional del ala del pilar a flexión es

$$k_{cfb_{3D}} = \left( \frac{4,8}{11r_m - 2,4} + 1 \right) 2k_{cfb}. \quad (12.51')$$

### 12.3.2. Alma del pilar a tracción

Puede asimilarse el efecto en este caso de la chapa adicional al de una chapa suplementaria soldada al pilar. El Eurocódigo (CEN, 2005b) indica cómo considerar estas chapas en la rigidez del alma. Introduce su efecto mayorando el espesor del alma del pilar,  $t_{wc}$ , hasta un máximo de  $1,5t_{wc}$ . En el análisis paramétrico se observa que la restricción añadida es independiente del espesor de la chapa adicional. Por ello, dado que además son coincidentes la zona de tracción de la unión y la chapa adicional, se opta por aumentar al valor máximo,  $1,5t_{wc}$ , el espesor del alma en el componente tridimensional propuesto, tal que

$$k_{cwt_{3D}} = g(r_m) \frac{0,7Eb_{eff,cwt}1,5t_{wc}}{d_{wc}} = g(r_m)1,5k_{cwt}; \quad (12.53)$$

donde  $k_{cwt}$  es la rigidez general propuesta en el Eurocódigo (CEN, 2005b, Cuadro 6.11) mostrada en (5.45).

La función  $g(r_m)$  para considerar los efectos tridimensionales se aproxima a los resultados del análisis paramétrico (Figura 11.12) mediante una hipérbola equilátera:

$$g(r_m) = \frac{2,4}{11r_m - 2,4} + 1. \quad (12.54)$$

La formulación completa de este componente resulta

$$k_{cwt_{3D}} = \left( \frac{2,4}{11r_m - 2,4} + 1 \right) 1,5k_{cwt}. \quad (12.53')$$

<sup>9</sup>Este componente modelo requiere análisis y desarrollos posteriores. Dada su geometría y comportamiento mecánico, es probable que un modelo similar al propuesto para el alma y la chapa adicional a flexión permita obtener también resultados satisfactorios.

### 12.3.3. Alma del pilar a compresión

En el análisis paramétrico presentado en la Sección 11.3.2 se aprecia menor rigidez en este componente que en su complementario a tracción. Puede deberse a la distinta localización de la chapa adicional; se sitúa en una zona ligeramente superior a la compresión del eje mayor, por lo que no la interseca totalmente<sup>10</sup>. En este caso, se incrementa sólo en 1,25 el espesor del alma del pilar.

Se define la rigidez del alma del pilar a compresión como

$$k_{cwc_{3D}} = h(r_m) \frac{0,7Eb_{eff,cwc}1,25t_{wc}}{d_{wc}} = h(r_m)1,25k_{cwc}; \quad (12.55)$$

siendo  $k_{cwc}$  la rigidez correspondiente general definida en el Eurocódigo, mostrada en este mismo documento en (5.41).

La expresión de los efectos tridimensionales  $h(r_m)$  se ajusta a los resultados del análisis paramétrico (Figura 11.12) mediante la expresión

$$h(r_m) = \frac{0,8}{11r_m - 2,4} + 1. \quad (12.56)$$

El componente definitivo tridimensional para el alma a compresión, considerando los efectos tridimensionales, se define como

$$k_{cwc_{3D}} = \left( \frac{0,8}{11r_m - 2,4} + 1 \right) 1,25k_{cwc}. \quad (12.55')$$

### 12.3.4. Aplicación del modelo de componentes

Las modificaciones propuestas para cada uno de los componentes en esta Sección 12.3 son aplicadas aquí a las uniones ensayadas en el Capítulo 10. Como en el caso de la unión del eje menor, se analizan con las formulaciones del Eurocódigo (CEN, 2005b) y Faella y otros (2000). Los Cuadros 12.9 y 12.10 muestran los resultados de los análisis para ambas aproximaciones de la unión tridimensional cargada individualmente ( $r_m = \infty$ ) o junto con la del eje menor ( $r_m = 1,62$ ).

El Cuadro 12.11 muestra los resultados obtenidos para la unión tridimensional, junto con los valores experimentales. Como ocurría con la unión del eje menor, la aproximación con las modificaciones de Faella y otros (2000) obtiene mejores resultados. El Eurocódigo obtiene uniones entre un 30 % y un 70 % más rígidas.

La Figura 12.23 indica la modificación en la rigidez del modelo en función del parámetro  $r_m$ . Se presenta para los valores en los que se realizó el análisis paramétrico en la Sección 11.3. Las modificaciones propuestas reproducen con bastante exactitud las variaciones entonces analizadas.

## 12.4. Conclusiones

En este capítulo se ha aplicado el método de los componentes al cálculo de la rigidez de las uniones tridimensionales en el eje mayor y menor. Para ello se ha desarrollado

<sup>10</sup>Estos fenómenos de rigidez pueden ser objeto de futuros estudios más detallados.

**Cuadro 12.9:** Ensayo B-M ( $3d - M - q_2$ ). Modelo de componentes para la unión del eje mayor de chapa de testa fina ( $t_{ep} = 10$  mm), con carga bidimensional ( $r_m = \infty$ )

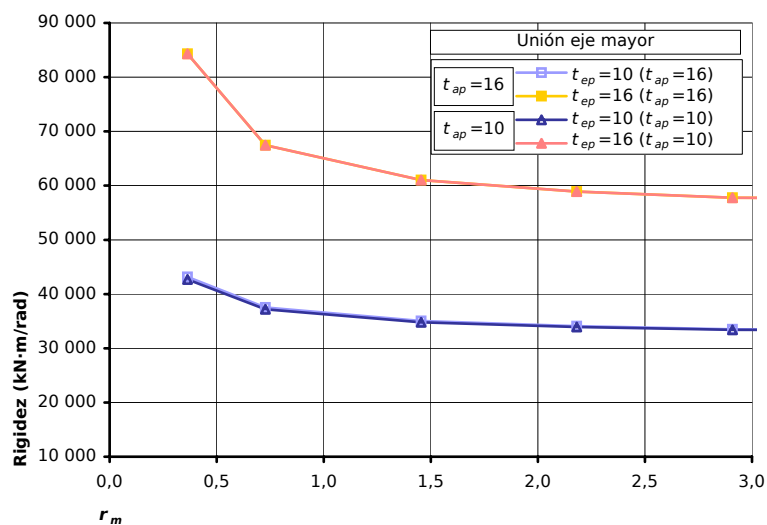
Modelo propuesto + (kN · m/rad)		$r_m = \infty$		$r_m = 1,62$	
		Eurocódigo	Faella y otros (2000)	Eurocódigo	Faella y otros (2000)
		48 553,86	32 203,64	50 709,97	34 363,17
		54,08 %	2,20 %	42,76 %	-3,26 %
Experimental		31 511,77		35 521,46	
Fila 1	$epb_1$	283 395,00	157 441,67	283 395,00	157 441,67
(N/mm)	$bt_1$	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67
	$cfb_1$	3 665 935,12	1 115 157,98	4 811 537,74	1 463 644,21
	$cwt_1$	2 942 827,57	2 301 923,58	3 402 643,63	2 661 598,56
Fila 2	$epb_2$	660 316,40	583 296,50	660 316,40	583 296,50
(N/mm)	$bt_2$	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67	2 566 666,67
	$cfb_2$	3 665 935,12	1 115 157,98	4 811 537,74	1 463 644,21
	$cwt_2$	2 942 827,57	2 301 923,58	3 402 643,63	2 661 598,56
Compresión	$cwc$	2 483 344,51	1 851 481,05	2 612 685,18	1 947 912,21

**Cuadro 12.10:** Ensayo A-M ( $3d - M - q_2$ ). Modelo de componentes para la unión del eje mayor de chapa de testa gruesa ( $t_{ep} = 16$  mm), con carga bidimensional ( $r_m = \infty$ )

Modelo propuesto + (kN · m/rad)		$r_m = \infty$		$r_m = 1,62$	
		Eurocódigo	Faella y otros (2000)	Eurocódigo	Faella y otros (2000)
		83 824,82	54 797,72	89 613,30	60 230,66
		65,07 %	7,91 %	50,84 %	1,38 %
Experimental		50 782,13		59 408,68	
Fila 1	$epb_1$	1 160 785,91	644 881,06	1 160 785,91	644 881,06
(N/mm)	$bt_1$	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00
	$cfb_1$	3 665 935,12	1 115 157,98	4 811 537,74	1 463 644,21
	$cwt_1$	2 942 827,57	2 301 923,58	3 402 643,63	2 661 598,56
Fila 2	$epb_2$	2 704 655,98	2 389 182,46	2 704 655,98	2 389 182,46
(N/mm)	$bt_2$	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00	2 200 000,00
	$cfb_2$	3 665 935,12	1 115 157,98	4 811 537,74	1 463 644,21
	$cwt_2$	2 942 827,57	2 301 923,58	3 402 643,63	2 661 598,56
Compresión	$cwc$	2 568 152,21	1 972 634,90	2 701 909,94	2 075 376,15

**Cuadro 12.11:** Comparación de los resultados del modelo propuesto con los resultados experimentales (valores en kN · m/rad)

Ensayo	$r_m = \infty$		$r_m = 1,62$	
	A-M	B-M	B-Mn	A-Mn
Experimental	50 782,13	31 511,77	59 408,68	35 521,46
Eurocódigo	83 824,82 65,07 %	48 553,86 54,08 %	89 613,30 50,84 %	50 709,97 42,76 %
Faella y otros (2000)	54 797,72 7,91 %	32 203,64 2,20 %	60 230,66 1,38 %	34 363,17 -3,26 %

**Figura 12.23:** Unión tridimensional en el eje mayor. Rigidez de la unión en función de  $r_m$ 

previamente la formulación de rigidez del alma y la chapa adicional a flexión. Se ha comprobado la validez de los modelos propuestos con experimentos publicados por otros investigadores para uniones en el eje menor, y con los resultados experimentales previamente obtenidos para las tridimensionales.

Se han propuesto modificaciones para incluir el comportamiento tridimensional de la unión, tanto en el eje mayor como en el menor. Los Cuadros 12.8 y 12.11 reúnen los resultados de la aplicación del modelo de componentes para la unión tridimensional expuesto en este capítulo comparados con sus correspondientes resultados experimentales. El modelo propuesto obtiene predicciones aceptables para la rigidez, considerando además los efectos tridimensionales.

## 12.5. Referencias

CEN (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (EN 1993-1-8:2005)*.

- Costa Neves, L.; Simoes da Silva, L. y Vellasco, Pedro C.G. da S. (2005). «A Model for Predicting the Stiffness of Beam to Concrete Filled Column and Minor Axis Joints under Static Monotonic Loading». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–131–4.10–138. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).
- Costa Neves, L.F. da (2004). *Comportamento monotónico e cíclico de ligações de eixo fraco e tubulares em estruturas metálicas e mistas aço-betão*. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Civil. Facultad de Ciencias y Tecnología. Universidad de Coimbra (Portugal).
- Davies, G. y Packer, J.A. (1982). «Predicting the strength of branch plate-RHS connections for punching shear». *Canadian Journal of Civil Engineering*, **9(3)**, pp. 458–467.
- de Lima, L.R.O.; de Andrade, S.A.L. y da S.Vellasco, P.C.G. (1999). «Bolted Semi-Rigid Connections in the Column's Minor Axis». En: J. Studnicka; F. Wald y J. Machacek (Eds.), *Proceedings of the Eurosteel'99 Conference*, pp. 473–476. Czech Technical University in Prague, Praga (República Checa).
- De Lima, L.R.O.; De Andrade, S.A.L.; Da S.Vellasco, P.C.G. y Da Silva, L.S. (2002). «Experimental and Mechanical Model for Predicting the Behaviour of Minor Axis Beam-to-Column Semi-Rigid Joints». *International Journal of Mechanical Sciences*, **44**, pp. 1047–1065.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. (2000). *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*. New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Ratón, Florida (EEUU).
- Gomes, F.C.T. (1990). «Etat Limite Ultime de la Résistance de L'âme d'une Colonne dans un Assemblage Semi-Rigide d'axe Flexible». *Informe técnico 203*, MSM - Universidad de Lieja, Lieja (Bélgica).
- Johansen, K.W. (1962). *Yield-Line Theory*. Cement and Concrete Association, Londres (Reino Unido).
- Korol, R. y Mirza, F. (1982). «Finite Element Analysis of RHS T-Joints». *Journal of the Structural Division, ASCE*, **108(ST9)**, pp. 2081–2098.
- Kosteski, N.; Packer, J.A. y Puthli, R.S. (2003a). «A Finite Element Method Based Yield Load Determination Procedure for Hollow Structural Section Connections». *Journal of Constructional Steel Research*, **59**, pp. 453–471.
- Kosteski, N.; Packer, J.A. y Puthli, R.S. (2003b). «A finite elemento method based yield load determination procedure for hollow structural section connections». *Journal of Constructional Steel Research*, **59(4)**, pp. 427–559.
- Lemonis, M.E. y Gantes, C.J. (2005). «An Analytical Elastic-Plastic Model for T-Stub Steel Connections». En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), *Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures*, volumen C, pp. 4.10–41–4.10–48. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda).

Lu, L.H.; Winkel, G.D.; Yu, Y. y Wardenier, J. (1994). «Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints». En: *Proceedings of the Sixth International Symposium on Tubular Structures*, Melbourne (Australia).

Neves, L.F.C.; Simões da Silva, L. y da S. Vellasco, P.C.G. (2003). «Characterisation of the Behaviour of the Column Web Loaded in Out-of-Plane Bending in the Framework of the Component Method». En: B.H.V. Topping (Ed.), *Ninth International Conference on Civil and Structural Engineering Computing*, Civil-Comp Press.

Packer, J.; Morris, G. y Davies, G. (1984). «A Limit States Design Method for Welded Tension Connections to I-Section webs». *Journal of Constructional Steel Research*, **12**, p. 3353.

Silva, L.A.P.; Neves, L.F.N. y Gomes, F.C.T. (2003). «Rotational Stiffness of Rectangular Hollow Sections Composite Joints». *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **129(4)**, pp. 487–494.

## Apéndice 12.A Modelado de la resistencia del alma a flexión

Ninguna de las uniones tridimensionales ensayadas tuvo como componente débil para su resistencia la chapa adicional a flexión<sup>11</sup>. Por ello, no se ha desarrollado una propuesta de modelo resistente para la misma. En este anexo se presenta un modelo simplificado para la resistencia del alma del pilar a flexión, convenientemente validado con resultados experimentales.

### 12.A.1 Modelos previos de resistencia

El alma a flexión es un elemento sin un punto claro de plastificación; se produce un efecto membrana que rigidiza su comportamiento post-plástico. No hay criterios claros para determinar su resistencia. Por un lado se han adoptado criterios relacionados con los estados límite (limitando el desplazamiento); otros autores han propuesto criterios derivados de análisis plásticos.

#### Definición del Estado Límite Último en función de criterios de deformación máxima

Korol y Mirza (1982) propusieron un límite de deformación máxima de 1,2 veces el espesor del alma. Este valor se corresponde, según su estudio, a unas 25 veces la deformación elástica del componente.

Lu, Winkel, Yu y Wardenier (1994) definieron la carga última para todos los tipos de nudos soldados a perfiles huecos rectangulares como la que provoca una deformación igual al 3 % del ancho del perfil.

Kosteski, Packer y Puthli (2003b) establecieron un límite de desplazamientos del orden del 1 % del largo del componente. Para fijarlo compararon entre las curvas experimentales y los resultados obtenidos por medio de líneas de rotura.

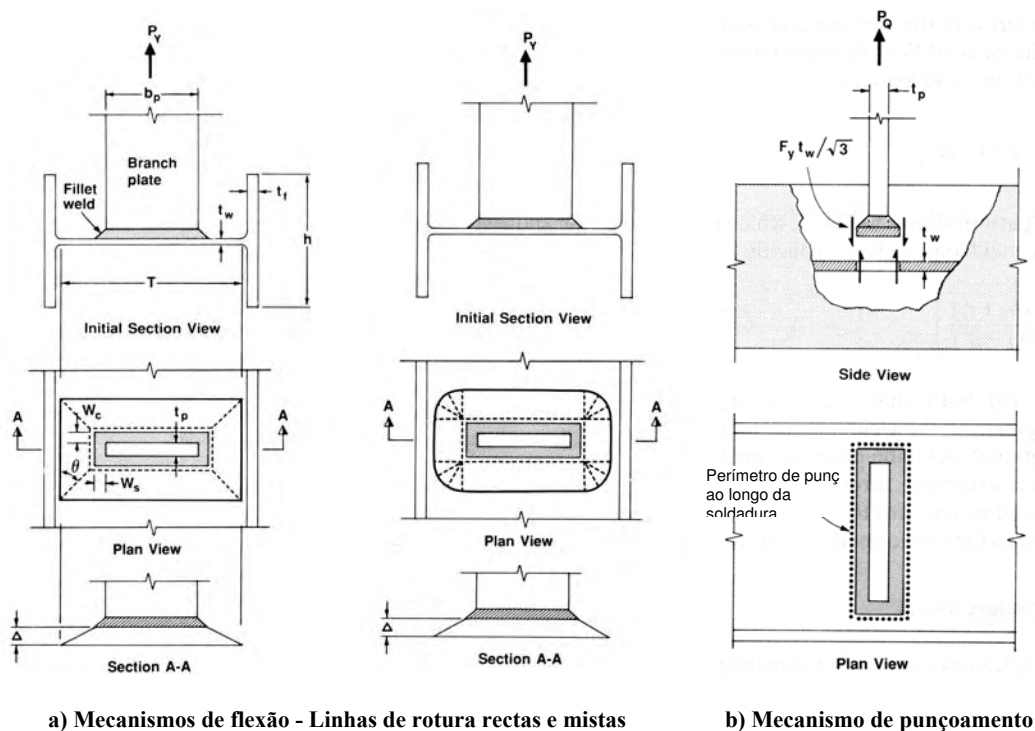
#### Definición del Estado Límite Último en función de análisis plásticos

En el análisis plástico por el método cinemático, a cada mecanismo de colapso se le asocia un factor de cargas. La solución encontrada depende del mecanismo de rotura escogido, y es más exacta cuanto más adecuado sea éste.

Packer, Morris y Davies (1984) propusieron dos mecanismos de rotura, formados por líneas rectas, y por líneas rectas y arcos de circunferencia (Figura 12.24). Su solución fue modificada por Kosteski, Packer y Puthli (2003a) para incluir el esfuerzo axial del pilar.

El mecanismo de rotura formado por líneas rectas, al incorporar explícitamente el ángulo  $\theta$ , obtenía mejores resultados (Packer y otros, 1984). Los resultados son de todos modos muy inseguros para valores elevados de  $\beta$  (12.1b) (superiores a 0,95): la carga experimental es apenas el 12 % de la predicción.

<sup>11</sup>El componente débil en todos los casos fue la chapa de testa a flexión. Por eso se comparó su resistencia teórica con la obtenida experimentalmente (ver Sección 10.2.3).



a) Mecanismos de flexão - Linhas de rotura rectas e mistas

b) Mecanismo de punção

Figura 12.24: Mecanismos de rotura del alma a flexión (Packer y otros, 1984)

Para estos valores elevados de  $\beta$ , Packer y otros (1984) propusieron un mecanismo de punzonamiento puro (Figura 12.24). Mejora la predicción, pero sigue sobrestimándose la carga de rotura (la carga experimental ronda en este caso un 30 % de la analítica).

Davies y Packer (1982) habían desarrollado previamente un modelo mixto que integraba los comportamientos de flexión y punzonamiento. Se considera punzonamiento cerca de los bordes y flexión en la zona central (Figura 12.25). Con esta formulación se obtiene un error máximo del 20 %.

Gomes (1990) optimizó los mecanismos propuestos con un modelo de líneas rectas y funciones logarítmicas (Figura 12.26). La fuerza es aplicada por un rectángulo rígido<sup>12</sup> de dimensiones  $b \times c$ . En una unión soldada, su dimensión es conocida. Para las uniones atornilladas propone una simplificación (12.32), ya explicada en el apartado 12.1.2 (página 298).

La fuerza plástica correspondiente al mecanismo de rotura local mostrado en la Figura 12.26 se define como

$$F_{local} = k\alpha m_{pl}. \quad (12.57)$$

<sup>12</sup>Esta suposición es la adoptada también en el modelo de rigidez previamente presentado en la Sección 12.1.



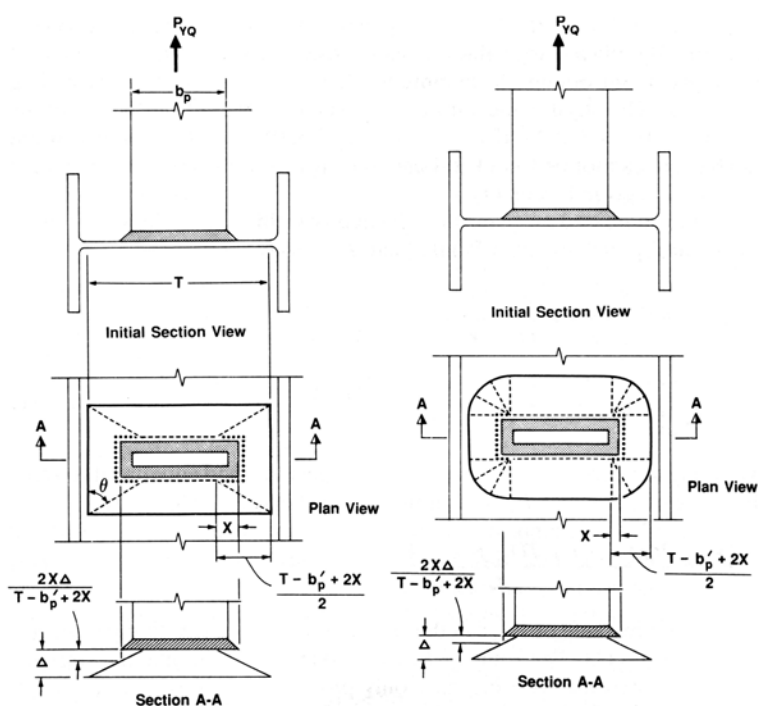


Figura 12.25: Mecanismos mixtos flexión-punzonamiento de rotura para el alma a flexión (Davies y Packer, 1982)

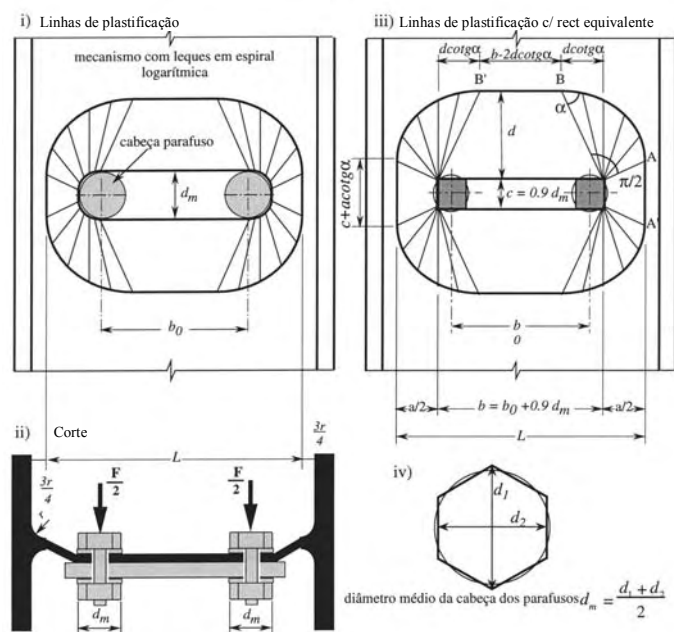
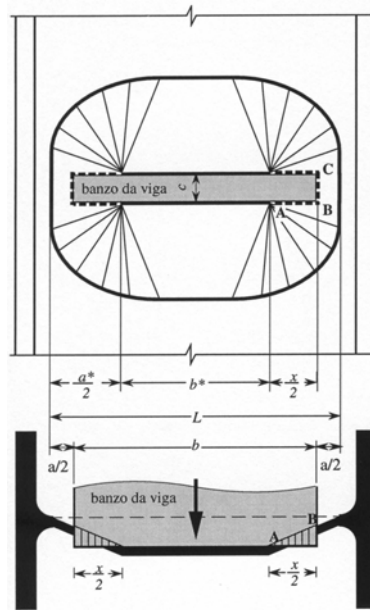


Figura 12.26: Mecanismo de rotura local com espirales logarítmicas (Gomes, 1990)



**Figura 12.27:** Mecanismo mixto flexión-punzonamiento de rotura para el alma a flexión (Gomes, 1990)

Las constantes requeridas en la fórmula son

$$m_{pl} = \frac{1}{4} t_w^2 f_y, \quad (12.58a)$$

$$\alpha = \frac{4}{1 - \frac{b}{L}} \left( \pi \sqrt{1 - \frac{b}{L}} \right) + 2 \frac{c}{L}, \quad (12.58b)$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{b+c}{L} \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \frac{b+c}{L} & \text{si } \frac{b+c}{L} \leq 0,5 \end{cases} \quad (12.58c)$$

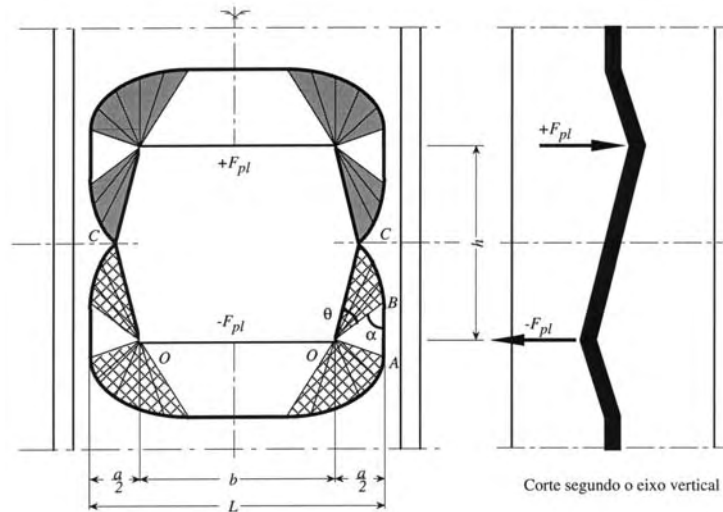
El parámetro  $m_{pl}$  representa el momento correspondiente a la rótula plástica;  $\alpha$ , como se indica en la Figura 12.26, se corresponde con el ángulo de la espiral logarítmica; y  $k$  es una corrección introducida por calibración con simulaciones numéricas, que ajusta el criterio de cedencia de Johansen (1962) al de von Mises.

Gomes (1990) determinó también las soluciones correspondientes a la rotura por punzonamiento alrededor de un número  $n$  de cabezas de tornillos,

$$F_{Q1} = n \pi d_m t_w \frac{f_y}{\sqrt{3}}; \quad (12.59a)$$

en torno a un área rectangular,

$$F_{Q1} = 2 (b + c) t_w \frac{f_y}{\sqrt{3}}; \quad (12.59b)$$



**Figura 12.28:** Mecanismo global con espirales logarítmicas para la rotura del alma a flexión (Gomes, 1990)

y la rotura mixta según el mecanismo de rotura mostrado en la Figura 12.27,

$$F_{Q2} = 4m_{pl} \left[ \frac{\pi \sqrt{L(a+x)} + c}{a+x} + \frac{2cx + x^2}{\sqrt{3}t_w(a+x)} \right]; \quad (12.60)$$

donde  $x$  es determinado por iteración. Este último mecanismo se basa en la suposición de un mecanismo de flexión de un rectángulo de dimensiones ficticias  $b^* \times c$ , y un mecanismo de punzonamiento en el contorno restante. La proporción entre ambos mecanismos es controlada por la variable  $x$ .

Si la plastificación del alma es simultánea en las dos alas de la viga (mecanismo global), Gomes (1990) propone el mecanismo de la Figura 12.28:

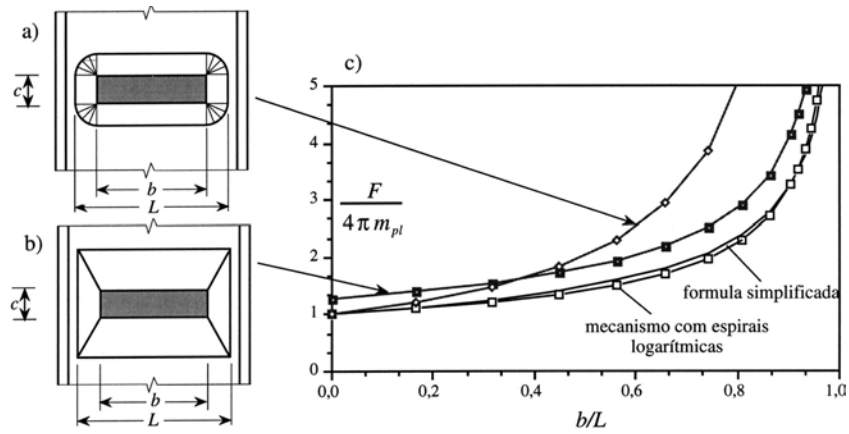
$$F_{global} = \begin{cases} m_{pl} \left( \frac{2b}{h} + \frac{\alpha k}{2} + \pi + \frac{2h}{L-b} \right) & \text{si } \frac{h}{L-b} \geq 1 \\ m_{pl} \left( \frac{2b}{h} + \frac{\alpha k}{2} + \pi + 2 \right) & \text{si } \frac{h}{L-b} \leq 1 \end{cases} \quad (12.61)$$

Los mecanismos logarítmicos de Gomes (1990) obtienen mejor aproximación para la carga y el momento plástico que los de Packer y otros (1984), como se muestra en la Figura 12.29.

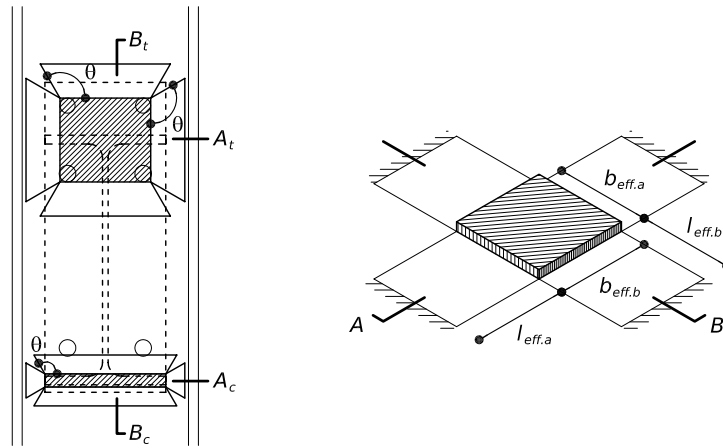
## 12.A.2 Modelo de resistencia del alma a flexión

Los modelos de Gomes (1990) mostrados conllevan un largo proceso de comprobación. No son adecuados si se consideran como una parte dentro de otro cálculo más complejo, el método de los componentes de la unión completa.

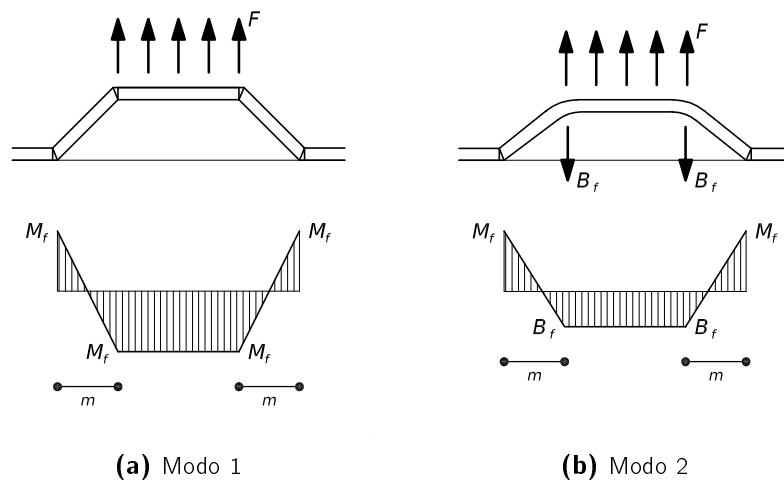
Se propone por ello un modelo estructural muy sencillo, con una filosofía similar a las propuestas del Eurocódigo. Se supone el componente formado por cuatro vigas



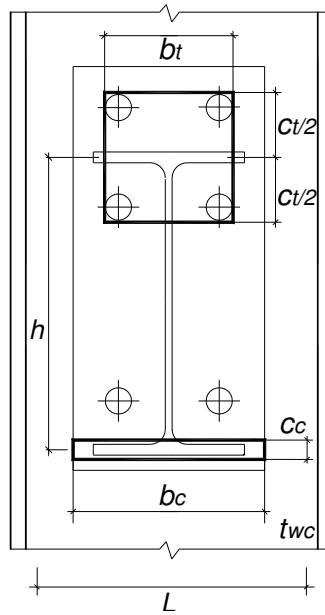
**Figura 12.29:** Gráfica comparativa entre los mecanismos de de rotura propuestos por Packer y otros (1984) (Figura 12.24) y por Gomes (1990) (Figura 12.26), según Gomes (1990)



**Figura 12.30:** Modelo de resistencia propuesto para el alma a flexión



**Figura 12.31:** Mecanismos plásticos propuestos para la rotura del alma del pilar a flexión



**Figura 12.32:** Rectángulos rígidos equivalentes para el modelo de resistencia propuesto (Costa Neves, 2004; Gomes, 1990)

equivalentes, como se muestra en la Figura 12.30. Sus longitudes y anchos efectivos son análogos a los tomados para el modelo de rigidez.

Como proponen Gomes (1990) y Costa Neves (2004), se toma como zona efectiva para el comportamiento plástico la correspondiente a las dos filas de tornillos en conjunto (Figura 12.32). Las dimensiones de este rectángulo rígido central son (de modo similar al caso elástico):

$$b_t = w + d_m \approx w + 1,5d_b, \quad (12.62a)$$

$$c_t = p + d_m \approx p + 1,5d_b, \quad (12.62b)$$

$$b_c = b_b + t_{ep}, \quad (12.62c)$$

$$c_c = t_{fb} + t_{ep}. \quad (12.62d)$$

Al tomar las filas de tracción como una única fila, se simplifica la estimación del ancho efectivo (Figura 12.30):

en la zona de tracción, para la viga  $A_t$ ,

$$b_{eff} = c_t + 2m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_t + 1,2m_t; \quad (12.63a)$$

y para la  $B_t$ ,

$$b_{eff} = b_t + 2m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx b_t + 1,2m_t; \quad (12.63b)$$

en la zona de compresión, para la viga  $A_c$ ,

$$b_{eff} = c_c + 2m_c \operatorname{tg} 30^\circ \approx c_c + 1,2m_c; \quad (12.63c)$$

y para la  $B_c$ ,

$$b_{eff} = b_c + 2m_c \operatorname{tg} 30^\circ \approx b_c + 1,2m_c. \quad (12.63d)$$

La longitud efectiva de las vigas  $A$  es equivalente a la del modelo elástico (es la adoptada en el modelo de rigidez). En el caso de la viga equivalente vertical,  $B$ , se adopta una longitud en función de la de  $A$ , con un ángulo de dispersión de  $30^\circ$ . La longitud equivalente resultante,  $m_B$ , es

$$m_{tB} = 2m_t \operatorname{tg} 30^\circ \approx 1,2m_t \quad (12.64a)$$

en la zona de tracción, y

$$m_{cB} = 2m_c \operatorname{tg} 30^\circ \approx 1,2m_c \quad (12.64b)$$

en la de compresión.

La Figura 12.31 muestra los posibles mecanismos de rotura. Se requiere la formación de cuatro rótulas plásticas en cada una de las vigas. Los mecanismos de rotura que se pueden producir son (según los modos indicados en el Eurocódigo para el *T-stub* tipo): modo 1, cuatro rótulas en el alma; modo 2, dos rótulas en el alma y en los tornillos; modo 3, rotura de los tornillos.

La resistencia del alma es

$$M_{f.Rd} = \frac{b_{eff} t_{wb}^2 f_y}{4}. \quad (12.65)$$

Esta expresión resulta al simplificar la expresión exacta de la resistencia

$$M_u = \frac{b_{eff} t_{wc}^2}{12} \left( f_y + 2f_u - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_u} (f_u - f_y) - \left( \frac{\epsilon_y}{\epsilon_u} \right)^2 f_u \right), \quad (12.66)$$

suponiendo que  $\epsilon_u \gg \epsilon_y$  (hipótesis válida para el acero) e idealizar el comportamiento a una representación bilineal elasto-plástica. El punto de intersección de las dos líneas es el correspondiente al valor dado como resistencia de la chapa,  $M_{f.Rd}$  (Lemonis y Gantes, 2005).

Se obtienen las siguientes resistencias:

- para el modo 1 (Figura 12.31(a)), la resistencia de la viga viene dada por

$$F_{cwb.m1} = \frac{4M_{f.Rd}}{m}; \quad (12.67)$$

- en el modo 2 (Figura 12.31(b)) se produce plastificación en la chapa y en los tornillos, por lo que (simplificando la distancia de las rótulas plásticas a  $m$ )

$$F_{cwb.m2} = \frac{2M_{f.Rd} + 2mB_{Rd}}{m}; \quad (12.68)$$

- en el modo 3, su resistencia es la rotura de los cuatro tornillos,

$$F_{cwb.m3} = 4B_{Rd}. \quad (12.69)$$

**Cuadro 12.12:** Ensayos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004). Aplicación del modelo resistente propuesto para las vigas equivalentes  $A_t$  y  $B_t$  del alma a flexión en la zona de tracción

		Ensayo	
		E1	E4
	$B_{Rd}$	158 400,00	158 400,00
	$M_{f.Rd}$	456 802,50	831 445,31
$A_t$	Modo 1	44 686,86	15 217,91
	Modo 2	339 143,43	324 410,95
	Modo 3	633 600,00	633 604,00
	Resistencia	44 686,86	15 217,91
$B_t$	Modo 1	35 411,05	29 961,99
	Modo 2	334 505,52	331 783,00
	Modo 3	316 800,00	316 800,00
	Resistencia	35 411,05	29 961,99

Como siempre, la resistencia correspondiente es la mínima de los tres modos

$$F_{cwb.i} = \text{mín} \{ F_{cwb.m1}, F_{cwb.m2}, F_{cwb.m3} \}. \quad (12.70)$$

La resistencia total del componente es la dada por la suma de las resistencias de ambas vigas,

$$F_{cwb.Rd} = F_{cwb.A_i} + F_{cwb.B_i}. \quad (12.71)$$

en cada una de las zonas de tracción y compresión.

### 12.A.3 Aplicación del modelo de resistencia del alma del pilar a flexión

Se comprueba la validez del modelo propuesto con los experimentos que se han empleado como validación para el modelo de rigidez.

Los valores indicados como momento plástico de la unión son los estimados por el autor de los ensayos. Así, la resistencia del experimento E1 es de 18 kN · m, y la del E4 es 12,5 kN · m (Costa Neves, 2004).

En los Cuadros 12.12 y 12.13 se indican los valores obtenidos para las vigas equivalentes  $A$  y  $B$  propuestas en este método. En el Cuadro 12.14 se compara la resistencia obtenida con la experimental. En los dos experimentos el componente débil es el alma, por ese motivo su resistencia es la de la unión. La simplificación propuesta proporciona estimaciones bastante precisas del comportamiento resistente de la unión para las dos uniones analizadas.

**Cuadro 12.13:** Ensayos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004). Aplicación del modelo resistente propuesto para las vigas equivalentes  $A_c$  y  $B_c$  del alma a flexión en la zona de compresión

		Costa Neves (2004)	
		E1	E4
	$B_{Rd}$	158 400,00	158 400,00
	$M_{f,Rd}$	190 334,38	453 234,38
$A_c$	Modo 1	27 685,00	23 544,64
	Modo 2	330 642,50	328 574,32
	Modo 3	316 800,00	316 800,00
	Resistencia	27 685,00	23 544,64
$B_c$	Modo 1	66 047,92	38 069,20
	Modo 2	349 823,96	335 836,60
	Modo 3	316 800,00	316 802,00
	Resistencia	66 047,92	38 069,20

**Cuadro 12.14:** Ensayos de uniones en el eje menor con chapa de testa extendida (Costa Neves, 2004). Resultados obtenidos

		Costa Neves (2004)		
		E1	E4	
Resistencia kN · m	Experimental	18,00	12,50	
	Modelo propuesto	17,69	11,75	
		-1,75 %	-6,03 %	
Componentes N	Tracción	$epb_1$	136 429,91	156 401,81
		$epb_2$	194 386,05	208 889,05
		$cwb_t$	80 097,91	45 179,90
		$bwt$	219 401,01	219 401,01
	Compresión	$bwc$	316 788,51	316 788,51
		$cwb_c$	93 732,92	61 613,84