



Universidad de Navarra

Facultad de Ciencias

Estudio experimental de la descarga de medios granulares
en silos sometidos a vibraciones.

Cristian Pablo Mankoc

Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra

ISBN 978-84-8081-366-2



Universidad de Navarra
Facultad de Ciencias

Estudio experimental de la descarga de medios granulares en silos sometidos a vibraciones.

Memoria presentada por **D. Cristian Pablo Mankoc** para aspirar al grado de Doctor por la Universidad de Navarra

El presente trabajo ha sido realizado bajo mi dirección en el Departamento de Física y Matemática Aplicada y autorizo que sea presentado ante el Tribunal que lo ha de juzgar.

Pamplona, 26 de septiembre de 2009

Dr. Angel Garcimartín Montero

Declaración:

Por la presente yo, **D. Cristian Pablo Mankoc**, declaro que esta tesis es fruto de mi propio trabajo y que en mi conocimiento, no contiene ni material previamente publicado o escrito por otra persona, ni material que sustancialmente haya formado parte de los requerimientos para obtener cualquier otro título en cualquier centro de educación superior, excepto en los lugares del texto en los que se ha hecho referencia explícita a la fuente de la información.

De igual manera, autorizo al Departamento de Física y Matemática Aplicada de la Universidad de Navarra, la distribución de esta tesis y, si procede, de la "fe de erratas" correspondiente por cualquier medio, sin perjuicio de los derechos de propiedad intelectual que me corresponden.

Pamplona, 26 de septiembre de 2009

D. Cristian Pablo Mankoc

© Cristian Pablo Mankoc

Derechos de edición, divulgación y publicación:

© Departamento de Física y Matemática Aplicada, Universidad de Navarra

A mis padres.

Agradecimientos

Todo proyecto que se prolonga en el tiempo no puede concluirse sin el apoyo de multitud de personas. Ese apoyo no solo se hace de manera activa sino también pasivamente e inclusive sin que ninguno de los implicados sepa que lo están haciendo. Por tanto es de rigor agradecer a todos los que han ayudado a que este trabajo llegue a buen puerto.

En primer lugar tengo que agradecer a mi director Ángel Garcimartín, por la infinita paciencia que ha tenido durante todo el desarrollo de esta tesis y haber soportado todos mis descuidos y metidas de pata. Conjuntamente debo dar las gracias por todo a los miembros del Grupo de Medios Granulares que han sido tanto mentores como compañeros de ruta estos años y que sin ellos este trabajo no hubiera llegado a ningún lado: Diego Maza, Iker Zuriguel, Martín Pastor, Roberto Arevalo, Alvaro Janda, Manuel Acebedo e Iván Sanchez. Debo mencionar asimismo a Luis Pugnaroni, que siempre ha sido fuente de muy buenas ideas y cuyo “experimento para hacer en la esquina de la mesa” va ya por la segunda tesis.

No puedo olvidarme de todos mis compañeros de doctorado, tanto los que ya han concluido como los que aún siguen en camino: Montserrat Miranda, María Yoldi, Alberto de la Torre, Maximiliano Giuliani, Cristina Arcos, Diana Gonzalez, Moorthi Pichumani, Tomas Gonzalez, Iván Martínez, Joaquín Goñi y Gerard Vidal. Debo agradecer también a todo el personal del departamento que desde el primer momento hicieron que no me sintiera un extranjero: Sergio Ardanza-Trevijano, Jean Bragard, Javier Burguete, María Jesús Chasco, Jorge Elorza, Wenceslao González, Héctor L. Mancini, Carmen Palacios, Antonio Peláez, Pilar Ayúcar y Pedro Elizalde.

Este trabajo no podría siquiera haberse iniciado sin las becas que me ha concedido la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra entre el año 2004 y el 2009.

Debo agradecer también a todos mis amigos, tanto los que están cerca como los que ahora se encuentran lejos. Muchas veces ellos han sido el apoyo que me permitió seguir adelante cuando las cosas no iban bien y la voluntad de seguir flaqueaba. Así que Ana, Beatriz, Teresa, Vanessa, Alberto, Jorge y el resto de su familia, Maxi y Oski gracias por aguantarme en las buenas y en las malas todos estos años. Además quiero agradecer a toda la familia Browning, que se han convertido en una familia postiza aquí en Pamplona.

Luthien, espero que algún día puedas leer estas líneas y sepas que fuiste el motivo de que no dejara todo y me dedicara a otra cosa.

Por último, pero primeros de todos. Tengo que agradecer a mi familia, tanto a mis hermanos Andrés y Luciano, como a mis padres. Ellos tuvieron que soportar el que me fuera lejos durante los últimos cinco años, y ellos siempre han sido el apoyo y la motivación que he necesitado. Y si llegué hasta aquí es por ellos. Y espero que ahora si puedan decir “m’ijo el doctor”.

Índice general

Prólogo	xi
Abreviaturas y Símbolos	xv
1 Introducción	1
1.1 Medios Granulares	1
1.2 Vibraciones en medios granulares	4
1.3 Silos	9
1.4 Descarga de Silos	13
1.4.1 Estudios experimentales previos	13
1.4.2 Flujo en la descarga de silos	21
1.5 Silos Vibrados	24
1.6 Objetivos del trabajo	32
2 Sistema experimental	35
2.1 El experimento	35
2.2 Dispositivo experimental	38
2.3 Vibraciones	40
2.4 Material granular	46
2.5 Instrumentación	46
2.6 Protocolo de medida	49
3 Resultados	57
3.1 Estructura interna de una avalancha	57
3.2 Flujo de descarga en presencia de vibraciones.	65
3.3 Estadística de tamaños de avalanchas	68
3.3.1 Avalancha media	70
3.3.2 Probabilidad de atasco	73
3.4 Modelo para la formación de atascos en presencia de vibraciones.	74
3.5 Avalanchas internas.	77
3.6 Probabilidad de ruptura de arcos q	79

3.6.1	Medición de la probabilidad q sometiendo a vibraciones un arco ya formado	81
3.6.2	Estimación de q mediante las probabilidades de paso de partículas p	81
3.6.3	Medida de q mediante el tamaño medio de las avalanchas	83
3.6.4	Cálculo de q a través de la proporción de avalanchas internas.	84
3.6.5	Comparación de las medidas de q	85
Conclusiones y perspectivas		87
A Programa de control del silo		91
Bibliografía		103

Prólogo

Un medio granular consiste en un conjunto de partículas macroscópicas que interactúan entre sí de manera disipativa. A primera vista, parecen ser sistemas simples. Sin embargo, presentan un espectro de comportamientos que no son en absoluto intuitivos. Una característica importante y fundamental de los materiales granulares es que son fuertemente disipativos. Si al sistema no se le inyecta continuamente energía, este alcanza rápidamente un estado de equilibrio mecánico. Un material granular como la arena puede comportarse como un sólido, resistiendo el peso de una persona que pasea por la playa, y fluir como un líquido al dejarla caer entre los dedos. Además la presión en el seno de un material granular alcanza un valor de saturación constante con la profundidad. Tal fenómeno fue descrito originalmente por I. Roberts en 1884[1] y analizado teóricamente por H. Janssen [2] en 1895 quien le dio nombre. Otro ejemplo digno de mención es el hecho que un medio granular compacto debe dilatarse necesariamente cuando es sometido a un esfuerzo cortante que lo deforma; ello es conocido habitualmente como “dilatancia” de Reynolds y fue reportado originalmente por O. Reynolds en 1885 [3].

El estudio de los materiales granulares presenta un interés tanto práctico como fundamental, extremadamente importantes en los procesos industriales actuales; la mayor parte de los productos manufacturados y los alimentos pasan en algún momento por un estado granular. Ejemplos de ello lo tenemos en que la práctica totalidad de los productos mineros están formados por granos, o también la industria farmacéutica, que hace uso tanto de polvos para producir medicamentos como el producto final en forma de pastillas y píldoras. Los estudios sobre la física de medios granulares no son nuevos, ya que se remontan a principios del siglo XIX, como el artículo de M. Faraday de 1831 sobre la formación de pilas en depósitos de arena vibrados verticalmente [4] o los artículos de Reynolds y Janssen mencionados previamente. Dada su gran relevancia en la industria, durante el siglo XX su estudio se desarrolló principalmente en el ámbito de la ingeniería. Esto dio origen a un conjunto de resultados muchas veces empíricos únicamente, sin ahondar en las causas. En décadas recientes se ha renovado el interés por su estudio desde una perspectiva básica.

Un fenómeno interesante y propio de los medios granulares es la formación de atascos, tema sobre lo que trata este trabajo. Las partículas que forman el material pueden formar estructuras mecánicamente estables que impiden su movimiento. La formación de atascos es exclusiva de los materiales granulares: existen otros sistemas tales como agregados coloidales, vidrios de espín y espumas que también pueden formar atascos. Pero los mate-

riales granulares son un sistema paradigmático y relativamente simple de estudiar de los sistemas que forman atascos.

El atasco de un medio granular causa no pocos problemas en la industria. Los materiales formados por granos son almacenados habitualmente en silos. Un silo es una estructura, generalmente de forma cilíndrica, donde se deposita el material. Habitualmente son cargados por su parte superior y se descargan a través de un orificio en la base o en un lateral. La descarga de los granos suele presentar interrupciones causadas por la formación de estructuras estables en la proximidad del orificio de salida y que lo atascan. Ello supone un grave problema en los procesos industriales, para el que se han buscado soluciones prácticas. Uno de tales métodos es la utilización de vibraciones. Las vibraciones rompen las estructuras de partículas que generan los atascos y permiten que el material siga fluyendo.

El estudio de la descarga de silos al ser vibrados, además de presentar interés práctico resulta relevante desde un punto de vista teórico. Se ha postulado que los materiales que pueden atascarse forman de una nueva “fase” de la materia. Se ha conjeturado que una de las variables de la ecuación de estado del estado atascado es lo que se conoce como la “temperatura granular”: una medida de la energía cinética media de las partículas. Dado que los materiales granulares son fuertemente disipativos, si no existe un aporte de energía externo las partículas rápidamente disipan su energía y llegan a un estado de equilibrio mecánico. Uno de los métodos más habituales para introducir energía al sistema es a través de vibraciones. Ello permite explorar las regiones de parámetros en los que la temperatura granular no es nula.

Pese al interés que tiene el estudio de la descarga de silos sometidos a vibraciones, existe sólo un reducido número de trabajos sobre características fundamentales del tema. Y se centran en el estudio del caudal de descarga de los silos para intensidades de vibración con aceleraciones superiores a la de la gravedad. Ello impide que se formen atascos en el sistema.

El presente trabajo tiene como objetivo el estudio de la descarga de silos sometidos a una vibración de intensidad por debajo de la aceleración de la gravedad. Lo que se intenta determinar es cómo afecta a la descarga de silos la presencia de unas vibraciones de poca intensidad. En particular, cómo se ve afectada la formación de atascos en el orificio de salida. Para ello se realizará el estudio de la estadística de los tamaños de avalanchas en el silo vibrado (como avalancha se entiende el evento que transcurre entre la formación de dos atascos consecutivos en la descarga de un silo).

La estructura del trabajo es la siguiente: en primer lugar se describirán las características principales de los medios granulares y que son de relevancia para el estudio de la descarga de silos, se presenta a continuación las principales características y problemas que surgen durante ellas. A continuación se hará un repaso de los trabajos previos relacionados con el tema del presente trabajo. En el segundo capítulo se hace una descripción del dispositivo experimental utilizado, así como del protocolo de medida utilizado. En el tercer capítulo se presentan los resultados obtenidos, y se presenta un modelo simple que intenta dar cuenta de las observaciones. El capítulo de conclusiones resume las contribuciones y presenta algunas

posibles líneas de investigación futuras.

Abreviaturas y Símbolos

P_{sat}	Presión de saturación en la base de un material granular, a causa del efecto Janssen.
Γ	Aceleración máxima de las vibraciones del silo normalizada con la aceleración de la gravedad.
ϕ	Fracción de compactación.
V_a	Volumen aparente del material granular.
V_r	Volumen ocupado efectivamente por las partículas en el material.
S	Tamaño de las avalanchas.
S_M	Moda de la distribución de tamaños de avalanchas.
D	Radio adimensional del orificio de salida del silo.
$n_D(S)$	Distribución de probabilidades de obtener un tamaño de avalancha S en un silo de tamaño D .
D_c	Radio adimensional crítico por encima del cual no se forman atascos.
γ	Exponente de la divergencia potencial.
$J_N(D)$	Probabilidad de que se forme un atasco antes de que caigan N bolas a través de un orificio de diámetro D .
W	Flujo de descarga del material granular.
W_b	Flujo de descarga medido en número de partículas por segundo.
m	Masa de una partícula.
ρ_b	Densidad aparente del material granular.
g	Aceleración de la gravedad.
D_o	Diámetro del orificio de salida.
d	Diámetro de las partículas.
D^*	Diámetro del silo
k	Constante de ajuste para la ley de Beverloo
b	Parámetro de ajuste de la modificación propuesta a la ley de Beverloo.
D_{min}	Mínimo tamaño de un orificio para el que no existen atascos de más de 100 segundos
Φ	Fracción de tiempo en el que el silo se encuentra fluyendo.
Γ_{eff}	Aceleración efectiva de las vibraciones de la base del silo.
θ_i	Angulo de avalancha del material granular.
τ_m	Tiempo de filtrado del monoestable.
Δt_{at}	Tiempo de interrupción del flujo de partículas a través del orificio.
p	Probabilidad de paso de una partícula a través del orificio de salida.

-
- p' Probabilidad de que una partícula atasque el orificio.
 q Probabilidad de ruptura de un atasco.
 q' Probabilidad que un arco formado no se rompa.
 p'_v Probabilidad de formación de atasco en el silo vibrado.
 p'_e Probabilidad de formación de atasco en el silo sin vibrar.
 Δt_{ai} Duración de las avalanchas internas del silo vibrado.
 p_e Probabilidad de paso de una partícula a través del orificio para el silo sin vibrar.
 p_v Probabilidad de paso de una partícula a través del orificio para el silo vibrado.
 $\langle S_e \rangle$ Tamaño medio de las avalanchas en el silo sin vibrar.
 $\langle S_v \rangle$ Tamaño medio de las avalanchas en el silo vibrado.
 n_{in} Número de avalanchas internas en una serie de medidas.
 N Número de atascos permanentes obtenidos.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Medios Granulares

Los medios granulares son materiales formados por un gran número de partículas sólidas que interactúan entre sí de acuerdo con las leyes de la mecánica clásica. Tal definición abarca multitud de sustancias habituales en la vida diaria, como son la arena, las piedras, la sal de cocina o los cereales. Muchos procesos industriales involucran el procesado, almacenamiento y transporte de materiales granulares, desde la producción de medicamentos hasta la industria de la alimentación. De hecho, se estima que en la industria química la mitad de los productos y las tres cuartas partes de los materiales en bruto están en forma de partículas [5]. Por ello, sus características y propiedades se han estudiado profusamente, aunque sólo de una manera relativamente reciente se ha comenzado a indagar cuáles son las causas de la aparición de algunas características específicas de los medios granulares; mas aún, quedan abiertas un gran número de cuestiones.

La definición ofrecida es en extremo genérica, ya que abarca materiales que van desde partículas de polvo de pocas micras de diámetro hasta objetos astronómicos. Es de rigor establecer ya una primera distinción entre el comportamiento de los polvos (como se denominan genéricamente a los medios granulares constituidos por partículas de tamaño menor a aproximadamente $100\mu m$) y el resto; en los primeros las fuerzas cohesivas entre los granos individuales llegan a ser comparables a su peso y por tanto afectan notablemente a su comportamiento. También aparecen fuerzas cohesivas en un material granular si un fluido rellena los huecos entre las partículas, de modo que el material puede comportarse de manera muy diferente si está seco o mojado. El caso más simple de tratar es el de un medio granular seco, en el que las únicas fuerzas entre partículas a considerar son las fuerzas de contacto y la de fricción sólida, siendo despreciables las fuerzas de tipo cohesivo.

Según las circunstancias, los medios granulares pueden comportarse como un sólido, un líquido o un gas. Una pila de granos puede soportar peso con una deformación mínima, al igual que un sólido; sin embargo, si se vierten los granos en un recipiente, adoptan su forma, y al volcarlo fluyen como un líquido; si se agita violentamente, las partículas pueden

asemejarse a un gas. Sin embargo, ninguna de estas analogías son suficientes para describir desde un punto de vista teórico los materiales granulares [6].

Aunque la energía que se pierda en un choque individual entre dos partículas sea muy pequeña, la gran cantidad de granos que conforman el medio (y por tanto el elevado número de colisiones que se producen entre ellos) puede provocar una pérdida de energía muy grande. Así, el coeficiente de restitución del material que constituye los granos no proporciona mucha información sobre la disipación energética en los estados dinámicos de los medios que nos ocupan [7]. Esta capacidad de disipar rápidamente energía tiene aplicaciones prácticas, como por ejemplo la utilización de lechos de arena para amortiguar vibraciones o el balasto bajo las vías de ferrocarril, pero además lleva a otra consecuencia general: los medios granulares se comportan de manera atérmica.

La energía asociada a la temperatura termodinámica de los granos ($k_B T$, donde k_B es la constante de Boltzmann y T la temperatura) es despreciable en comparación con la energía potencial gravitatoria de una partícula individual, por lo que no tiene sentido relacionar la temperatura del material con velocidades macroscópicas de los granos. Sin embargo se suele asociar una “temperatura granular” a las fluctuaciones en torno al valor medio de la velocidad de las partículas que se encuentren en un estado dinámico [8]. Dada la alta disipación de la energía que se da en un medio granular, si no son sometidos a una inyección de energía externa, esta *temperatura granular* decaerá rápidamente. En tal caso se puede llegar a un estado meta-estable del cual no es posible salir sin una perturbación externa, aunque existan estados energéticamente más favorables.

Cuando el medio está quieto, los granos individuales en el interior del material se apoyan en los de su entorno. Los contactos entre partículas no tienen por qué formar una red ordenada, de modo que su estructura no se puede predecir a priori; esta red suele ser altamente inhomogénea y depende de la historia del material [9]. Incluso aunque la disposición de las partículas sea ordenada, pequeñas inhomogeneidades pueden alterar el orden de la red de contactos. Por tanto, un esfuerzo externo se propagará habitualmente a través de la red de contactos de manera irregular. Este aspecto queda ilustrado en la figura 1.1, donde se observa que la distribución de cargas en el interior del material no es homogénea, sino que se forman “cadenas de fuerzas” que transmiten la mayor parte del esfuerzo.

La formación de cadenas de fuerza se pone de manifiesto al medir la presión que ejerce un material granular almacenado en un recipiente. Cuando la altura que alcanza el material es pequeña en comparación con las dimensiones horizontales del recipiente, un incremento de la altura produce un aumento proporcional en la presión sobre la base, de manera similar a lo que ocurre en un fluido (presión hidrostática). Pero al incrementar la cantidad de material en el recipiente, llega un momento en que se observa que la presión deja de ser proporcional a la altura alcanzada, llegando a un valor de saturación; esto es conocido como “Efecto Janssen” [2]. Lo cual sucede porque las cadenas de fuerza transfieren parte del peso del material a las paredes laterales. En la figura 1.2 se muestra la relación existente entre la presión y la profundidad en el seno de un material granular almacenado en un recipiente.

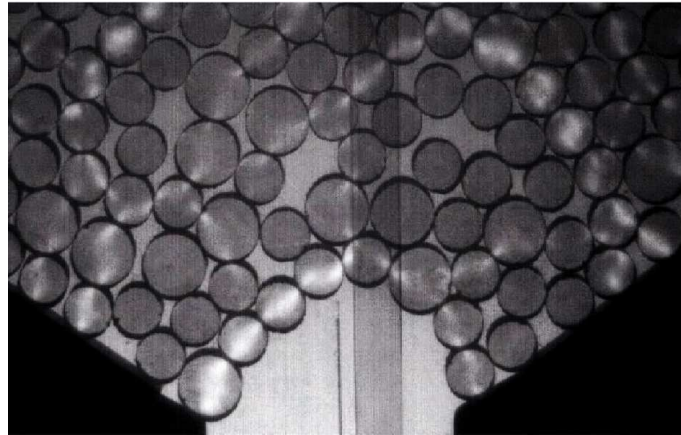


Figura 1.1: Imagen que pone de manifiesto las cadenas de fuerzas en el interior de un material granular, obtenida con partículas fotorrefractivas. La intensidad de las líneas claras es proporcional a la compresión que sufren las partículas. Imagen cedida por I. Zuriguel

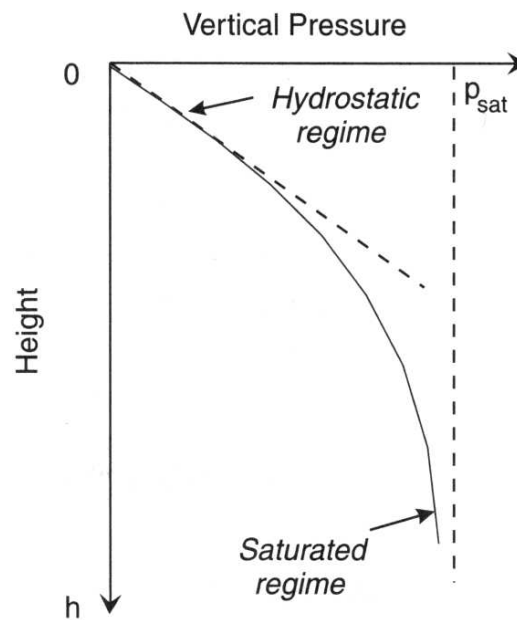


Figura 1.2: Relación entre la presión en el seno del material y la profundidad h en un medio granular almacenado en un recipiente. La presión alcanza un valor de saturación P_{sat} , lo que se conoce como efecto Janssen. Figura obtenida de [10]

Otro fenómeno específico de los medios granulares es la formación de atascos (en inglés, *jamming*). Con este término se designa una configuración mecánicamente estable de los granos que impide su movimiento. Desde un punto de vista genérico, los automóviles, las personas o los animales, pueden considerarse a algunos efectos un medio granular, que puede atascarse y formar embotellamientos en lugares de paso [11]. Otro ejemplo de ello se da en la descarga de un medio granular a través de un orificio, como es el caso de un salero. Existe la posibilidad de que espontáneamente se forme un arco de partículas que tapone el orificio e interrumpa el flujo. Estos arcos se caracterizan por ser estructuras estables respecto a los esfuerzos que genera el peso de las partículas.

Un medio granular atascado es incapaz de explorar todo su espacio de fases, pues se encuentra confinado en una región muy pequeña del mismo. Se ha propuesto [12, 13] que los materiales que forman atascos (una categoría que incluye además otros casos paradigmáticos, como los agregados coloidales, los vidrios estructurales o las espumas) pertenecen a una categoría denominada “materia frágil”. Tales sistemas se caracterizan por la aparición de estructuras mecánicamente estables que resisten ciertos esfuerzos. Un caso típico es un arco. El arco (como elemento de arquitectura) es más estable trabajando en carga. A esos esfuerzos que aumentan la estabilidad mecánica los autores antes citados los denominan “compatibles”. Sin embargo, un cambio en la dirección de la fuerza puede hacer que los esfuerzos pasen a ser “incompatibles”, de modo que esas estructuras pierdan su estabilidad y se rompan.

Se ha conjeturado [14] que un medio granular atascado puede ser considerado como una nueva fase de la materia, descrito todo él por una ecuación de estado, por lo que podría equipararse el proceso de atasco a una transición de fase termodinámica. Se ha propuesto incluso un posible diagrama de fases para tales materiales, tal y como se muestra en la figura 1.3. Como puede verse, las variables propuestas son el inverso de la densidad, la temperatura y la carga que soporta el sistema. Por tanto una alta densidad favorece la formación de atascos, mientras que una alta temperatura o carga sobre el material es desfavorable para su formación. Debe recalarse que el diagrama propuesto es totalmente hipotético, por lo que no se conocen exactamente las fronteras del espacio de las fases o los tipos de transición que se producen.

1.2 Vibraciones en medios granulares

Al ser los medios granulares fuertemente disipativos, si no se le suministra energía al sistema, se alcanza rápidamente un estado estacionario. Tal inyección de energía puede hacerse mediante varios métodos: someter el medio a un campo de fuerzas externo, como por ejemplo la gravedad; imponerle una cizalladura, como ocurre en un flujo de Couette; o aplicándole vibraciones al material. La utilización de vibración tiene un interés adicional por su amplio uso en la industria. En el medio se establece entonces un balance entre la energía introducida en el sistema mediante las vibraciones y la energía disipada en las colisiones; si se alcanza el

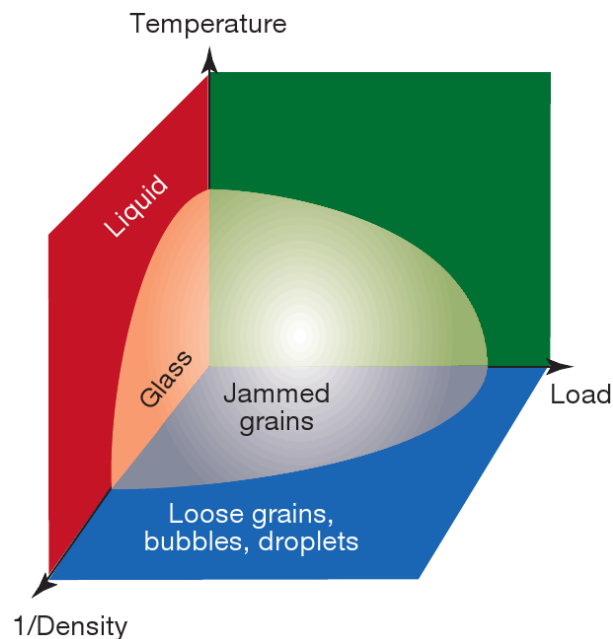


Figura 1.3: Diagrama de fases posible propuesto por A. Liu y S. Nagel para materiales que pueden formar atascos. Figura obtenida de [14]

equilibrio, se mantiene en el sistema una energía cinética media de las partículas constante que permite su reacomodamiento y la formación de nuevas estructuras.

La inyección de energía al sistema mediante vibraciones introduce nuevos parámetros en el problema, tales como la amplitud, la frecuencia y la forma de la vibración, que pueden afectar al comportamiento del material. Aparece también un nuevo tiempo característico: el período de la vibración. Una cuestión interesante es dilucidar qué competición se establece entre estos parámetros y las escalas típicas que existían en el sistema. Por ejemplo, en el flujo de un medio granular a través de un orificio existen algunas escalas de tiempo típicas, como son el tiempo medio de colisiones entre partículas, el tiempo que media entre el paso de dos partículas consecutivas a través de un orificio, o el tiempo que tarda una partícula en caer una distancia igual a su propio diámetro por la acción de la gravedad. Pero es difícil establecer la relevancia de las escalas de tiempo apuntadas, y más aún, cuál de ellas entra en competición con la escala de tiempo de la vibración.

A fin de caracterizar las vibraciones, es habitual adimensionalizar la aceleración a la que se somete al material dividiéndola por la aceleración de la gravedad g :

$$\Gamma = \frac{a}{g} \quad (1.1)$$

Es claro que a y por tanto Γ varían durante la vibración. Existen numerosas formas que puede seguir la aceleración como función del tiempo. De ellas, las más utilizadas en la industria son las sinusoidales y los pulsos. Para el primer caso se suele utilizar el valor máximo de la aceleración como valor característico de la vibración. Debe notarse que la

vibración generada en el medio depende de las particularidades de la muestra, aún cuando al recipiente se le aplique el mismo tipo de vibraciones.

Formación de patrones

Si se somete un medio granular a vibraciones, pueden aparecer estructuras espaciales estables, o patrones (*patterns*, en inglés). En una capa delgada (que en este contexto quiere decir de un espesor equivalente a unas pocas veces el tamaño de un grano) se forman patrones de bandas, cuadrados y hexágonos, cuyas características dependen de los detalles del forzado [15–17]. Ejemplos de ello se ilustran en la figura 1.4.

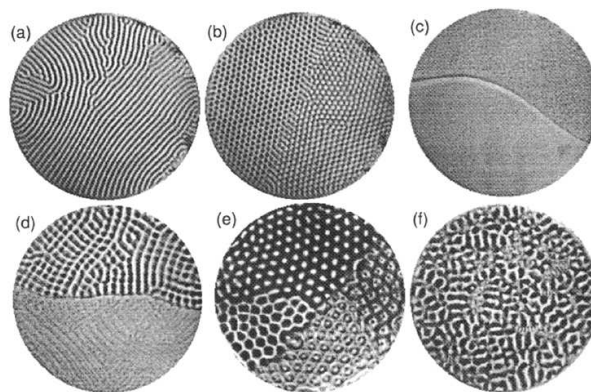


Figura 1.4: Patrones espaciales en una capa granular delgada de 1,2 mm de espesor, obtenidos con partículas de aproximadamente 0,15 mm para aceleraciones de vibración adimensional de a) $\Gamma = 3,3$, b) $\Gamma = 4$, c) $\Gamma = 5,8$, d) $\Gamma = 6$, e) $\Gamma = 7,4$ y f) $\Gamma = 8,5$. Figura reproducida de [17]

Convección granular

Para capas de mayor espesor y aceleraciones máximas de la vibración que superen el valor de la gravedad, se observa la formación de celdas de convección. La explicación de las causas que generan la convección aún no son concluyentes, pero existen pruebas de la implicación de las paredes del recipiente [18–20]. La visualización del medio granular mediante resonancia magnética nuclear parece reforzar la idea de que son las paredes las que generan el movimiento convectivo [21]. La ausencia del gas intersticial puede detener la convección, pero se suele considerar que ese gas sólo actúa como lubricante [22, 23].

Fluidización

Si la aceleración máxima de vibración supera el valor de la aceleración gravitatoria, los medios granulares pueden *fluidizarse*: el material granular ya no es capaz de soportar esfuerzos externos de cizalla sin ponerse en movimiento, debido a la imposibilidad de formar cadenas de fuerzas estables. En este sentido, se comporta de manera análoga a un fluido.

Ello puede observarse frecuentemente en los terremotos, que al sacudir el terreno hacen que las zonas arenosas dejen de soportar los edificios. De hecho, se estima que la mayor parte de los daños materiales que causan los temblores de tierra no se deben al efecto directo de las vibraciones sobre las construcciones, sino a la fluidización del suelo bajo los edificios, lo que provoca su hundimiento y derrumbe.

Segregación granular

Resulta sorprendente que cuando los medios granulares se encuentran en una situación dinámica, con mucha frecuencia se separan los granos unos de otros agrupándose según alguna característica (densidad, tamaño, etc.). A ese efecto se le llama segregación. El fenómeno es muy general, y todavía no se conocen del todo los mecanismos que lo producen. Con la vibración, también es habitual que se produzca algún tipo de segregación. Un caso es el “efecto de las nueces del Brasil”: un intruso –así se llama a una partícula diferente a las del medio– de mayor tamaño tiende a ascender cuando se aplican vibraciones [24, 25]. Se han propuesto algunas causas para la segregación, como la percolación [26] o la convección [27].

El ascenso de los granos de mayor tamaño en el medio es opuesto a la flotación en el caso de los fluidos, ya que la densidad aparente de los objetos más grandes es mayor (el material es el mismo pero la proporción de huecos es menor); y sin embargo ascienden en el seno del material. En función del tamaño y densidad de las partículas, es posible observar también el efecto reverso de las nueces del Brasil, donde el intruso desciende por dentro del material [28, 29]

Fracción de compactación

El volumen ocupado en conjunto por un medio granular es mayor que la suma de los volúmenes de las partículas individuales, ya que debido a la rigidez de los granos que forman el material, forzosamente quedan huecos entre ellos. El parámetro utilizado habitualmente para cuantificar la proporción del espacio ocupado por las partículas es la *fracción de compactación* o compactidad ϕ , que es la razón entre el volumen aparente del material V_a (el volumen total del material incluyendo los intersticios) y el volumen V_r que ocupan únicamente las partículas:

$$\phi = \frac{V_r}{V_a} \quad (1.2)$$

La fracción de compactación de un material formado por partículas esféricas puede cambiar, de manera que el empaquetamiento siga siendo mecánicamente estable. Es decir, aun reteniendo su resistencia a los esfuerzos, la fracción de compactación para un empaquetamiento de partículas esféricas tridimensional puede variar desde un valor $\phi \sim 0,55$ (lo que corresponde al *random loose packing* [30]) hasta valores de $\phi \sim 0,74$ (cuando el material se empaqueta en una estructura totalmente cristalina adoptando un empaquetamiento hexagonal compacto), aunque habitualmente unos valores tan altos no son posibles de alcanzar sin

colocar cada grano en su posición, uno a uno. La mayor fracción de compactación que es posible alcanzar sin recurrir a esos extremos se halla en torno a $\phi \sim 0,64$, correspondiente al *random close packing* [31].

Una forma alternativa de formular la fracción de compactación es a través de la densidad aparente ρ_b , que puede obtenerse a partir del cociente de la masa total de un medio granular (M) entre el volumen total que ocupa (V_a):

$$\rho_b = \frac{M}{V_a} \quad (1.3)$$

La densidad aparente del material se relaciona con la fracción de compactación a través de:

$$\rho_b = \phi \rho \quad (1.4)$$

donde ρ representa la densidad del material que forma los granos.

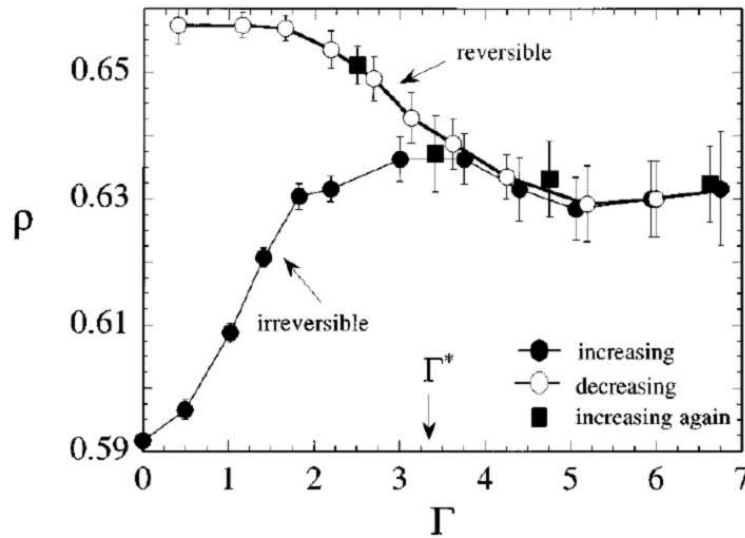


Figura 1.5: Fracción de compactación final de un medio granular al aumentar la intensidad de una serie de “tappings”. Figura reproducida de [32]

Una vez alcanzado un estado de equilibrio, la fracción de compactación del material no puede modificarse sin una perturbación externa. Cuando se somete al material a vibraciones es de esperar que la fracción de compactación se vea afectada. En un trabajo de 1998, Nowak *et. al.* [32] efectuaron un estudio de la influencia sobre la fracción de compactación cuando al recipiente que contiene un medio granular se le aplican vibraciones en forma de *taps*: una serie de sacudidas discretas en dirección vertical. El material granular se colocó en un recipiente de manera que la densidad aparente inicial fuera baja. Tras un cierto número de *taps* la densidad aparente alcanza un estado estacionario. Al incrementar lentamente la intensidad de los *taps* (cuantificada mediante la aceleración máxima alcanzada) se observa un incremento en la densidad aparente del material hasta un cierto umbral de la aceleración Γ^* a partir del cual la densidad aparente se reduce. Si a continuación se reduce lentamente

Γ la densidad aparente crece monótonamente alcanzándose valores superiores a los que se obtuvieron previamente, como puede verse en la figura 1.5.

Todos los fenómenos descritos anteriormente se observan para aceleraciones máximas de vibración que superen la gravedad. Si las aceleraciones se encuentran por debajo de g , la vibración puede tener otros efectos sobre la estabilidad de las cadenas de fuerzas, y así permitir el acomodamiento del material en configuraciones de menor energía.

1.3 Silos

El almacenamiento y transporte de materiales granulares se lleva a cabo habitualmente en silos. La utilización de silos es parte integral del acopio de materiales granulares, tanto en la agricultura como en la industria minera. Existen diferentes tipos de silos, de los cuales los más usuales son los conocidos como de torre, que son estructuras generalmente cilíndricas y fabricadas comúnmente en hormigón, planchas de acero o acero corrugado; su carga se realiza habitualmente por la parte superior y se vacían a través de un orificio en la base o en el lateral. Otros métodos de almacenamiento frecuentemente utilizados son los búnkeres, que consisten en trincheras excavadas en el suelo y recubiertas, donde el material se carga y descarga por la parte superior. Los silos se escogen en razón de su eficacia, coste, facilidad de operación y simplicidad de construcción [33]. Su tamaño va desde unos pocos litros hasta capacidades de $100000 m^3$ [34].

La forma de la base es un detalle relevante en su diseño. Las dos más habituales son la base plana, en cuyo caso el artefacto se llama simplemente silo, en los cuales, por tanto, las paredes laterales mantienen una separación constante en toda la vertical, y los *hoppers* o tolvas, en los que a partir de una cierta altura las paredes del silo se estrechan con un cierto ángulo hasta conformar el orificio de salida.

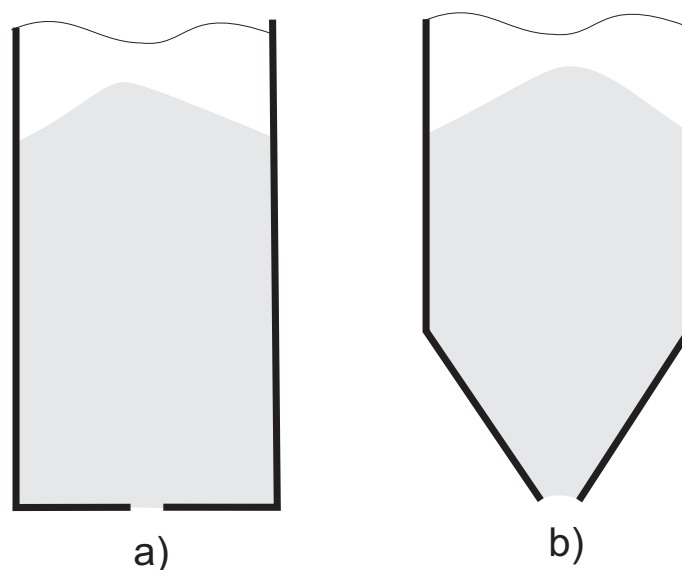


Figura 1.6: Esquema comparativo de un silo (a) y una tolva (b)

En el almacenamiento de materiales granulares suele ser deseable que la salida del material tenga lugar en el mismo orden en el que fue introducido (lo cual es especialmente importante para materiales perecederos). Por tanto el flujo de material en el interior del silo no es cuestión baladí; los ingenieros le han prestado mucha atención (véase por ejemplo [35]). El flujo puede ser básicamente de dos tipos: flujo interno o *funnel flow*, en el que el flujo de material en el interior del silo es en forma de embudo, y el flujo másico (*mass flow*) en el que las posiciones relativas de las partículas permanecen constante durante la descarga. En el primero de ellos se dan algunas zonas de estancamiento cerca de las paredes en las que el medio se mueve muy poco o nada, mientras que en el segundo todo el material cae sin que queden zonas de remanso. Existe también un caso intermedio entre ambos, conocido como flujo mixto, en el que en la parte superior del silo el flujo es másico para transformarse en un flujo *funnel* cerca del orificio de salida.

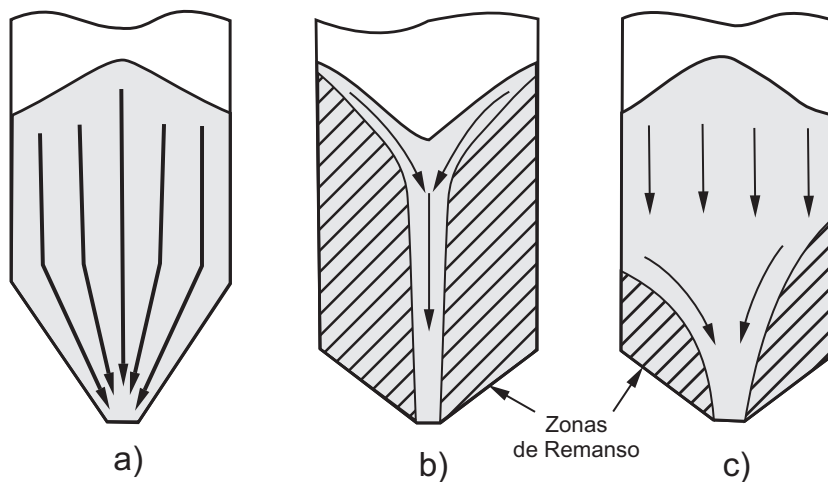


Figura 1.7: Esquema de las diferentes formas de flujo en el interior de un silo. a) Flujo másico, b) Flujo interno y c) Flujo mixto.

La aparición de un tipo u otro de flujo en el interior del silo depende de su diseño, así como de la relación entre la fricción de las partículas entre sí, por un lado, y la de las partículas con las paredes, por otro. Si la fricción con las paredes es mayor que la fricción entre partículas, seguramente el flujo será interno, ya que los granos cercanos al centro presentarán un arrastre menor que los cercanos a las paredes, pudiendo fluir entonces con mayor facilidad. En el caso contrario, la alta fricción entre partículas las forzará para que mantengan sus posiciones relativas durante la descarga. Puede darse el caso de un flujo mixto, en el que el material fluye de manera másica por encima de una cierta altura en el silo y de forma interna por debajo de ella. En la figura 1.8 se muestran las condiciones, obtenidas empíricamente, para la fricción entre partículas (dada por el ángulo de avalancha) y para el ángulo de las paredes de la tolva que llevan a la formación de uno u otro tipo de flujo en una tolva troncocónica.

Durante la descarga de un silo pueden surgir varios problemas. Dos de los más comunes

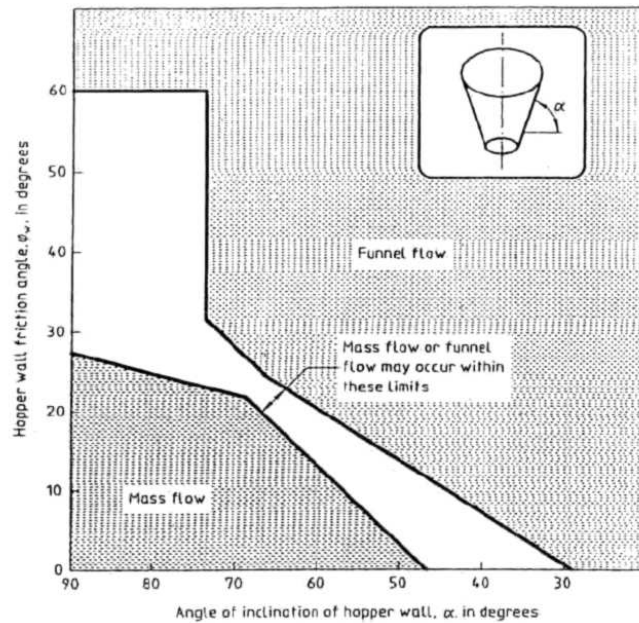


Figura 1.8: Parámetros para la formación de flujos tipo funnel o másicos en una tolva de sección circular [33]

son la formación de arcos, que taponan el orificio e interrumpen el flujo del material, y el *ratholing*, situación en la que los granos permanecen adheridos a las paredes del recipiente y dan lugar a la formación de un tubo vacío que se extiende desde la parte superior del silo hasta el orificio de salida. Ejemplos de ambas situaciones se muestran en la figura 1.9.

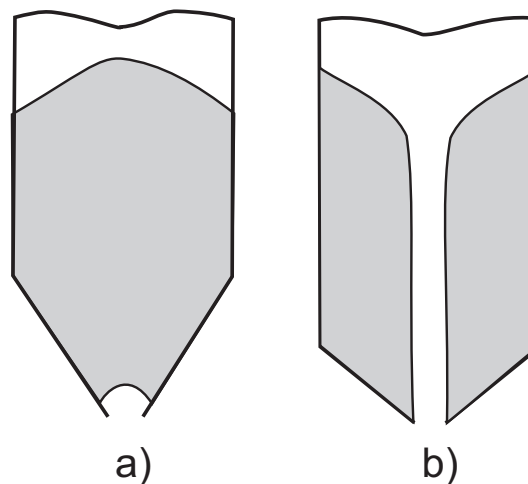


Figura 1.9: Ejemplos de algunos problemas que se generan durante la descarga de un silo: a) formación de arcos, b) *ratholing*

Para remediar esos inconvenientes, debidos a veces a defectos en el diseño del silo, la solución más simple es provocar la reanudación del flujo mediante golpes en las paredes

del recipiente, que perturban el material y rompen las estructuras que detienen el flujo. Un ejemplo de las consecuencias de esta conducta se pueden ver en la fotografía de la figura 1.10, donde se observa la marca de los golpes asestados en la base de la tolva y que indican un diseño defectuoso para el tipo de material que contiene.



Figura 1.10: Fotografía de un silo de almacenamiento de áridos, en el que se observan las marcas de golpes en su pared, para reanudar el flujo de material. En primer plano se puede ver un vibrador de motor con masa excéntrica utilizado para mejorar el flujo.

La aparición de atascos durante la descarga de silos suele ser un efecto no deseado. A fin de evitarlo se suelen ajustar las dimensiones del silo (en particular el tamaño del orificio de salida) para que no sea posible la formación de arcos en la salida. No obstante pueden darse situaciones en las que existan restricciones impuestas por el proceso industrial, por ejemplo debido a limitaciones en las dimensiones de las conducciones de la maquinaria colocada tras el silo en el procesamiento del material granular. En tal caso es necesario recurrir a soluciones alternativas que aseguren un flujo continuo del material. Los sistemas utilizados pueden ser de tipo estático, tales como inclusiones en el interior del silo, que redirigen el flujo interno del material, o sistemas dinámicos, en los que se comunica una perturbación al material. Una de las formas de realizarlo es mediante la inyección de gas comprimido en el interior del silo, para romper los arcos de material que causan el bloqueo. Algunos ejemplos de tales sistemas neumáticos pueden verse en la figura 1.11 a) a f). Otros sistemas para favorecer la descarga son mecánicos, desde el arcaico y peligroso método de introducir una vara a través del orificio de descarga, hasta otros más modernos como agitadores que mueven el material en el interior del silo. Tal es el caso de los vibrofluidizadores de la figura 1.11 e). Asimismo es posible utilizar vibradores colocados en el exterior del silo que provocan un movimiento en sus paredes como el que se puede observar en la fotografía 1.10.

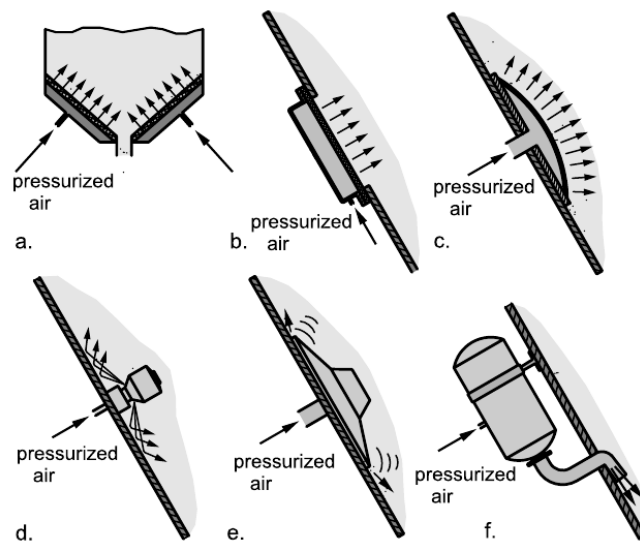


Figura 1.11: Mecanismos neumáticos de asistencia al flujo. a) Tolva con poros, b) caja de aireación, c) parche de aireación, d) boquilla de aireación, e) boquilla de aireación vibrante, f) cañón de aire. Figura reproducida de [36]

1.4 Descarga de Silos

Considerando la amplia utilización de los silos, como se ha expuesto, no resulta sorprendente que el comportamiento de descarga de un silo haya sido estudiado ampliamente de manera tanto numérica [37, 38] como experimental en silos bidimensionales[39–42] y tridimensionales [43, 44]. Los trabajos citados tratan sobre la descarga de silos para pequeños orificios, en los que se forman atascos. Pero se puede encontrar una amplia literatura para silos con orificios mayores en los que la formación de atascos no constituye un problema acuciante, vease por ejemplo [45].

1.4.1 Estudios experimentales previos

Los resultados que se describen a continuación han sido obtenidos por I. Zuriguel [46] para la descarga de silos no vibrados, de base plana; se utilizaron granos esféricos de diversos materiales (principalmente vidrio). Los resultados obtenidos serán el patrón con el cual se compararán los resultados del presente trabajo, dada la gran similitud entre el dispositivo experimental utilizado por dicho autor y el del presente trabajo. Por ello a continuación se describirán los resultados obtenidos, el método utilizado para analizar los datos experimentales y los fenómenos observados.

El dispositivo experimental consiste en un silo a escala, con un orificio en la base, a través del que se descarga el material granular. En el evento de la formación de un atasco se rompe el arco formado mediante un chorro de aire comprimido, a fin de reanudar el flujo de partículas. En los experimentos se miden tanto el número de partículas que atraviesan el

orificio antes de que se atasque, como el tiempo durante el cual caen partículas del orificio. Tales medidas se realizaron para diferentes tamaños del orificio de salida. Se halló que los resultados no dependen del tamaño absoluto del orificio, sino de su tamaño respecto del tamaño de las partículas utilizadas. Por ello es conveniente definir para un orificio de salida su **diámetro adimensional**, el cociente entre el diámetro del orificio (D_o) y el diámetro de las partículas (d):

$$D = \frac{D_o}{d} \quad (1.5)$$

Radio adimensional o diámetro adimensional son expresiones equivalentes que se utilizarán indistintamente en lo sucesivo. El principal observable medido es el **tamaño de avalancha**. El término *avalancha* puede resultar confuso, pues se suele emplear para referirse a los flujos granulares rápidos de corta duración que tienen lugar cuando el material granular se desliza por una pendiente debido a la fuerza de la gravedad. Aquí, en cambio, a falta de un término mejor, se define el tamaño de una avalancha s como el número de partículas que atraviesan el orificio entre dos atascos consecutivos, es decir, el número de granos que caen desde que comienza a salir material porque se desencadena la efusión con el chorro de aire comprimido, hasta que el flujo se detiene debido a la formación de un arco que taponar la salida. El tamaño de las avalanchas se midió pesando el número de partículas que caen del agujero de salida. Tras obtener un número de datos suficiente es posible determinar la función de densidad de probabilidades del tamaño de las avalanchas para el orificio utilizado, como la que se muestra en la figura 1.12, que corresponde a $D = 2,43$.

Se observa que aparecen dos zonas diferenciadas: para radios menores que la moda s_m de la distribución, la probabilidad de obtener una avalancha aumenta con s . La causa de que la función de distribución de probabilidad aumente con s en esa región no se entiende bien; se ha especulado que cuando se desatasca el silo debe caer una cierta cantidad mínima de material, que son los granos que forman el arco. Para D mayor que s_m , la distribución presenta un decrecimiento de tipo exponencial.

Modelo para la distribución de probabilidad del tamaño de las avalanchas

La función de densidad de probabilidad (PDF) determinada experimentalmente puede ser obtenida mediante un modelo probabilístico simple: la hipótesis en que se basa dicho modelo es que la probabilidad de pasar a través del orificio de una partícula cualquiera, p , es independiente de la de sus vecinas. Por tanto la probabilidad de que $s - 1$ granos pasen a través del orificio y a continuación el n -ésimo lo atasque, está dada por:

$$n_D(s) = p^s(1 - p) \quad (1.6)$$

Esta fórmula da la probabilidad de obtener una avalancha de tamaño s para un orificio D determinado, y explica el decrecimiento exponencial observado para valores superiores a la moda, sin tener en cuenta los valores pequeños del tamaño de la avalancha (es decir los inferiores a la moda).

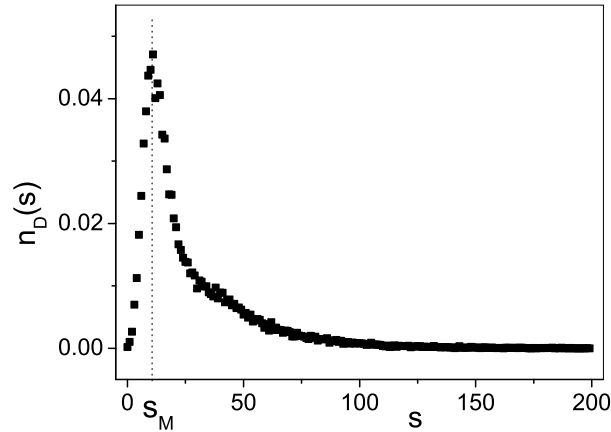


Figura 1.12: Función de distribución de probabilidades de tamaños de avalancha para un silo de base plana no vibrado, con un orificio de salida de radio $D = 2,43$. Figura obtenida de [46]. La línea punteada vertical indica la posición de la moda, denominada s_M

Al tomar logaritmos en la ecuación previa se obtiene una relación lineal:

$$\log(n_D(s)) = \log(1 - p) + \log(p) * s \quad (1.7)$$

por tanto, de admitirse la validez del modelo, al representar la distribución de probabilidad de tamaños de avalanchas en escala semi-logarítmica, la pendiente de la recta que se obtiene debe tener un valor igual a $\log(p)$. Esto constituye una buena aproximación si es posible despreciar la primera parte de la distribución.

Una de las hipótesis centrales del modelo es que la probabilidad p es la misma para todas las partículas del medio sin importar la configuración de su entorno. El modelo supone también que las partículas atraviesan el orificio de manera secuencial; es claro que ello no es siempre cierto. Para orificios de tamaño superior a dos veces el de los granos, existe la posibilidad de que dos partículas caigan una junta a la otra. Consecuencia de ello es que, en el modelo descrito previamente, la formación de un atasco se produce por causa de una única partícula. Obviamente éste no es el caso, ya que el origen de un atasco se encuentra en la formación de un arco en el que intervienen un conjunto de partículas. Sin embargo puede hacerse la suposición que la probabilidad $p' = 1 - p$ se corresponde con la probabilidad de que la partícula considerada sea la que complete un arco que atasca el sistema.

De los datos experimentales se puede obtener p , y es posible caracterizar p en función de D , tal y como se muestra en la figura 1.13. Como puede verse, p aumenta con D , lo que tiene como consecuencia un aumento en la probabilidad de obtener avalanchas de mayor tamaño.

Para comparar la distribución de tamaños de las avalanchas para distintos tamaños de orificio, que pueden variar en varios órdenes de magnitud, es necesario escalar los datos, dividiéndolos por un tamaño característico. Es habitual utilizar el la avalancha media de

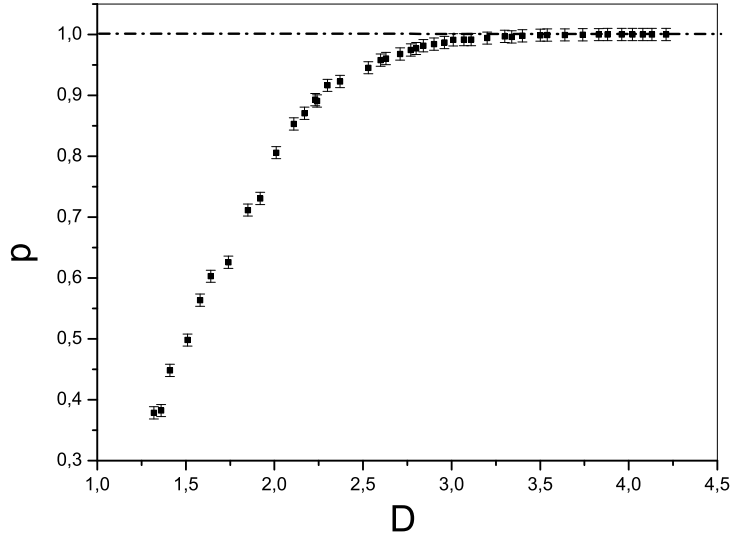


Figura 1.13: Probabilidad de paso de una partícula p en función del radio adimensional del orificio D . Figura obtenida de [46]

cada histograma como parámetro característico [47], definida como:

$$\langle s \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n s_i}{n} \quad (1.8)$$

Los resultados obtenidos para diferentes radios se muestran en la figura 1.14. Puede verse que salvo la zona para $s < s_m$ todos los histogramas colapsan en uno solo. Dado que el peso estadístico de la parte creciente del histograma suele ser pequeño, es posible afirmar que la distribución queda caracterizada por un único parámetro, la avalancha media $\langle s \rangle$.

Los parámetros p y $\langle s \rangle$ están relacionados entre sí. La probabilidad p puede estimarse como el cociente entre el número total de partículas que han atravesado el orificio y el total de partículas lo atravesaron mas la partícula que finalmente lo atasca es decir el cociente entre casos favorables y casos posibles. Asimismo, el tamaño medio de las avalanchas se obtiene del cociente entre el número total de granos que salieron del orificio y el número total de avalanchas que se miden. Por tanto se puede escribir:

$$\langle s \rangle = \frac{p}{1-p} \quad (1.9)$$

Debe tenerse en cuenta que la ecuación 1.9 hace uso de una aproximación, a saber, que en el cálculo de $\langle s \rangle$ a partir de las pendientes de la distribución de tamaños de avalanchas se desprecia la primera parte de la gráfica (correspondientes a valores de $\langle s \rangle$ menores que la moda, donde no se sigue una forma exponencial), y en consecuencia se sobrestima la probabilidad de las avalanchas de pequeño tamaño. Entonces al calcular $\langle s \rangle$ mediante la ecuación 1.9 se tendrá que hay un mayor número de avalanchas menores que s_M del que se mide

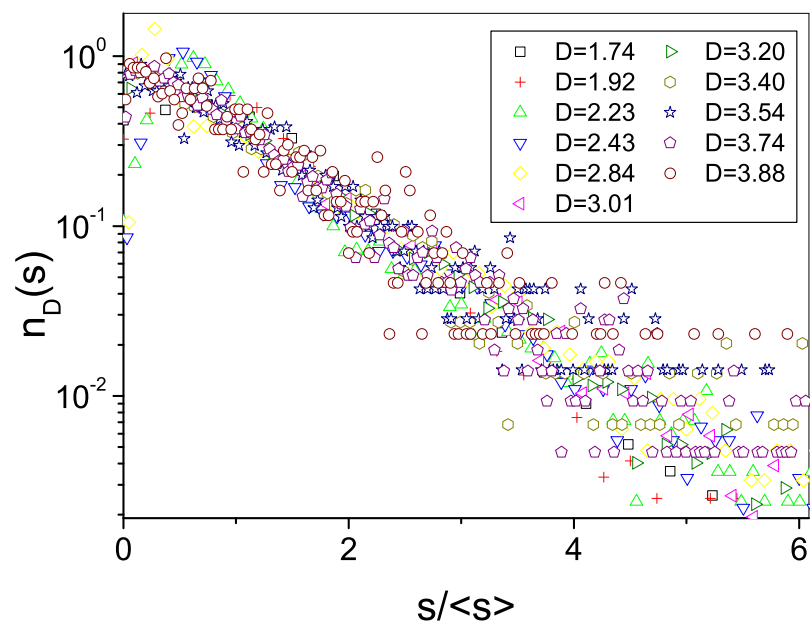


Figura 1.14: Colapso de los histogramas de tamaños de avalancha al escalarlas utilizando la avalancha media $\langle s \rangle$. Los tamaños de orificios representados en la figura son aquellos para los cuales resultó posible obtener un número de avalanchas suficiente como para tener una resolución aceptable en los histogramas. Figura reproducida de [46]

experimentalmente. Tal diferencia se puede observar claramente en la figura 1.15, donde se muestran las medidas experimentales de $\langle s \rangle$ y las calculadas mediante la ecuación 1.9. Para orificios grandes la parte creciente de la distribución es despreciable, ya que el área bajo la función de distribución en el intervalo $s < s_M$ es mucho menor que el área correspondiente a $s > s_M$. Para tamaños de orificios pequeños esa contribución no se puede despreciar, por lo que los resultados derivados del modelo difieren de los datos experimentales.

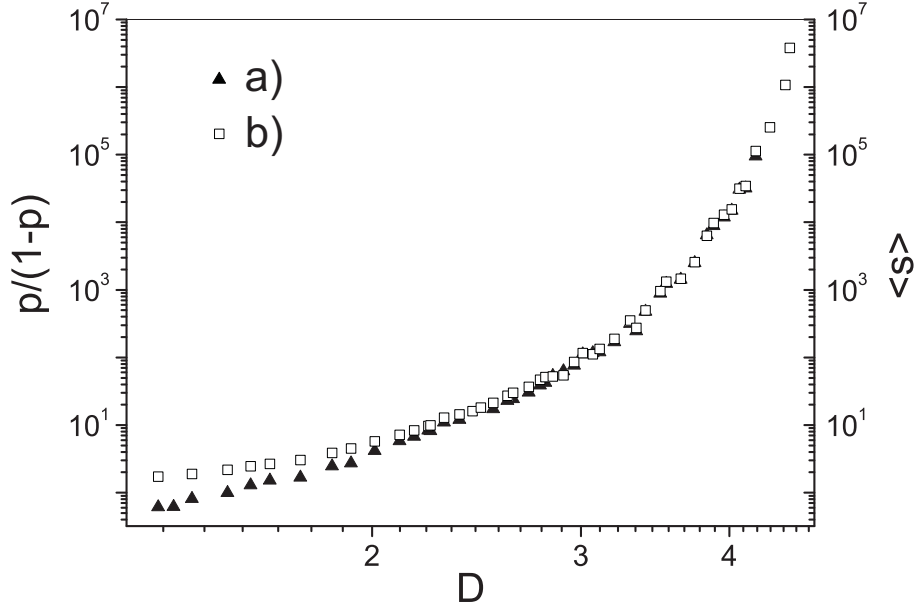


Figura 1.15: $\langle s \rangle$ en función del tamaño del orificio para un silo sin vibraciones: a) obtenido a partir de la ecuación 1.9 y b) midiendo directamente $\langle s \rangle$ de los datos. Puede verse que el cálculo de la avalancha media mediante el uso de la ecuación 1.9 y p , obtenido de la pendiente de las funciones de densidad de probabilidad, predice correctamente el valor de $\langle s \rangle$ para radios superiores a aproximadamente 2,5; para dicho radio la contribución de las avalanchas pequeñas se hace prácticamente despreciable. Figura obtenida de [46].

Luego, para estudiar la dependencia de la función de densidad de probabilidades con el tamaño del orificio, basta con estudiar como es la dependencia de $\langle s \rangle$ con D . Los resultados obtenidos se representan en la figura 1.16. Como es de esperar, la avalancha media se incrementa al aumentar el radio. El crecimiento resulta extremadamente rápido al aproximarse a $D = 5$.

Para explicar este crecimiento, I. Zuriguel y colaboradores [44] propusieron una forma funcional dada por una divergencia potencial:

$$\langle s \rangle = \frac{C}{(D_c - D)^\gamma} \quad (1.10)$$

En la figura 1.16 se muestra en línea continua el ajuste realizado a los datos experimentales obtenidos. Se utilizó la ecuación 1.10 con los siguientes parámetros: $C = 9900 \pm 100$, $\gamma = 6,9 \pm 0,2$ y $D_c = 4,94 \pm 0,03$.

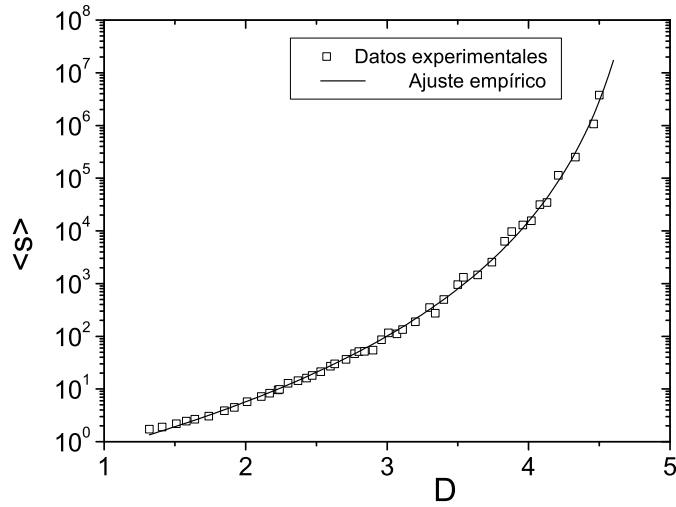


Figura 1.16: Tamaño de la avalancha media en función de D , la línea representa el ajuste de la ecuación 1.10 a los datos experimentales; nótese la escala logarítmica en en el eje vertical. Figura a partir de los datos presentados en [46].

Puede verse que según la ecuación 1.10 $\langle s \rangle$ se hace infinito cuando D tiende a D_c . Por tanto la ecuación anterior implica la existencia de un radio crítico D_c por encima del que no puede darse ningún atasco.

K. To [48] ha realizado un estudio sobre el comportamiento de la descarga de material granular en silos bidimensionales. El sistema experimental consiste en un silo formado por dos placas planas y paralelas en el que se colocan partículas cilíndricas. Los resultados obtenidos muestran que es posible ajustar las medidas experimentales a la ecuación 1.10. Pero muestra asimismo que los datos pueden ser ajustados correctamente con una exponencial recíproca:

$$\langle s \rangle = C'' e^{\gamma''/(D_c - D)} \quad (1.11)$$

y una exponencial cuadrática

$$\langle s \rangle = C' e^{\gamma' D^2} \quad (1.12)$$

La expresión 1.12 presenta una diferencia cualitativa con las otras expresiones del tamaño de la avalancha media ya que no supone la existencia de un radio crítico en el sistema. En otras palabras, sin importar el tamaño del orificio, si se espera el tiempo suficiente, se observará la formación de un atasco. Las diferencias prácticas de la existencia o no de un radio crítico en el tamaño de la avalancha media no son importantes, pues para tamaños del orificio cercanos al supuesto radio crítico el tamaño de la avalancha se hace tan grande que puede considerarse como infinito a todos los efectos; pero desde el punto de vista conceptual existe una diferencia importante, ya que la existencia de un radio crítico implicaría una transición de fase discontinua. Es de remarcar que ninguna de estas expresiones se obtiene a partir de primeros principios; sin embargo A. Janda y colaboradores [42] proponen una expresión para $\langle s \rangle$ para un silo bidimensional, que depende de D y puede ser obtenida con

un modelo simple. Mediante simulaciones numéricas se obtuvo que la probabilidad p puede ser calculada a partir de la probabilidad p^* de tener η partículas en un arco y que para silos bidimensionales tiene la expresión: $p^* = A \exp[-B\eta^2]$. La cantidad de partículas en un arco η debe ser una función del tamaño del orificio D , por lo que los autores suponen la hipótesis más simple: que $\eta \propto D$; al reemplazar en la ecuación 1.9 se obtiene finalmente:

$$\langle s \rangle = A^{-1} \exp^{[B(\eta_0 D)^2]} - 1 \quad (1.13)$$

Ecuación que es similar a la exponencial cuadrática descrita anteriormente. En el caso tridimensional, no es posible aplicar el razonamiento precedente para escribir una expresión similar, para arribar a una exponencial cúbica; por lo que la existencia de un radio crítico en silos tridimensionales aún es incierta. Recientemente G. Pérez [49] ha realizado un estudio numérico sobre la posibilidad de ajustar los valores de la avalancha media utilizando expresiones tanto divergentes como no divergentes. Con el rango de tamaños de orificio que es posible medir experimentalmente es posible hacer un ajuste igualmente bueno utilizando formas funcionales que que presentan o no un radio crítico. Ello hace que la existencia o no de un radio crítico en tres dimensiones sea una aún una cuestión debatida.

Una forma alternativa de representar los resultados es mediante la probabilidad de atasco $J_N(D)$, propuesta originalmente en trabajos realizados por K. To *et. al* [39–41]. La variable J se define como la probabilidad de obtener un atasco en un silo con orificio de salida de diámetro D antes de que N partículas caigan por él. La definición de J tiene su origen en el procedimiento experimental utilizado por K. To y colaboradores, en el que se hacían fluir un número fijo de partículas a través de un embudo plano, y se determinaba la probabilidad de formación de un atasco antes que la tolva se vaciara completamente. En los experimentos realizados por I. Zuriguel se determinó el valor de J mediante la fracción del conjunto total de avalanchas medidas que poseen un tamaño mayor que N , esto es:

$$J_N(D) = \frac{\text{Avalanchas con } s < N}{\text{Avalanchas totales medidas}} \quad (1.14)$$

Una ventaja de éste método es que permite la determinación de J_N para un rango del número de partículas N utilizando el mismo conjunto de medidas, tal y como es posible observar en la figura 1.17, donde las líneas continuas corresponden a ajustes realizados sobre los datos mediante la función $1 - \tanh(\zeta(D - D_{0,5}))/2$, siendo $D_{0,5}$ el valor de D para el cual $J_N(D) = 0,5$. En la figura puede observarse que al incrementar N la forma de J parece tender a una función escalón, lo cual parecería probar la existencia de un radio crítico en el silo, ya que si consideramos el caso límite de $J_\infty(D)$ como una función escalón, la probabilidad de formación de un atasco para radios mayores que el D_c es nula, lo que implica que jamás se formarán atascos en el sistema.

La utilización de la función tangente hiperbólica no tiene ninguna razón que la justifique, y se ha mostrado posteriormente que es posible escribir la probabilidad de atasco como función de la avalancha media [42]:

$$J_N(D) = 1 - \left(\frac{\langle s \rangle}{1 + \langle s \rangle} \right)^N \quad (1.15)$$

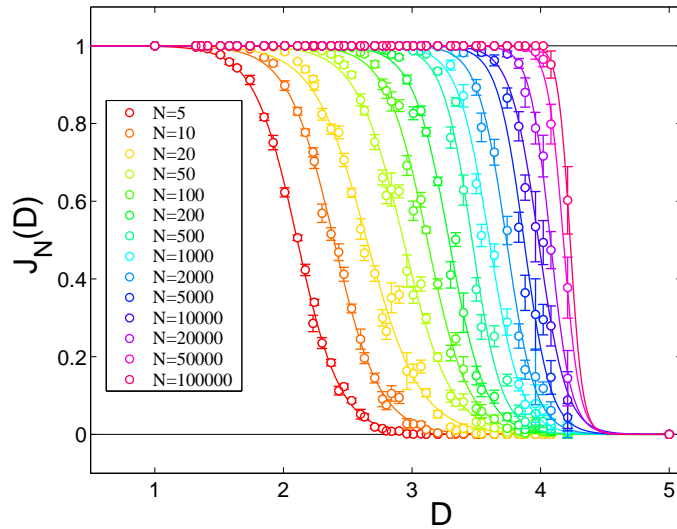


Figura 1.17: Probabilidad de formación de un atasco antes de que caigan N partículas $J_N(D)$ en función de D desde $N = 5$ hasta $N = 10^5$. Figura obtenida de [46]

1.4.2 Flujo en la descarga de silos

Se define el flujo o caudal de un material a través de un orificio (W) como la cantidad de masa que lo atraviesa por unidad de tiempo. Al ser los medios granulares discretos, es habitual definir el flujo como el número de partículas que atraviesan el orificio por unidad de tiempo. Esta última magnitud tiene dimensiones de frecuencia (es el inverso del tiempo que media entre el paso de dos partículas), pero se suele llamar también flujo. Para diferenciar ambas cantidades, en lo sucesivo se denotará con W_b el número de partículas por unidad de tiempo. Ambas magnitudes están directamente relacionadas, ya que para un material formado por partículas de masa fija m la relación resulta inmediata:

$$W_b = \frac{W}{m} \quad (1.16)$$

Para partículas polidispersas tal relación no es exacta, pero es posible aproximar W_b dividiendo W por la masa media de las partículas. Mas esto sólo vale si la mezcla de partículas polidispersas es homogénea, cosa que no siempre ocurre en los materiales granulares.

El flujo así definido es una de las variables más relevantes en los procesos industriales. No es de extrañar, pues, que la caracterización de los procesos dinámicos involucre de una manera u otra la cuantificación de W . El tema ha sido ampliamente estudiado por parte de los ingenieros. Aunque existen desde hace tiempo algunas fórmulas que permiten predecir hasta cierto punto el flujo de materiales granulares [50–52], eran exclusivamente empíricas sin una fundamentación sólida en primeros principios.

En 1961, Beverloo [53] y colaboradores propusieron una ley basada en un análisis dimensional y apoyada por una interpretación física de los resultados obtenidos según la cual el flujo debe ser proporcional al diámetro del orificio elevado a cinco medios: $W \propto D_o^{(5/2)}$. El razonamiento planteado por los autores fue el siguiente: si se supone un silo de base plana

y diámetro D^* , lleno de granos de diámetro d , que se descargan a través de un orificio de diámetro D_o en la base, los parámetros relevantes en el flujo de descarga del silo son: el diámetro del orificio, la densidad aparente ρ_b del material, la aceleración de la gravedad y el coeficiente de fricción μ entre las partículas. Otros parámetros, como por ejemplo la altura del material granular en el recipiente, pueden ser descartadas si se considera que la altura del material granular en el silo es lo suficientemente grande como para que la presión en la base del material sature a causa del efecto Janssen. Por tanto será posible expresar al flujo W como una función de tales parámetros:

$$W = f(D_o, \rho_b, g, \mu) \quad (1.17)$$

Si se supone que tal función se puede descomponer en el producto de potencias de cada uno de los parámetros del sistema se puede escribir:

$$W = C(\mu) D_o^\alpha \rho_b^\beta g^\gamma \quad (1.18)$$

donde C es una constante de proporcionalidad adimensional, en la que se puede incluir μ al ser ésta también adimensional. Al reemplazar las variables por las unidades correspondientes a cada magnitud se tiene:

$$MT^{-1} = L^\alpha (ML^{-3})^\beta (LT^{-2})^\gamma \quad (1.19)$$

Para que tal ecuación sea correcta en cuanto a sus dimensiones debe cumplirse:

$$\alpha - 3\beta + \gamma = 0 \quad (1.20)$$

$$\beta = 1 \quad (1.21)$$

$$-2\gamma = -1 \quad (1.22)$$

la única solución a este sistema es:

$$\alpha = \frac{5}{2} \quad (1.23)$$

$$\beta = 1 \quad (1.24)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \quad (1.25)$$

por lo tanto la expresión para el flujo será:

$$W = C(\mu) \rho_b \sqrt{g} D_o^{\frac{5}{2}} \quad (1.26)$$

La expresión propuesta en base al análisis dimensional precedente puede demostrarse que no es del todo correcta. Si se representan datos experimentales en una gráfica de $W^{2/5}$ respecto de D_o (tal y como se muestra en la figura 1.18, los datos se ubican sobre una línea recta, pero la intersección con el eje de las abscisas no se produce en $x = 0$ sino en un cierto valor z . A fin de subsanar tal inconveniente se introduce un término extra en la ecuación,

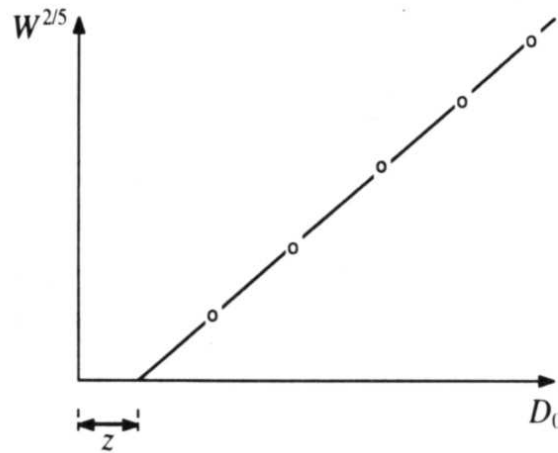


Figura 1.18: Representación de datos experimentales presentado por Beverloo. Figura obtenida de [5]

correspondiente a una reducción efectiva del tamaño del orificio, proporcional al tamaño de las partículas. Queda entonces la “ley de Beverloo”:

$$W = C\rho_b\sqrt{g}(D_o - kd)^{5/2} \quad (1.27)$$

donde la constante C toma valores entre 0,58 y 0,64 dependiendo del material [53] y k es independiente del tamaño de los granos [54], y puede tomar valores entre $1 < k < 3$ según la forma de las partículas. La expresión de la ley de Beverloo tiene algunos inconvenientes: por una parte requiere de la inclusión *ad-hoc* del factor k , para el cual no existe ningún fundamento físico. La justificación propuesta por Brown y Richards [55] para la introducción de k se centra en la existencia de un *empty annulus*: en la descarga de un material granular en un silo en dos dimensiones parecería existir una zona cercana al borde del orificio en la que el número de partículas que la atraviesan sería estadísticamente menor que en la región central. Ello produciría una reducción efectiva del tamaño efectivo del orificio dando lugar a la aparición del factor kd en la ecuación 1.27.

En la formulación de la ley de Beverloo el flujo depende de la densidad aparente ρ_b del medio; sin embargo, se ha observado experimentalmente que el empaquetamiento del material tiene poco efecto sobre el flujo [56], lo cual contradice la expresión anterior. Nedderman y colaboradores [57] argumentan que al iniciarse el flujo de material, su densidad aparente se modifica para alcanzar una compactación compatible con el flujo.

Cuidadosas mediciones experimentales del flujo de partículas W_b en un amplio rango de tamaños de orificio muestran que la expresión de la ley de Beverloo no es la forma funcional más adecuada [58]. Ello puede observarse en la figura 1.19, donde se representan medidas experimentales de W_b para dos décadas de orificios de salida del silo. Si se realiza un ajuste de los datos utilizando la ecuación 1.27 se observa que no existe ningún conjunto de parámetros C y k que resulten satisfactorios en todo el rango de tamaños de orificios.

Si los datos se limitan a un pequeño rango de D_o es posible ajustar la ley de Beverloo correctamente; pero tales parámetros no sirven para extrapolar el flujo a otro rango de D diferentes, como puede observarse en la línea continua de la figura 1.19, en la cual se realizó el ajuste de la ecuación 1.27 al intervalo $60 < D < 90$.

Se propuso una modificación a la expresión de la ley de Beverloo:

$$W_b = C' \left(1 - \frac{1}{2} e^{-b(D-1)}\right) (D-1)^{5/2} \quad (1.28)$$

en donde

$$C' = \frac{3C(\mu)}{4\pi\sqrt{d}\rho} \quad (1.29)$$

La forma funcional para W_b dada por la ecuación 1.28 resuelve también el empleo de parámetros de ajuste arbitrarios en la expresión de la ley de Beverloo, ya que elimina el factor k introducido para corregir la intersección con los ejes, apareciendo sólo el valor 1, el único que presenta una justificación lógica.

La ecuación 1.28 permite ajustar las medidas experimentales correctamente para todo el rango de D medidos, tal y como puede verse en la línea de puntos de la figura 1.27, donde se ha representado la ecuación 1.28 con los parámetros $C = 64,6$ y $b = 0,051$.

Pese a eliminar la necesidad del parámetro k , la ecuación 1.28 introduce un nuevo parámetro b . Sin embargo éste parece encontrarse relacionado con la variación de la densidad aparente del material en la zona cercana al orificio de salida al fluir el material. Ello está en consonancia con lo propuesto por Nedderman *et. al* [57], lo que da una interpretación física al nuevo parámetro y permite justificar la independencia del flujo de partículas W_b con ρ_b .

1.5 Silos Vibrados

Todo lo expresado anteriormente hace referencia a silos en general; en esta sección se ofrecerá un panorama del estado del arte actual sobre la descarga de silos sometidos a vibraciones. Los estudios realizados hasta el momento se centraron en dos aspectos fundamentales: el flujo de descarga del silo W y la formación de arcos cuando el silo es vibrado.

Entre los primeros trabajos sobre la descarga de silos sometidos a vibraciones se cuentan los de Takahashi *et. al* [59] y Suzuki *et. al.* [60]. Realizaron experimentos en una tolva estimulada verticalmente mediante vibraciones sinusoidales. Efectuaron el estudio de las trayectorias de las partículas y la descarga de material a través del orificio, encontrando que el flujo de material *disminuye* para aceleraciones altas. Los autores proponen que tal variación se debe a la existencia de una *gravedad efectiva* que sienten las partículas al vibrar el recipiente. P. Evesque obtuvo un resultado similar sobre los tiempos de descarga de un reloj de arena vibrado verticalmente [61]. Debe puntualizarse que en este trabajo el problema es diferente ya que en él la presencia de aire es relevante. Trabajos posteriores de C. R. Wassgren *et. al.* [62] muestran –tanto experimental como numéricamente– la formación de celdas de convección en tolvas planas y estudian el flujo de descarga; observan

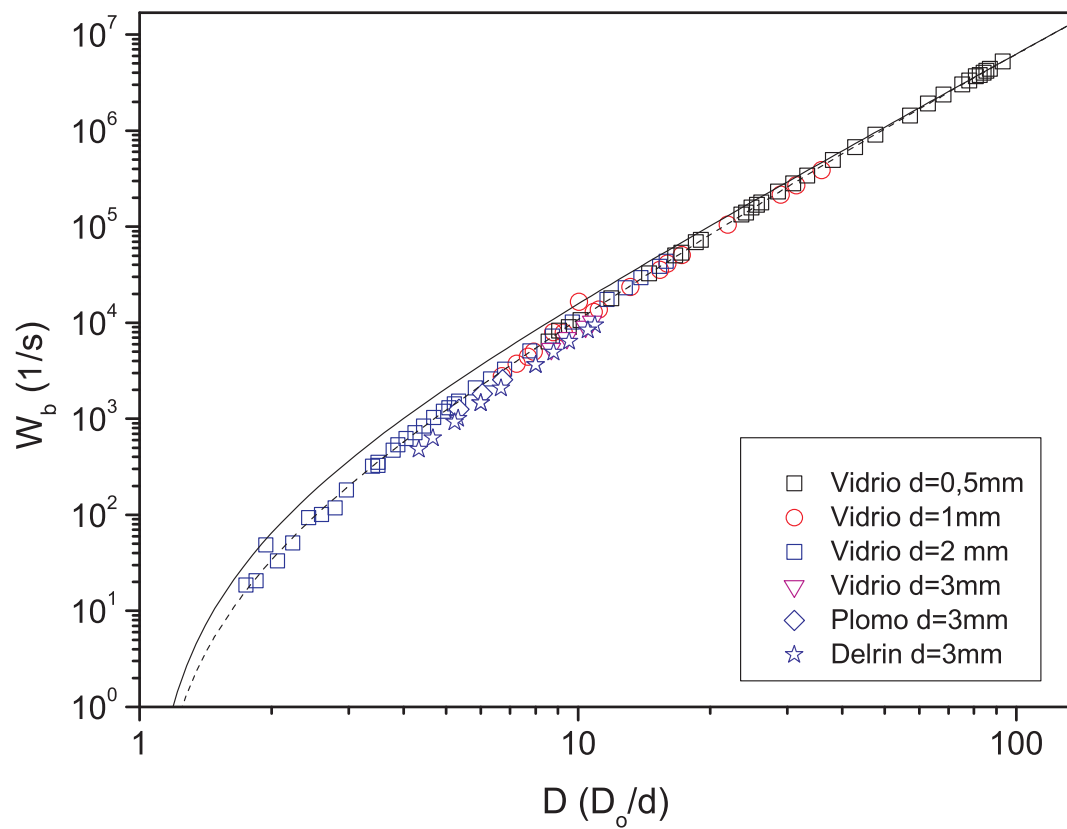


Figura 1.19: Mediciones del flujo, junto con el ajuste proporcionado por la ley de Beverloo (línea continua) y el propuesto en [58] (línea punteada)

un decrecimiento del flujo al aplicar vibraciones, excepto a frecuencias muy elevadas. Las variaciones en el flujo para diferentes parámetros de vibración parecen estar asociadas a cambios en la densidad aparente del material.

K. Chen [63] y colaboradores efectuaron un estudio del flujo de descarga de un silo de base plana, mostrando resultados en buen acuerdo con los anteriores, y proponen un modelo teórico para la variación de la densidad del material que relaciona el balance entre la energía cinética de las partículas y la ganancia de energía potencial de los granos. Planteando asimismo que el parámetro que controla el flujo es la velocidad máxima de la vibración.

Los trabajos precedentes tratan únicamente sobre la influencia de las vibraciones en el caudal W del material granular; pero también existen algunos trabajos sobre la formación de atascos en silos sometidos a vibraciones. Kollmann y Tomas [64] utilizaron tolvas vibradas llenas de polvos cohesivos (partículas de dióxido de titanio, que tienen un diámetro medio de $0,6\mu m$, y carbonato de calcio, con diámetro medio $1,3\mu m$). Los autores mostraron que al someter a la tolva a vibraciones se produce una disminución del radio mínimo para el cual no se forman atascos; asimismo afirman que existe un radio del orificio de salida por debajo del cual se forman atascos, sin importar la intensidad de la vibración utilizada.

Lindemann y Dimon, en el año 2000 [65], realizaron un estudio experimental del flujo y la formación de atascos en la descarga de una tolva bidimensional (una capa de material granular contenido entre dos paredes), en forma de embudo, con una pequeña inclinación de las paredes. El estudio se realizó para una única anchura del orificio de salida ($D_o/d = 1,26$), variando la aceleración de la vibración Γ . Los experimentos muestran que existe un conjunto de comportamientos diferentes en el flujo de salida del material:

- *atascos estables*: en los que se produce la formación de atascos y que se mantienen estables, aunque el sistema se halle vibrando.
- *flujo con atascos*: el sistema presenta atascos que se rompen espontáneamente en tiempos que varían de $\sim 1 s$ a $\sim 100s$ a medida que se incrementa la aceleración adimensional Γ .
- *flujo excitado* para altas amplitudes de vibración, en el que no pueden formarse atascos y en el que el flujo se ve reducido debido a los violentos choques de las partículas con las paredes del embudo al descender por él.

En la figura 1.20 se muestran los dos últimos tipos de flujo mencionados. Los autores asimismo realizaron mediciones de los tiempos durante los cuales no se detecta el flujo de partículas (debido a que el sistema se está atascado), a los que los autores denominan *elapsed times* y que en lo sucesivo llamaremos tiempos de interrupción.

Para el flujo continuo, la distribución de los tiempos de interrupción del flujo tanto para el silo vibrado como el no vibrado presentan una distribución relativamente angosta (figura 1.21 a)) sin colas significativas. Por lo tanto, como con el dispositivo experimental utilizado en un instante determinado sólo puede salir una única partícula (debido a que el diámetro del orificio es inferior al dos veces el diámetro de las partículas), una distribución de los

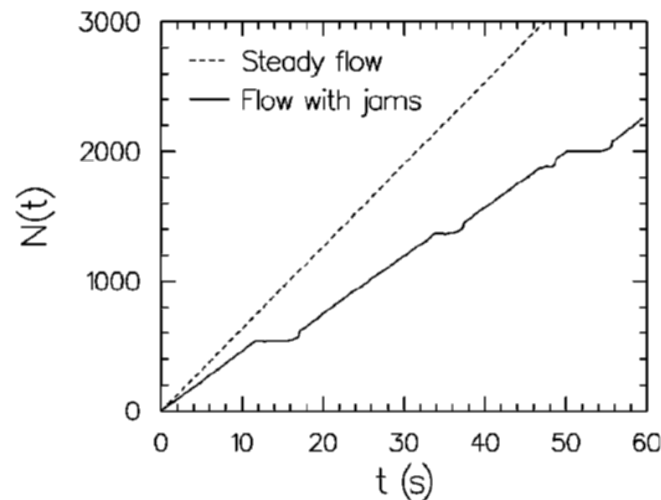


Figura 1.20: Masa descargada del silo en función del tiempo para dos de los tipos de flujos mencionados en el trabajo [65]. En línea continua se muestra el flujo con atascos y en línea de puntos se muestra el flujo continuo o excitado.

tiempos de interrupción estrecha implica que la salida de las partículas por el orificio debe ser a intervalos más o menos regulares (los autores hacen tal afirmación basándose en la estrechez de la distribución de los “elapsed times”, como se ve en la figura 1.21 a). Los autores muestran que que la velocidad de salida de las partículas a través del orificio se ve incrementada, pero simultáneamente el camino libre medio de las partículas se incrementa, con lo que el resultado neto es un decrecimiento del flujo.

Para todas la configuraciones estudiadas en el flujo con atascos se observa que las distribuciones de los tiempos de interrupción presentan dos zonas (figura 1.21 b): Una región para tiempos cortos con un comportamiento exponencial, que puede atribuirse a los periodos en los que existe flujo de partículas, y una región para tiempos de interrupción largos, que los autores suponen que puede ser algebraica; con la precaución de que la estadística obtenida resulta demasiado pobre para resultar convincente.

Por último, para el flujo excitado la distribución de los tiempos de atascos corresponde a un decrecimiento exponencial (figura 1.21 c). En uno de los casos mostrados en la figura se observa una cola no exponencial; ello no se debe a la formación de atascos, sino que bajo la presencia de vibraciones las partículas rebotan contra las paredes del embudo y no pueden escapar. En el momento que las partículas consiguen salir del silo lo hacen en grupos con una velocidad relativamente alta, como puede verse en el pico agudo de la figura.

Otro experimento sobre la descarga en un silo al que se le introducen vibraciones es el llevado a cabo por A. Janda y colaboradores [66]. El sistema experimental utilizado consiste en un recipiente cilíndrico, con el borde inferior cortado a 45° , el área elíptica resultante se cubre parcialmente con una pieza plana móvil que permite variar el tamaño del orificio de salida, tal y como se ve en la figura 1.22. La base móvil se encuentra separada de las

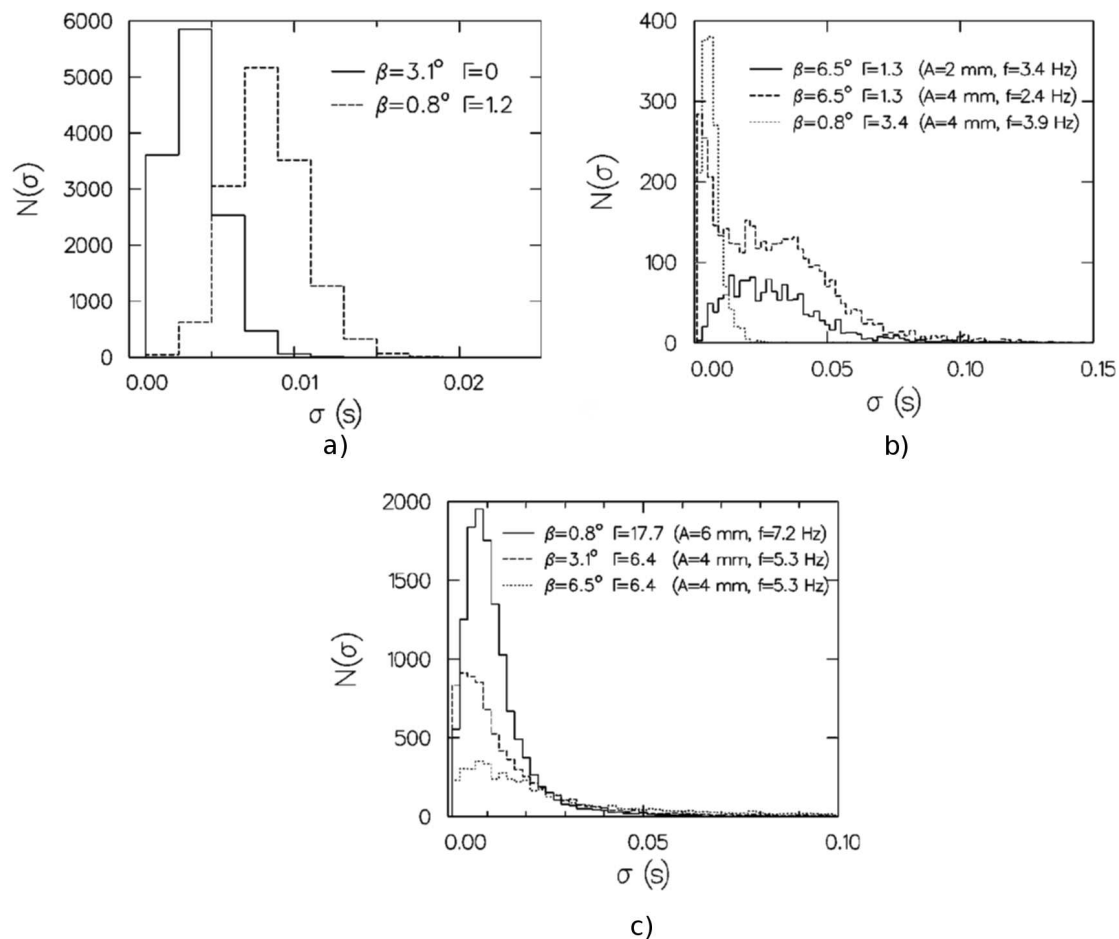


Figura 1.21: Distribución de los tiempos de atascos $\sigma(s)$ en un silo bidimensional en forma de embudo, para los tres regímenes obtenidos por K. Lindemann *et.al.*[65]. a) Flujo continuo, b) Flujo con atascos y c) Flujo excitado. Los parámetros experimentales utilizados para la realización de cada gráfica se muestran en la figura, siendo β inclinación de las paredes del embudo, Γ la aceleración adimensional.

paredes del silo una distancia inferior al radio de las partículas utilizadas. La cuales consisten en partículas esféricas de vidrio de $1,5\text{mm}$ de diámetro. La duración de la avalancha es

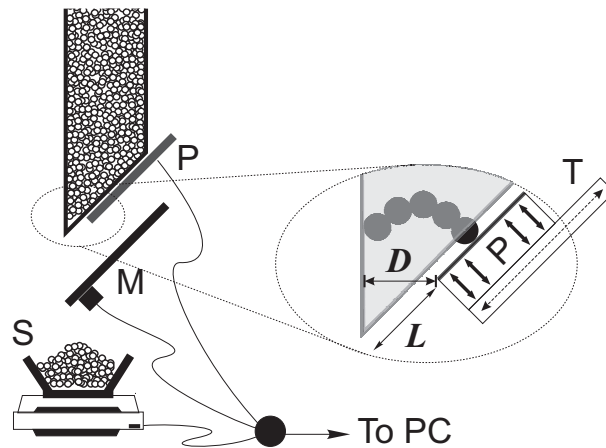


Figura 1.22: Esquema del dispositivo experimental utilizado por A. Janda *et. al.* Figura cedida por A. Janda

medida utilizando un micrófono que detecta el golpe de las partículas contra una pieza de cartón colocada debajo de el orificio de salida del silo. Tras impactar contra el cartón las partículas se recogen en una caja colocada sobre una balanza, con la que se puede medir la masa descargada del silo.

A fin de introducir vibraciones en el material, en la base móvil se montó un transductor piezoeléctrico, el cual produce vibraciones de con una frecuencia de 300 Hz y cuya amplitud es posible controlar variando su voltaje de alimentación. A fin de medir intensidad de las vibraciones en el material granular un acelerómetro es introducido en el seno del material.

Los autores muestran que si tal silo no es vibrado, y para un orificio de salida suficientemente pequeño, el sistema forma bloqueos permanentes. En presencia de vibraciones el sistema puede bloquearse igualmente; pero existe la posibilidad que el flujo de partículas se reinicie por sí mismo tras un tiempo finito. Existe entonces un tamaño del orificio mínimo D_{min} para el cual el silo presenta atascos permanentes (D_{min} se define como el mínimo tamaño del orificio de salida para el cual no se forma un atasco de duración mayor que un cierto tiempo). Los autores muestran que D_{min} se reduce al incrementar la amplitud de la vibración. Una consecuencia de ello es que vibrando en sistema es posible mantener un flujo continuo para orificios menores que en el caso sin vibraciones.

Si se utiliza un orificio menor que el D_{min} correspondiente a $\Gamma = 0$ y se somete al silo a vibraciones se observa la aparición de interrupciones en el flujo de duración finita . La longitud de dichas interrupciones se reduce al incrementar la intensidad de la vibración, como puede verse en la figura 1.23.

Los autores proponen que puede considerarse separadamente el estudio del sistema durante la descarga de partículas y la extensión de las interrupciones de la descarga. La distribución de los tiempos en los que el sistema fluye presenta una cola exponencial que

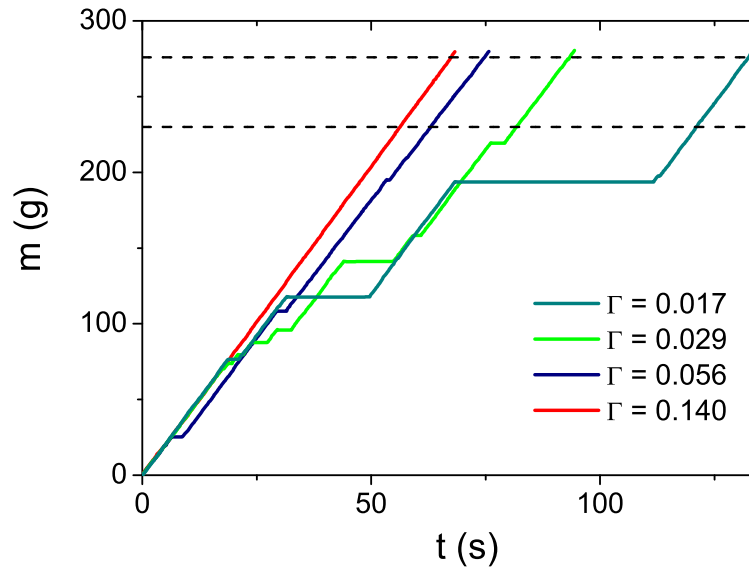


Figura 1.23: Masa descargada a través del orificio respecto del tiempo en los experimentos reportados en [66]. Las medidas fueron realizadas para un tamaño de orificio menor que el D_{min} correspondiente a $\Gamma = 0$. Las curvas corresponden a diferentes intensidades de vibración como se indican en la figura. Se observa la reducción de la duración de las interrupciones del flujo al incrementar la intensidad de la vibración. Figura reproducida de [66]

depende sólo ligeramente de la intensidad de la vibración. Ello parece indicar que el flujo tras el reinicio de la descarga a causa de la vibración tiene las mismas características estadísticas que el silo sin vibraciones. Tal hecho se explicita en la figura 1.23, donde puede observarse que el flujo medio es similar para todos los casos mostrados en el intervalo en el que no aparecen atascos, indicado con líneas discontinuas en la figura. A fin de verificar tal fenómeno en la figura 1.24 los autores muestran la densidad de probabilidad del flujo en número de partículas por segundo. La figura muestra la función de distribución de probabilidades para un mismo orificio y diferentes aceleraciones. Nótese que la distribución está formada por una gaussiana, centrada en el mismo valor medio para todas las intensidades de vibración, mas la presencia de eventos ocasionales de flujo bajo.

Los autores realizaron asimismo un estudio de la distribución de los tiempos durante el cual el silo se encuentra atascado. Hallaron que la distribución decae como una ley de potencias con un exponente que depende de la amplitud de la vibración, tal y como se muestra en la figura 1.25. Debe notarse que el exponente de la ley de potencias se hace menor que 2 para orificios pequeños e intensidades de vibración bajas; ello tiene como consecuencia que el primer momento de la distribución no converja. Por tanto para tales casos pueden existir atascos de duración muy larga; entonces el tiempo medio en el que el silo se encuentra atascado dependerá del tiempo total durante el cual se efectúe el experimento. En consecuencia el flujo medio estará dominado por el atasco más largo de la experiencia.

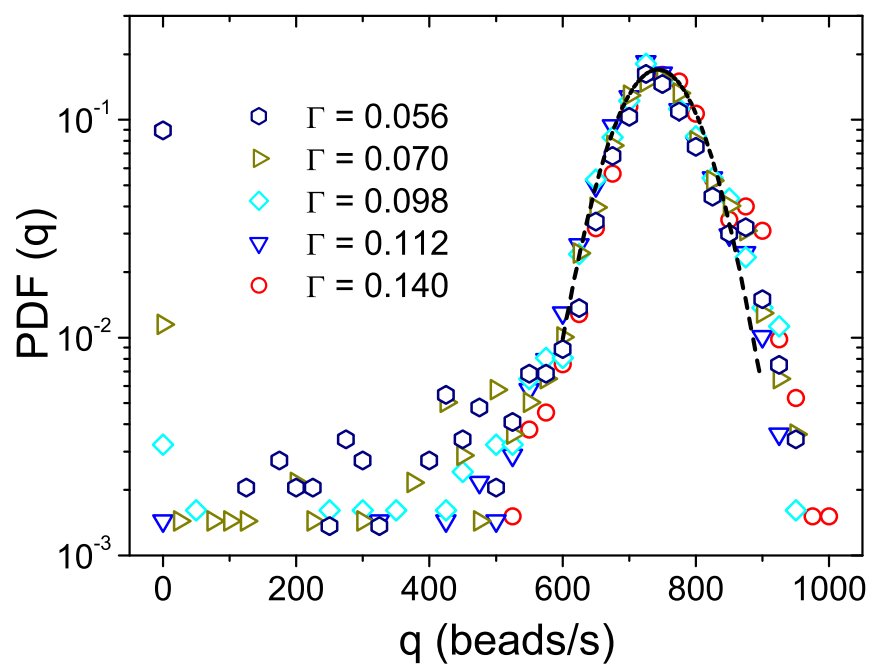


Figura 1.24: Densidad de probabilidades de flujo (tomados utilizando una ventana de 1 segundo) en los experimentos realizados por A. Janda *et. al.*. Las gráficas corresponden a un mismo orificio y cuatro aceleraciones diferentes de vibración, que son indicadas en la figura. La línea de trazos corresponde a un ajuste a una gaussiana de los datos experimentales superiores a aproximadamente 600 partículas por segundo. Reproducida de [66]

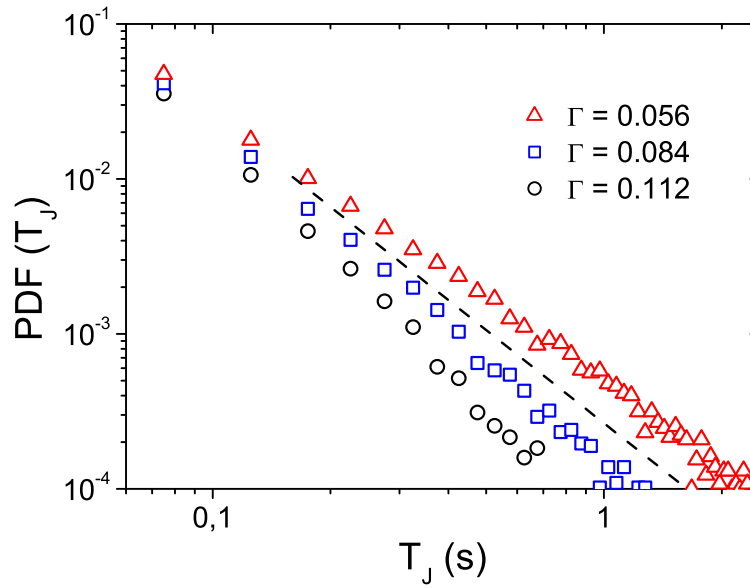


Figura 1.25: Distribución de tamaños de los tiempos de atasco (T_j) en los experimentos realizados por A. Janda *et. al.* correspondientes a un único orificio de salida y diferentes aceleraciones adimensionales indicadas en la figura. La línea de puntos corresponde a una pendiente igual a 2. Figura reproducida de [66].

1.6 Objetivos del trabajo

El presente trabajo parte del interés doble que tiene el estudio de la descarga de medios granulares sometidos a la presencia de vibraciones. Por una parte se hace un amplio uso en la industria de mecanismos vibratorios para mejorar las características de flujo de silos, pero los estudios que se han realizado al respecto son en la mayoría de los casos empíricos y descriptivos, sin haberse profundizado sobre los orígenes físicos de los mismos. Por otro lado, si se quiere ver así, la formación de atascos en la descarga de un silo sometido a vibraciones es una manera simple y elegante de estudiar regiones del diagrama de fases propuesto por Liu y Nagel [14] para temperaturas granulares distintas de cero.

No existen muchos trabajos sobre el tema, y los que se han realizado se centran principalmente en la descarga de silos para elevadas intensidades de vibración y tienen como fin describir el comportamiento del flujo de descarga. Aquí, en cambio, el objetivo es estudiar las avalanchas de granos (avalanchas en el sentido indicado anteriormente) cuando se somete al silo a una vibración poco intensa.

El someter un silo a vibraciones conlleva la introducción de parámetros modificables en la realización de los experimentos. Siendo éste uno de los primeros estudios llevados a cabo en el marco señalado, nos hemos restringido voluntariamente a unas ciertas condiciones que nos han parecido interesantes. En particular, hemos renunciado a explorar sistemáticamente el espacio de parámetros correspondientes a la vibración (tanto en amplitud como frecuencia), limitándonos a estudiar el comportamiento del sistema al someterlo a una vibración

constante; utilizando como única variable de control del experimento el tamaño del orificio de salida del silo y efectuando comparaciones en el comportamiento del sistema con el caso no vibrado.

Capítulo 2

Sistema experimental

2.1 El experimento

El objetivo de los experimentos realizados es determinar el comportamiento de la descarga de un silo cuando es sometido a vibraciones. Para ello se montó el dispositivo que se ilustra en los esquemas de las figuras 2.1 y 2.2. El cual consiste en un silo cilíndrico de fondo plano colocado sobre una base de apoyo, que levita sobre tres soportes neumáticos, permitiendo así su movimiento en dirección vertical. Las vibraciones externas se generan a través de un vibrador neumático sujeto a la base.

El silo se llena de granos esféricos que descargan a través de un orificio en el fondo. Dependiendo de los parámetros del experimento, se observa que se forman atascos en el orificio de salida, que interrumpen el flujo de las partículas. Los parámetros que afectan al comportamiento de la descarga y que se han variado en el experimento son el diámetro del orificio y la presencia o no de la vibración. Se mantuvieron fijos durante el desarrollo de los experimentos el resto de parámetros, tales como el tipo de partículas utilizadas, la presión del chorro de aire comprimido utilizado para desatascar el agujero de salida, etc.

Con el dispositivo experimental utilizado se mide el peso de los granos de cada avalancha; y como se conoce el peso de una partícula, es posible calcular el número de partículas que atravesaron el orificio de salida (lo cual se denomina en este trabajo *tamaño de la avalancha*). Es necesario asimismo medir el tiempo que dura una avalancha, y resulta de interés conocer saber cómo es el flujo de partículas durante el transcurso de una avalancha, en particular los periodos de tiempo en los cuales el flujo de partículas está interrumpido o no; para ello se utilizó un fotosensor colocado debajo del orificio del silo.

A continuación se describirán en detalle las partes que conforman el montaje experimental y las motivaciones que llevaron a la elección de los diferentes parámetros del diseño.

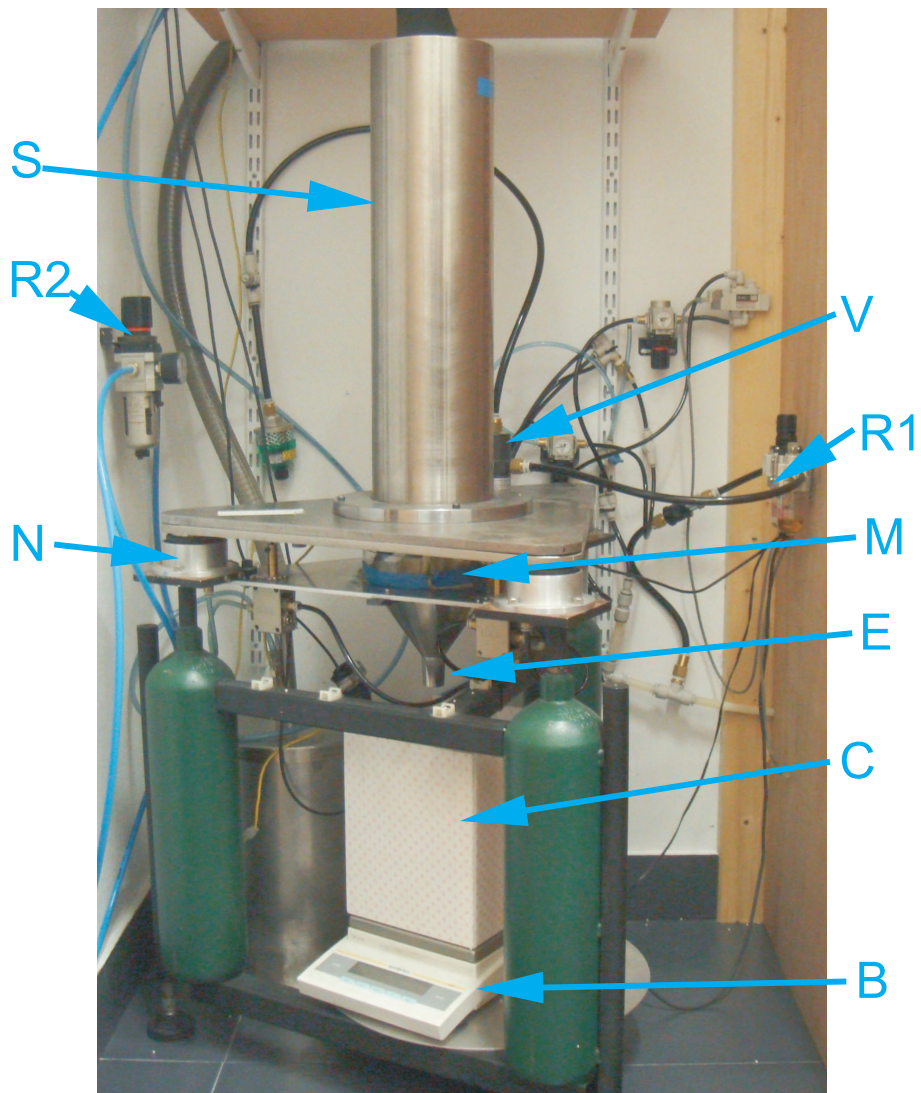


Figura 2.1: Fotografía del experimento. S: silo; V: vibrador neumático; N: soportes neumáticos del silo; C: Caja de cartón; B: Balanza; E: embudo; R1: regulador de presión del vibrador; R2: regulador de presión del tubo de Venturi.

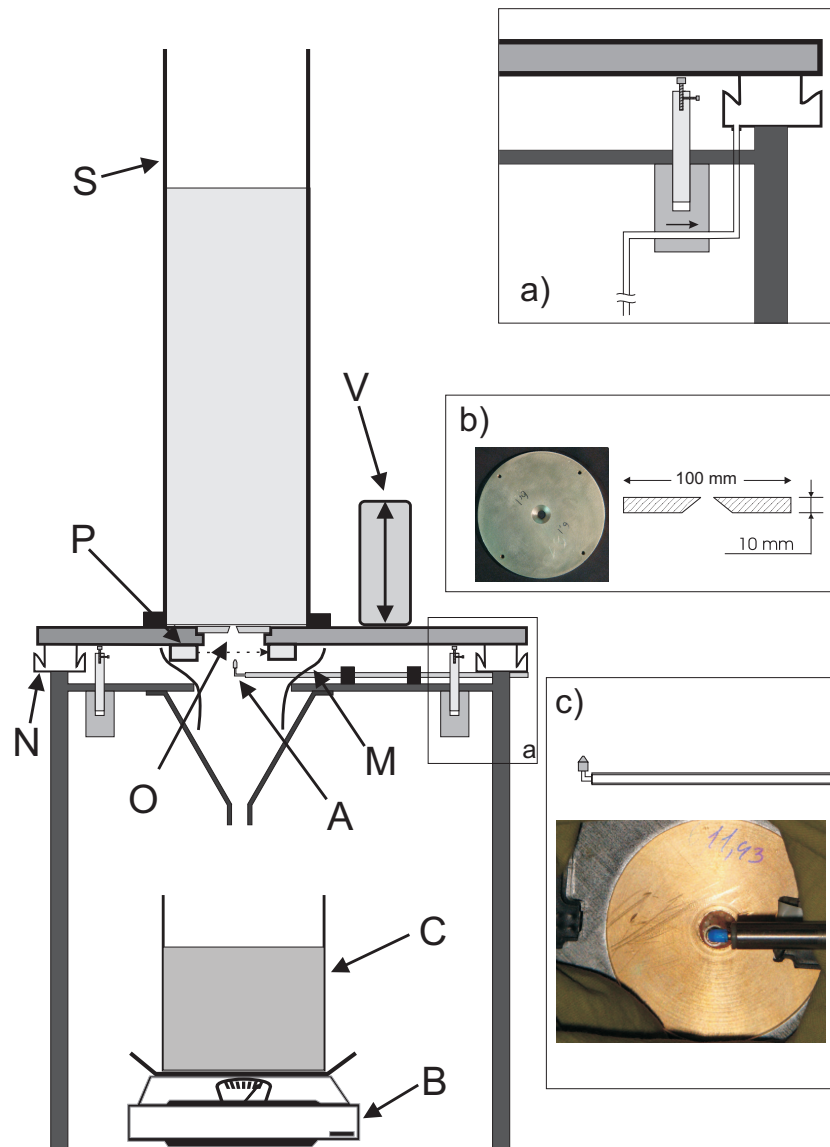


Figura 2.2: Esquema del dispositivo experimental. S: pared del silo; V: vibrador neumático; P: fotosensor; O: orificio de salida; M: manga de tela; A: Dispositivo para desatascar el orificio; N: Patas de soporte del silo; C: Caja de cartón; B: Balanza. La gráfica a) corresponde a una ampliación de uno de los soportes neumáticos, la figura b) muestra una fotografía y un corte transversal de los discos que conforman el orificio de salida y la figura c) muestra un esquema del sistema de aire comprimido para la ruptura de atascos y una fotografía de la parte inferior del silo.

2.2 Dispositivo experimental

Silo

A fin de posibilitar la comparación con mediciones realizadas en trabajos anteriores [46], se utilizó un silo cilíndrico de fondo plano, de altura 53 cm y radio 14 cm, fabricado en acero inoxidable de espesor 2 mm. Tales dimensiones fueron escogidas para poder despreciar los efectos de borde: Nedderman [5] encontró que las paredes no afectaban a la descarga si el diámetro del silo es superior a aproximadamente 30 diámetros de partículas. La altura del recipiente permite obtener avalanchas de unos 300.000 granos, sin que el cambio de la altura del material afecte a la descarga, gracias al efecto Janssen [2]. Se utilizó acero inoxidable en su construcción tanto por su resistencia mecánica como por su aguante frente a la corrosión. La utilización de acero inoxidable en la construcción de las paredes no afectará a los resultados, ya que se ha comprobado previamente [46] que el material del que está hecho el silo no afecta de manera significativa al proceso de descarga.

Tras pasar por el orificio, el material granular cae por una manga de tela de un diámetro aproximado de 20 cm hasta un embudo metálico sujeto a una placa que está fijada respecto a los soportes del silo y recolecta el material granular. El objetivo de utilizar una manga flexible es el de asegurar la recolección de todas las partículas que se descargaron sin afectar el movimiento vibratorio del silo, ya que el embudo no se encuentra en contacto con la base del silo (ubicada sobre los cojines neumáticos). Finalmente los granos caen a una caja de cartón, donde se recogen y se pesan las partículas.

Orificios

La principal variable del experimento es el tamaño del orificio. A fin de poder variarlo de manera simple, la base del silo la constituye un disco perforado fácilmente intercambiable. Este disco se perfora con el diámetro deseado. Al orificio se le da un perfil cónico (más ancho en la parte de abajo que en la de arriba), para evitar que se formen arcos en el orificio de salida por debajo de su borde superior. Se muestra este detalle en la ilustración b) de la figura 2.2. Las perforaciones se realizaron con una broca cónica, y su diámetro se midió utilizando un calibre con una precisión de 0.05 mm, repitiéndose las medidas 6 veces variando la orientación en la cual se realiza, para comprobar la forma circular del orificio, de manera que la resolución con la que se proporcionan las dimensiones del tamaño del orificio es de 0,1 milímetros.

Debido a la gran cantidad de diámetros de salida utilizados, se hizo necesario reutilizar algunos de los discos para perforar orificios de mayor tamaño. Dado que sólo es posible incrementar el tamaño de los orificios y que el método utilizado para realizarlo no permite maquinar un orificio con una precisión suficiente, es complejo obtener un orificio con exactamente las mismas dimensiones que otro realizado previamente.

Soportes neumáticos

Dado que el silo debe someterse a vibraciones, es necesario un mecanismo que permita el movimiento en la dirección vertical, a la vez que desacople los elementos que vibran del resto del laboratorio. A tal fin, la base del silo se coloca sobre tres soportes, de tal modo que el sistema se apoya sobre cojines neumáticos que permiten el movimiento vertical. A fin de asegurar la horizontalidad de la base, la altura de cada soporte neumático se regula automáticamente mediante una válvula mecánica. Se muestra un esquema de este dispositivo en la figura 2.2 a). Para obtener una buena estabilidad del montaje, es conveniente que las válvulas estén funcionando de manera casi continua. Para ello, se provoca en los soportes neumáticos una pequeña pérdida de aire que se vaya compensando automáticamente de forma continua. Eso se consigue efectuando un pequeño orificio de purga en los tubos de alimentación de aire de cada cojín neumático. Así, cuando la masa del silo se reduce por la descarga del material granular, este sistema va corrigiendo de manera automática la posición de la base flotante.

Dispositivo para desatascar el orificio de salida

Como se ha comentado, en ciertas ocasiones el flujo de material se verá interrumpido por la formación de arcos en la salida. Por tanto es necesaria la utilización de un sistema que rompa tales arcos y reanude el flujo. Existen varios métodos para lograrlo, como por ejemplo golpear las paredes del silo, someterlo a una vibración intensa, o el que ha sido empleado en este experimento, consistente en la utilización de un chorro de aire comprimido con una presión de 6 bares que se proyecta desde la parte inferior del orificio de salida a través de una boquilla de 1 mm de diámetro. Se muestra este dispositivo en el detalle c) de la figura 2.2.

El mecanismo escogido tiene algunas ventajas respecto a los otros métodos mencionados: la perturbación que se produce sobre el material se reduce únicamente a una pequeña zona en torno al orificio de salida, sin influir notablemente al resto del material almacenado en el silo. Además, no es necesario un contacto físico con el silo, y de tal manera las vibraciones del silo no se verán afectadas. Y por último, la utilización de un chorro de aire comprimido ofrece una repetibilidad satisfactoria en la perturbación. A diferencia, por ejemplo, de los golpes en las paredes, pues en tal caso la perturbación introducida se debe propagar a través de las cadenas de fuerza que se generan en el material, las cuales varían de un caso a otro.

La boquilla a través de la cual sale el chorro de aire usado para la ruptura de los arcos está fija respecto las patas de soporte del silo y se encuentra a unos 2 cm del orificio de salida. El valor indicado de la presión de aire se escogió porque se comprobó previamente que así se rompían los arcos para todos los orificios de salida utilizados. Ya se había verificado previamente que por encima de 4 bares no se aprecian diferencias en el comportamiento del sistema. El chorro de aire comprimido se aplica durante un tiempo de $0,5 \pm 0,1$ s, valor que se reveló suficiente para asegurar que se reanude el flujo en todos los casos.

La apertura y cierre del chorro de aire comprimido se controla mediante una electroválvula modelo SMC SY5120-6LOU-01F-Q, conectada a un banco de relés controlado mediante el ordenador, como se describirá mas adelante.

2.3 Vibraciones

Como los medios granulares son fuertemente disipativos, cualquier inyección de energía en el sistema se pierde rápidamente. Por ello es necesario un suministro de energía continuo. En la industria se emplean numerosos métodos para generar y mantener las vibraciones, y de entre ellos se escogió utilizar un vibrador neumático debido a una muy buena relación entre fuerza máxima y peso, su bajo coste comparado con las alternativas y la disponibilidad de aire comprimido en nuestras instalaciones. De los modelos disponibles se optó por uno de masa oscilante lineal, que tiene la ventaja de generar fuerzas sólo en una dirección. El vibrador utilizado en los experimentos es un modelo URBAR FP-25s, el cual puede desarrollar una fuerza máxima de $426N$ cuando se le aplica el máximo permitido de presión de aire. El vibrador se alimenta mediante aire comprimido con una presión máxima de 8 bares, siendo controlada manualmente la presión de trabajo mediante un regulador de presión. El vibrador se sujeta al silo, en un punto lo mas próximo posible al centro de gravedad de la sección del dispositivo ubicado sobre los cojines neumáticos, siendo imposible colocarlo exactamente sobre él, pues su eje vertical se halla en la región ocupada por el silo. Por tanto se producen vibraciones solidarias tanto para la base del silo como para sus paredes.

Un inconveniente que surge de la utilización de un vibrador neumático es que al cambiar la presión de aire utilizada se varía no sólo la amplitud de la vibración, sino también su frecuencia. Otro inconveniente de este tipo de vibradores es que necesitan una cierta presión mínima para poder funcionar, lo que impide reducir arbitrariamente la intensidad de las vibraciones. Para el protocolo experimental utilizado en el presente trabajo tales inconvenientes no son importantes, ya que se decidió utilizar una única intensidad de vibración, sin embargo si en futuros experimentos se deseara variar esos parámetros se debe utilizar otro sistema alternativo, como por ejemplo un vibrador de tipo electromecánico.

A fin de medir la respuesta del silo bajo el estímulo externo generado por la vibración, se colocó en la base un acelerómetro, en la zona mas próxima posible al centro del silo. La respuesta del silo al estímulo del vibrador puede verse en la figura 2.3. Como es de esperar, el sistema no sigue una vibración armónica, aunque sí periódica. Por ello se caracterizará la vibración con el valor cuadrático medio de la aceleración dividido por la aceleración de la gravedad:

$$\Gamma_{eff} = \frac{a_{rms}}{g} \quad (2.1)$$

Como se ha indicado, se escogió realizar todas las mediciones para un valor fijo $\Gamma_{eff} = 0,226$. La elección de tal valor para la aceleración se debe a que en las pruebas preliminares realizadas, se observó que afectaba de manera apreciable la formación de atascos permanentes en el silo siendo aún vibraciones con una aceleración máxima debajo de la

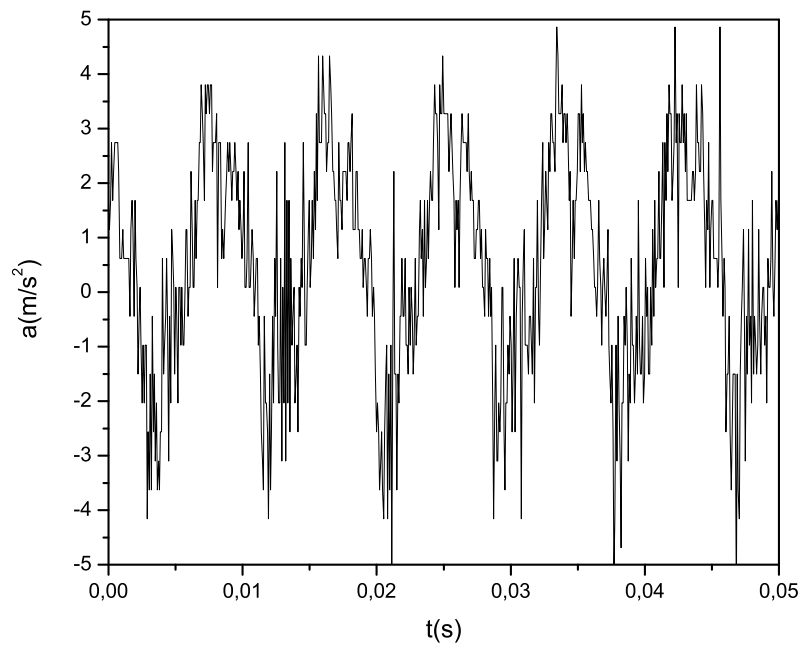


Figura 2.3: Ejemplo de señal registrada por el acelerómetro.

aceleración de la gravedad. El valor de la aceleración elegido corresponde a una presión de alimentación del vibrador neumático de 4 bares. El espectro de la aceleración utilizada para los experimentos se muestra en la figura 2.4. Las vibraciones tienen el máximo de potencia en aproximadamente 112 Hz, presentando armónicos de dicha frecuencia fundamental.

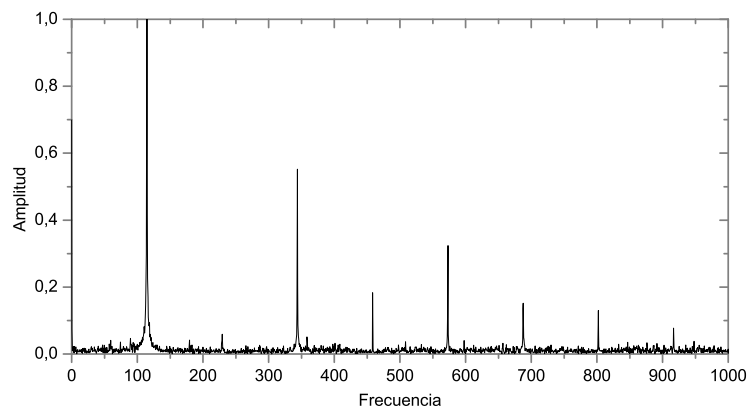


Figura 2.4: Espectro de potencias de la aceleración del silo

Aunque la vibración provoca sobre todo una aceleración en la dirección vertical, es probable que existan aceleraciones residuales en la dirección horizontal debido a la disposición del vibrador. Para cuantificar tales vibraciones se realizaron medidas simultáneas de las aceleraciones en dirección horizontal y vertical, utilizando dos acelerómetros colocados en dirección perpendicular sobre la base del silo. La señal obtenida de los acelerómetros fue registrada mediante un osciloscopio HP54510A conectado a un ordenador a través de un bus GPIB. Se realizaron medidas independientes de las aceleraciones en las direcciones X e Y en función de la dirección vertical Z, como se muestra en el esquema de la figura 2.5.

Las medidas fueron realizadas en cada caso colocando los acelerómetros utilizados en la base del silo, pues es la región que resulta de interés para los experimentos realizados. Los resultados de las medidas se muestran en la figura 2.5. No existe una correlación discernible entre las aceleraciones en la dirección vertical y la dirección horizontal. Asimismo se observa que existe una componente en dirección horizontal, pero de un valor menor que en dirección vertical. Es posible observar en particular en la figura que representa X en función de Z, que parece existir un valor máximo en la amplitud de la aceleración en X; tal umbral solo es consecuencia de la saturación de la señal de entrada en el osciloscopio; ya que se calibró el mismo para captar señales de hasta 0,10 g.

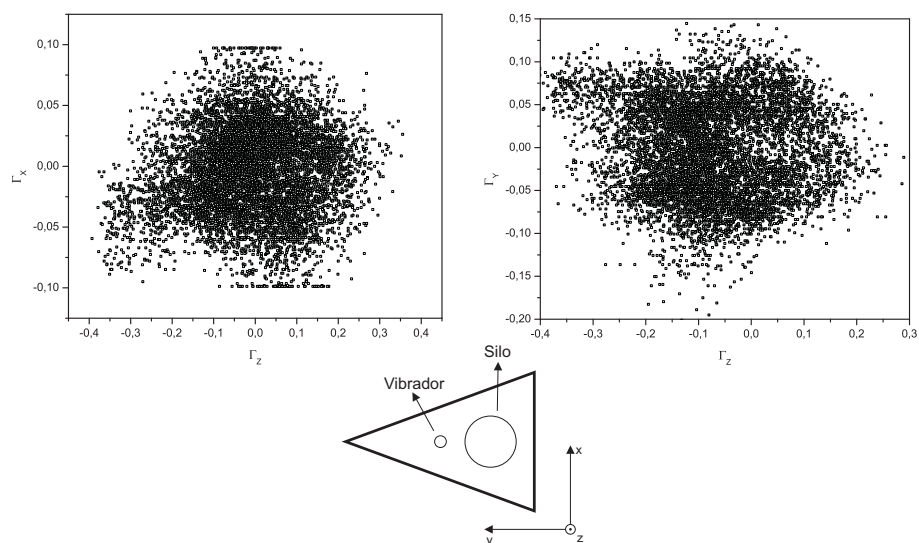


Figura 2.5: Aceleraciones en las direcciones X e Y indicadas en la figura respecto de la aceleración en la dirección Z.

Sistema de recarga automática

Cuando se usan orificios de salida grandes, el tamaño de las avalanchas es muy elevado; tanto, que pueden resultar mayores que la cantidad de partículas almacenadas en el silo. Para realizar mediciones con tales orificios existen dos soluciones: aumentar las dimensiones del silo a fin de almacenar un número mayor de granos, o bien ir recargando el silo permanentemente. El primer método adolece de varios inconvenientes; uno de ellos es el tamaño

del silo, que resultaría desmesurado en el laboratorio. Además, es sólo una solución parcial, puesto que las dimensiones del silo siguen limitando el tamaño permitido de las avalanchas. La segunda opción conlleva la implementación de un sistema de recarga automático (puesto que la recarga manual no es viable), de modo que se rellene el silo reciclando las partículas que ya han caído por el orificio. El inconveniente es que ya no es posible determinar el número de granos que han caído en una avalancha midiéndolo directamente con una balanza, siendo necesario utilizar un método indirecto, que se describirá posteriormente.

En este trabajo se adoptó el segundo método, de modo que se implementó un sistema de recarga automática del silo. En la figura 2.6 se muestra un esquema del mecanismo de recarga. Las partículas que caen del silo son recolectadas en un depósito de base cónica. Cuando el nivel del material en el silo desciende por debajo de una altura igual a dos veces el diámetro del silo, se pone en marcha un tubo de Venturi. Éste aspira el material granular del depósito y lo descarga en una tolva auxiliar colocada sobre el silo, desde donde pasan a él. Se realizaron medidas de la descarga del silo para diferentes orificios utilizando tanto el sistema automático de recarga como recargando manualmente el silo, sin apreciarse diferencias en los resultados.

El tubo de Venturi necesita grandes caudales de aire comprimido para su funcionamiento. Por tanto no es aconsejable ni práctico que se encuentre en marcha permanentemente. Así, es necesario un mecanismo que active el sistema de recarga cuando el silo descienda por debajo de un cierto nivel y lo apague cuando se llene (dos umbrales, uno de encendido y otro de apagado). Para ello se colocaron en el depósito de recolección de partículas un par de sensores fotoeléctricos que detectan el nivel del material granular. Allí puestos, no afectan en absoluto el desarrollo del experimento. Los sensores utilizados fueron de paso de haz, modelo Pasco Scientific ME-9204A, que se conectan a un circuito acondicionador de señal. Con ello se determina el estado en que debe encontrarse el tubo de Venturi y se actúa sobre una electroválvula que abre o cierra el paso de aire. El circuito de control del sistema de recarga tiene como objeto automatizar en la medida de lo posible la recarga del silo, asegurando que el nivel de material no descienda por debajo del valor óptimo. Para ello, la estrategia es poner en marcha el mecanismo de recarga cuando el nivel del silo desciende por debajo del umbral fijado y mantenerlo encendido hasta que se llene, apagándose entonces el mecanismo. Eso exige calibrar qué cantidad de grano en el depósito inferior corresponde a los umbrales de encendido y apagado.

El circuito de control del tubo de Venturi posee tres bloques, tal y como se muestra en la figura 2.7. Una primera etapa de entrada (I) acondiciona las señales de los fotosensores mediante un filtro pasabajos pasivo, con un período de corte de aproximadamente 7 ms (mayor que el tiempo de paso de una partícula por el haz del fotosensor). El objetivo de dicho filtro es el de evitar que el paso ocasional de una partícula que ingresa en el depósito interrumpa el haz de uno de los sensores y active el circuito.

El segundo bloque, denotado con (II) en la figura, es el la lógica de control propiamente dicha. Consiste en un biestable JK (también conocido como báscula o *flip-flop* en inglés)

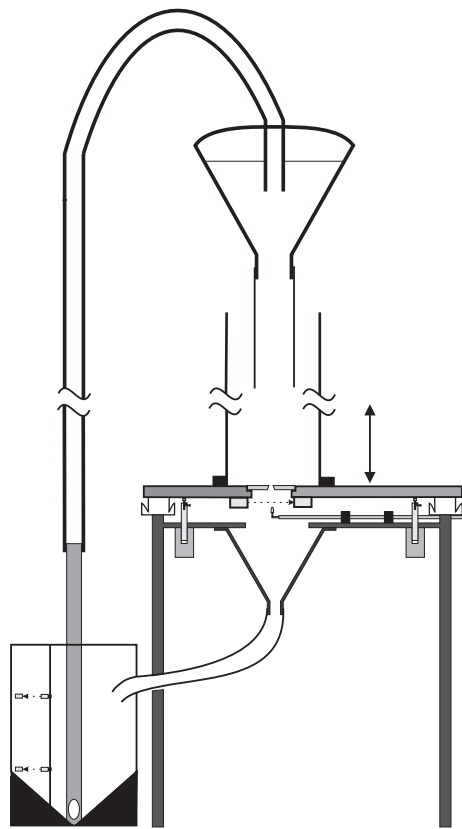


Figura 2.6: Esquema del mecanismo de recarga automática.

modelo 4027, que actúa como un bit de memoria del estado de la válvula. Mediante dos compuertas lógicas NAND (4001) y NOR (4011), se selecciona el estado del *flip-flop* en on u off. El diagrama de estados de dicha lógica se muestra en la figura 2.8.

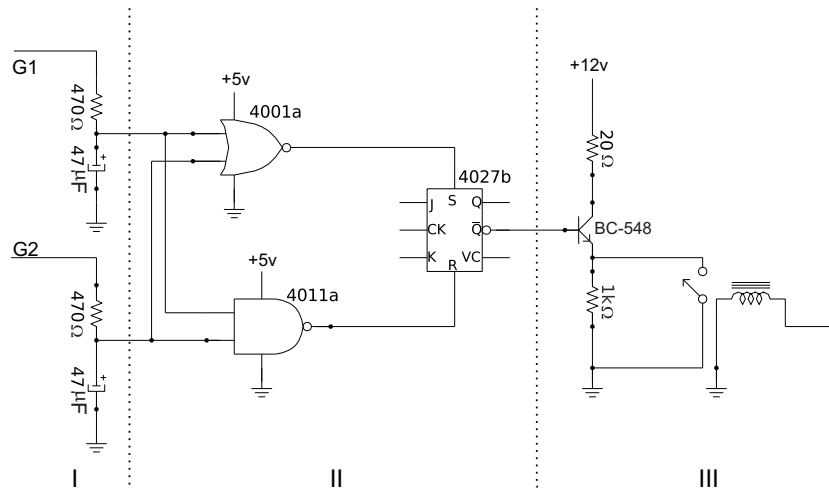


Figura 2.7: Circuito del sistema de recarga automática.

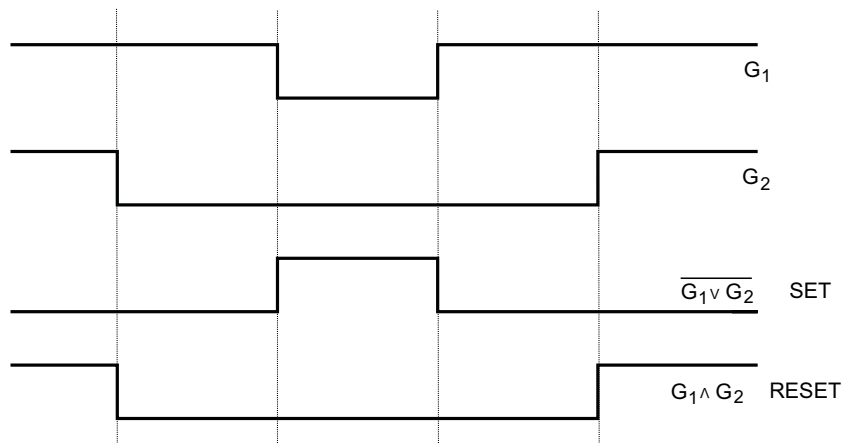


Figura 2.8: Diagrama de estados del circuito de control del mecanismo de recarga automática.

La tercera sección, marcada con III en la figura, controla la electroválvula del tubo de Venturi. Dicha válvula funciona con un voltaje de 12V, pero necesita una mucha corriente, y la salida de la sección II es la de una lógica TTL. Por ello la válvula se activa mediante un relé de estado sólido. Como la corriente de control de dicho relé se halla por encima de los valores de la lógica TTL, se colocó previamente un seguidor de emisor funcionando como un amplificador de corriente, utilizando un transistor BC547.

2.4 Material granular

Para los experimentos se utilizaron partículas esféricas de Delrin® (nombre comercial del poliacetal [67]) con un diámetro nominal de 3 mm y que presentan las siguientes propiedades:

Masa por partícula	$18,9 \pm 0,3 \text{ mg}$
Densidad	$1,34 \pm 0,05 \text{ g/cm}^3$
Diámetro	$3,00 \pm 0,02 \text{ mm}$
e	$0,92 \pm 0,02$
θ_i	$29 \pm 1^\circ$

El coeficiente de restitución e fue obtenido dejando caer las bolitas sobre una placa de vidrio y midiendo el tiempo entre botes consecutivos utilizando un micrófono colocado sobre la placa. Tal método desprecia la influencia del rozamiento con el aire, ya que aplicando la fórmula de Stokes, se halló que para botes con una altura de 0,4 m el rozamiento con el aire produce una fuerza inferior al 1 % de la fuerza gravitatoria sobre la partícula. El ángulo θ_i es aquél para el que se desencadena una avalancha. En éste caso el término avalancha hace referencia a la formación de flujos rápidos al deslizarse el material granular por una pendiente. Este ángulo fue medido inclinando un recipiente horizontal lleno de material granular hasta que se produce una avalancha en la superficie; en tal momento se registra el ángulo que forma el recipiente con la horizontal.

La elección del Delrin como material para las partículas se debe a que la utilización del sistema de recarga automática descrito en la sección anterior somete a las partículas a un gran desgaste. Tras probar diferentes materiales se optó finalmente por éste. Se ha comprobado su resistencia a la atricción pero para una mayor seguridad se verificó a intervalos regulares que las partículas no presentarían daños durante el desarrollo del experimento, mediante la inspección ocular de una muestra.

2.5 Instrumentación

Las magnitudes de interés para caracterizar la descarga del silo son el número de partículas que caen entre dos atascos consecutivos (el tamaño de la avalancha) y la distribución temporal de dicha descarga. Se utilizaron los siguientes instrumentos de medida:

Mainframe VXI

Las medidas de la señal del fotosensor y el control de las válvulas a través del ordenador se realizó mediante instrumentos conectados a un *mainframe* VXI HP75000. Un *mainframe* VXI es un sistema modular que consiste en un chasis en el que es posible emplazar un conjunto de instrumentos de medición. Presentan una interfaz única para el control del conjunto de instrumentos mediante un ordenador, a través de un bus GPIB. Otra ventaja de la arquitectura VXI es la posibilidad de comunicación entre instrumentos colocados en

el mismo chasis. El *mainframe* utilizado dispone de una cantidad de memoria interna para el almacenamiento de las medidas realizadas.

Multímetro

La señal de los fotosensor ubicado a la salida del silo y que se describe posteriormente, se registra utilizando un multímetro Hewlett Packard E1326B, que es un instrumento VXI (ocupa un *slot* en el *mainframe* VXI descrito previamente). El multímetro posee una frecuencia máxima de muestreo de 13000Hz , una resolución de $5\frac{1}{2}$ dígitos y es capaz de almacenar en la memoria del *mainframe* VXI hasta 25.000 mediciones. No se utilizó la frecuencia máxima de muestreo que es permite el multímetro, debido al escaso tiempo de registro que se podría almacenar en tal caso; se escogió en general un periodo de 5ms para medir las señales del fotosensor. Tal elección no presenta inconvenientes en la detección del paso de todas las partículas, gracias al circuito de acondicionamiento de señal descrito en la sección 2.5.

El multímetro puede ser utilizado en dos configuraciones: una permite registrar una única medición de una de sus entradas y transferirla inmediatamente al ordenador a través del bus, produciéndose asimismo el cierre y apertura de un relé de estado sólido; la segunda configuración permite realizar mediciones en “ráfagas” de una de sus entradas, con lo que nuevamente se cierra el relé correspondiente a la entrada deseada, pero se efectúan un número prefijado de mediciones a intervalos de tiempo regulares, almacenándose en la memoria interna y transfiriéndose al ordenador el conjunto de medidas una vez finalizadas. La utilización de medidas en “ráfagas” tiene la ventaja de permitir realizar medidas con una frecuencia mayor que en el caso de las medidas individuales, ya que el instrumento no debe transferir los resultados tras cada medición. Una ventaja adicional se encuentra en que es necesario cerrar el relé de la entrada únicamente una vez para cada ráfaga de mediciones. Si se realizan medidas individuales, cada medida implica el cierre y apertura del relé y ello agota su vida útil notablemente. El principal inconveniente de emplear de “ráfagas” de medidas es que es necesario esperar a que el instrumento concluya el registro de toda la ráfaga antes de poder descargar de la memoria del *mainframe* los datos almacenados.

Banco de relés

Las electroválvulas utilizadas en el experimento, tanto para el dispositivo usado para desatascar el orificio, como para el control del vibrador neumático son manejadas utilizando los relés que posee un módulo multiplexor de 16 canales Hewlett Packard modelo HP1343A, montado en el *mainframe* VXI.

Fotosensor

En los experimentos realizados es de especial interés determinar si en un momento dado están pasando granos o no a través del orificio. A tal fin, se colocó un fotosensor Pasco

Scientific ME-9204A sujeto solidariamente a la base del silo, aproximadamente a 1 cm por debajo del orificio de salida. Consiste en un sensor de paso de haz, que utiliza luz infrarroja. El fotosensor posee un área de detección con un radio de aproximadamente 2 mm y es necesario que toda ella esté totalmente cubierta para que cambie de estado. Con el fin de incrementar la sensibilidad del instrumento al paso de una partícula individual, se colimó el haz mediante un diafragma colocado frente al sensor de luz, con un orificio circular de 0,5 mm de diámetro.

El fotosensor puede detectar interrupciones del haz de duración inferior al milisegundo. El tiempo de paso de una partícula a través del haz es de aproximadamente 5 ms. Por tanto no resulta necesario detectar intervalos de tiempo inferiores. Se colocó entonces en la salida del fotosensor un circuito de acondicionamiento de la señal, con un monoestable de latencia ajustable. El circuito mencionado permite seleccionar el período de muestreo del multímetro en valores de entre 5 y 15 milisegundos, asegurando que se registrarán todos los eventos de pasos de partículas que puedan suceder entre muestra y muestra del multímetro.

La figura 2.9 muestra el diagrama del circuito de acondicionamiento de la señal del fotosensor. La parte central del circuito es el multivibrador monoestable 4538, que emite

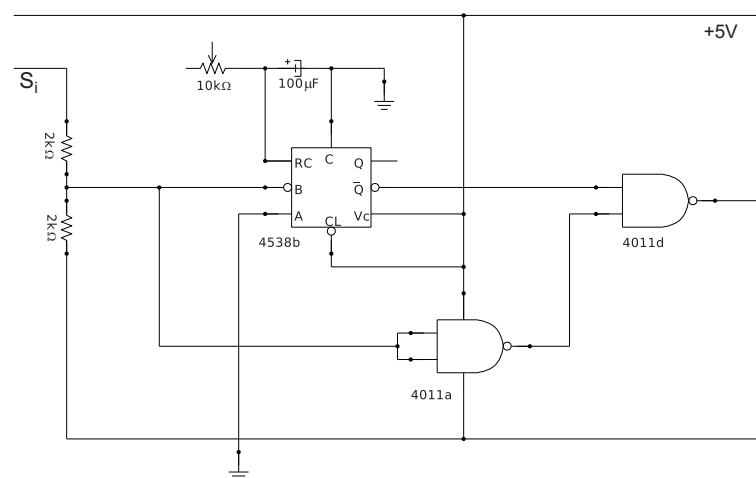


Figura 2.9: Circuito de acondicionamiento de la señal del fotosensor.

un pulso de duración ajustable a través de la variación del tiempo característico τ_m de un circuito RC cuando detecta un flanco en la señal de entrada. El pulso emitido es redispensible, esto es, el tiempo del pulso se prolonga en el tiempo característico si mientras está activado se detecta un nuevo flanco en la señal de entrada. Dicho monoestable se conecta a la salida del fotosensor, de manera que se dispare con los flancos negativos (cuando el sensor deja de estar interrumpido). La salida del monoestable se compara con un OR lógico con la señal de entrada al circuito proveniente del fotosensor S_{in} , obteniéndose así una señal que prolonga todos los pulsos en un tiempo τ_m , como se representa en el diagrama de estados de la figura 2.10.

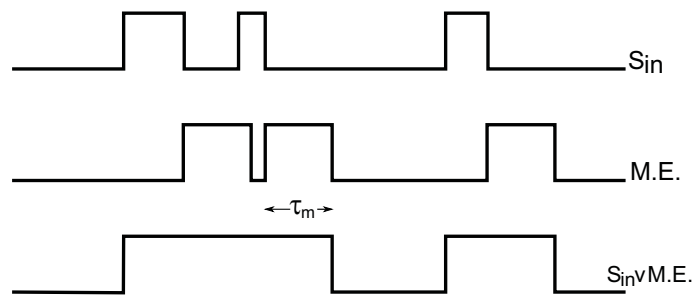


Figura 2.10: Diagrama de estados de ejemplo para el circuito de acondicionamiento de señal del fotosensor. La primer gráfica, indicada con S_{in} es un ejemplo de la salida del fotosensor. La segunda gráfica representa el estado de la salida Q del monoestable. La tercer gráfica es un OR lógico de la primera y segunda gráficas, y corresponde a la salida del circuito de acondicionamiento de la señal

Acelerómetros

Las vibraciones del silo fueron medidas utilizando un acelerómetro Bruel & Kjør modelo 4503. La señal del acelerómetro se capturó mediante un osciloscopio HP54510A conectado a través de un bus GPIB al ordenador.

Para realizar las medidas del movimiento horizontal del silo que se muestran en la figura 2.5 se utilizó el acelerómetro mencionado en conjunto con otro acelerómetro Isotron Modelo 256-10.

Balanza

El método principal para obtener el tamaño de las avalanchas consiste en servirse de una balanza sobre la cual se coloca la caja que recibe los granos que han caído del silo. Como se conoce el peso de cada grano, el tamaño de la avalancha se obtiene inmediatamente. Se empleó una balanza electrónica modelo Sartorius GP 4102, cuyo fondo de escala es de 4100 g y la precisión de 0,01 g, por lo que permite resolver una partícula. Las mediciones de peso se realizan esperando a que la balanza se estabilizara en un valor fijo durante aproximadamente cinco segundos. La balanza se conecta a través de un puerto RS232 al ordenador de control del experimento.

2.6 Protocolo de medida

Pseudocódigo del programa de medida.

El programa utilizado para realizar las mediciones se presenta en el apéndice 1. A continuación se describe el algoritmo utilizado.

El pseudocódigo es el siguiente:

1. Se configuran los instrumentos y se tara la balanza.

2. Se mide el peso en la balanza, y se almacena en la memoria del ordenador. (Dado que el algoritmo procesa un cierto número de avalanchas sin volver a tarar la balanza, es necesario conocer el peso antes de iniciar una avalancha nueva). Este peso puede corresponder a una cierta cantidad de granos caídos y registrados después de la tara inicial.
3. Se desencadena una avalancha mediante un chorro de aire comprimido dirigido al orificio.
4. Inmediatamente se comunica al multímetro que inicie una serie de mediciones a intervalos regulares del estado del fotosensor colocado a la salida del silo.
5. Se espera a que el multímetro notifique que ha completado la serie de mediciones indicada en el paso anterior.
6. Se leen en el ordenador los datos del estado del fotosensor medidos entre los pasos 4 y 5 y que están almacenados en la memoria del multímetro.
7. Si se ha detectado el paso de una partícula en el último 30% del tiempo total de medición, la medida se descarta y se regresa al punto 2. Ello se hace porque no es posible asegurar que la avalancha se pueda considerar terminada al finalizar la serie de medidas. La justificación para este modo de proceder se planteará en la sección 3.1. Como se mostrará posteriormente, este paso considera como finalizada una avalancha que posteriormente podría haberse continuado (falso positivo) en menos del 0,1% de los casos. Ello hace que pese a que se eliminen algunas de las avalanchas que exceden el umbral de los tiempos de medición, el escaso número de ellas hace que el sesgo introducido en la estadística de tamaños de avalancha sea pequeño.
8. Se mide el peso en la balanza. Restando a esta medición la pesada inicial se obtiene el peso de la avalancha actual.
9. Se almacenan en un archivo independiente para cada avalancha los datos de la señal del fotosensor.
10. Se agrega en un archivo de datos el peso de la avalancha, el tiempo que ha durado la avalancha, calculado a partir de la señal del fotosensor y el número de granos que han caído en la avalancha.
11. Si el peso en la balanza es mayor que un cierto valor, se notifica que es necesario recargar manualmente el silo; se espera a la pulsación de una tecla, y se tara a continuación la balanza. La duración registrada de cada avalancha se ve incrementada en el tiempo de filtrado que introduce el monoestable (tal y como puede verse en la figura 2.10). Dado que tal tiempo es pequeño en comparación con la duración de las avalanchas, el error introducido por la presencia del circuito de acondicionamiento de la señal, es despreciado al calcular la duración de las avalanchas.

12. Si no se ha alcanzado el número total de avalanchas a medir que se ha prefijado de antemano, se regresa al punto 2.

El peso máximo que puede alcanzar la balanza antes de solicitar la recarga, se estableció en la mayoría de los casos en 2,5 kg. Por debajo de tal peso la altura del material granular que permanece en el silo hace que la presión del material en la base posea el valor de saturación debido al efecto Janssen. Para orificios grandes, la cantidad de material que se permite descargar del silo antes de solicitar la recarga se redujo a 1,5 kg. Esta modificación se debe a que las avalanchas para orificios grandes son notablemente mayores; existe la posibilidad que, de mantenerse el límite anterior, de producirse una avalancha lo suficientemente larga que hiciera que la altura del material granular descendiera a menos de dos veces el diámetro del silo. En tal caso la presión del material en la base disminuiría. Y por consiguiente no se realizarían todas las mediciones en las mismas condiciones.

Ejemplo de los archivos de datos registrados

A continuación se presenta un extracto de uno de los archivos de datos registrados en el punto 10 del pseudocódigo descrito en la sección anterior:

a)	b)	c)	d)	e)	f)
186	1.42	0.34	0.240113	18.0	12.703047
187	5.71	2.15	0.376532	113.7	19.920240
188	16.15	9.91	0.613546	524.3	32.459332
189	8.29	3.82	0.460907	202.1	24.384050
190	19.79	7.66	0.387025	405.2	20.475349

Se almacena un único archivo de datos para cada tamaño de orificio medido. Las columnas indican: a) número consecutivo de la avalancha que se ha registrado, b) duración de la avalancha en segundos, c) masa de la avalancha, d) flujo W calculado mediante el cociente de las columnas b) y c), e) Número de partículas en la avalancha, f) flujo W_b promedio calculado como el cociente de las columnas d) y e). Conjuntamente con este archivo de datos, para cada avalancha se almacena la señal del fotosensor en un archivo independiente, cuyo nombre incluye el número de la avalancha que se registra también en la columna a) del archivo precedente. A continuación se presenta un extracto de uno de los archivos registrados:

a)	b)
0.060000	0
0.065000	0
0.070000	0
0.075000	1
0.080000	1
0.085000	1
0.090000	1
0.095000	1
0.100000	1

0.105000	1
0.110000	0
0.115000	0
0.120000	1
0.125000	1
0.130000	1

La columna a) indica el tiempo transcurrido en segundos desde el inicio de la avalancha, mientras que la columna b) presentará un 1 si el circuito de acondicionamiento de la señal indica que el haz del fotosensor se halla interrumpido por una partícula en ese instante y un 0 en el caso contrario.

Procedimiento experimental

El algoritmo de medición requiere establecer previamente la frecuencia de medición y el número total de medidas que registrará el multímetro del estado del fotosensor en cada avalancha. Existen dos requisitos contrapuestos en la determinación de estos parámetros: es necesario registrar la avalancha durante un tiempo tal que sólo una muy pequeña fracción de las avalanchas deba ser descartada por haber finalizado el registro antes del final de la avalancha; y es conveniente que la duración del registro no sea en exceso larga, ya que un tiempo excesivo hace que el desarrollo del experimento se prolongue sin generar ninguna información nueva, ya que el silo se halla atascado durante un largo tiempo al final de todas las avalanchas.

Como no se conocen a priori los tiempos que duran las avalanchas, se realizaron pruebas de calibración para un cierto número de tamaños de orificio, durante un tiempo muy largo. Inspeccionando estas mediciones, se escoge para los experimentos un tiempo de medida un 30 % superior a la avalancha máxima registrada en esas pruebas de calibración.

Para cada tamaño de orificio se llevó a cabo el siguiente procedimiento

- Se mide el diámetro del orificio de salida y se coloca en el silo.
- Se carga el silo dejando vacío el depósito de la balanza.
- Se abre la llave de paso de aire a los soportes neumáticos, y se espera a que el nivel se estabilice. Cada cinco orificios medidos, aproximadamente, o cuando era necesario desplazar o desmontar el experimento, se verificó la horizontalidad del silo mediante un nivel de burbuja, ajustándose la altura de apertura de las tres válvulas mecánicas que controlan el acceso de aire a los soportes.
- Se enciende el vibrador neumático. Cada treinta horas de uso del vibrador, se verifica que no existan variaciones en la intensidad de la vibración utilizando el acelerómetro. Nunca se encontraron variaciones significativas en el desarrollo de los experimentos.
- Se ejecuta el programa de medición descrito anteriormente, recargándose el silo cuando se requiere.

Pseudocódigo del protocolo de medición cuando se utiliza el mecanismo de recarga automática

Con el mecanismo de recarga automática es imposible servirse de la balanza para determinar los tamaños de avalancha. En su lugar es necesario seguir un método indirecto, partiendo de los tiempos de paso de partículas. Estos se miden utilizando el fotosensor y , conociendo el número de partículas por segundo (o lo que es lo mismo, el flujo de partículas W_b) para un orificio de determinado tamaño, es posible estimar el tamaño de la avalancha. Se ha comprobado previamente en el silo sin vibrar [46], y para orificios grandes, que W_b es aproximadamente constante, lo cual permite la utilización de este método.

El motivo que incita a utilizar el mecanismo de recarga automática es registrar avalanchas de muy larga duración, lo que hace poco práctico el protocolo de la sección anterior. Dado que el número de medidas que pueden ser almacenados en memoria por el *mainframe* VXI es limitado, para tener tiempos largos de medición sería necesario reducir excesivamente la frecuencia de muestreo. Por ello se decidió utilizar una estrategia de medición con error relativo constante, pues no es imprescindible conocer con gran precisión *absoluta* el tiempo que dura una avalancha extremadamente larga. La idea del algoritmo es realizar un cierto número de “ráfagas” de medidas con un período de muestreo corto al principio y luego medidas a intervalos cada vez mayores cuando ya el tiempo de transmisión de los datos al ordenador sea irrelevante frente al tiempo entre medidas.

El algoritmo de medición es:

1. Se configuran los instrumentos.
2. Se desencadena una avalancha mediante un chorro de aire comprimido dirigido al orificio.
3. Se inicia una ráfaga de 25 medidas de la señal del fotosensor con un período de muestreo de 5 *ms*.
4. Se espera a que el multímetro notifique que ha completado la medición de la serie de medidas iniciada en el punto 3.
5. Se descargan los datos del paso de partículas en el ordenador.
6. Si se ha detectado la formación de un atasco en la avalancha, se repiten los pasos 3 a 5 y si en esta nueva medida no se ha reiniciado el flujo, se calculan el tiempo de la avalancha y se pasa al paso 12.
7. Se repiten tres veces los pasos 3 a 6.
8. Se espera un durante un tiempo igual al 5% del intervalo de tiempo total desde el inicio de la avalancha.
9. Se realiza una medida individual del estado de la salida del fotosensor.

10. Si la señal del sensor indica que no hay flujo de material, se repiten los pasos 8 a 9 cinco veces, y si no se reanuda el flujo en ninguna de las repeticiones, se guarda el tiempo del último instante con flujo y se pasa al paso 12.
11. Se regresa al paso 8
12. Una vez obtenida la duración de la avalancha, se multiplica por el valor del flujo (en número de partículas por segundo) para el orificio utilizado y se registra en un archivo el tamaño de la avalancha correspondiente. El valor del flujo para un tamaño de orificio determinado es medido previamente a través de la pendiente de una gráfica de número de partículas respecto del tiempo, medida mediante la utilización de una balanza.
13. Si no se han realizado todas las medidas de avalanchas, se regresa al paso 2.

Es conveniente realizar algunas aclaraciones sobre las razones de algunos de los pasos descritos en el algoritmo previo: la elección de una ráfaga de 25 medidas en el paso 3 del algoritmo anterior se eligió ya se determinó que el tiempo que es necesario para la transmisión y análisis de los datos es igual al tiempo entre medidas del paso 8. Por tanto, si se produce el fin de la avalancha en el momento en el que se están transfiriendo los datos de la avalancha previa al ordenador, la precisión de la medida del tiempo de avalancha no se ve afectada. El número de repeticiones expresado en el paso 7 se origina en el hecho que tras la tercera repetición de los pasos 3 a 6 el período de medición que es posible utilizar realizando medidas individuales con el *mainframe* VXI es el 5% del tiempo transcurrido desde el inicio de la avalancha y por tanto permite mantener la precisión relativa constante en la medida del tiempo de avalancha cuando se utiliza el sistema de recarga automática.

Medidas de probabilidad de desatasco

En el desarrollo del trabajo y por motivos que se describirán en el capítulo siguiente, resultó de interés determinar la estabilidad de arcos que se han formado en un silo sin vibrar, bajo la presencia de vibraciones. Para ello se inicia descarga del silo sin vibrar hasta que se forme un atasco permanente, y posteriormente se hace vibrar el silo para detectar si el arco se rompe. Dado que es necesario controlar el estado de la vibración se modificó ligeramente el experimento, agregando una nueva electroválvula SMC-VM830-01-01 en la alimentación de aire del vibrador, de tal manera que su estado pudiera ser controlado desde el ordenador. El procedimiento utilizado para realizar las medidas es el siguiente:

1. Se configuran los instrumentos y se tara la balanza.
2. Se mide el peso en la balanza.
3. Se inicia una avalancha mediante un chorro de aire dirigido hacia el interior del silo, a través del orificio.
4. Se mide el peso en la balanza hasta que se detecta que permanece estable durante 30 segundos, lo cual indica que se ha formado un atasco.

5. Se enciende el vibrador, y se almacena el tiempo de inicio de la vibración.
6. Se mide el peso en la balanza.
7. Si el peso en la balanza no se ha incrementado y el tiempo transcurrido desde el inicio de la vibración no supera el límite de espera para la ruptura de un arco, se espera una décima de segundo y se regresa al punto 6. El límite de espera se fija en el momento de inicio de cada experimento.
8. Si se incrementó el peso en la balanza se suma uno a un contador que registra el número arcos que se han roto a causa de la vibración.
9. Se apaga el vibrador.
10. Se esperan aproximadamente 30 segundos a que el sistema se atasque nuevamente. La elección de este tiempo de espera se debe a que para el silo sin vibrar y los tamaños de orificios utilizados la duración de las avalanchas es siempre inferior a 30 segundos.
11. Si el peso en la balanza supera el peso máximo se notifica que el silo debe ser recargado y se espera la pulsación de una tecla; a continuación se tara la balanza.
12. Si no se han alcanzado el número total de avalanchas a medir, se vuelve al punto 2
13. Se calcula finalmente la probabilidad de ruptura de los arcos para el orificio utilizado mediante el cociente entre el número de veces que los arcos se han roto a causa de la vibración, dividido por el número de avalanchas registradas.

Capítulo 3

Resultados

El desarrollo del presente capítulo procederá de la siguiente manera. En primer lugar se mostrará la estructura interna de las avalanchas cuando el silo es sometido a vibraciones. Luego se describirá el comportamiento del flujo de descarga del silo cuando es sometido a vibraciones y los resultados obtenidos para la estadística de tamaños de las avalanchas. A fin de explicar el origen de las diferencias entre los casos con y sin vibraciones que aparecen en las estadísticas de avalanchas, se propondrá un modelo simple que pretende explicar cualitativamente la descarga de un silo sometido a vibraciones. Posteriormente se corroborará la validez del modelo confrontándolo con los resultados experimentales. Por último, se presentarán medidas experimentales de los parámetros introducidos por el modelo.

3.1 Estructura interna de una avalancha

Al hacer vibrar el silo es posible notar que las avalanchas son de una duración mayor que las obtenidas en el silo sin vibrar. El aporte de energía al sistema puede perturbar los arcos que se forman en el sistema y dar lugar a avalanchas de duración mayor. Una diferencia cualitativa entre los silos con y sin vibraciones, y que se hace evidente inmediatamente, es que el desarrollo de una avalancha en el silo vibrado puede ver interrumpida su descarga, para posteriormente reanudarse por sí misma, durante tiempos mayores que lo que puede observarse en el silo sin vibraciones. A fin de ilustrar gráficamente tal diferencia, en la figura 3.1 se muestra un ejemplo de señales típicas, obtenidas por el fotosensor, tanto para un silo sin vibraciones como para otro sometido a vibraciones.

En ambos casos la señal registrada presenta intervalos de tiempo en los que el haz del fotosensor colocado próximo al orificio de salida no se halla interrumpido. Tales intervalos serán denotados mediante Δt_{at} como se muestra en la figura 3.1.

En el silo sin vibrar se observan un conjunto de Δt_{at} que poseen una duración del orden de magnitud del tiempo de paso de una partícula a través del orificio. Ello lleva a pensar que el origen de éstos se encuentra en la naturaleza discreta del material granular y no en la interrupción del flujo causada por la formación de arcos. Otro posible origen para los Δt_{at} puede hallarse en fallos de la detección de la salida de partículas. Es posible que

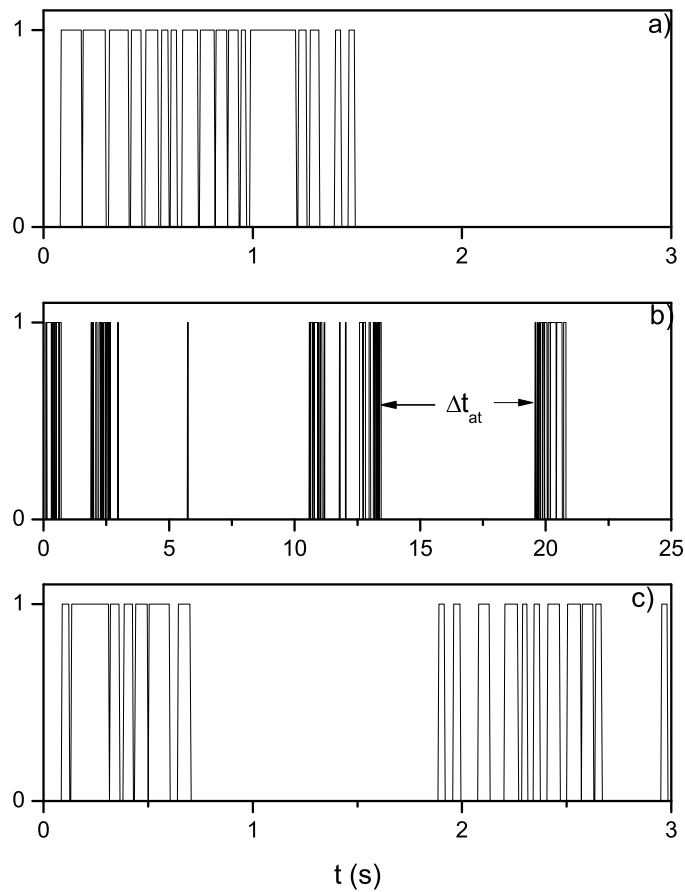


Figura 3.1: Señales típicas del fotosensor, para **a)** el silo sin vibraciones y **b)** el silo vibrado. El tamaño del orificio de salida en ambos casos es $D = 3,05$. La figura c) muestra una ampliación del gráfico b), a la misma escala que a) a fin de poder comparar ambos casos más fácilmente y mostrar el aspecto de las avalanchas a una escala temporal más fina. En todos los casos, un valor de 1 en la figura indica que las partículas se encuentran fluyendo.

la trayectoria de salida de las partículas del orificio haga que no interrumpan el haz del fotosensor.

Se ha intentado en el diseño del experimento evitar en lo posible tales errores, pero no pueden ser descartados completamente. La probabilidad de no detectar el paso de una partícula es baja; menos del 1% de las partículas que caen por el orificio no atraviesan el haz del fotosensor. Tal valor es sólo una estimación, ya que no es posible medir el número de partículas que se descargan del orificio y no son detectadas. Los Δt_{at} que puedan surgir por tal causa deben tener una duración aproximada del orden del tiempo de paso de una partícula por el haz del fotosensor.

Una avalancha típica del silo vibrado se muestra en la figura 3.1 b). El silo vibrado presenta intervalos breves en los que no se detecta el flujo similares a los que se observan en el silo sin vibrar. A fin de mostrar ello con mayor detalle, en la figura 3.1 c) se representa una ampliación de la figura 3.1 b). Tales interrupciones deben tener su origen en causas similares a las que los generan en el silo sin vibraciones.

La única causa plausible de la aparición de intervalos Δt_{at} de larga duración que se observan en el silo vibrado es la formación de un arco en el orificio de salida. El arco puede romperse eventualmente a causa de las vibraciones que se introducen al sistema y de tal manera reanudarse el flujo. Ello produce un intervalo de tiempo durante el cual el fotosensor no detecta el paso de partículas que sólo dependerá del tiempo que le lleve a la vibración romper el arco y cuya duración es indeterminada.

Resumiendo, los intervalos Δt_{at} en los que no se detecta el paso de partículas parecen tener origen en dos causas diferentes: una debida a la naturaleza discreta del material granular y que hace que durante la descarga a través del orificio se detecten los espacios vacíos entre partícula y partícula; y otra que es posible atribuir a la formación de un arco en el orificio que interrumpe el flujo del material, y es posteriormente roto por la vibración.

A fin de aislar los correspondientes a la formación de arcos, es posible eliminar de la señal del fotosensor los Δt_{at} inferiores a un cierto valor. En la figura 3.2 se representa una señal típica del fotosensor para el silo vibrado donde se eliminan los Δt_{at} menores que un cierto valor mínimo que se indica en cada caso. La forma de las gráficas no se ve alterada cuando los tiempos eliminados superan los 0,5 s. La figura 3.3 muestra la señal representada en la figura 3.1 b) en la que se descartado Δt_{at} superiores a 0,5 s.

Hay que señalar que mediante el circuito de acondicionamiento de la señal descrito en la sección 2.5 se han eliminado todos los intervalos de tiempo en los que no se detecta el paso de partículas inferiores a aproximadamente 10ms. Los Δt_{at} eliminados son menores que el tiempo que tarda una una partícula en atravesar el haz del fotosensor. Y se encuentra claramente dentro de los Δt_{at} que pueden atribuirse a la naturaleza discreta del material. Se consideró entonces que 10 ms es un límite inferior para los Δt_{at} que resultan relevantes.

Es de interés por tanto determinar un umbral para clasificar a los Δt_{at} en los dos casos mencionados. En la figura 3.4 se muestra la función de densidad de probabilidad de los Δt_{at} para los casos vibrado y sin vibrar. Se utilizaron símbolos sólidos para las medidas realizadas

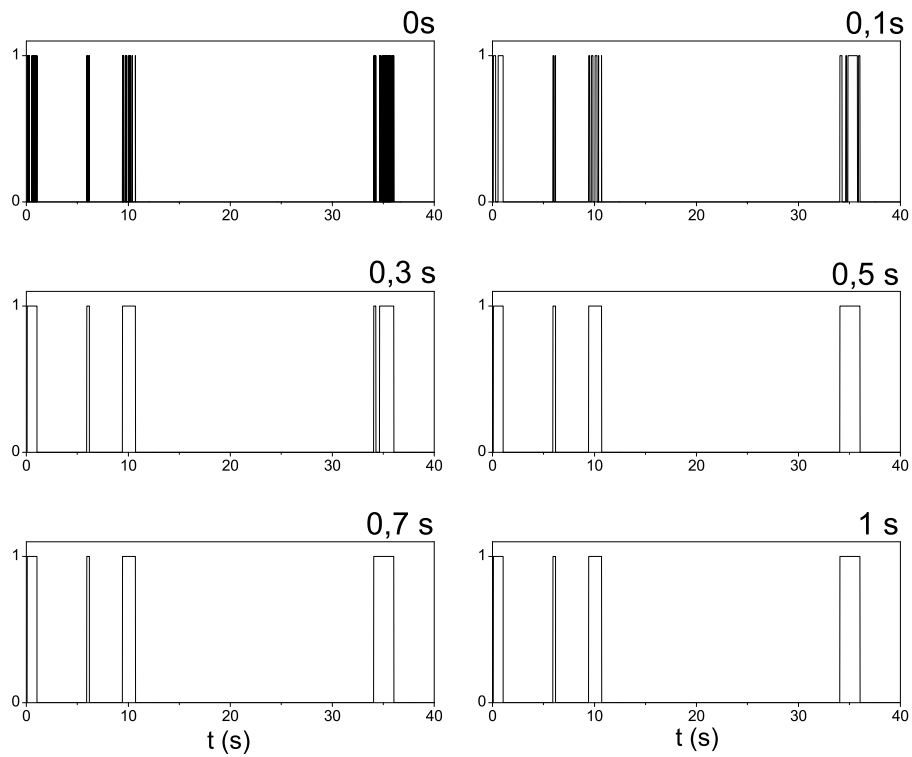


Figura 3.2: Señal típica del fotosensor para el silo vibrado con $D = 3,05$, al eliminar los Δt_{at} de valor inferior que los indicados en cada figura

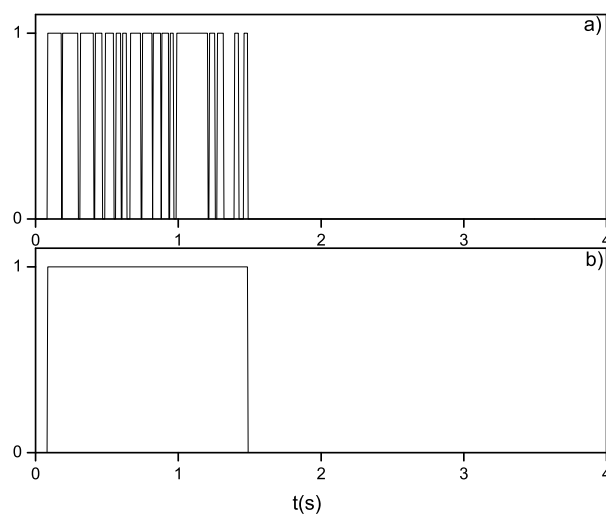


Figura 3.3: Señal típica obtenida del fotosensor para el silo sin vibraciones, correspondiente a un radio $D = 3,05$. a) Señal sin filtrar, b) Señal del fotosensor donde se han eliminado los intervalos Δt_{at} menores que $0,5s$

en el silo sin vibrar y símbolos huecos para el silo vibrado. La probabilidad de observar un

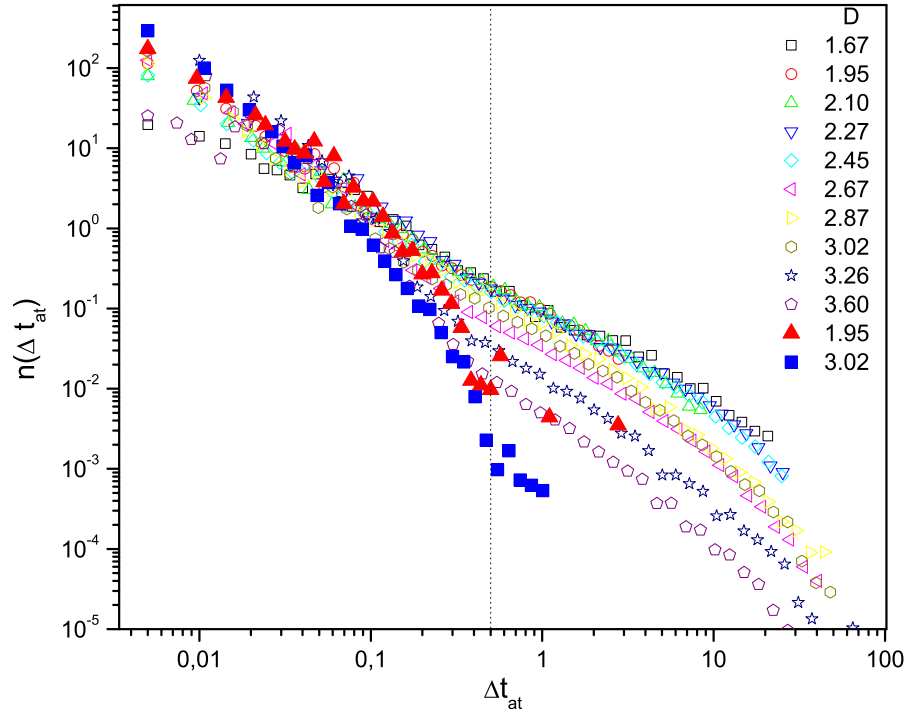


Figura 3.4: Distribución de probabilidad de los tiempos en los que no se detecta el paso de partículas (Δt_{at}) para el silo sin vibraciones (símbolos sólidos) y vibrado (símbolos huecos)

Δt_{at} superior a $0,5s$ en el silo sin vibrar es prácticamente despreciable. Para el caso con vibraciones existe una probabilidad no nula de obtener tiempos muy superiores. El tiempo $\Delta t_{at} = 0,5s$ separa dos formas funcionales diferentes en la densidad de probabilidad. Para un Δt_{at} superior a $0,5s$ la distribución parece seguir una forma potencial, en acuerdo con observaciones realizadas en otras configuraciones experimentales de silos vibrados [65, 66]. Por tanto $\Delta t_{at} = 0,5s$ parece ser el umbral entre sus dos orígenes posibles mencionados previamente. La dependencia potencial de las densidades de probabilidad no es evidente al observar la figura 3.4, por ello y con el fin de ilustrar tal dependencia, en la figura 3.5 se muestra un ajuste, utilizando una función potencial, de la densidad de probabilidad de Δt_{at} para un orificio de tamaño $D = 3,02$ en el intervalo $0,5 - 10$ segundos.

Llegados a esta tesitura, es posible justificar el punto número 7 del protocolo experimental descrito en la sección 2.6: si la duración de la avalancha medida es superior al 70 % del tiempo total de medición, tal avalancha se descarta. Por ejemplo, para un orificio de tamaño $D = 3,02$ se registró la descarga del silo durante 120 segundos; por tanto siguiendo el protocolo se descartaron las avalanchas que se hubieran atascado en los últimos 36 segundos del tiempo total de registro de la avalancha. De acuerdo a la figura 3.4, la probabilidad de obtener un atasco de duración superior al 30 % de los 120 segundos del tiempo de registro de la avalancha es de 2×10^{-5} . Por tanto, una interrupción de la descarga del silo de duración superior al 30 % del tiempo durante el que se mide una avalancha es altamente improbable

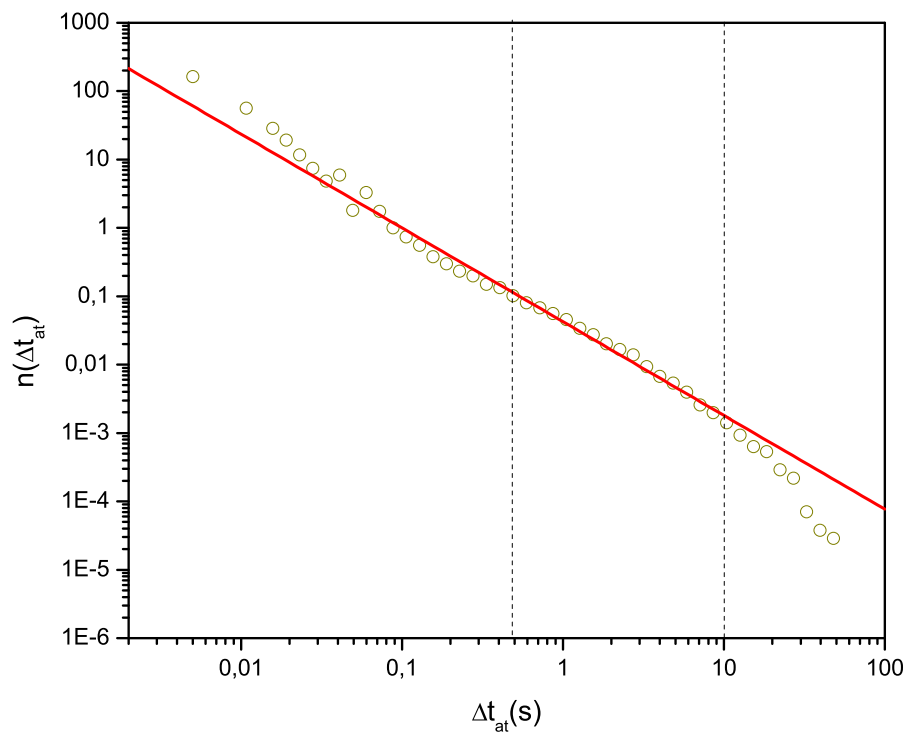


Figura 3.5: Ajuste mediante una función potencial de la función de densidad de probabilidad de los Δt_{at} , en el intervalo 0,5 – 10 s.

que se reanude posteriormente y puede considerarse que la avalancha ha concluido.

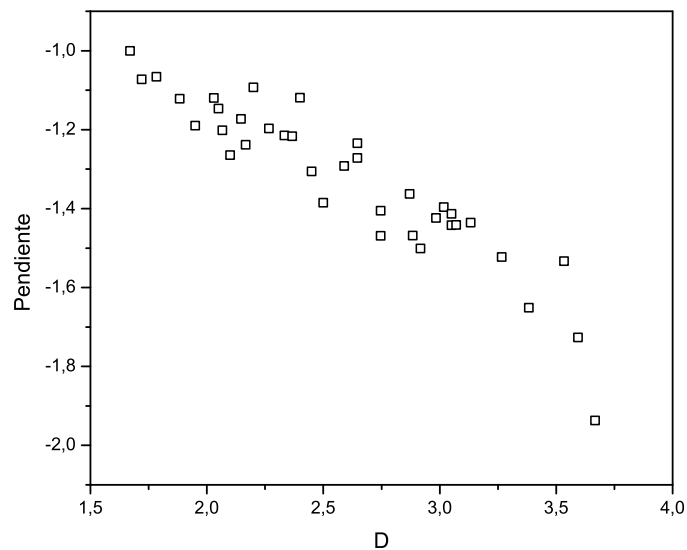


Figura 3.6: Pendiente de la PDF de los tiempos en los que no se detecta el paso de partículas como función del tamaño del orificio

Resulta de interés determinar la evolución de la parte potencial de las distribuciones de probabilidad de Δt_{at} respecto del tamaño del orificio. Para ello se realizó un ajuste a

una función potencial con los datos en escala logarítmica, sobre los Δt_{at} pertenecientes al intervalo que va entre 0,5 y 10 segundos. Los valores de los exponentes obtenidos se muestran en la figura 3.6.

Las densidades de probabilidad de Δt_{at} dejan de seguir una forma potencial para tiempos superiores a un umbral. Un ejemplo de ello se presenta en la figura 3.7. Ello es la causa de la elección del intervalo 0,5-10 segundos para la realización de los ajustes, pues en él todas las densidades de probabilidades medidas siguen una forma potencial. En el recuadro de

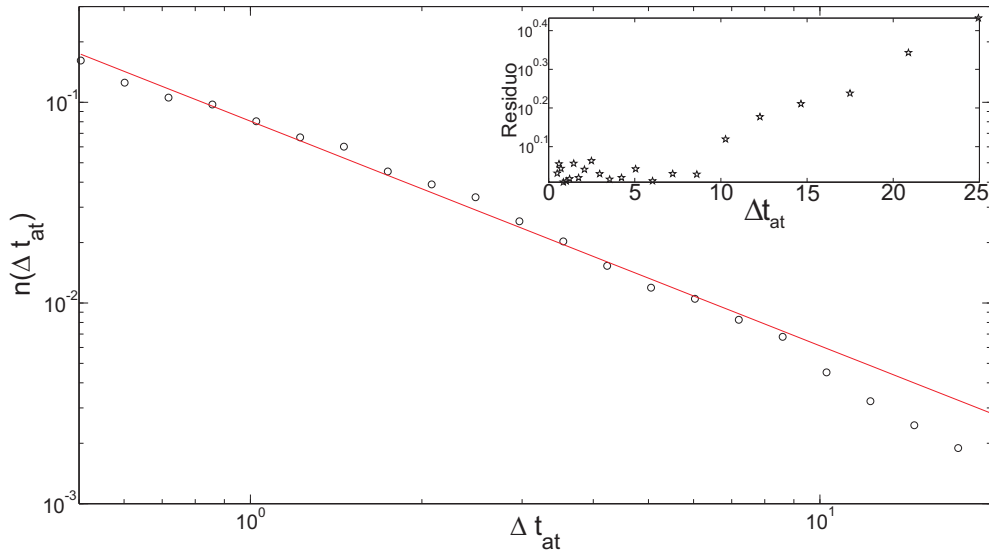


Figura 3.7: Ajuste a una función potencial de la función de densidad de probabilidad de los Δt_{at} medidos en un orificio de tamaño $D = 2,4$. En el inserto se muestra el residuo del ajuste

la figura 3.7 se representa en escala semilogarítmica el residuo del ajuste realizado. Puede observarse que por encima de un tiempo de aproximadamente 10 segundos el residuo sigue una función de tipo exponencial. Por tanto se puede proponer una forma funcional simple que tenga en cuenta tal comportamiento de la PDF. Una forma simple es:

$$F(\Delta t_{at}) = A \Delta t_{at}^{-\alpha} e^{-\frac{\Delta t_{at}}{\tau}} \quad (3.1)$$

El resultado de ajustar los datos mostrados en la figura 3.7 con la ecuación anterior se exhibe en la figura 3.8.

Cabe ahora preguntarse sobre el origen de este comportamiento exponencial. Existe la posibilidad de que el factor exponencial tenga origen en la duración del experimento, ya que puede suceder que debido al protocolo no se mida alguna de las avalanchas más largas (y que pueden contener Δt_{at} largos). Para descartar tal posibilidad se realizaron medidas de los Δt_{at} , para un orificio de tamaño $D = 2,45$, pero en un experimento cuya duración es 10 veces superior a la empleada en la figura 3.17. En la figura 3.9 se muestra una comparación entre las medidas para ambos experimentos. Es posible observar que ambas

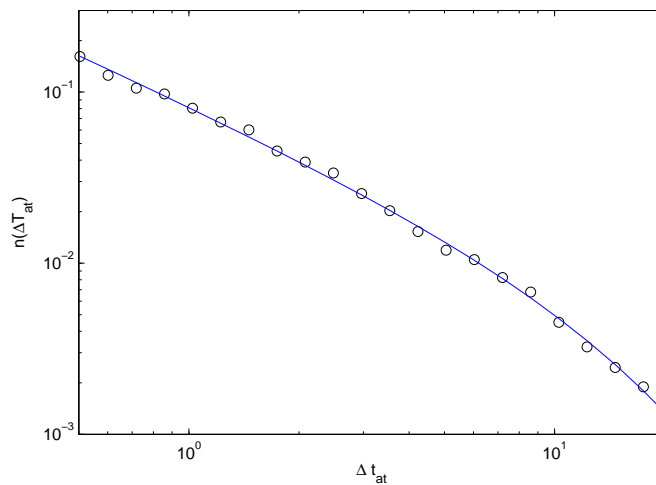


Figura 3.8: Ajuste a la PDF de los Δt_{at} para un tamaño de orificio $D = 2,45$ utilizando la ecuación 3.1. Los parámetros de ajuste utilizados son: $\alpha = -1,009$ y $\tau = 9,28$.

curvas se superponen completamente. Por lo tanto el tiempo durante el cual se realiza la medición parece que no es lo que provoca la aparición del factor exponencial en la ecuación 3.1

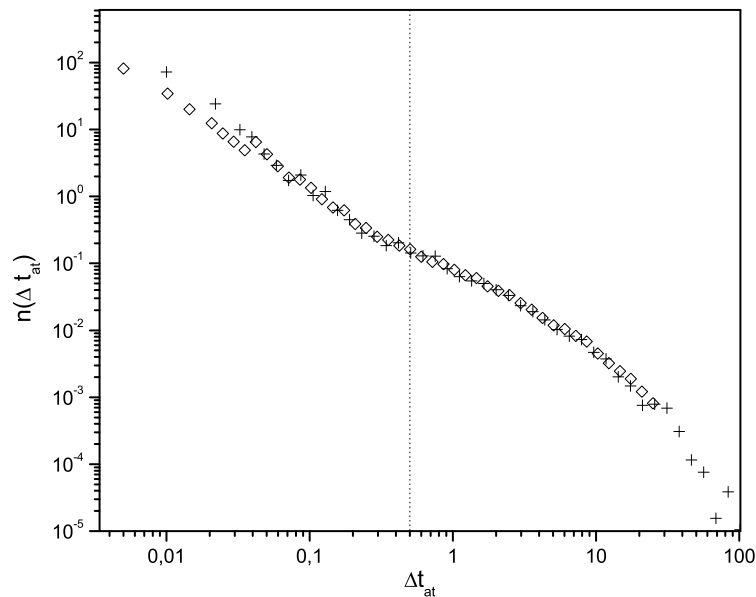


Figura 3.9: Comparación de las PDF de Δt_{at} para un orificio con $D = 2,45$, midiéndose las avalanchas durante un tiempo de 40 segundos (\square), y 400 segundos ($+$)

Una consecuencia directa de la aparición del factor exponencial en la PDF es que existe una media definida para el tamaño de Δt_{at} , aunque su exponente sea menor que 2. En un experimento que presenta una distribución de tiempos similar a la obtenida en nuestros

experimentos [68] se ha observado la existencia de dos tiempos característicos en tal distribución. En la figura 3.10 se presentan los valores obtenidos de α y τ al ajustar las PDF utilizando la ecuación 3.1, como función de D .

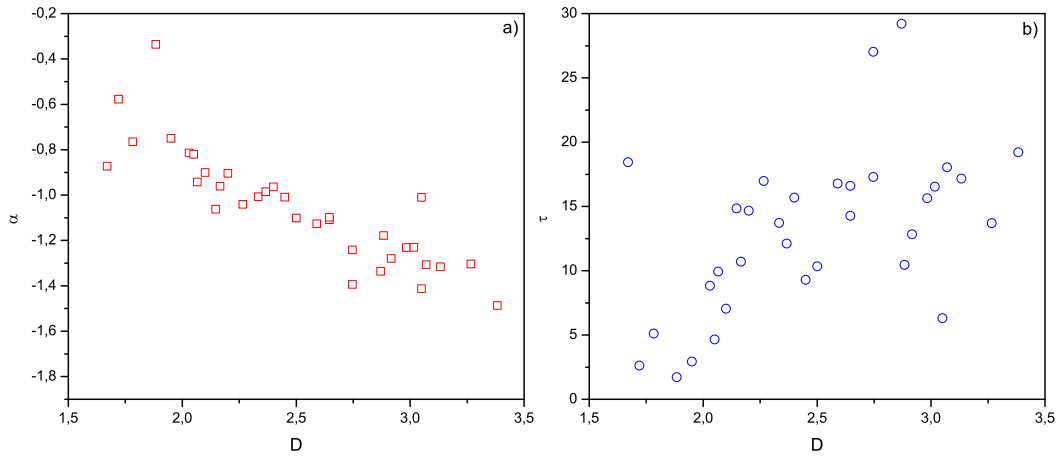


Figura 3.10: Valores de los parámetros de ajuste como función del tamaño del orificio, obtenidos de aplicar la ecuación 3.1 a los datos experimentales.

3.2 Flujo de descarga en presencia de vibraciones.

Para silos no vibrados llenos con granos esféricos se ha observado que el número de partículas que se descargan a través del orificio es una función aproximadamente lineal del tiempo; de manera que es posible relacionar el flujo instantáneo con el flujo medio y por tanto calcular el flujo W_b como la pendiente de una gráfica de la masa en función del tiempo[46, 58].

En el silo vibrado la masa de las partículas descargada en una avalancha no es proporcional a la duración de ésta. Ello se debe a la presencia de interrupciones de larga duración del flujo. En la figura 3.11 se representa el número de partículas descargadas en una avalancha en función de su duración, para el silo sin vibrar a) y vibrado b). En ambos casos, el trazo sólido corresponde al ajuste lineal de los datos experimentales para el silo sin vibraciones.

Al representar la masa instantánea de una avalancha respecto del tiempo transcurrido desde su inicio en un silo vibrado se obtienen resultados como los que se muestran en la figura 3.12. El flujo instantáneo W debe corresponder a la pendiente de la curva. Tal flujo posee un valor similar al del silo sin vibrar en todos los instantes en los que el silo se encuentra fluyendo. Al ser las partículas utilizadas monodispersas, es posible entonces considerar que el flujo W_b , definido en la sección 1.4.2 como $W_b = \frac{W}{m}$ debe ser también similar todos los instantes en los que el silo se encuentra fluyendo.

La presencia de interrupciones largas de la descarga de partículas parece ser el origen de las diferencias cualitativas entre las figuras 3.11 a) y b). Si tal suposición es válida, debería ser posible “corregir” la duración de las avalanchas restando la duración de los intervalos largos en los que el silo está atascado. Es lógico eliminar todos los Δt_{at} superiores a 0,5 s,

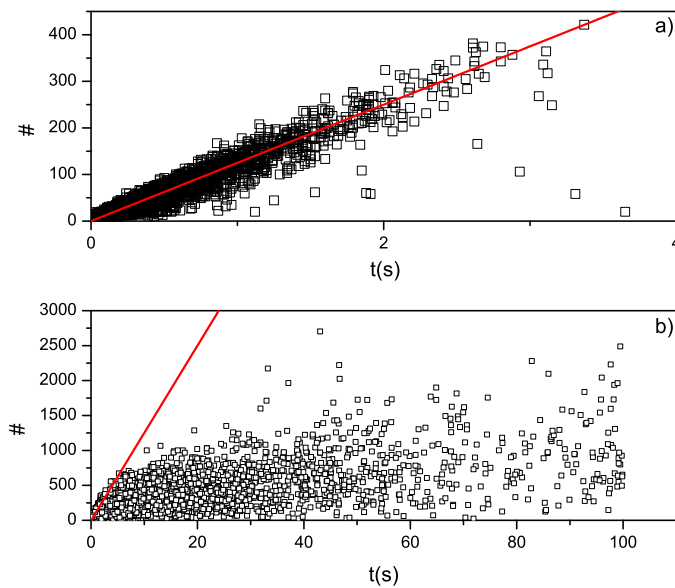


Figura 3.11: Número de partículas descargadas en función de la duración total de una avalancha para: a) el silo sin vibraciones y b) el silo vibrado; con un orificio de tamaño $D = 3,05$. La línea en ambas figuras es la misma y corresponde a un ajuste lineal de los datos experimentales del silo sin vibraciones .

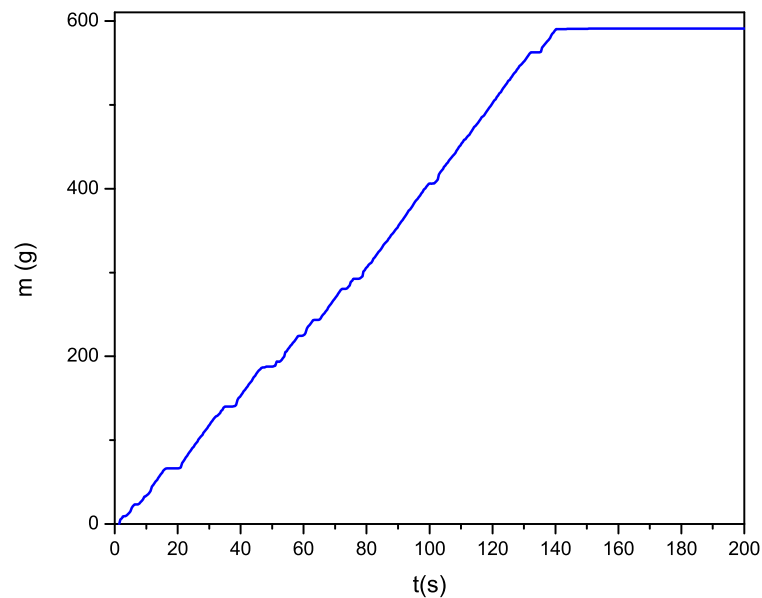


Figura 3.12: Masa en función del tiempo durante la descarga de un silo vibrado y un orificio de tamaño $D = 3,05$.

pues a partir de este valor comienzan a existir diferencias entre el silo con y sin vibraciones. El resultado de realizar la corrección descrita en las avalanchas de un silo con un orificio de salida de tamaño $D = 3,05$ se muestra en la figura 3.13; en el gráfico (a) se representa la masa total descargada respecto de la duración total de la avalancha, mientras que el gráfico (b) muestra el la masa descargada en función del la duración de la avalancha, corregida al quitar los atascos de duración superior a 0,5 segundos. En ambos casos la línea representa el ajuste del flujo realizado sobre los datos correspondientes al silo sin vibraciones para el orificio indicado. Como se puede apreciar, los datos con la duraciones de las avalanchas

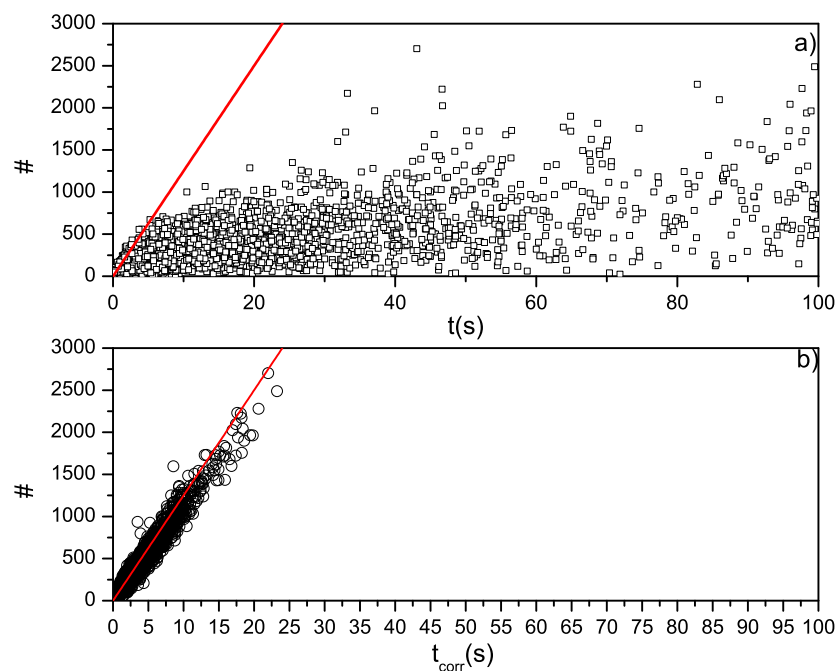


Figura 3.13: **a)** Número de partículas descargadas respecto de la duración total de las avalanchas, para el silo vibrado correspondiente a un tamaño del orificio $D = 3,05$, (figura idéntica a la figura 3.11 b). **b)** Número de partículas descargadas respecto de la duración total de las avalanchas, para el caso mostrado en a), donde a la duración de las avalanchas se les ha sustraído los tiempos de interrupción del flujo de duración mayor que 0,5 s. En ambos casos, las líneas rojas son las mismas que las representadas en la figura 3.11

así corregidas siguen una relación de proporcionalidad similar a la obtenida en el silo sin vibraciones.

En la figura 3.14 se muestra mediante estrellas el flujo W_b en función de D para el silo sin vibraciones; y mediante cuadrados, el flujo obtenido al restar de la duración total de las avalanchas del silo vibrado las interrupciones del flujo de duración mayor a 0,5 segundos. Las barras de error corresponden al intervalo de confianza del 95 % del parámetro de ajuste de los datos experimentales a una función lineal. El resultado precedente muestra que es posible utilizar el tiempo total que dura una avalancha para estimar el número de partículas descargado como el flujo instantáneo del orificio dividido por el tiempo de la

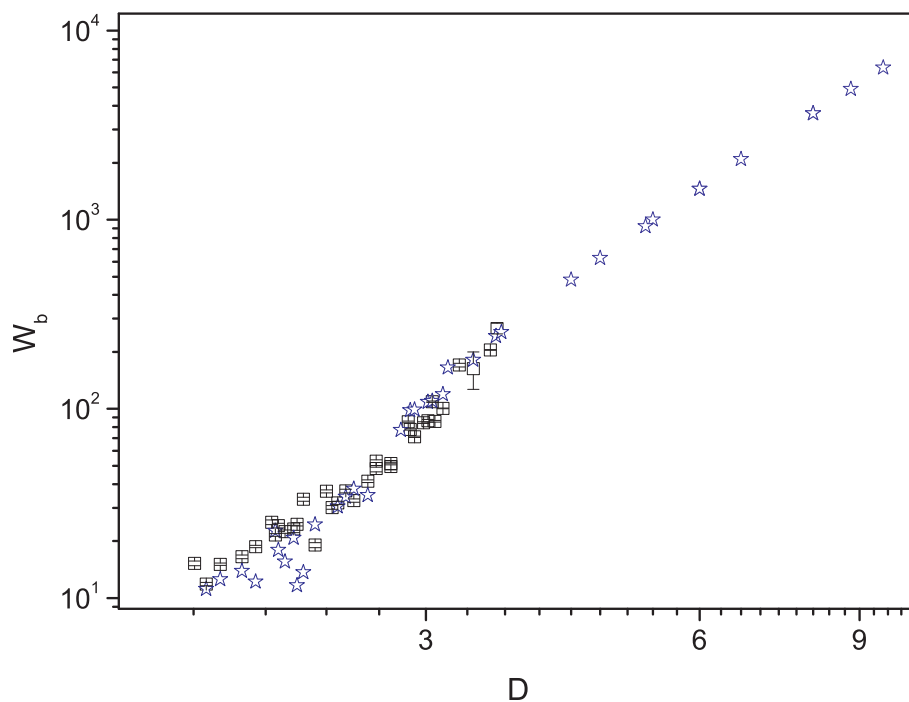


Figura 3.14: Flujo en función de D para el silo sin vibraciones (\star). Flujo W_b respecto de D en el silo vibrado, calculados utilizando la duración de las avalancha corregidas tras restarles la duración de las interrupciones del flujo superiores a 0,5 segundos (\square).

avalancha corregido tras quitar todos los intervalos Δt_{at} superiores a 0,5 s. Tal y como puede verse en la figura 3.14 es posible también utilizar el flujo del silo sin vibrar para estimar el del silo vibrado. Ello permite emplear la duración total de una avalancha y sus Δt_{at} correspondientes en el silo de recarga automática para obtener aproximadamente el tamaño de avalancha.

Una explicación plausible para la escasa influencia de la vibración en el flujo es que la velocidad de las partículas en el silo durante una descarga es mucho mayor que la velocidad máxima que pueden impartir las vibraciones. Por tanto, la presencia de vibraciones en el sistema mientras se descarga no es un factor relevante para el comportamiento del silo; por lo que el flujo de descarga no se ve afectado. No sería sorprendente que el flujo instantáneo cambiara al incrementar la intensidad de vibración, mas estudios previos parecen mostrar que el flujo sólo varía para amplitudes de vibración muy altas [63]

3.3 Estadística de tamaños de avalanchas

A continuación se expondrá la influencia de las vibraciones en el tamaño de las avalanchas. En la figura 3.15 se muestran la distribución de probabilidad del tamaño de las avalanchas (en número de partículas) para el silo sin vibrar (\circ) y vibrado (\square), correspondientes a un orificio de tamaño $D = 3,05$. Lo que más resalta es el incremento en el tamaño de las

avalanchas; por ejemplo, para el caso presentado es relativamente fácil obtener avalanchas de aproximadamente 700 partículas en el silo vibrado, cosa en extremo improbable en el silo sin vibrar. Es de notar que la forma de la distribución no se ve alterada con respecto al caso sin vibraciones: ambas distribuciones presentan un decrecimiento aproximadamente exponencial para valores superiores a la moda de la distribución.

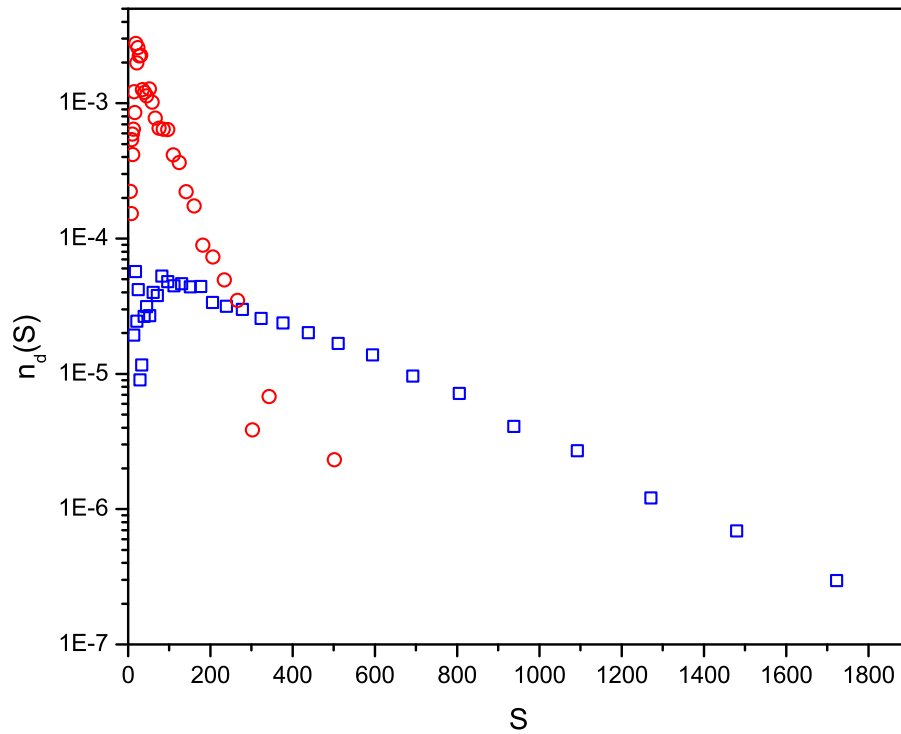


Figura 3.15: Densidad de probabilidad del tamaño de avalanchas para el silo sin vibraciones (\circ) y el silo vibrado (\square)

Si se prescinde de las avalanchas cuyos tamaños son menores que la moda, es posible describir las distribuciones mediante un parámetro característico. Como se ha visto tal parámetro corresponde a la pendiente p de las densidades de probabilidad representadas en escala semilogarítmica. Para un silo sin vibrar el parámetro p puede asociarse con la probabilidad de paso de un grano a través del orificio, según el modelo descrito en la sección 1.4.1.

A fin de evaluar la dependencia de las densidades de probabilidad de tamaños de avalanchas con las dimensiones del orificio, en la figura 3.16 se muestra la probabilidad de paso p , obtenida a través de la pendiente de la distribución de probabilidades, tanto para el caso vibrado \circ como sin vibrar \square .

Para poder comparar la forma de la densidad de probabilidad para diferentes D y para los casos con y sin vibraciones es necesario efectuar un cambio de escala en el tamaño de las avalanchas, ya que éstas pueden abarcar varios ordenes de magnitud. De manera similar a análisis realizados previamente [46] se dividió el tamaño de la avalancha por la avalancha

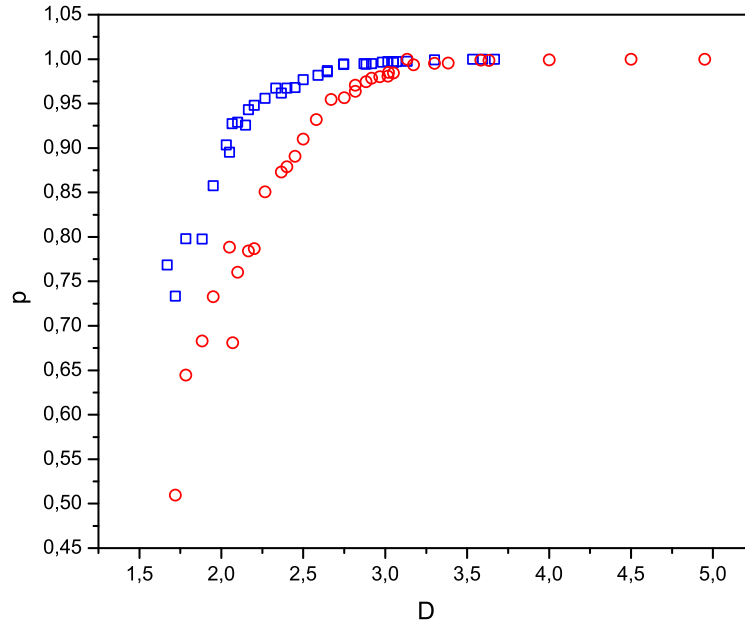


Figura 3.16: Probabilidad de paso de partículas p en función del tamaño del orificio para un silo sin vibrar (○) y vibrado (□).

media $\langle s \rangle$. En la figura 3.17 se muestran algunas funciones de densidad de probabilidad de tamaños de avalanchas medidas para un diferentes tamaños de orificios para el silo vibrado (en símbolos vacíos) y para el silo sin vibrar (en símbolos llenos). Al reescalar el tamaño de la avalancha con $\langle s \rangle$, las densidades de probabilidades colapsan sobre una única gráfica, para todos los D medidos, tanto si se hace vibrar el silo como si no. De lo anterior se puede concluir que el tamaño medio de la avalancha es una escala característica de la distribución de probabilidad de tamaños de avalanchas.

3.3.1 Avalancha media

La sección precedente muestra la relevancia del tamaño de la avalancha media para caracterizar las distribuciones de tamaños de avalanchas. Por ello a continuación se describirá la dependencia de $\langle s \rangle$ con el tamaño del orificio. En primer lugar, en la figura 3.18 se representa $\langle s \rangle$ en función del D para el silo sin vibraciones (○) y vibrado (□). Las barras de error que se muestran corresponden a el intervalo de confianza del 95 %.

Si se utilizan partículas esféricas, es posible ajustar los datos experimentales en el silo sin vibrar a una divergencia potencial (ecuación 1.10):

$$\langle s \rangle = \frac{C}{(D_c - D)^\gamma} \quad (3.2)$$

Esta ecuación implica la existencia de un tamaño de orificio crítico por encima del cual no pueden producirse atascos. La existencia de tal radio crítico, como se indica anteriormente, es aún incierta. Es posible ajustar los datos experimentales usando una exponencial

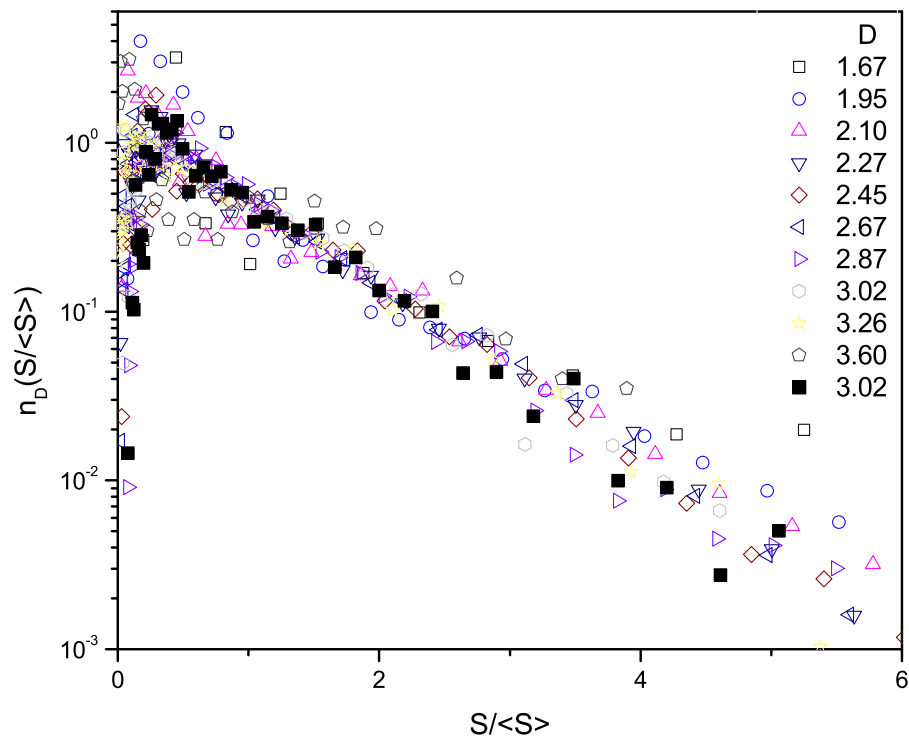


Figura 3.17: Densidad de probabilidad del tamaño de avalanchas reescalados al dividir por el tamaño de la avalancha media. Los tamaños de los respectivos orificios se consignan en la leyenda, y corresponden a experimentos realizados con un silo vibrado (símbolos vacíos) y un silo sin vibrar (símbolos llenos)

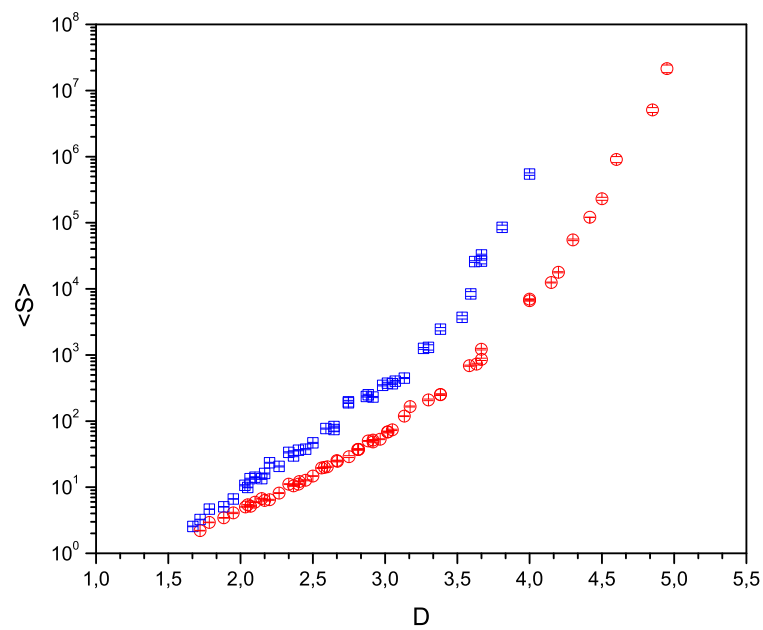


Figura 3.18: Tamaño de la avalancha media en función del D para el silo no vibrado (\circ) y vibrado (\square)

recíproca:

$$\langle s \rangle = C'' e^{\gamma''/(D_c - D)} \quad (3.3)$$

o una exponencial cuadrática

$$\langle s \rangle = C' e^{\gamma' D^2} \quad (3.4)$$

de forma igualmente correcta. Por ello, es posible escoger una de ellas para estudiar la dependencia de $\langle s \rangle$ con D , sin que ello implique el decantarse por un modelo. Para comparar con trabajos previos se decidió utilizar como expresión para la avalancha media la divergencia potencial 3.2.

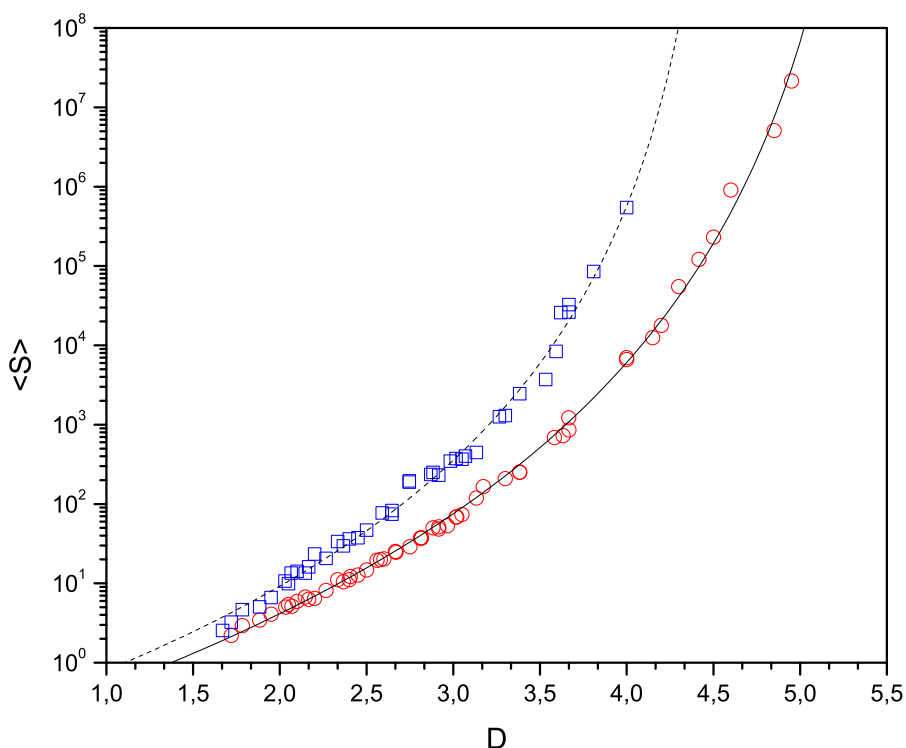


Figura 3.19: Ajuste de los datos de la figura 3.18 utilizando la ecuación 3.2 que representa una divergencia potencial.

Resulta de interés ahora determinar si la ecuación 3.2 puede ser aplicada a los tamaños medios de las avalanchas en un silo sometido a vibraciones. En la figura 3.19 se representan los ajustes de la ecuación 3.2 a los datos experimentales. Los parámetros de los ajustes obtenidos son:

	Sin vibrar	Vibrado
C	$2,30 \pm 0,7 \times 10^5$	$1,219 \pm 0,9 \times 10^4$
γ	$8,68 \pm 0,19$	$7,52 \pm 0,56$
D_c	$5,52 \pm 0,03$	$4,60 \pm 0,1$

Es evidente que la presencia de vibraciones debe producir un cambio en los parámetros de ajuste. El más notable es que la presencia de vibraciones causa una reducción de D_c en

aproximadamente un 15 %. Esto significa que, para un orificio en el intervalo $4,60 < D < 5,52$, pueden suceder dos cosas: que no se formen arcos en la salida del silo; o bien que todos los arcos que se forman se rompan por causa de la vibración. El exponente γ se ve reducido en un 13 %, pero mantiene un valor alto comparado con los exponentes de otros procesos que presentan divergencias de este tipo. Trabajos previos sobre la descarga de silos sin vibrar [44] reportan un $D_c = 4,95$, porque los experimentos previos fueron realizados utilizando esferas de vidrio, mientras que en el presente trabajo se utilizaron partículas de Delrin. La diferencia entre materiales justifican la variación en el tamaño crítico medido en el silo sin vibraciones. Es de resaltar que en el presente trabajo se ha conseguido realizar medidas para tamaños de orificios mas próximos al radio crítico en comparación con trabajos experimentales previos, gracias a la recarga automática. Sin embargo, los tamaños de orificios utilizados no permiten aún discernir entre las posibles formas funcionales de $\langle s \rangle$ como función de D , por lo que la pregunta sobre la forma funcional exacta de la avalancha media permanece abierta.

3.3.2 Probabilidad de atasco

Se pueden representar de otra forma los datos precedentes recurriendo a una variable alternativa: la probabilidad de atasco $J_N(D)$, que se define como la probabilidad de obtener un atasco, que sea estable, antes de que caigan N partículas, en un silo con orificio de salida de tamaño D . Conociendo el tamaño de un conjunto de avalanchas, es posible calcular la probabilidad de atasco $J_N(D)$ mediante:

$$J_N(D) = \frac{N_{s>N}}{N_{total}} \quad (3.5)$$

Donde $N_{s>N}$ corresponde al número de avalanchas medidas que poseen un tamaño s mayor que el N para el cual se calcula la probabilidad de atasco y N_{total} es el número de avalanchas medidas.

Para un orificio determinado, una probabilidad de atasco $J_N(D)$ igual a uno significa que no se tendrá ninguna avalancha de tamaño superior a N . Para determinar la forma funcional de la probabilidad de atasco $J_N(D)$ cuando se somete al silo a vibraciones, se decidió considerar $J_{100}(D)$. El origen de tal decisión surge del hecho que el rango de tamaños de orificios para el que es necesario efectuar mediciones produce avalanchas de duración moderada. Simultáneamente $N = 100$ es una curva con una transición suave entre sus valores límites, lo que permite observar con detalle la forma de la curva. Los resultados de las medidas de $J_{100}(D)$ se muestran en la figura 3.20. Nuevamente se observa que someter el sistema a vibraciones incrementa la probabilidad de obtener avalanchas superiores a 100 partículas para un tamaño de orificio determinado. Asimismo, se observa que la forma de las curvas no se ve afectada notablemente al vibrar el sistema.

Las líneas continuas corresponden a la expresión de la probabilidad de atasco en función de los parámetros de ajuste de $\langle s \rangle$:

$$J_N(D) = 1 - e^{-N \frac{(D_c - D)^\gamma}{c}} \quad (3.6)$$

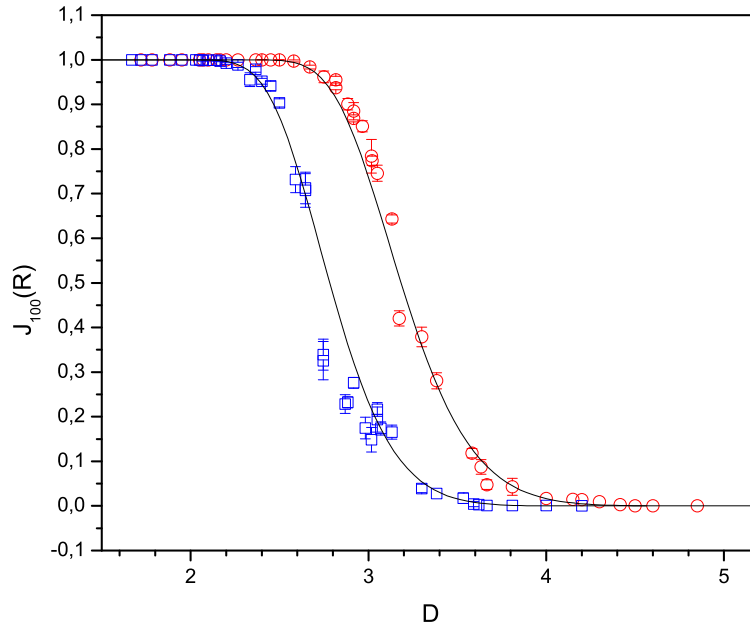


Figura 3.20: Probabilidad de atasco $J_{100}(D)$ en función de D para el silo sin vibrar (\circ) y vibrado (\square)

En [42] se explica cómo se obtiene esta ecuación reemplazando en la expresión 1.15:

$$J_N(D) = 1 - \left(\frac{\langle s \rangle}{1 + \langle s \rangle} \right)^N \quad (3.7)$$

la fórmula de la avalancha media dada por la ecuación 3.2[69].

3.4 Modelo para la formación de atascos en presencia de vibraciones.

Cabe ahora preguntarse sobre el origen de las diferencias que aparecen en el comportamiento del silo cuando se lo somete a vibración. Como se ha indicado en la sección 1.4.2, la presencia de vibraciones no afecta al flujo instantáneo W_b . Ello parece deberse a que la energía introducida por las vibraciones es despreciable frente a la energía cinética de los granos que fluyen. La energía cinética que se le agrega al sistema está relacionada con la velocidad máxima de la vibración. Dicho valor, $v_{max} \approx 6,4 \times 10^{-3} m/s$, es mucho menor que la velocidad de las partículas al descargarse por el orificio. Para un orificio de diámetro $D_o = 10, 15 mm$ y si se supone que las partículas caen del reposo desde una altura igual a D_o , la velocidad de salida de las partículas es $v \approx 0,44 m/s$. Para las intensidades de vibración utilizadas, por tanto, es razonable suponer que la presencia de vibraciones en el sistema no afecte la descarga del silo mientras fluye. En las figuras 3.1 b) y 3.4 el flujo de partículas se ve interrumpido durante un tiempo superior al que se puede obtener en un silo sin vibrar. La explicación más razonable es la formación de un arco en la salida, que

tras un tiempo se rompe por causa de las vibraciones.

Dado lo expresado en los párrafos anteriores, *una hipótesis plausible es suponer que el proceso que lleva a la formación de atascos no se ve afectado por la presencia de vibraciones.*

Admitiendo que las vibraciones producen la ruptura de arcos, se hace necesario extender el modelo probabilístico planteado para silos no vibrados. Tal modelo puede resumirse en la ecuación 1.9:

$$\langle s \rangle = \frac{p}{1-p} \quad (3.8)$$

Como p es la probabilidad de que una partícula atraviese el orificio sin atascarse, la probabilidad de que una partícula se atasque al salir será:

$$p' = 1 - p \quad (3.9)$$

todo ello en el caso de un silo no vibrado.

Para un silo vibrado, la probabilidad de que una partícula determinada atasque el orificio **permanentemente** debe ser igual a la probabilidad de que una partícula que se aproxima al orificio atasque el silo multiplicada por la probabilidad q' de que tal atasco no se deshaga posteriormente a causa de las vibraciones.

Si se considera válida la hipótesis planteada, la probabilidad de formación de atascos p' en el silo vibrado debe ser idéntica a la probabilidad en el caso en que no haya vibraciones. Lo cual se resume en la ecuación:

$$p'_v = p'q' \quad (3.10)$$

p' corresponde a la probabilidad de que la partícula atasque el silo y q' a la probabilidad que el atasco no se deshaga a causa de las vibraciones, por tanto p'_v es la probabilidad que una partícula atasque el silo de manera permanente. Para el silo no sometido a vibraciones se cumple que $q' = 1$ y por tanto $p'_v = p'$. Es posible escribir la probabilidad q de que un atasco se deshaga a causa de las vibraciones como:

$$q = 1 - q' \quad (3.11)$$

En el modelo propuesto para un silo sin vibrar [43] sólo existe la posibilidad de formar un único atasco, el que será permanente. La probabilidad de tener una avalancha de tamaño s estará dada por:

$$n_D(s) = p^s(1-p) \quad (3.12)$$

La probabilidad de obtener una avalancha de s partículas es igual la probabilidad de que s granos atraviesen el orificio (p^s), multiplicada por la probabilidad de que el grano $s + 1$ sea el que atasque el orificio. Una vez que la partícula número $s + 1$ de la avalancha forma un atasco, el sistema queda permanentemente en tal estado.

Al someter a vibraciones al sistema, existe una probabilidad no nula de que un arco se rompa. Es necesario tener en cuenta la posibilidad de formación y posterior ruptura de

un cierto número de arcos, hasta formarse un arco permanente, que las vibraciones no son capaces de romper. La probabilidad de obtener una avalancha de tamaño s sera entonces:

$$\begin{aligned}
 N_D(s) &= p^s(1-p)(1-q) + && \text{Un arco que no se rompe} \\
 &+ [p^{s-i}(1-p)q][p^i(1-p)(1-q)] \frac{(1+s)!}{s!1!} + && \text{Un arco que se rompe y uno al que} \\
 & && \text{las vibraciones no son capaces de romper} \\
 &+ p^s(1-p)q(1-p)q(1-p)(1-q) \frac{(2+s)!}{s!2!} + && \text{Dos arcos que se rompen y uno que no} \\
 &\vdots && \\
 &+ p^s(1-p)[q(1-p)]^k(1-q) \frac{(k+s)!}{s!k!} + && \text{k arcos que se rompen y uno que no} \\
 &\vdots &&
 \end{aligned}$$

Recuérdese que $(1-q) = q'$ es la probabilidad de que un arco no se rompa. Los factoriales en la ecuación anterior corresponden al número de permutaciones con repetición de los s eventos correspondientes a la caída de un grano más los k eventos correspondientes a la formación y posterior ruptura de arcos. Estos dos eventos pueden darse en cualquier orden, incluyendo el caso de ruptura y formación de un nuevo arco sin que caiga ningún grano por el orificio entre tanto.

La ecuación anterior puede escribirse:

$$n_D(s) = p^s(1-p)(1-q) \sum_{k=0}^{\infty} [(1-p)q]^k \frac{(k+s)!}{k!s!} \quad (3.13)$$

Al ser p y q probabilidades se tiene que $(1-p)q$ es menor que uno, por tanto la serie es convergente; de hecho corresponde a un caso particular de la serie hipergeométrica:

$$n_D(s) = p^s(1-p)(1-q)[1 - (1-p)q]^{-s-1} \quad (3.14)$$

$$= \frac{(1-p)(1-q)}{1 - (1-p)q} \left[\frac{p}{1 - (1-p)q} \right]^s \quad (3.15)$$

como $p < 1$ y $q < 1$ entonces:

$$\frac{p}{1 - (1-p)q} < 1$$

por lo que $n_D(s)$ es una exponencial decreciente, de área unitaria.

A partir de la función de densidad de probabilidad, la avalancha media puede calcularse utilizando la ecuación:

$$\langle s \rangle = \sum_{s=0}^{\infty} s n_D(s) \quad (3.16)$$

al reemplazar en esta ecuación la expresión 3.14 y tras aplicar la fórmula de la escalera de Gabriel [70], se obtiene finalmente:

$$\langle s \rangle = \frac{p}{(1-p)(1-q)} \quad (3.17)$$

La fórmula anterior permite obtener el tamaño medio de la avalancha a partir de las probabilidades de paso de partículas p y la probabilidad de ruptura de arcos q . Si los arcos no pueden romperse, $q = 0$ y se recupera la expresión dada por la ecuación 3.8 para el silo sin vibrar.

3.5 Avalanchas internas.

El modelo planteado supone la aparición de atascos inestables en el silo. Mediante las vibraciones, pueden romperse atascos que de otra manera serían permanentes. Es decir, la presencia vibraciones rompe algunos de los arcos y hace que el flujo se reanude.

Durante el transcurso de una avalancha cualquiera se produce la formación y posterior ruptura de arcos que se traducen en interrupciones temporales del flujo de descarga del silo. En el silo sin vibrar la probabilidad de que se dé una interrupción del flujo de duración superior a 0,5 segundos es prácticamente nula. Por ello, puede suponerse que toda interrupción superior a tal valor se deberá exclusivamente a la formación de un arco en el sistema que es roto por las vibraciones tras cierto tiempo.

Debería ser posible dividir cada avalancha del silo vibrado en una serie de “avalanchas internas”. Se define una avalancha interna como el suceso que transcurre entre que se inicia el flujo del silo (tanto debido a la ruptura de un arco por las vibraciones, como a la ruptura mediante un chorro de aire) y la posterior formación de un nuevo arco. Este puede verse posteriormente roto a causa de las vibraciones y dar lugar a una nueva avalancha interna; o bien permanecer estable, lo que da lugar a la finalización de una avalancha. De la definición dada de avalancha interna, se tiene que en cada avalancha interna solo puede formarse un único atasco.

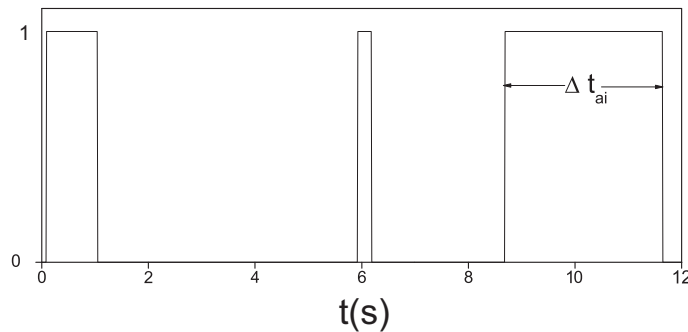


Figura 3.21: Definición del tiempo de avalanchas internas Δt_{ai}

La duración Δt_{ai} de las avalanchas internas puede ser medida directamente de la señal registrada en el fotosensor; y puede ser asociada a su tamaño en número de partículas, ya que como se ha visto en la sección 1.4.2, el flujo W_b es constante mientras el silo se encuentra fluyendo.

Si las vibraciones no afectan la formación de arcos en el silo, la estadística de tamaños de las avalanchas internas para el silo vibrado debería ser similar a la estadística de avalanchas

para el silo no vibrado. La formación de arcos determina la interrupción del flujo en el silo vibrado (que es el origen de las avalanchas internas) y debe ser entonces el mismo fenómeno que en el silo sin vibraciones. Todos los arcos que se rompen durante el transcurso de una avalancha en el silo vibrado, si se produjeran en el silo sin vibrar, deberían ser atascos permanentes y por tanto cada avalancha interna en el silo vibrado debe corresponder a una avalancha en el silo sin vibrar.

Es posible entonces representar conjuntamente la función de densidad de probabilidades de los tamaños de avalanchas para los dos casos. En la figura 3.22 se representa la PDF del tamaño de las avalanchas internas y la PDF del tamaño de las avalanchas del silo sin vibrar. Ambas densidades de probabilidad coinciden en los casos medidos, por lo que la hipótesis de la independencia de la formación de arcos con la vibración parece reforzarse.

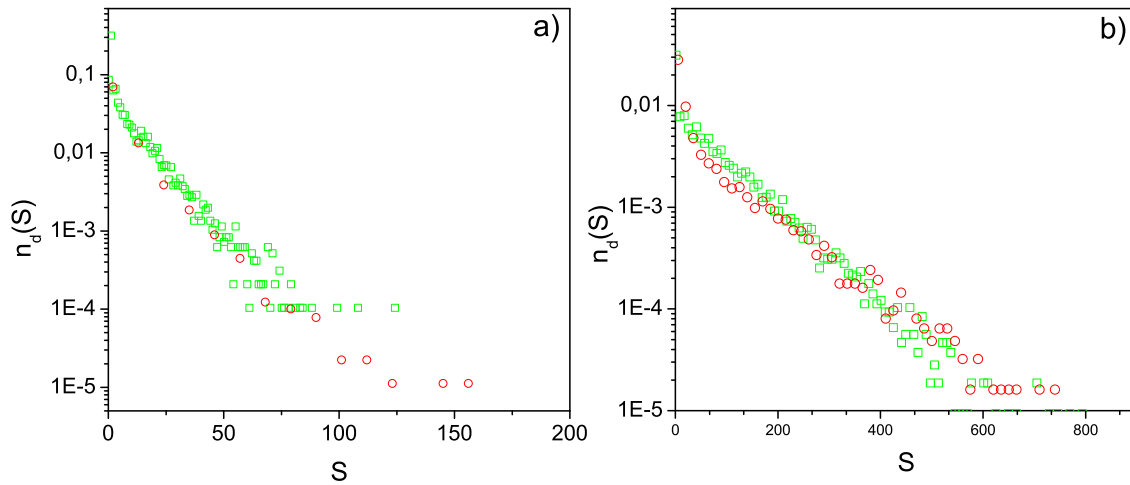


Figura 3.22: Funciones de densidad de probabilidades de: Tamaño de avalancha para el silo no vibrado (\circ) y tamaño de avalanchas internas del silo vibrado (\square) con orificios de tamaño: a) $D = 2,40$ y b) $D = 3,05$. Nótese que los resultados no están escalados con $\langle s \rangle$, simplemente normalizados a área unitaria.

A fin de verificar la coincidencia entre las densidades de probabilidad de los tamaños de las avalanchas internas entre el silo vibrado y los tamaños de avalanchas del silo sin vibrar resulta conveniente estudiar el tamaño medio de las avalanchas $\langle s \rangle$. Se ha mostrado previamente que $\langle s \rangle$ permite caracterizar la función de densidad de probabilidades de tamaños de avalanchas. En la figura 3.23 se representa el tamaño medio de las avalanchas internas, junto al tamaño de las avalanchas de los silos vibrado y sin vibrar.¹ En la figura 3.24 se

¹En la figura 3.23 puede observarse que existen casos en los que la avalancha interna (recuérdese que es calculada a partir de las medidas de tamaño medio de avalancha realizadas para el silo vibrado) no se corresponden una a una con las medidas de tamaño medio de la avalancha del silo estacionario. Ello se debe a dos motivos: por una parte en algunas de las medidas realizadas con el silo vibrado no se registraron los tiempos interrupciones del flujo temporales, por lo que no es posible efectuar el cálculo de los tamaños de avalanchas internas; por otra parte, para tamaños de orificios grandes, la descarga del silo debió ser realizada utilizando el sistema de recarga automática descrito en el capítulo previo. Cuando se utiliza este sistema, no resulta posible medir las interrupciones del flujo durante la descarga, por lo que nuevamente no es posible realizar el cálculo de las avalanchas internas.

muestra una comparación de la probabilidad de atasco $J_{100}(D)$ para las avalanchas internas (\square verdes) con la probabilidad de atasco $J_{100}(D)$ del silo sin vibraciones (\circ). Como puede verse de las figuras anteriores, la coincidencia entre las avalanchas internas y las avalanchas del silo sin vibrar es buena.

La incertidumbre que se tiene en la determinación del número de partículas de cada avalancha interna, se debe a que la medida se obtiene de forma indirecta, pues es calculada a partir de la duración de las avalanchas internas y del flujo. Las figuras 3.23 y 3.24 muestran que la estadística de avalanchas del silo sin vibrar y la estadística de las avalanchas internas del silo coinciden, lo que parece validar el modelo planteado en la sección 3.4.

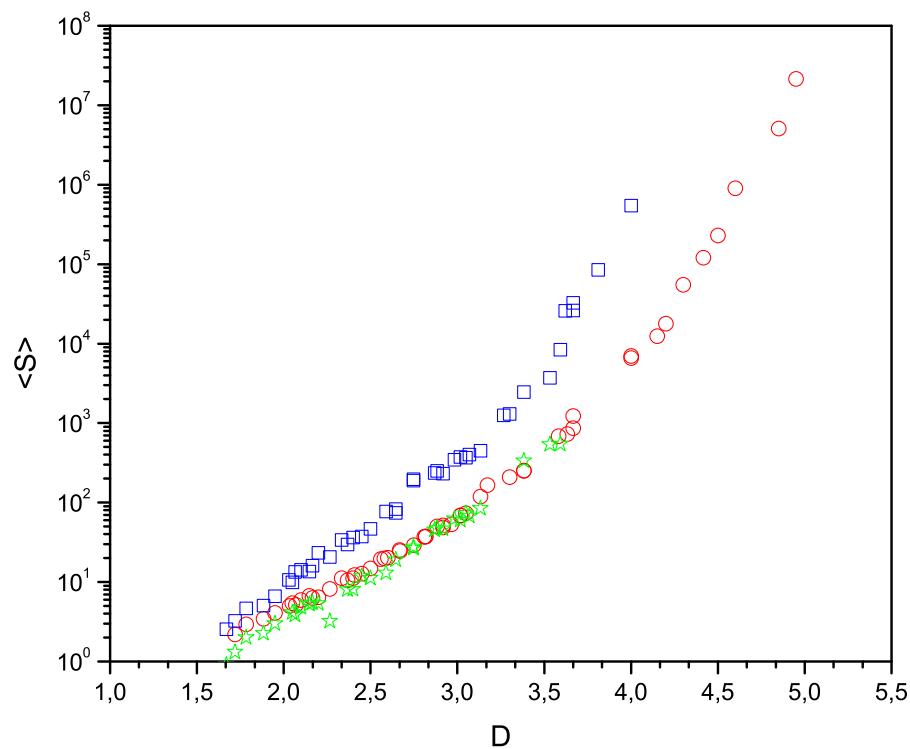


Figura 3.23: Tamaño medio de las avalanchas $\langle s \rangle$ en función del tamaño del orificio, para el silo sin vibrar (\circ) y el silo vibrado (\square). Cálculo del tamaño de las avalanchas internas del silo vibrado (\star)

3.6 Probabilidad de ruptura de arcos q

Resulta de interés determinar cómo depende la probabilidad de ruptura de un arco q del tamaño del orificio de salida; pues se ha establecido que es lícito considerar que la formación de arcos en el sistema no se ve afectada de manera significativa por la presencia de la vibración. Para ello se han utilizado varios métodos, tanto directos como indirectos, que se describen a continuación.

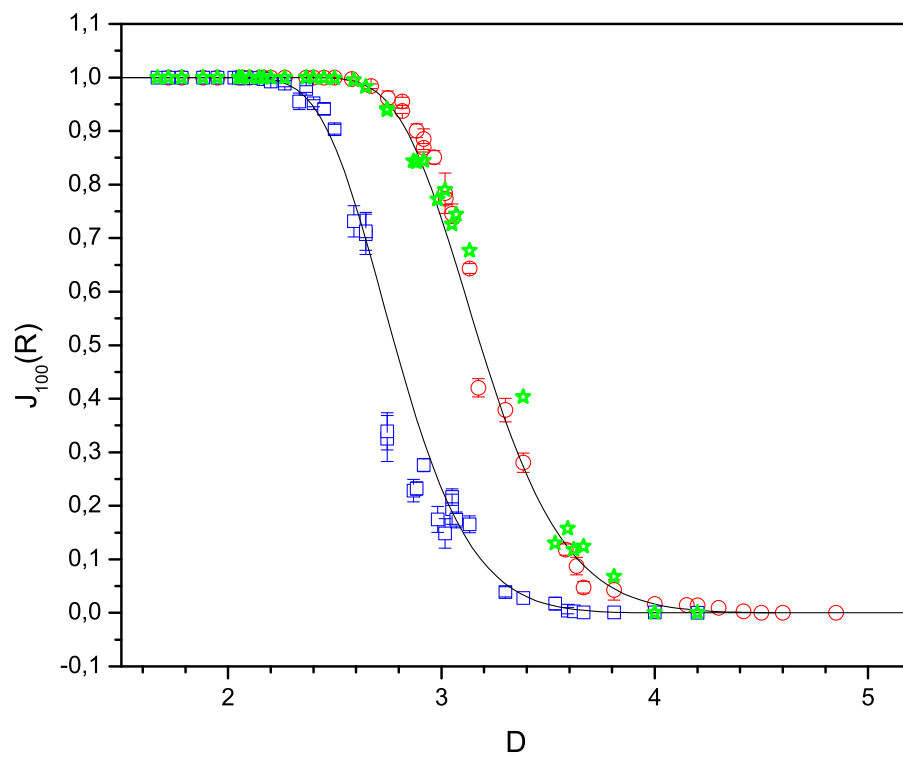


Figura 3.24: Probabilidad de atasco J_{100} en función de D para el silo sin vibrar (\square) y el silo vibrado (\circ). Y el cálculo de J_{100} como función de D , donde se utilizaron las avalanchas internas del silo vibrado (\star).

3.6.1 Medición de la probabilidad q sometiendo a vibraciones un arco ya formado

Para medir la probabilidad de ruptura de un arco q se utilizó el protocolo de medida descrito en la sección 2.6: con el silo sin vibrar se desencadena el flujo mediante un chorro de aire comprimido; y se espera a que el sistema se atasque de manera permanente. Entonces se enciende el vibrador, y se espera un tiempo de 200 segundos. Este tiempo fue escogido porque era el doble del tiempo para el que se tiene una probabilidad menor de 10^{-5} de que un atasco de duración superior no fuera estable permanentemente en todos los orificios medidos. Durante ese tiempo se verifica periódicamente si se ha incrementado el peso en la balanza, lo que indicaría que han caído granos y por tanto que el atasco se ha deshecho. Una vez transcurrido el tiempo indicado, o antes si se ha detectado un ruptura del arco, se detiene la vibración y se almacena si se ha producido o no la ruptura del atasco.

A partir de este momento, se espera a que el sistema se atasque, tras lo cual se reinicia el procedimiento. El cual se repite un cierto número de veces, para poder estimar la probabilidad de ruptura de arcos q mediante la fórmula:

$$q = \frac{\text{Número de arcos rotos por la vibración}}{\text{Número total de arcos que se formaron}}$$

2

Los resultados obtenidos al medir q mediante este método se muestran en la figura 3.25. La probabilidad de que la vibración rompa el arco que atasca el orificio aumenta con el radio de éste, y debe tender a uno cuando D se aproxime al radio crítico D_c del silo sometido a vibraciones, puesto que para radios superiores en el silo vibrado no se forman atascos.

3.6.2 Estimación de q mediante las probabilidades de paso de partículas p

Si se asume que el modelo de la sección 3.4 se cumple, es posible estimar el valor de q a partir de la estadística de tamaños de avalanchas. Al realizar el cociente entre las probabilidades de formación de un atasco *permanente* entre el silo vibrado y el silo quieto se obtiene:

$$\frac{p'_v}{p'_e} = \frac{p'q'}{p'} = q'$$

donde p'_v y p'_e corresponden a las probabilidades de formación de atascos permanentes para el silo vibrado y sin vibrar, respectivamente. Por tanto pueden ser calculadas como la pendiente de los histogramas de tamaños de avalancha, considerando únicamente el fin de la avalancha cuando se forma un atasco permanente. Recuérdese que q' corresponde a la

²Pueden existir en el silo partículas que no formen parte del arco y que se encuentren debajo de él apoyadas en la pieza circular en la que se practicó el orificio. Estas partículas pueden, bajo la acción de las vibraciones, caer a través del orificio. Sin que esto implique que el arco se haya roto por las vibraciones. Para evitar tomar en cuenta tal evento como una ruptura del arco, sólo se considera que se ha roto el arco si el incremento de peso en la balanza es *superior* al peso de una bola. El descartar caídas de una única partícula del orificio no resulta error significativo ya que la probabilidad de una avalancha de una única partícula es extremadamente baja.

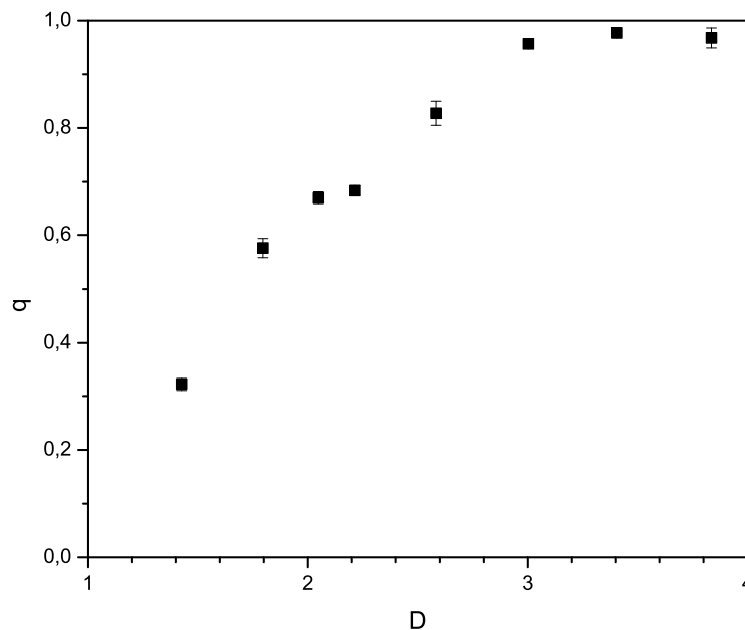


Figura 3.25: q en función de D utilizando medidas directas.

probabilidad que un arco *no* se rompa; debe distinguirse asimismo entre las probabilidades p'_v y p'_e , que corresponden a una probabilidad de formación de un atasco que no se rompe para el silo vibrado y el silo sin vibrar, y que pueden ser calculados de las funciones de densidad de probabilidad de ambos casos. La probabilidad p' es la probabilidad de que una partícula forme un atasco, que posteriormente puede o no romperse. Por tanto p'_v , así como p'_e , pueden ser obtenidas a partir de las probabilidades de paso de partículas p mediante la ecuación:

$$p' = 1 - p$$

Por lo tanto la probabilidad de ruptura de un atasco será:

$$q = 1 - q' \tag{3.18}$$

$$= 1 - \frac{p'_v}{p'_e} \tag{3.19}$$

$$= 1 - \frac{1 - p_v}{1 - p_e} \tag{3.20}$$

$$= \frac{p_v - p_e}{1 - p_e} \tag{3.21}$$

Los valores de p_e y vibrado p_v pueden obtenerse a partir de la pendiente de las distribuciones de probabilidad de tamaños de avalancha. El resultado de la aplicación de la fórmula 3.18 para las mediciones realizadas se muestra en la figura 3.26

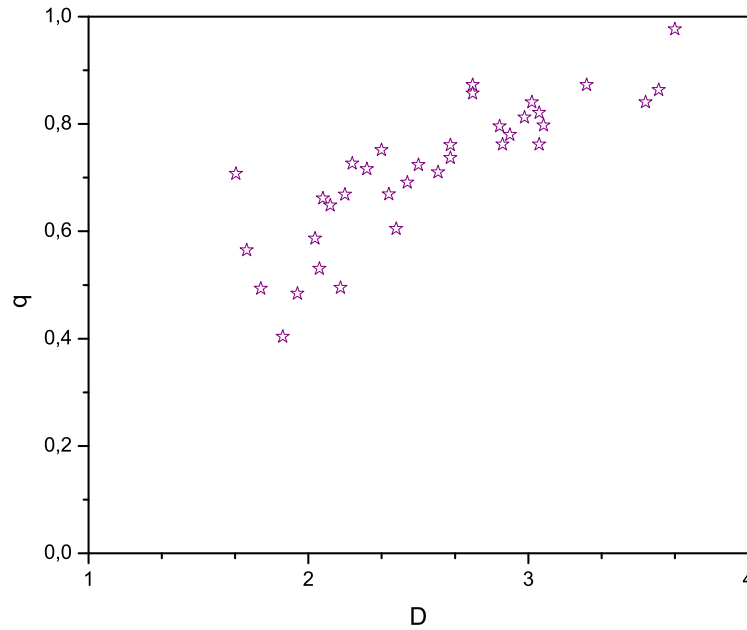


Figura 3.26: q en función de D , obtenido utilizando el cociente entre las probabilidades de paso de partículas.

3.6.3 Medida de q mediante el tamaño medio de las avalanchas

Es posible estimar q de otra manera adicional, que consiste en servirse de la relación entre el tamaño medio de las avalanchas y la probabilidad de paso de partículas. Esa relación se expresa mediante la ecuación:

$$\langle s \rangle = \frac{p}{1-p}$$

de donde es posible despejar p

$$p = \frac{\langle s \rangle}{1 + \langle s \rangle}$$

y se puede entonces considerar el tamaño medio de las avalanchas, medidas hasta la formación de un atasco permanente (que no es roto por la presencia de vibraciones), y que denotaremos $\langle s_v \rangle$ y $\langle s_e \rangle$ para los silos vibrados y sin vibrar respectivamente. Al reemplazar esta expresión en la ecuación 3.21 se obtiene finalmente:

$$q = \frac{\langle s_v \rangle - \langle s_e \rangle}{1 + \langle s_v \rangle} \quad (3.22)$$

donde $\langle s_e \rangle$ y $\langle s_v \rangle$ representan el tamaño medio de las avalanchas para el silo sin vibrar y vibrado, respectivamente. Los resultados de aplicar la fórmula a los resultados experimentales se muestran en la figura 3.27. Los tamaños medios de las avalanchas del silo sin vibrar que se utilizaron para calcular la probabilidad de ruptura de arcos se calcularon mediante el ajuste de los datos experimentales a la ecuación 1.10. Con esto se puede obtener q para tamaños de orificio en los que no se disponen medidas de $\langle s_e \rangle$.

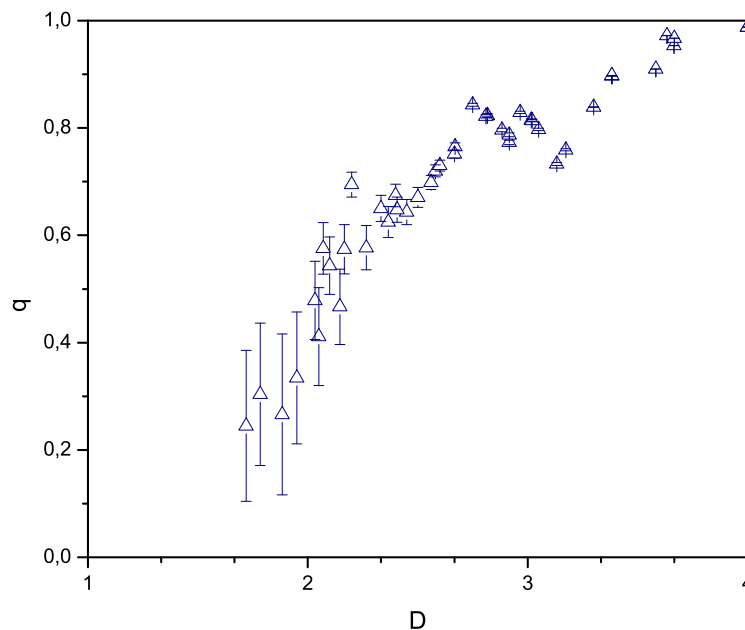


Figura 3.27: q en función de D , obtenido a partir de los tamaños medios de las avalanchas

3.6.4 Cálculo de q a través de la proporción de avalanchas internas.

Las avalanchas internas corresponden a la formación de atascos que se deshacen, hasta que finalmente se forma un atasco que las vibraciones son incapaces de deshacer. Al producirse una avalancha (entendidas como el evento que se da entre la reanudación del flujo mediante el chorro de aire y la formación de un atasco permanente en el silo), se obtendrán un cierto número de avalanchas internas n_{in} en las que se han roto los arcos por la vibración y una única avalancha interna en la que la vibración ha sido incapaz finalmente de romper el arco formado. Para cada avalancha solamente puede existir un único atasco que no se deshace a causa de la vibración, porque la formación de un atasco permanente lleva a la finalización de una avalancha. Por lo tanto la cantidad de avalanchas N y de arcos que no se rompieron a causa de las vibraciones deben coincidir. La probabilidad de ruptura de los atascos q puede ser calculada mediante:

$$q = \frac{\text{Número de atascos rotos}}{\text{Número total de atascos}} = \frac{n_{in}}{n_{in} + N} \quad (3.23)$$

El número de atascos rotos n_{in} corresponde al número de interrupciones en el flujo de duración mayor que 0,5 segundos, que tal y como se ha dicho previamente se consideran eventos en los que se forma un atasco que es posteriormente roto por las vibraciones. En la figura 3.28 se representan el resultados de aplicar la ecuación 3.23 a las medidas experimentales.

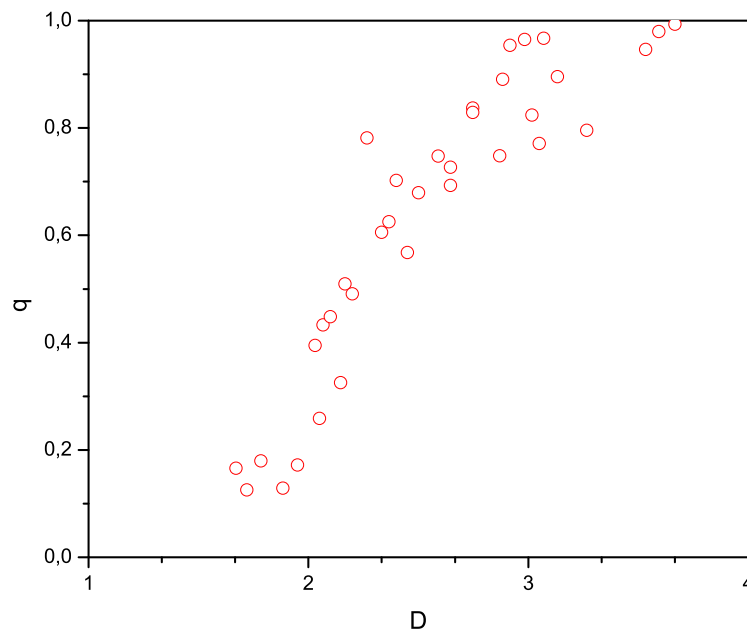


Figura 3.28: q en función de D , obtenido mediante la ecuación 3.23

3.6.5 Comparación de las medidas de q

En la figura 3.29 se muestran conjuntamente los valores de q calculados mediante los distintos métodos explicados previamente. Las curvas para todos los métodos son similares, tanto para los métodos que implican aceptar la validez del modelo propuesto en la sección 3.4 como los que no hacen uso del mismo. Es posible sin embargo observar que la medida de q obtenida vibrando un arco que se ha formado con un silo estacionario parece ser consistentemente superior a todas las otras medidas. Ello puede deberse a que se ha considerado la ruptura de el arco cuando ha caído más de una partícula por el orificio; y puede darse el caso que existan dos partículas que han caído por el orificio sin haber formado parte de un arco, por lo que puede introducir un incremento en la probabilidad q . A fin de recalcar las diferencias entre los cálculos de q que han sido medidos directamente y los que se basan en suponer la validez del modelo propuesto, se ha representado al primero con símbolos llenos y a los segundos con símbolos vacíos. Ello parece apoyar nuevamente la hipótesis de la independencia de la formación de arcos de la vibración. Y en consecuencia parece validar el modelo propuesto de formación y ruptura de atascos.

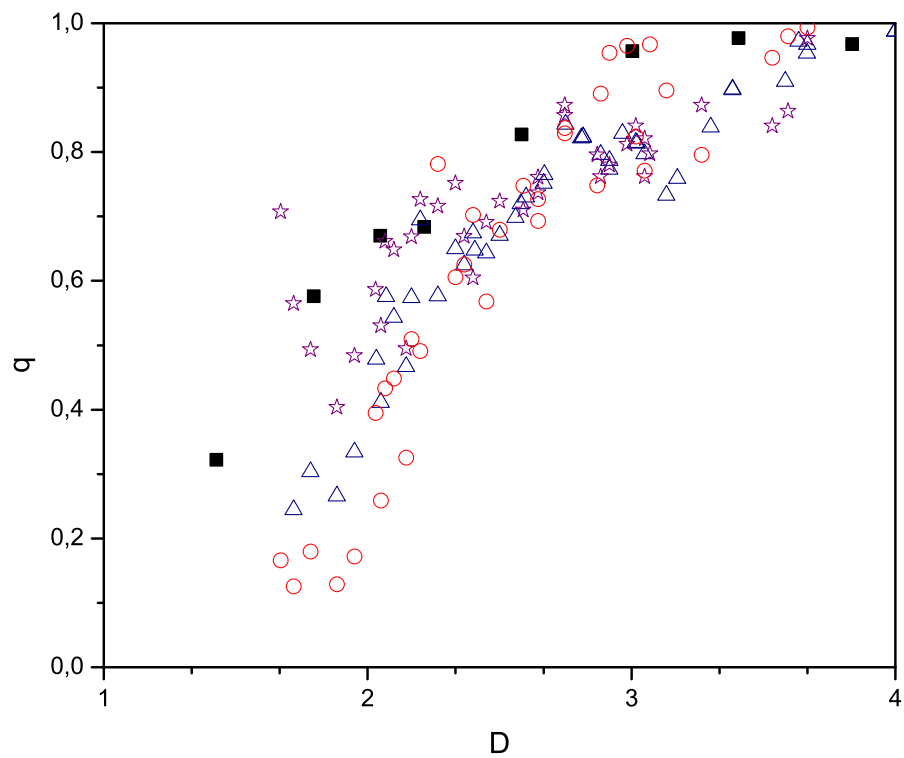


Figura 3.29: q en función de D para los métodos de medida descritos previamente: medidas de q haciendo vibrar los arcos ya formados (cuadrados); cálculo de q utilizando la probabilidad de paso de partículas p (estrellas); cálculo de q a través de $\langle s \rangle$ (triángulos) y el cálculo de q a través de la proporción de atascos rotos por la vibración (círculos).

Conclusiones y perspectivas

Conclusiones

En el presente capítulo se proporciona una visión global de los resultados presentados en los capítulos anteriores. Después se propondrán algunas ideas para el desarrollo de futuras experiencias en el ámbito de la descarga de silos sometidos a vibraciones.

El objetivo inicial del presente trabajo era determinar cómo afecta la presencia de vibraciones a la descarga del silo. Los resultados obtenidos pueden agruparse en tres conclusiones generales: la formación de arcos durante la descarga es un proceso al que no le afecta la presencia de vibraciones moderadas en el silo; tales vibraciones causan únicamente la ruptura de arcos formados en silo; y el caudal de partículas durante la descarga es independiente de si se vibra el silo de manera moderada.

En el presente trabajo se halló que la distribución de tamaños de avalanchas sigue una forma funcional similar tanto para el caso del silo sujeto a vibraciones como para el silo sin vibrar. Tales formas funcionales se pueden dividir en dos regiones: una primera región creciente correspondiente a avalanchas pequeñas; para avalanchas superiores a su moda, la distribución muestra un decrecimiento exponencial.

La principal diferencia entre el caso vibrado y no vibrado se encuentra en que el parámetro característico de la distribución de tamaños de avalancha, es menor en el silo vibrado que en el silo sin vibrar.

De manera similar a lo reportado previamente para silos no vibrados, es posible escalar los valores del tamaño de avalanchas con la avalancha media $\langle s \rangle$, de manera que las distribuciones de probabilidad de tamaño de avalanchas correspondientes a distintos radios adimensionales colapsen sobre una única curva idéntica en los casos con y sin vibraciones.

El tamaño medio de la avalancha para un tamaño de orificio determinado es siempre mayor para el silo vibrado respecto del silo sin vibraciones y ambos siguen una dependencia funcional similar a la obtenida en trabajos previos de descarga de silos sin vibraciones: una divergencia potencial, al aproximarse el tamaño del orificio a un cierto valor crítico. La diferencia entre el silo sin vibraciones y el silo vibrado es que en el último se produce una disminución del radio crítico y del exponente de la divergencia.

Un fenómeno nuevo que surge al someter al sistema a vibraciones es la aparición de interrupciones de larga duración durante el transcurso de la descarga del silo. Aunque para el silo sin vibrar el flujo de partículas no es continuo, las interrupciones que se observan

en el flujo son inferiores a un tiempo de aproximadamente 0,5 segundos. El origen de tales interrupciones se podría atribuir a fluctuaciones asociadas con el carácter discreto del material granular. Para el silo vibrado, se observa la aparición de interrupciones de duración mucho mayor al tiempo mencionado, produciéndose una reanudación del flujo sin que sea necesaria una intervención externa. Tales interrupciones de larga duración solo pueden deberse a la formación de arcos en el sistema que se rompen posteriormente por la presencia de vibraciones en el sistema. Ello hace que las avalanchas sean de mayor duración que cuando no existen vibraciones externas.

La ruptura de los arcos que se producen en los silos vibrados llevó a plantear un modelo probabilístico que tuviera en cuenta la posibilidad de la formación y posterior ruptura de arcos próximos a la salida del silo. Para ello se consideró que además de la probabilidad de paso de una partícula a través del orificio de salida (que lleva a la formulación de un modelo de percolación simple, presentado en trabajos previos) existe una probabilidad q de que el arco que se forma se rompa y la descarga se reanude. Se propuso la hipótesis de que las probabilidades de formación y ruptura de los atascos son independientes entre sí, al menos para la intensidad de vibración utilizada.

La expresión que se obtiene con dicho modelo para la densidad de probabilidad de tamaños de avalanchas muestra también un decrecimiento exponencial, de acuerdo con las observaciones. Dado que se considera que la intensidad de las vibraciones introducidas al sistema son pequeñas en comparación con los movimientos de las partículas mientras se encuentran fluyendo, se formuló la hipótesis de que la probabilidad de formación de los atascos debe ser similar a la que se obtiene en el silo sin vibrar.

A fin de verificar las hipótesis planteadas se realizó un estudio de la duración de las "avalanchas internas": sucesos durante la descarga del silo en los que se inicia el flujo de material y se forman atascos, que posteriormente se deshacen a causa de las vibraciones. La estadística de las avalanchas internas del silo vibrado, tanto en su función de distribución de probabilidades como en el tamaño medio de las avalanchas internas, coincide con la del silo sin vibrar. Tal hecho apoya las hipótesis planteadas. Otra consecuencia de lo anterior es que la probabilidad de formación de un arco no depende de la presencia de vibraciones en el sistema, al menos para las intensidades de vibración utilizadas en el presente trabajo.

Por tanto es posible concluir que la presencia de vibraciones moderadas no afecta la formación de arcos en la salida del silo, limitándose su efecto a la posible ruptura de los arcos cuando se formen.

En cuanto al flujo de descarga del silo sometido a vibraciones, la presencia de interrupciones de larga duración en la descarga de partículas por el orificio de salida del silo hace que no exista una dependencia lineal entre el número de partículas descargadas en una avalancha y el tiempo total de descarga. Se halló que es posible recuperar tal relación si se corrige la duración total de la descarga quitando todos los intervalos de tiempo durante el cual el flujo se encuentra interrumpido por más de 0,5 segundos. La dependencia lineal entre masa y tiempo tras hacer esta corrección coincide con la que se obtiene en el silo sin

vibraciones. En otras palabras, se ha hallado que el flujo de descarga instantáneo W_b en el silo vibrado no se ve alterado por la presencia de vibraciones mientras el silo se encuentra fluyendo. Los resultados obtenidos por Chen *et al.* [63] y Janda *et al.* [66] muestran que el flujo es alterado al someter al silo a vibraciones, cuando se utilizan altas amplitudes de vibración. En nuestro caso, al no ser alterado el flujo de descarga del silo cuando es vibrado parece indicar que la intensidad de las vibraciones es pequeña.

Perspectivas

Durante el desarrollo del presente trabajo se plantearon un cierto número de cuestiones de interés en la descarga de silos sometidos a vibraciones, que no han podido ser respondidas satisfactoriamente a causa de limitaciones del dispositivo experimental utilizado o a la larga duración de los experimentos necesarios para esclarecerlas. La primera pregunta que se plantea es sobre la validez de las hipótesis propuestas, tanto la independencia de los procesos de ruptura de los arcos y de su formación como la probabilidad de que un arco se forme, al variar los parámetros de la vibración utilizada. Es de interés determinar entonces cómo se ve afectada la estadística de descarga del silo cuando se varían las características de las vibraciones, (por ejemplo en amplitud, frecuencia, forma de la onda de excitación así como en la dirección en la que se hace vibrar el silo) y si continúa siendo válida la independencia de la probabilidad de formación de atascos con las vibraciones. Conjuntamente resulta de interés determinar la evolución de la probabilidad de desatasco q con la intensidad de las vibraciones.

La probabilidad de desatasco q debe de estar relacionada con la estabilidad de los arcos que se forman en el orificio de salida. La probabilidad de desatasco q puede considerarse como un indicador promedio de la estabilidad del conjunto posible de arcos que se forman en un orificio determinado. Dado que el sistema experimental utilizado no permite la observación de la estructura de los arcos que se forman, un posible trabajo futuro es la realización de medidas similares a las realizadas sobre un silo bidimensional sometido a vibraciones. Lo cual podría permitir establecer una relación entre la forma de un arco y su estabilidad bajo vibraciones y relacionarlo así con la probabilidad de ruptura de arcos q .

Apéndice A

Programa de control del silo

A continuación se presenta el programa utilizado para controlar el experimento. El programa ha sido realizado en C y utiliza las librerías SICL para comunicarse con los instrumentos de medición.

El programa se inicia declarando las librerías que serán utilizadas, y los parámetros con los que se realizara la medición, declarados como constantes. Los posibles parámetros son: el intervalo de tiempo en segundos entre medidas en una serie de medidas de la señal del fotosensor (*DELTAT*), el numero de puntos de la serie de medidas (*N_PUNTOS*), el valor de voltaje para el cual se considera a la señal de la fotocpuerta como un uno lógico (*UMBRAL*), el numero total de avalanchas que serán medidas (*N_MEDIDAS*), el peso de la balanza a partir del cual se solicita una recarga del silo (*PESO_MAXIMO*) el tiempo en milisegundos durante el cual se soplará para realizar el desatasco (*TIEMPO_SOPLADO*) y el peso de una partícula individual (*PESO_BOLAS*). A continuación se declaran los instrumentos a utilizar: el mainframe VXI (*mvxi*), el multímetro (*mmtr*), el banco de relés (*mrel*) y la balanza (*balanza*)

```
#include <stdio.h>
#include "cabe.h"
#include <time.h>
#include "funciones.h"

#undef DEBUG
#define AVALANCHAS 0
#undef PUNTOSADAPTABLES

//Intervalo entre medidas
#define DELTAT 0.005
//Numero de puntos en una rafaga individual
#define N_PUNTOS 22000
#define UMBRAL 1.9
#define N_MEDIDAS 3000
#define PESO_MAXIMO 2500
#define TIEMPO_SOPLADO 400 // 400 milisegundos
```

```

#define PESO_BOLAS 0.018902

//Instrumentos
INST mvxi,mmtr,mrel,tarjeta;
INST balanza;
float medf[25000];
int avalancha;
FILE *debug;
FILE *histograma;
FILE *histograma_avalanchas;
int N_PUN=N_PUNTOS;
float puntosmedios=(float)N_PUNTOS;
int avalancha_anterior;
float DT =DELTAT;

```

Lazo principal del programa, el esquema del algoritmo ha sido descrito en la sección 2.6

```

int main(void)
{
    int i,j,k;
    //Medida realizandose actualmente
    int medida;
    //Subindice en donde se encuentra la 1 pendiente hacia abajo.
    int fin_avalancha;
    double peso_antes;
    double peso_despues;
    double peso_avalancha;
    double tiempo;
    float n_bolas;
    float flujo_bolas;
    float flujo;
    FILE *datos;
    FILE *aval;
    char nombre[20];

    //Configurar instrumentos.
    abrir_inst();

    //Abrir archivos de datos
    datos=fopen("datos.dat","at");
    histograma=fopen("hist_atascos.dat","wt");
    fclose(histograma);

    //Configuro el vxi y la balanza
    conf_inst();
    Sleep((clock_t)1000);

    //Hago N_MEDIDAS
    for(medida=1;medida<=N_MEDIDAS;medida++)

```

```
{
    avalancha=medida;
//Peso antes de soplar
    peso_antes=pesar();
    if(peso_antes>PESO_MAXIMO)
    {
        cargar();
        peso_antes=pesar();
    }

//Soplar
    soplar();

//Inicio una rafaga de medidas.
    reconf_inst();
    Leer_salva();

//Mido el peso final en la balanza
    peso_despues=pesar();

//Detecto el fin de la avalancha

    histograma=fopen("hist_atascos.dat","at");

    fin_avalancha=calcular_atascos();

//Si la avalancha ha terminado en el ultimo tercio de la serie de medidas,
//se descarta la avalancha.
    if(fin_avalancha!=-10)
    {
        fclose(histograma);
//Guardar la señal de la fotocpuerta en un archivo
        sprintf(nombre,"av_%d.dat",medida);
        aval=fopen(nombre,"wt");
        for(k=0;k<N_PUN;k++)
        {
            if(medf[k]>UMBRAL)
            {
                fprintf(aval,"%f\t1\n", (float)(k*DT));
            }
            else
            {
                fprintf(aval,"%f\t0\n", (float)(k*DT));
            }
        }
        fclose(aval);
        tiempo=(double)fin_avalancha*(double)DT;
```



```

        peso_avalancha=peso_despues-peso_antes;
        n_bolas=peso_avalancha/PESO_BOLAS;

//Si no se han detectado el paso de bolas, no se calcula el flujo
// y se guarda un valor negativo grande
        if(tiempo>0)
        {
            flujo=peso_avalancha/tiempo;
            flujo_bolas=n_bolas/tiempo;
        }
        else
        {
            flujo=-100000000;
            flujo_bolas=-100000000;
        }

        datos=fopen("datos.dat","at");
        fprintf(datos,"%d \t %.2f \t %.2f\t %f \t%.1f\t%f\t%d\t%f\n",medida,\
                tiempo, peso_avalancha,flujo, n_bolas,flujo_bolas,N_PUN,DT);
        fclose(datos);
        printf("%.2d  %.2f %.2f  %.2f %.1f  %.2f  %.2d %.4f %.2f\r",medida,\
                tiempo, peso_avalancha,flujo, n_bolas,flujo_bolas,N_PUN,DT,peso_despues);
    }
    else
    {
        medida--;
    }
}

//Se cierran los instrumentos
cerrar_inst();

return (0);
}

```

La función *abrir_inst* establece la comunicación con los instrumentos que serán utilizados. No pide ninguna entrada y no devuelve ningún resultado.

```

void abrir_inst(void)
{
    char          mens[256] = { 0 };
    int           abierto;
    int reques;
    unsigned long *result;

//Configuracion de la balanza
// abrir balanza
    balanza=iopen("COM1,488");
    itimeout(balanza,5000);
// configurar balanza
    iserialctrl(balanza,I_SERIAL_BAUD,9600);
}

```

```
iserialctrl(balanza,I_SERIAL_PARITY,I_SERIAL_PAR_ODD);
iserialctrl(balanza,I_SERIAL_STOP,I_SERIAL_STOP_1);
iserialctrl(balanza,I_SERIAL_WIDTH,I_SERIAL_CHAR_7);
iserialctrl(balanza,I_SERIAL_FLOW_CTRL,I_SERIAL_FLOW_XON);

//Verificar que la conexion se ha establecido de manera correcta.
iserialstat(balanza,I_SERIAL_FLOW_CTRL,&result);

//Tara de la balanza
iclear(balanza);
iprintf(balanza,"\033T\n");
Sleep(500);
printf("balanza tarada y configurada\n\n");

// tarjeta HPIB
printf("abrir tarjeta HPIB ... \t");
tarjeta=iopen("hpib7");
Sleep(100);
iclear(tarjeta);
printf("hecho\n\n");

// mainframe VXI
printf("abrir mainframe VXI ... \n");
mvxi=iopen(DIR_VXI);
ittimeout(mvxi,3000);
iprintf(mvxi,"*RST\n");
Sleep(2000);
ipromptf(mvxi, "*IDN?\n", "%t", mens);
printf("%s",mens);
printf("direcciones presentes: ");
ipromptf(mvxi, "VXI:CONF:DLAD?\n", "%t", mens);
printf("%s",mens);
puts("hecho\n");

// multimetro
printf("abrir multimeter VXI ... \n");
mmtr=iopen(DIR_MMTR);
ittimeout(mmtr,30000);
iprintf(mmtr,"*RST\n");
Sleep(2000);
ipromptf(mmtr, "*IDN?\n", "%t", mens);
printf("%s",mens);
puts("hecho\n");

//multiplexor de rele
printf("abrir mx ... \n");
mrel=iopen(DIR_MREL);
ittimeout(mrel,2000);
iprintf(mmtr,"*RST\n");
```

```

Sleep(2000);
ipromptf(mrel, "*IDN?\n", "%t", mens);
printf("%s",mens);
iprintf(mrel,"CLOSE (@108)\n");
ipromptf(mrel,"CLOS? (@108)\n", "%t", mens);
iprintf(mrel,"CLOSE (@111)\n");
abierto=atoi(mens);
if(abierto==1)
{
    puts("12 voltios en Bank 1");
}
puts("hecho\n");
}

```

La función *conf_inst* realiza la configuración inicial del multímetro, configurándose los valores de voltaje, tiempo de apertura y formato de almacenamiento de los datos en la memoria interna. Asimismo se configura el “status byte” del instrumento para que comunique a través del bus GPIB la finalización de las medidas.

```

void conf_inst(void)
{
    int ese;
    int stb;
    float timer;
    char mens[128];
    timer=(float)DT;
    iprintf(mmtr,"*CLS \n");
    //activo el standad event status register (bit 5 del sre a 1)
    iprintf(mmtr,"*SRE 32\n");
    //activo todos los mensajes de error del instrumento
    iprintf(mmtr,"*ESE 60\n");
    iprintf(mmtr, "CONF:VOLT:DC 20,MAX,(@109)\n");
    iprintf(mmtr, "VOLT:APER 2.5E-3)\n");
    iprintf(mmtr, "CAL:ZERO:AUTO ON\n");
    iprintf(mmtr, "SAMP:SOUR TIM\n");
    iprintf(mmtr, "SAMP:TIM 0.1\n");
    iprintf(mmtr, "FORM REAL,32\n");
    ipromptf(mmtr,"SAMP:TIM?\n", "%f",&timer);

    //Colocar el SESR yel SBR para que notifique cuando termine una operacion
    //Pongo el bit 5(32) a 1 en el sbr, para que se active el sesr
    iprintf(mmtr,"*SRE 32\n");
    //Pongo unicamente el bit 0 a uno en el SESR asi me hace un SRQ cuando termina la operacion
    iprintf(mmtr,"*ESE 1\n");
    //Le digo al multímetro que me avise cuando termine la operacion poniendo a 1 el bit 0 del SESR
    iprintf(mmtr,"*OPC\n");

    //Solicitar el ESR
    ipromptf(mmtr,"*ESR?\n", "%i",&ese);
    //Solicitar el SBR

```

```

    ipromptf(mmtr, "*STB?\n", "%i", &stb);
}

```

La función *reconf_inst* configura el tiempo entre medidas y el número de puntos en una ráfaga. A esta función se accede inmediatamente antes de iniciar una ráfaga de medidas.

```

void reconf_inst(void)
{
    char    cad[10], cmdo[80];

    iprintf(mmtr, "SAMP:TIM %f\n", DT);
    iprintf(mmtr, "*CLS\n");
    sprintf(cmdo, "SAMP:COUN %i\n", N_PUN);
    iprintf(mmtr, cmdo);
    iprintf(mmtr, "*OPC\n");
}

```

La función *Leer_salva* inicia la ráfaga de medidas en el multímetro, los datos obtenidos de la señal de la fotocpuerta se almacenan en la variable global *medf*

```

void Leer_salva(void)
{
    int      conta;
    char    cabe[10];
    char    cDato, Term;
    unsigned long    BytesDisponibles, BytesObtenidos;
    int resultado;
    int i;

    iprintf(mmtr, "*CLS\n");
    igpibbusstatus(tarjeta, I_GPIB_BUS_SRQ, &resultado);
    iprintf(mmtr, "INIT\n");

    //Esperar hasta que el bus avise que hay un SRQ
    do
    {
        igpibbusstatus(tarjeta, I_GPIB_BUS_SRQ, &resultado);
    } while(resultado==0);

    Sleep(2000);

    iprintf(mmtr, "FETCH?\n");

    //Descargar datos en el ordenador
    do
    {
        ReadByte(&cDato, 1L);
    }while(cDato != '#');

    ReadByte(&cDato, 1L);
}

```

```

BytesDisponibles=atol(&cDato);
BytesObtenidos=ReadByte(cabe, BytesDisponibles);
cabe[BytesObtenidos]='\0';
BytesDisponibles=atol(cabe);

/* Lectura de los bytes de datos en float */
BytesObtenidos=ReadFloat(medf,N_PUN, BytesDisponibles);

/* Lectura del byte de final de datos */
BytesObtenidos=ReadByte(&Term,1L);

//Limpiar el status bit
iprintf(mmtr,"*CLS \n");
}

```

La función *calcular_atascos* calcula el tiempo total de la avalancha devolviendo como entero la diferencia entre el primer y último puntos de la avalancha, y almacena en un archivo la duración de los atascos inestables internos de la avalancha.

```

int calcular_atascos(void)
{
    int i,j,k;
    int tiempo_atasco;
    int punto_inicial,punto_final;

    //Busco el borde hacia adelante
    punto_inicial=0;
    punto_final=0;
    if(medf[0]>UMBRAL)
    {
        punto_inicial=0;
    }
    else
    {
        for(i=0;i<N_PUN-1;i++)
        {
            if((medf[i]<UMBRAL)&&(medf[i+1]>UMBRAL))
            {
                punto_inicial=i;
                break;
            }
        }
    }
    //Buscar el ultimo borde hacia atras
    if(medf[N_PUN-1]>UMBRAL)
    {
        punto_final=N_PUN-1;
    }
    else
    {

```

```

        for(i=N_PUN-2;i>0;i--)
        {
            if((medf[i+1]<UMBRAL)&&(medf[i]>UMBRAL))
            {
                punto_final=i;
                break;
            }
        }
    }

//Si el punto final esta en el ultimo tercio de la medida,
//descartar la avalancha devolviendo una señal de error.

    if(punto_final>(0.7*N_PUN))
    {
        return -10;
    }

    for(i=punto_inicial;i<punto_final;i++)
    {

        if((medf[i]>UMBRAL)&&(medf[i+1]<UMBRAL))
        {
            //Empezo un atasco parcial
            for(j=i;j<N_PUN;j++)
            {
                if((medf[j]<UMBRAL)&&(medf[j+1]>UMBRAL))
                {
                    tiempo_atasco=j-i;
                    if((i!=0)&&(j!=0))
                    {
                        fprintf(histograma,"%d\t%f\n",avalancha,(float)(tiempo_atasco*DT));
                    }
                    break;
                }
            }
        }
    }

    puntosmedios+=punto_final;
    avalancha_anterior=punto_final;
    return (punto_final-punto_inicial);
}

```

La función *cargar* se encarga de mantener el programa en un lazo hasta que el operador recarga el silo, a continuación tara la balanza y devuelve el control al programa para continuar con la medida

```

void cargar()
{
    char carga;
    carga=0;

    printf("\nhay que recargar el silo ... continuar? [s/n]\n");
    while((carga!=115)&&(carga!=110))// s:115, n:110
    {
        carga=getchar();
    }
    if(carga==115)
    {
        printf ("tara de la balanza\n");
        iprintf(balanza,"\033T\n");
        Sleep(1000);
    }
    else
    {
        printf("Acabando ... \n");
    }
}

```

La función *grabar_avalancha* graba en un archivo independiente la señal de obtenida del fotosensor para la avalancha actual.

```

void grabar_avalancha(int medida)
{
    int i,j;
    char nombre[24];
    FILE *avalancha;

    sprintf(nombre,"AV%i.dat",medida);

    avalancha=fopen(nombre,"wt");

    for(i=0;i<N_PUN;i++)
    {
        fprintf(avalancha,"%f\n",medf[i]);
    }

    fclose(avalancha);
}

```

La función *pesar* registra el peso del material granular en la balanza; a fin de asegurar que la balanza se halla estabilizada repite la pesada cada segundo hasta que dos pesadas consecutivas devuelven el mismo valor.

```

double pesar(void)

```

```

{
    int        igual;
    double     t_estab=1000, peso=0;
    char       pesada1[128]={ 0 }, pesada2[128]={ 0 }, pes[128]={ 0 };

    Sleep(1000);
    ipromptf(balanza, "\033P\n", "%t", pesada1);
    Sleep(t_estab);
    ipromptf(balanza, "\033P\n", "%t", pesada2);
    igual=strcmp(pesada1, pesada2);
    while(igual!=0)
    {
        strcpy(pesada1, pesada2);
        Sleep(t_estab);
        ipromptf(balanza, "\033P\n", "%t", pesada2);
        igual=strcmp(pesada1, pesada2);
    }
    strncpy(pes, pesada2+1, 10);
    strcat(pes, "\n");
    peso=atof(pes);

    return(peso);
}

```

La función *soplar* abre el relé que controla el soplador durante un tiempo especificado en la constante *TIEMPO_SOPLADO*.

```

void soplar(void)
{
    iprintf(mrel, "CLOSE (@109)\n");

    Sleep(TIEMPO_SOPLADO);

    iprintf(mrel, "OPEN (@109)\n");
}

```

La función *Sleep* simplemente hace que el sistema espere un tiempo dado por la entrada *espera* en milisegundos.

```

void Sleep (clock_t espera)
{
    clock_t   retraso;
    retraso=espera+clock();
    while( retraso > clock() ) ;
}

```

La función *cerrar_inst* se asegura que el relé de control del sistema de ruptura de arcos se encuentre cerrado y desconecta al ordenador de los instrumentos.

```

void cerrar_inst(void)

```



```
{
    printf("cerrando aparatos ... \t");
    iprintf(mrel, "OPEN (@109)\n");
    iclose(mrel);
    iclose(mmtr);
    iclose(mvxi);
    iclose(tarjeta);
    iclose(balanza);
    _sicleanup();
    printf("aparatos cerrados\n\n");
}
```

Bibliografía

- [1] I. Roberts. *Determination of the vertical and lateral pressures of granular substances*. Proc. Roy. Soc. **36**, (1884), p. 226.
- [2] H. A. Janssen. *Tests on grain pressure silos*. Z. Vereins Deutsch Ing., (1885), p. 1045.
- [3] O. Reynolds. *On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact*. Phil. Mag. & Jour. Sci., (1885), pp. 469–481.
- [4] M. Faraday. *On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces*. Phil. Trans. Roy. Soc. **121** , (1831) pp. 299–340.
- [5] R. M. Nedderman. *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge University Press (1992).
- [6] H. A. Makse, N. Gland, D. L. Johnson, L. M. Schwartz. *Why effective medium theory fails in granular materials*. Phys. Rev. Lett. **83**, (1999), p. 5070.
- [7] P. K. Haff. *Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon*. Journal of Fluid Mechanics **134**, (1983), pp. 401–430.
- [8] I. Ippolito, C. Annic, J. Lemaître, L. Oger, D. Bideau. *Granular temperature: Experimental analysis*. Phys. Rev. E **52**, (1995), pp. 2072–2075.
- [9] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, E. Clément. *Memories in sand: Experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles*. Phys. Rev. E **60**, (1999), pp. 5040–5043.
- [10] J. Duran. *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*. Springer-Verlag New York, LLC (1999).
- [11] D. Helbing, M. Schreckenberg. *Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow*. Phys. Rev. E **59**, (1999), pp. R2505–R2508.
- [12] M. E. Cates, J. P. Wittmer, J.-P. Bouchaud, P. Claudin. *Jamming, force chains, and fragile matter*. Phys. Rev. Lett. **81**, (1998), pp. 1841–1844.

- [13] M. E. Gates, J. P. Wittmer, J. P. Bouchaud, P. Claudin. *Jamming and stress propagation in particulate matter*. Physica A **263**, (1999), pp. 354–361.
- [14] A. J. Liu, S. R. Nagel. *Nonlinear dynamics: Jamming is not just cool any more*. Nat. **396**, (1998), pp. 21–22.
- [15] F. Melo, P. Umbanhowar, H. L. Swinney. *Transition to parametric wave patterns in a vertically oscillated granular layer*. Phys. Rev. Lett. **72**, (1994), pp. 172–175.
- [16] E. Clément, L. Vanel, J. Rajchenbach, J. Duran. *Pattern formation in a vibrated two-dimensional granular layer*. Phys. Rev. E **53**, (1996), pp. 2972–2975.
- [17] F. Melo, P. B. Umbanhowar, H. L. Swinney. *Hexagons, kinks, and disorder in oscillated granular layers*. Phys. Rev. Lett. **75**, (1995), pp. 3838–3841.
- [18] P. Evesque, J. Rajchenbach. *Instability in a sand heap*. Phys. Rev. Lett. **62**, (1989), pp. 44–46.
- [19] A. Garcimartín, J. M. Pastor, R. Arévalo, D. Maza. *Convection in a vibrated granular layer*. Eur. Phys. Jour. - Special Topics **146**, (2007), pp. 331–340.
- [20] A. Garcimartín, D. Maza, J. L. Ilquimiche, I. Zuriguel. *Convective motion in a vibrated granular layer*. Phys. Rev. E **65**, (2002), p. 031303.
- [21] J. B. Knight, E. E. Ehrichs, V. Y. Kuperman, J. K. Flint, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Experimental study of granular convection*. Phys. Rev. E **54**, (1996), pp. 5726–5738.
- [22] C. Laroche, S. Douady, S. Fauve. *Convective flow of granular masses under vertical vibrations*. Jour. de Physique **50**, (1989), pp. 699–706.
- [23] H. K. Pak, E. Van Doorn, R. P. Behringer. *Effects of ambient gases on granular materials under vertical vibration*. Phys. Rev. Lett. **74**, (1995), pp. 4643–4646.
- [24] C. F. Harwood. *Powder segregation due to vibration*. Pow. Technol. **16**, (1977), pp. 51–57.
- [25] J. C. Williams. *The segregation of particulate materials. a review*. Pow. Technol. **15**, (1976), pp. 245–251.
- [26] A. Rosato, K. J. Strandburg, F. Prinz, R. H. Swendsen. *Why the brazil nuts are on top: Size segregation of particulate matter by shaking*. Phys. Rev. Lett. **58**, (1987), pp. 1038–1040.
- [27] J. B. Knight, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Vibration-induced size separation in granular media: The convection connection*. Phys. Rev. Lett. **70**, (1993), pp. 3728–3731.
- [28] T. Shinbrot, F. J. Muzzio. *Reverse buoyancy in shaken granular beds*. Phys. Rev. Lett. **81**, (1998), pp. 4365–4368.

- [29] T. Shinbrot. *Granular materials: The brazil nut effect in reverse*. Nat. **429**, (2004), pp. 352–353.
- [30] A. P. Shapiro, R. F. Probst. *Random packings of spheres and fluidity limits of monodisperse and bidisperse suspensions*. Phys. Rev. Letters **68**, (1992), p. 1422.
- [31] A. Mehta, G. C. Barker. *The dynamics of sand*. Rep. Prog. Phys. **57**, (1994), p. 383.
- [32] E. R. Nowak, J. B. Knight, E. Ben-Naim, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Density fluctuations in vibrated granular materials*. Phys. Rev. E **57**, (1998), pp. 1971–1982.
- [33] H. Masuda, K. Higashitani, H. Yoshida, eds. *Powder Technology Handbook, Third edition*. Taylor & Francis Group (2006).
- [34] *Eurosilos*. [Http://www.eurosilos.com](http://www.eurosilos.com).
- [35] A. W. Jenike. *Storage and flow of solids*. University of Utah, Engineering Experiment Station, Salt Lake City. Bulletin 123 .
- [36] D. Schulze. *Powder and Bulk Solids*. Springer (2007).
- [37] S. Manna, H. Herrmann. *Intermittent granular flow and clogging with internal avalanches*. Eur. Phys. Jour. E **1**, (2000), pp. 341–344.
- [38] D. Hong, J. McLennan. *Molecular dynamics simulations of hard sphere granular particles*. Physica A **187**, (1992), pp. 159–171.
- [39] K. To, P. Y. Lai, H. K. Pak. *Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper*. Phys. Rev. Lett., (2001) p. 71.
- [40] K. To, P. Y. Lai. *Jamming pattern in a two-dimensional hopper*. Phys. Rev. E **86**, (2002), 011308.
- [41] K. To, P. Y. Lai, H. K. Pak. *Flow and jam of granular particles in a two-dimensional hopper*. Physica A **315**, (2002), p. 174.
- [42] A. Janda, I. Zuriguel, A. Garcimartín, L. Pagnaloni, D. Maza. *Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo*. Euro Phys. Lett **84**, (2008), 44002.
- [43] I. Zuriguel, L. A. Pagnaloni, A. Garcimartín, D. Maza. *Jamming during the discharge of grains from a silo described as a percolating transition*. Phys. Rev. E **68**, (2003), 030301.
- [44] I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza, L. A. Pagnaloni, J. M. Pastor. *Jamming during the discharge of granular matter from a silo*. Phys. Rev. E **71**, (2005), 051303.
- [45] J. Ravenet. *Silos*. Editores técnicos asociados, s.a. (1983).

- [46] I. Zuriguel. *Flujos y Atascos de un Medio Granular en la Descarga de Silos*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra (2005).
- [47] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, S. Roux. *Force distributions in dense two-dimensional granular systems*. Phys. Rev. Lett. **77**, (1996), pp. 274–277.
- [48] K. To. *Jamming transition in two-dimensional hoppers and silos*. Phys. Rev. E **71**, (2005), p. 060301.
- [49] G. Pérez. *Numerical simulations in granular matter: The discharge of a 2d silo*. Pragma **70**, (2008), pp. 989–1007.
- [50] R. T. Fowler, J. R. Glastonbury. *The flow of granular solids through orifices*. Chem. Eng. Sci. **10**, (1959), p. 150.
- [51] R. H. Newton, G. S. Dunham, T. P. Simpson. Trans. Inst. Chem. Engrs. **31**, (1945), p. 215.
- [52] F. C. Franklin, L. Johanson. *Flow of granular material through a circular orifice*. Chem. Eng. Sci. **4**, (1955), p. 119.
- [53] W. A. Beverloo, H. A. Leniger, J. V. de Velde. *The flow of granular solids through orifices*. Chem. Eng. Sci. **15**, (1961), p. 260.
- [54] R. M. Nedderman, C. Laohakul. *The thickness of the shear zone of flowing granular media*. Powder Technol. **25**, (1980) pp. 91–100.
- [55] R. L. Brown, J. C. Richards. *Profile of flow of granulates through apertures*. Trans. Inst. Chem. Engrs. **38**, (1960), p. 243.
- [56] A. P. Huntington, N. M. Rooney. *Discharge of granular materials from hoppers*. Project Report, Department of Chemical Engineering, University of Cambridge, (1971).
- [57] R. M. Nedderman, U. Tüzün, S. B. Savage, G. T. Houlsby. *The flow of granular materials–I : Discharge rates from hoppers*. Chem. Eng. Sci. **37**, (1982), pp. 1597–1609.
- [58] C. Mankoc, A. Janda, R. Arévalo, J. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza. *The flow rate of granular materials through an orifice*. Gran. Mat. **9**, (2007), pp. 407–414.
- [59] H. Takahashi, A. Suzuki, T. Tanaka. *Behaviour of a particle bed in the field of vibration i. analysis of particle motion in a vibrating vessel*. Pow. Technol. **2**, (1968), pp. 65–71.
- [60] A. Suzuki, H. Takahashi, T. Tanaka. *Behaviour of a particle bed in the field of vibration ii. flow of particles through slits in the bottom of a vibrating vessel*. Pow. Technol. **2**, (1968), pp. 72–77.
- [61] P. Evesque, W. Meftah. *Mean flow of a vertically vibrated hourglass*. Int. J. Mod. Phys. B **7**, (1993), p. 1799.

- [62] C. R. Wassgren, M. L. Hunt, P. J. Freese, J. Palamara, C. E. Brennen. *Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material*. Phys. Fluids **14**, (2002), pp. 3439–3448.
- [63] K. Chen, M. B. Stone, R. Barry, M. Lohr, W. McConville, K. Klein, B. L. Sheu, A. J. Morss, T. Scheidemantel, P. Schiffer. *Flux through a hole from a shaken granular medium*. Phys. Rev. E **74**, (2006), 011306.
- [64] T. Kollmann, J. Tomas. *Effect of applied vibration on silo hopper design*. Part. Sci. Technol. **20**, (2002), pp. 15–31.
- [65] K. Lindemann, P. Dimon. *Two-dimensional granular flow in a vibrated small-angle funnel*. Phys. Rev. E **62**, (2000), pp. 5420–5431.
- [66] A. Janda, D. Maza, A. Garcimartín, E. Kolb, J. Lanuza, E. Clément. *Unjamming a granular hopper by vibration*. EPL **87**, (2009), 24002.
- [67] [Http://www2.dupont.com/Plastics/enUS/Products/Delrin/Delrin.html](http://www2.dupont.com/Plastics/enUS/Products/Delrin/Delrin.html).
- [68] T. Divoux, E. Bertin, V. Vidal, J.-C. Géminard. *Intermittent outgassing through a non-newtonian fluid*. Physical Review E **79**, (2009), 056204.
- [69] Andrés Santos. Comunicación privada.
- [70] E. W. Weisstein. “*Gabriel’s staircase*.” [Http://mathworld.wolfram.com/GabrielsStaircase.html](http://mathworld.wolfram.com/GabrielsStaircase.html).

